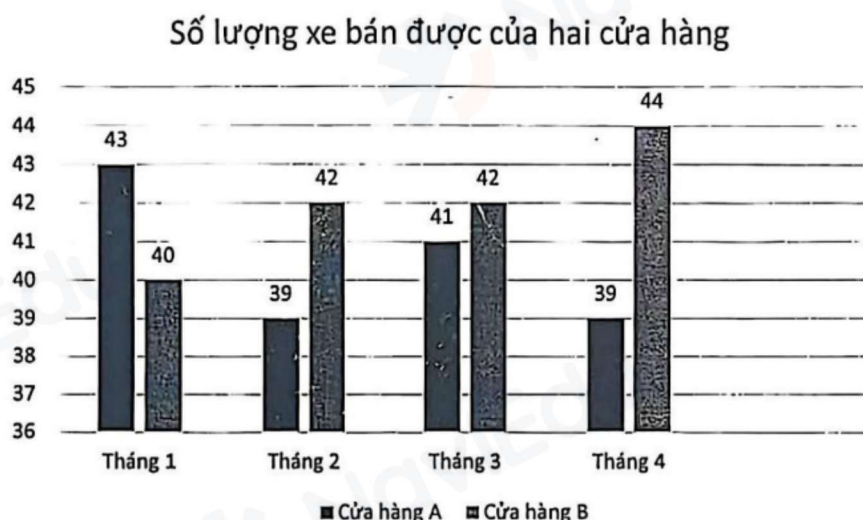


Câu I (1,5 điểm)

1. Biểu đồ cột kép dưới đây thể hiện số lượng xe đạp bán được của hai cửa hàng trong bốn tháng đầu năm 2026.



- a) Xác định số xe cửa hàng A bán được trong tháng 2.
- b) Sau bốn tháng đầu năm, cửa hàng nào bán được nhiều xe hơn và bán được nhiều hơn bao nhiêu xe?

2. Gieo một con xúc xắc cân đối đồng chất 100 lần và ghi lại kết quả trong bảng sau:

Mặt xuất hiện	Mặt 1 chấm	Mặt 2 chấm	Mặt 3 chấm	Mặt 4 chấm	Mặt 5 chấm	Mặt 6 chấm
Số lần xuất hiện	20	15	10	30	12	x

Xét biến cố A: “Số chấm xuất hiện trên mặt xúc xắc là số chẵn chia hết cho 3”. Tính xác suất của biến cố A.

Câu II (1,5 điểm)

Cho biểu thức $P = \frac{x^2 - 16}{2}$ và $Q = \frac{2}{x+4} - \frac{2x}{4-x} + \frac{8-18x}{x^2-16}$ với $x \neq 4; -4$.

1. Tính giá trị của P tại $x = 6$.

2. Chứng minh rằng $Q = \frac{2x}{x+4}$.

3. Chứng minh rằng $H = P \cdot Q + 5$ luôn dương với $x \neq 4; -4$.

Câu III (2,5 điểm)

1. Một ô tô dự định đi từ A đến B với một vận tốc xác định. Trong 1 giờ đầu ô tô đi đúng vận tốc đã định. Trong 3 giờ tiếp theo, do đường khó đi nên ô tô đã đi với vận tốc nhỏ hơn vận tốc dự định là 5 km/giờ. Vì vậy sau 4 giờ ô tô đã đi được tổng cộng 225 km. Tính vận tốc dự định của ô tô.

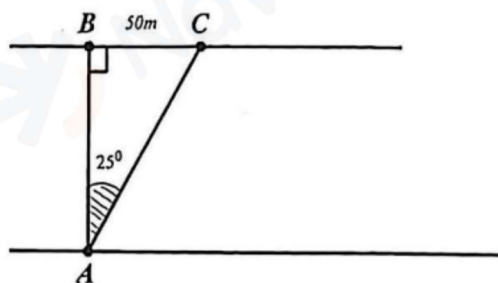
2. Một mảnh vườn hình chữ nhật có chu vi là 60m. Nếu tăng chiều dài mảnh vườn thêm 5m và giảm chiều rộng mảnh vườn đi 1m thì diện tích mảnh vườn tăng thêm $25m^2$ so với diện tích ban đầu. Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh vườn ban đầu.

3. Giải hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} 3x - 1 = 5(x + 2y) + 8 \\ 3(x - 5y) - 10 = x + 6 \end{cases}$$

Câu IV (4,0 điểm)

1. Một con thuyền di chuyển từ điểm A của bờ bên này sang điểm B của bờ bên kia của một khúc sông. Do nước chảy mạnh nên thuyền di chuyển bị lệch một góc 25° và vị trí đến là C cách B 50m như hình vẽ.



a) Tính chiều rộng khúc sông (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

b) Để mất 6 phút đi từ bờ bên này sang bờ bên kia của khúc sông thì con thuyền sẽ đi với vận tốc là bao nhiêu? (Các kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

2. Cho tam giác ABC vuông tại A ($AC < AB$), đường cao AH ($H \in BC$).

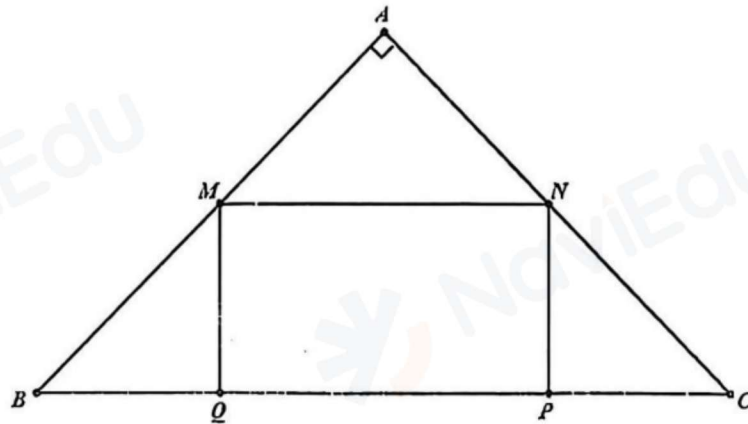
a) Giả sử $AB = 4cm$; $AC = 3cm$. Tính BC , số đo góc B (kết quả làm tròn đến độ).

b) Trên tia đối của tia CA lấy điểm I sao cho C là trung điểm của AI . Lấy điểm D sao cho A là trung điểm DB . Chứng minh rằng: $AC^2 = CH \cdot BC$ và $\triangle ICH$ đồng dạng với $\triangle DAH$.

c) Đường thẳng qua B vuông góc với AB cắt đường thẳng IH tại F . Chứng minh $ID \perp DF$.

Câu V (0,5 điểm)

Bác Thắng có một mảnh đất hình tam giác ABC vuông cân tại A có cạnh huyền $BC = 20\text{cm}$ (như hình vẽ). Bác Thắng muốn dựng một căn nhà có nền $MNPQ$ là một hình chữ nhật (như hình vẽ). Hỏi bác Thắng phải xác định các điểm P, Q trên cạnh BC như thế nào để diện tích nền nhà $MNPQ$ là lớn nhất và diện tích nền nhà lớn nhất đó là bao nhiêu?



----- Hết -----

Thí sinh không được phép sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI THAM KHẢO

Được thực hiện bởi Trí Tuệ Nhân Tạo (AI)

Câu I (1,5 điểm)

1.

a) Số xe đạp cửa hàng A bán được trong tháng 2 là 39 chiếc.

b) Tổng số xe cửa hàng A bán được trong 4 tháng là:

$$43 + 39 + 41 + 39 = 162 \text{ (chiếc).}$$

Tổng số xe cửa hàng B bán được trong 4 tháng là:

$$40 + 42 + 42 + 44 = 168 \text{ (chiếc).}$$

Cửa hàng B bán được nhiều hơn cửa hàng A số xe là:

$$168 - 162 = 6 \text{ (chiếc).}$$

2. Tổng số lần gieo xúc xắc là 100 lần, do đó:

$$x = 100 - (20 + 15 + 10 + 30 + 12) = 13.$$

Biến cố A: "Số chấm xuất hiện trên mặt xúc xắc là số chẵn chia hết cho 3", biến cố này tương ứng với kết quả mặt 6 chấm.

Số lần xuất hiện mặt 6 chấm là 13.

Xác suất thực nghiệm của biến cố A là:

$$P(A) = \frac{13}{100} = 0,13.$$

Câu II (1,5 điểm)

1. Thay $x = 6$ vào biểu thức P:

$$P = \frac{6^2 - 16}{2} = \frac{36 - 16}{2} = 10.$$

2. Với $x \neq \pm 4$:

$$Q = \frac{2}{x+4} - \frac{2x}{4-x} + \frac{8-18x}{x^2-16}$$

$$Q = \frac{2}{x+4} + \frac{2x}{x-4} + \frac{8-18x}{(x-4)(x+4)}$$

$$Q = \frac{2(x-4) + 2x(x+4) + 8-18x}{(x-4)(x+4)}$$



$$Q = \frac{2x - 8 + 2x^2 + 8x + 8 - 18x}{(x-4)(x+4)}$$

$$Q = \frac{2x^2 - 8x}{(x-4)(x+4)} = \frac{2x(x-4)}{(x-4)(x+4)} = \frac{2x}{x+4}.$$

3. Ta có:

$$P \cdot Q = \frac{x^2 - 16}{2} \cdot \frac{2x}{x+4} = \frac{(x-4)(x+4)}{2} \cdot \frac{2x}{x+4} = x(x-4) = x^2 - 4x.$$

Biểu thức H :

$$H = P \cdot Q + 5 = x^2 - 4x + 5 = (x-2)^2 + 1.$$

Vì $(x-2)^2 \geq 0$ với mọi $x \neq \pm 4$ nên $(x-2)^2 + 1 \geq 1 > 0$.

Do đó H luôn nhận giá trị dương với mọi $x \neq \pm 4$.

Câu III (2,5 điểm)

1. Gọi vận tốc dự định của ô tô là v (km/h), điều kiện $v > 5$.

Quãng đường ô tô đi trong 1 giờ đầu là v (km).

Quãng đường ô tô đi trong 3 giờ tiếp theo là $3(v-5)$ (km).

Theo bài ra ta có phương trình:

$$v + 3(v-5) = 225$$

$$4v - 15 = 225$$

$$4v = 240 \Rightarrow v = 60 \text{ (thỏa mãn điều kiện).}$$

Vậy vận tốc dự định của ô tô là 60 km/h.

2. Nửa chu vi mảnh vườn là $60 : 2 = 30$ (m).

Gọi chiều dài ban đầu là x (m), chiều rộng ban đầu là y (m), điều kiện $0 < y < x < 30$.

Ta có phương trình: $x + y = 30$.

Khi tăng chiều dài thêm 5 m và giảm chiều rộng đi 1 m, diện tích tăng thêm 25 m^2 :

$$(x+5)(y-1) - xy = 25$$

$$xy - x + 5y - 5 - xy = 25$$

$$-x + 5y = 30.$$

Ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = 30 \\ -x + 5y = 30 \end{cases}$$

Cộng hai phương trình từng vế: $6y = 60 \Rightarrow y = 10$.

Suy ra $x = 30 - 10 = 20$ (thỏa mãn điều kiện).

Vậy chiều dài ban đầu là 20 m và chiều rộng ban đầu là 10 m.

3. Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} 3x - 1 = 5(x + 2y) + 8 \\ 3(x - 5y) - 10 = x + 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2x - 10y = 9 \\ 2x - 15y = 16 \end{cases}$$

Cộng hai phương trình từng vế:

$$-25y = 25 \Rightarrow y = -1.$$

Thay $y = -1$ vào phương trình $2x - 15y = 16$:

$$2x - 15(-1) = 16 \Leftrightarrow 2x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}.$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = \left(\frac{1}{2}; -1\right)$.

Câu IV (4,0 điểm)

1.

a) Xét tam giác ABC vuông tại B :

$$AB = \frac{BC}{\tan 25^\circ} = \frac{50}{\tan 25^\circ} \approx 107 \text{ (m)}.$$

Vậy chiều rộng khúc sông xấp xỉ 107 m.

b) Độ dài quãng đường thực tế con thuyền di chuyển là AC :

$$AC = \frac{BC}{\sin 25^\circ} = \frac{50}{\sin 25^\circ} \approx 118,31 \text{ (m)}.$$

Thời gian đi là 6 phút.

Vận tốc thuyền di chuyển xấp xỉ:

$$v = \frac{118,31}{6} \approx 20 \text{ (m/phút)}.$$

2.

a) Áp dụng định lý Pythagore trong tam giác ABC vuông tại A :



$$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5 \text{ (cm)}.$$

$$\tan \hat{B} = \frac{AC}{AB} = \frac{3}{4} = 0,75 \Rightarrow \hat{B} \approx 37^\circ.$$

b) Tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH , theo hệ thức lượng:

$$AC^2 = CH \cdot BC.$$

$$\text{Suy ra } \frac{CH}{AC} = \frac{AC}{BC}.$$

$$\text{Lại có } AH \cdot BC = AB \cdot AC \Rightarrow \frac{AH}{AB} = \frac{AC}{BC}.$$

$$\text{Do đó } \frac{CH}{AC} = \frac{AH}{AB}.$$

Vì C là trung điểm của AI nên $AC = CI$.

Vì A là trung điểm của DB nên $AB = AD$.

$$\text{Suy ra } \frac{CH}{CI} = \frac{AH}{AD} \Rightarrow \frac{CH}{AH} = \frac{CI}{AD}.$$

Mặt khác: $\widehat{ICH} = 180^\circ - \widehat{ACB}$ và $\widehat{DAH} = 180^\circ - \widehat{HAB}$.

Do $\widehat{HAB} = \widehat{ACB}$ (cùng phụ với $\hat{B}$) nên $\widehat{ICH} = \widehat{DAH}$.

Suy ra $\triangle ICH \sim \triangle DAH$ (c-g-c).

c) Do $CI \perp AB$ và $BF \perp AB$ nên $CI \parallel BF$.

Vì C, H, B thẳng hàng và I, H, F thẳng hàng:

$$\triangle HCI \sim \triangle HBF \Rightarrow \frac{BF}{CI} = \frac{BH}{CH}.$$

Theo hệ thức lượng trong tam giác ABC vuông tại A :

$$AB^2 = BH \cdot BC \text{ và } AC^2 = CH \cdot BC \Rightarrow \frac{BH}{CH} = \frac{AB^2}{AC^2}.$$

Kết hợp với $CI = AC$:

$$BF = AC \cdot \frac{AB^2}{AC^2} = \frac{AB^2}{AC}.$$

Mặt khác, do $AD = AB$, $AI = 2AC$, $BD = 2AB$ nên:



$$\frac{AD}{BF} = \frac{AC}{AB} = \frac{AI}{BD}.$$

Hai tam giác vuông DAI và FBD đồng dạng (c-g-c), suy ra:

$$\widehat{ADI} = \widehat{BFD}.$$

Vì tia DA trùng tia DB , còn I và F nằm khác phía đối với đường thẳng DB :

$$\widehat{IDF} = \widehat{ADI} + \widehat{BDF} = \widehat{BFD} + \widehat{BDF} = 90^\circ.$$

Vậy $ID \perp DF$.

Câu V (0,5 điểm)

Tam giác ABC vuông cân tại A nên $\hat{B} = \hat{C} = 45^\circ$.

Vì $MNPQ$ là hình chữ nhật nên $MQ \perp BC$, $NP \perp BC$, $MN = QP$ và $MQ = NP$.

Tam giác BMQ vuông tại Q có $\hat{B} = 45^\circ$ nên tam giác BMQ vuông cân tại Q , suy ra $BQ = MQ$.

Tam giác CNP vuông tại P có $\hat{C} = 45^\circ$ nên tam giác CNP vuông cân tại P , suy ra $CP = NP$.

Đặt độ dài $MQ = NP = x$ với $0 < x < 10$.

Khi đó $BQ = CP = x$.

Độ dài cạnh QP trên BC là:

$$QP = BC - BQ - CP = 20 - 2x.$$

Diện tích nền nhà $MNPQ$ là:

$$S = MQ \cdot QP = x(20 - 2x) = -2x^2 + 20x = -2(x - 5)^2 + 50.$$

Vì $(x - 5)^2 \geq 0$ nên $S \leq 50$.

Dấu đẳng thức xảy ra khi $x = 5$.

Khi đó các điểm Q và P được xác định trên cạnh BC sao cho $BQ = CP = 5$ (với Q nằm giữa B và P).

Diện tích nền nhà lớn nhất là $50 \text{ (m}^2\text{)}$.

----- HẾT -----

