

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH QUẢNG NINH**
**KỶ THI TUYỂN SINH TRUNG HỌC PHỔ THÔNG
NĂM HỌC 2026 - 2027**

ĐỀ THI CHÍNH THỨC
(Đề thi này có 02 trang)

Môn thi: Toán (Dành cho mọi thí sinh)
Thời gian làm bài: 120 phút, không kể thời gian phát đề

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM (3,0 ĐIỂM)

Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án. Mỗi câu trả lời đúng được 0,25 điểm.

Câu 1. Căn bậc ba của -27 là

- A. 3. B. -3 . C. $3\sqrt{3}$. D. $-3\sqrt{3}$.

Câu 2. Cho điểm M thuộc đồ thị hàm số $y = -\frac{1}{2}x^2$. Biết điểm M có hoành độ bằng 2, tung độ điểm M là

- A. 1. B. -1 . C. 2. D. -2 .

Câu 3. Giá trị nào của x dưới đây là một nghiệm của bất phương trình $2x + 4 < 0$?

- A. -1 . B. 0. C. -4 . D. -2 .

Câu 4. Cặp số $(x; y)$ nào dưới đây là một nghiệm của phương trình $2x - 3y = -8$?

- A. $(2; 4)$. B. $(4; 2)$. C. $(2; -4)$. D. $(-4; 2)$.

Câu 5. Khảo sát thời gian tập thể dục trong ngày của 100 học sinh lớp 9 thu được bảng số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	$[0; 20)$	$[20; 40)$	$[40; 60)$	$[60; 80)$	$[80; 100)$
Số học sinh	20	40	18	15	7

Dựa vào bảng trên, hãy cho biết có bao nhiêu học sinh có thời gian tập thể dục trong ngày từ 60 phút đến dưới 100 phút?

- A. 15. B. 22. C. 7. D. 23.

Câu 6. Cho tam giác ABC vuông tại A , biết $AB = 2, AC = 4$. Giá trị của $\sin \widehat{ABC}$ là

- A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$. B. $\frac{1}{5}$. C. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$. D. $\frac{1}{10}$.

Câu 7. Cho tam giác đều ABC nội tiếp đường tròn (O) . Số đo góc BOC là

- A. 60° . B. 90° . C. 150° . D. 120° .

Câu 8. Một thùng đựng nước có dạng hình trụ với bán kính đáy bằng 3 dm và chiều cao bằng 9 dm. Thể tích của thùng là (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

- A. 85 dm^3 . B. 254 dm^3 . C. 170 dm^3 . D. 509 dm^3 .

Câu 9. Cho hình nón có bán kính đáy bằng 12 cm, độ dài đường cao bằng 5 cm. Diện tích xung quanh của hình nón là

- A. $156\pi \text{ cm}^2$. B. $60\pi \text{ cm}^2$. C. $720\pi \text{ cm}^2$. D. $240\pi \text{ cm}^2$.

Câu 10. Tính $\sqrt{4a^2} + a$ với $a \leq 0$ ta được kết quả là

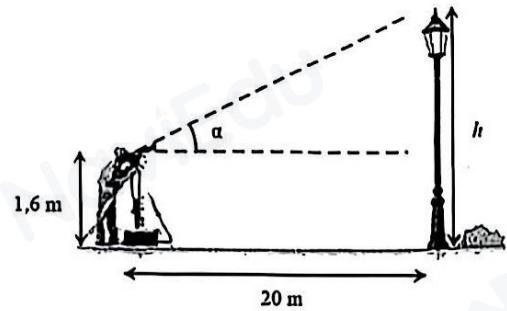
- A. $-a$. B. $3a$. C. $5a$. D. $-3a$.

Câu 11. Có 9 quả bóng được đánh số từ 1 đến 9. Lấy ngẫu nhiên một quả bóng, xác suất của biến cố "Lấy được quả bóng có ghi số chẵn" là

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{4}{5}$. C. $\frac{4}{9}$. D. $\frac{5}{9}$.

Câu 12. Để đo chiều cao của cột đèn, người ta đặt giác kế thẳng đứng có chiều cao bằng 1,6 m tại một điểm cách chân cột đèn 20 m. Quay ống ngắm của giác kế sao cho thấy đỉnh cột đèn. Đọc trên giác kế số đo góc nhọn α (như hình vẽ). Biết $\alpha = 35^\circ$, chiều cao h của cột đèn là (làm tròn đến hàng phần mười)

- A. 13,1 m. B. 14 m.
C. 11,5 m. D. 15,6 m.



PHẦN II. TỰ LUẬN (7,0 ĐIỂM)

Câu 1. (0,75 điểm) Rút gọn biểu thức $P = \left(\frac{5}{2\sqrt{x}-3} + \frac{1}{2\sqrt{x}+3} \right) : (\sqrt{x}+1)$ với $x \geq 0, x \neq \frac{9}{4}$.

Câu 2. (0,75 điểm) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 3x-4y=8 \\ x-5y=-1. \end{cases}$

Câu 3. (0,75 điểm) Giải bất phương trình $\frac{5x-3}{4} + \frac{3x+1}{2} > -3$.

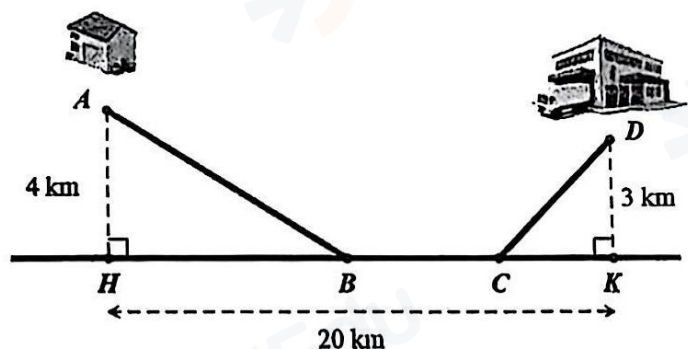
Câu 4. (0,75 điểm) Cho phương trình $x^2 - 4x + 1 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 ($x_1 > x_2$). Không giải phương trình, tính giá trị của biểu thức $P = (x_2 + 3) \cdot \sqrt{x_1^2 + 2x_2 - 7} - x_1^2$.

Câu 5. (1,0 điểm) Một bể bơi có thể tích là 144 m^3 . Ban đầu bể chưa có nước, hai máy bơm cùng hoạt động để bơm nước vào bể, sau 2 giờ lượng nước trong bể là 60 m^3 . Nếu mỗi máy hoạt động riêng thì thời gian bơm đầy bể của máy thứ hai nhiều hơn thời gian bơm đầy bể của máy thứ nhất là 4 giờ. Hỏi nếu máy bơm thứ nhất hoạt động riêng thì cần bao nhiêu giờ để bơm đầy bể?

Câu 6. (2,5 điểm) Từ điểm M nằm bên ngoài đường tròn (O) kẻ hai tiếp tuyến MA, MB với đường tròn (A và B là các tiếp điểm). Vẽ đường kính BC của đường tròn (O) , đường thẳng MC cắt đường tròn (O) tại điểm D khác C . Gọi H là giao điểm của AB và MO .

- a) Chứng minh $AC \parallel MO$.
b) Chứng minh tứ giác $MDHB$ nội tiếp và $\triangle MDH \sim \triangle MOC$.
c) Đường thẳng qua C song song với DH cắt đường thẳng AB tại E . Chứng minh A là trung điểm của EH .

Câu 7. (0,5 điểm) Một công ty cần vận chuyển hàng từ kho hàng A đến trung tâm phân phối D . Trên bản đồ, hai điểm A và D nằm cùng phía đối với tuyến đường thẳng HK . Biết khoảng cách từ kho hàng A đến tuyến đường HK là 4 km, khoảng cách từ trung tâm phân phối D đến tuyến đường HK là 3 km, độ dài HK bằng 20 km. Công ty dự định xây dựng lộ trình cho xe vận chuyển đi theo đường gấp khúc $ABCD$, trong đó B, C thuộc đoạn HK (như hình vẽ). Tốc độ trung bình của xe trên các đoạn AB, BC, CD lần lượt là 30 km/h, 50 km/h và 40 km/h. Hãy xác định vị trí các điểm B, C trên đoạn HK sao cho thời gian đi chuyển từ A đến D là nhỏ nhất.



..... Hết

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Giám thị không giải thích gì thêm.

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH QUẢNG NINH**
ĐỀ THI CHÍNH THỨC
(Đề thi này có 02 trang)

KỲ THI TUYỂN SINH TRUNG HỌC PHỔ THÔNG
NĂM HỌC 2026-2027
Môn thi: Toán (Dành cho mọi thí sinh)
Thời gian làm bài: 120 phút, không kể thời gian phát đề

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM (3,0 ĐIỂM)

Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án. Mỗi câu trả lời đúng được 0,25 điểm.

Câu 1: Căn bậc ba của -27 là

- A. 3. B. -3 . C. $3\sqrt{3}$. D. $-3\sqrt{3}$.

Lời giải

Ta có: $\sqrt[3]{-27} = \sqrt[3]{(-3)^3} = -3$.

Chọn B.

Câu 2: Cho điểm M thuộc đồ thị hàm số $y = -\frac{1}{2}x^2$. Biết điểm M có hoành độ bằng 2, tung độ điểm M là

- A. 1. B. -1 . C. 2. D. -2 .

Lời giải

Thay $x = 2$ vào phương trình hàm số $y = -\frac{1}{2}x^2$, ta được: $y = -\frac{1}{2}.2^2 = -\frac{1}{2}.4 = -2$.

Vậy tung độ của điểm M là -2 .

Chọn D.

Câu 3: Giá trị nào của x dưới đây là một nghiệm của bất phương trình $2x + 4 < 0$?

- A. -1 . B. 0. C. -4 . D. -2 .

Lời giải

Thay lần lượt các số vào bất phương trình, chỉ có $x = -4$ thỏa mãn.

Chọn C.

Câu 4: Cặp số $(x; y)$ nào dưới đây là một nghiệm của phương trình $2x - 3y = -8$?

- A. $(2; 4)$. B. $(4; 2)$. C. $(2; -4)$. D. $(-4; 2)$.

Lời giải

Thay lần lượt các cặp số vào phương trình $2x - 3y = -8$.

Với cặp số $(2; 4)$, ta có: $2.2 - 3.4 = 4 - 12 = -8$ (thỏa mãn).

Chọn A.

Câu 5: Khảo sát thời gian tập thể dục trong ngày của 100 học sinh lớp 9 thu được bảng số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	$[0; 20)$	$[20; 40)$	$[40; 60)$	$[60; 80)$	$[80; 100)$
Số học sinh	20	40	18	15	7

Dựa vào bảng trên, hãy cho biết có bao nhiêu học sinh có thời gian tập thể dục trong ngày từ 60 phút đến dưới 100 phút?

- A. 15. B. 22. C. 7. D. 23.

Lời giải

Thời gian tập thể dục từ 60 phút đến dưới 100 phút tương ứng với hai nhóm số liệu: $[60;80)$ và $[80;100)$. Số học sinh thuộc hai nhóm này lần lượt là 15 học sinh và 7 học sinh.
Tổng số học sinh thỏa mãn yêu cầu là: $15 + 7 = 22$ (học sinh).

Chọn B.

Câu 6: Cho tam giác ABC vuông tại A , biết $AB = 2$, $AC = 4$. Giá trị của $\sin ABC$ là

- A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$. B. $\frac{1}{5}$. C. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$. D. $\frac{1}{10}$.

Lời giải

Áp dụng định lý Pythagore cho tam giác ABC vuông tại A , ta có:

$$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{2^2 + 4^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}.$$

$$\text{Ta có: } \sin ABC = \frac{AC}{BC} = \frac{4}{2\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}.$$

Chọn C.

Câu 7: Cho tam giác đều ABC nội tiếp đường tròn (O) . Số đo góc BOC là

- A. 60° . B. 90° . C. 150° . D. 120° .

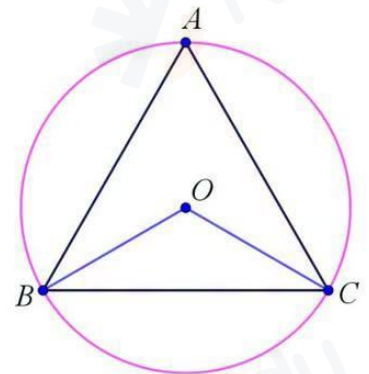
Lời giải

Tam giác ABC đều nên $BAC = 60^\circ$

Xét đường tròn tâm O , ta có góc nội tiếp BAC và góc ở tâm BOC cùng chắn cung nhỏ BC

$$\text{Do đó: } BOC = 2.BAC = 2.60^\circ = 120^\circ.$$

Chọn D.



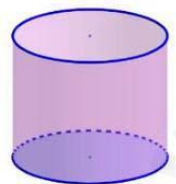
Câu 8: Một thùng đựng nước có dạng hình trụ với bán kính đáy bằng 3 dm và chiều cao bằng 9 dm. Thể tích của thùng là (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

- A. 85 dm^3 . B. 254 dm^3 . C. 170 dm^3 . D. 509 dm^3 .

Lời giải

$$\text{Thể tích của hình trụ là: } V = \pi r^2 h = \pi \cdot 3^2 \cdot 9 = 81\pi \approx 254 \text{ dm}^3$$

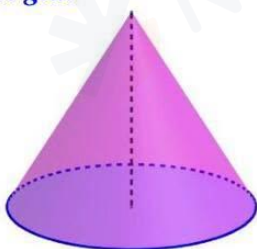
Chọn B.



Câu 9: Cho hình nón có bán kính đáy bằng 12 cm, độ dài đường cao bằng 5 cm. Diện tích xung quanh của hình nón là

- A. $156\pi \text{ cm}^2$. B. $60\pi \text{ cm}^2$. C. $720\pi \text{ cm}^2$. D. $240\pi \text{ cm}^2$.

Lời giải



Độ dài đường sinh l của hình nón là:

$$l = \sqrt{r^2 + h^2} = \sqrt{12^2 + 5^2} = \sqrt{144 + 25} = \sqrt{169} = 13 \text{ cm}.$$

Diện tích xung quanh của hình nón được tính theo công thức:

$$S_{xq} = \pi rl = \pi \cdot 12 \cdot 13 = 156\pi \text{ cm}^2.$$

Chọn A.

Câu 10: Tính $\sqrt{4a^2} + a$ với $a \leq 0$ ta được kết quả là

- A. $-a$. B. $3a$. C. $5a$. D. $-3a$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } P = \sqrt{4a^2} + a = \sqrt{(2a)^2} + a = |2a| + a$$

Vì $a \leq 0$ nên $2a \leq 0$, do đó ta có $|2a| = -2a$.

$$\text{Vậy } P = -2a + a = -a.$$

Chọn A.

Câu 11: Có 9 quả bóng được đánh số từ 1 đến 9. Lấy ngẫu nhiên một quả bóng, xác suất của biến cố “Lấy được quả bóng có ghi số chẵn” là

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{4}{5}$. C. $\frac{4}{9}$. D. $\frac{5}{9}$.

Lời giải

Lấy ngẫu nhiên một quả bóng từ 9 quả. Số phần tử của không gian mẫu khi là $n(\Omega) = 9$.

Gọi biến cố A : “Lấy được quả bóng có ghi số chẵn”

$$\text{Ta có: } A = \{2; 4; 6; 8\} \quad n(A) = 4$$

$$\text{Xác suất của biến cố } A \text{ là } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{4}{9}.$$

Chọn C.

Câu 12: Để đo chiều cao của cột đèn, người ta đặt giác kế thẳng đứng có chiều cao bằng 1,6 m tại một điểm cách chân cột đèn 20 m. Quay ống ngắm của giác kế sao cho thấy đỉnh cột đèn. Đọc trên giác kế số đo góc nhọn α (như hình vẽ). Biết $\alpha = 35^\circ$, chiều cao h của cột đèn là (làm tròn đến hàng phần mười)

- A. 13,1 m. B. 14 m. C. 11,5 m. D. 15,6 m.

Lời giải

Gọi các vị trí như trên hình vẽ

Ta có: $AB = 1,6 \text{ m}$; $AK = 20 \text{ m}$; $BH = AK = 20 \text{ m}$;

$HK = AB = 1,6 \text{ m}$.

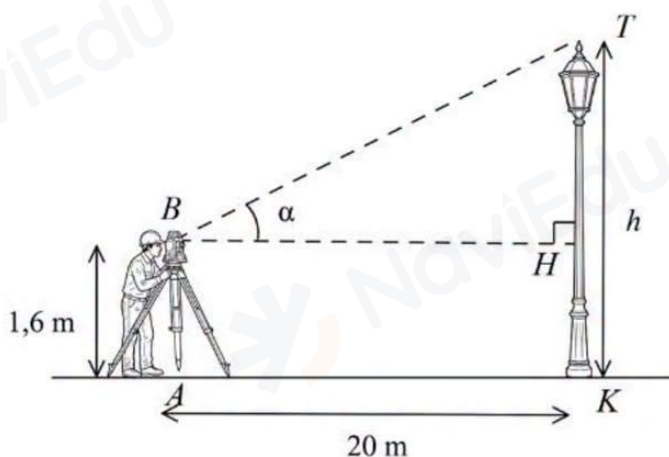
Xét tam giác TBH vuông tại H ta có:

$$TH = BH \cdot \tan \alpha = 20 \cdot \tan 35^\circ \approx 20 \cdot 0,7002 \approx 14 \text{ m}.$$

Chiều cao h của cột đèn là:

$$h = TH + HK \approx 14,0 + 1,6 = 15,6 \text{ m}.$$

Chọn D.



PHẦN II. TỰ LUẬN (7,0 ĐIỂM)

Câu 1: (0,75 điểm) Rút gọn biểu thức $P = \left(\frac{5}{2\sqrt{x}-3} + \frac{1}{2\sqrt{x}+3} \right) : (\sqrt{x}+1)$ với $x \geq 0, x \neq \frac{9}{4}$.

Lời giải

Với điều kiện $x \geq 0$ và $x \neq \frac{9}{4}$, ta có:

$$P = \left(\frac{5}{2\sqrt{x}-3} + \frac{1}{2\sqrt{x}+3} \right) : (\sqrt{x}+1) = \left[\frac{5(2\sqrt{x}+3)}{(2\sqrt{x}-3)(2\sqrt{x}+3)} + \frac{2\sqrt{x}-3}{(2\sqrt{x}-3)(2\sqrt{x}+3)} \right] \cdot \frac{1}{\sqrt{x}+1}$$

$$= \frac{10\sqrt{x}+15+2\sqrt{x}-3}{(2\sqrt{x}-3)(2\sqrt{x}+3)} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}+1} = \frac{12\sqrt{x}+12}{4x-9} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}+1} = \frac{12(\sqrt{x}+1)}{4x-9} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}+1} = \frac{12}{4x-9}$$

Vậy $P = \frac{12}{4x-9}$ với $x \geq 0, x \neq \frac{9}{4}$

Câu 2: (0,75 điểm) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 3x-4y=8 \\ x-5y=-1 \end{cases}$.

Lời giải

Ta giải hệ phương trình $\begin{cases} 3x-4y=8 \quad (1) \\ x-5y=-1 \quad (2) \end{cases}$

Từ (2) $\Rightarrow x = 5y - 1$ (*)

Thế $x = 5y - 1$ vào phương trình (1), ta được:

$$3(5y-1)-4y=8$$

$$15y-3-4y=8$$

$$11y=11$$

$$y=1$$

Thay $y=1$ vào (*), ta được: $x = 5 \cdot 1 - 1 = 4$.

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất là $(x; y) = (4; 1)$.

Câu 3: (0,75 điểm) Giải bất phương trình $\frac{5x-3}{4} + \frac{3x+1}{2} > -3$.

Lời giải

$$\frac{5x-3}{4} + \frac{3x+1}{2} > -3$$

Nhân cả hai vế của bất phương trình với $4 > 0$, ta được:

$$(5x-3) + 2(3x+1) > -12$$

$$5x-3+6x+2 > -12$$

$$11x-1 > -12$$

$$11x > -11$$

$$x > -1$$

Vậy nghiệm của bất phương trình đã cho là $x > -1$.

Câu 4: (0,75 điểm) Cho phương trình $x^2 - 4x + 1 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 ($x_1 > x_2$). Không giải phương trình, tính giá trị của biểu thức $P = (x_2 + 3)\sqrt{x_1^2 + 2x_2 - 7} - x_1^2$.

Lời giải

+ Xét phương trình $x^2 - 4x + 1 = 0$ (*)

+ Với x_1, x_2 là 2 nghiệm của của $x^2 - 4x + 1 = 0$. Áp dụng định lí Vi-ét ta có:

$$x_1 + x_2 = 4 \quad (1)$$

$$x_1 \cdot x_2 = 1 \quad (2)$$

Từ (1) ta có: $x_2 = 4 - x_1$.

+ Với $x_1 > x_2$, ta có:

$$x_1 + x_1 > x_2 + x_1$$

$$2x_1 > 4$$

$$x_1 > 2 \text{ hay } x_1 - 1 > 0$$

+ Lại có: x_1 là nghiệm của (*) nên $x_1^2 - 4x_1 + 1 = 0$ hay $x_1^2 = 4x_1 - 1$

+ Ta có: $P = (x_2 + 3)\sqrt{x_1^2 + 2x_2 - 7} - x_1^2 = (x_2 + 3)\sqrt{x_1^2 + 2(4 - x_1) - 7} - x_1^2$

$$= (x_2 + 3)\sqrt{(x_1 - 1)^2 - x_1^2} = (x_2 + 3)|x_1 - 1| - x_1^2$$

$$= (x_2 + 3)(x_1 - 1) - x_1^2 \quad (\text{vì } x_1 - 1 > 0 \text{ chứng minh trên})$$

$$= x_1 x_2 - x_2 + 3x_1 - 3 - x_1^2 = x_1 x_2 - x_2 + 3x_1 - 3 - 4x_1 + 1 = x_1 x_2 - (x_1 + x_2) + 1 - 3 = 1 - 4 + 1 - 3 = -5$$

Vậy $P = -5$

Câu 5: (1,0 điểm) Một bể bơi có thể tích là 144 m^3 . Ban đầu bể chưa có nước, hai máy bơm cùng hoạt động để bơm nước vào bể, sau 2 giờ lượng nước trong bể là 60 m^3 . Nếu mỗi máy hoạt động riêng thì thời gian bơm đầy bể của máy thứ hai nhiều hơn thời gian bơm đầy bể của máy thứ nhất là 4 giờ. Hỏi nếu máy bơm thứ nhất hoạt động riêng thì cần bao nhiêu giờ để bơm đầy bể?

Lời giải

Gọi thời gian máy bơm thứ nhất hoạt động riêng một mình để bơm đầy bể là x (giờ, với điều kiện $x > 0$).

Do thời gian máy thứ hai bơm đầy bể nhiều hơn máy thứ nhất là 4 giờ, nên thời gian máy thứ hai hoạt động riêng một mình để bơm đầy bể là $x + 4$ (giờ).

Trong 1 giờ:

$$\text{Lượng nước máy thứ nhất bơm được là: } \frac{144}{x} \text{ (m}^3\text{)}.$$

$$\text{Lượng nước máy thứ hai bơm được là: } \frac{144}{x+4} \text{ (m}^3\text{)}.$$

Theo đề bài, khi cả hai máy cùng hoạt động trong 2 giờ thì lượng nước bơm được vào bể là 60 m^3 , ta có phương trình:

$$2 \cdot \left(\frac{144}{x} + \frac{144}{x+4} \right) = 60$$

$$\frac{144}{x} + \frac{144}{x+4} = 30$$

Chia cả hai vế cho $6 > 0$, ta được:

$$\frac{24}{x} + \frac{24}{x+4} = 5$$

$$\frac{24(x+4)}{x(x+4)} + \frac{24x}{x(x+4)} = \frac{5x(x+4)}{x(x+4)}$$

$$24(x+4) + 24x = 5x(x+4)$$

$$24x + 96 + 24x = 5x^2 + 20x$$

$$5x^2 - 28x - 96 = 0$$

Giải phương trình bậc hai trên:

$$\Delta' = (-14)^2 - 5 \cdot (-96) = 196 + 480 = 676 = 26^2 > 0$$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt:

$$x_1 = \frac{14 + 26}{5} = 8 \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$$

$$x_2 = \frac{14 - 26}{5} = -2,4 \text{ (loại)}$$

Vậy nếu máy bơm thứ nhất hoạt động riêng thì cần 8 giờ để bơm đầy bể.

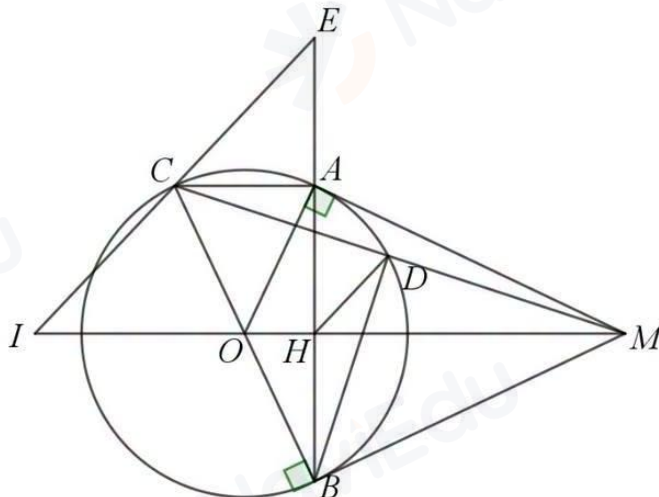
Câu 6: (2,5 điểm) Từ điểm M nằm bên ngoài đường tròn (O) kẻ hai tiếp tuyến MA, MB với đường tròn (A và B là các tiếp điểm). Vẽ đường kính BC của đường tròn (O) , đường thẳng MC cắt đường tròn (O) tại điểm D khác C . Gọi H là giao điểm của AB và MO .

a) Chứng minh $AC \parallel MO$.

b) Chứng minh tứ giác $MDHB$ nội tiếp và $\triangle MDH \sim \triangle MOC$.

c) Đường thẳng qua C song song với DH cắt đường thẳng AB tại E . Chứng minh A là trung điểm của EH .

Hình vẽ



Lời giải

Gọi H là giao điểm OM và AB

a) Xét đường tròn tâm $(O; R)$ có 2 tiếp tuyến tại A và B cắt nhau tại M

$\Rightarrow MA = MB$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau).

Mà $OA = OB = R$

Suy ra MO là đường trung trực của đoạn thẳng AB .

Do đó $MO \perp AB$ tại H .

+ Lại xét đường tròn (O) có BC là đường kính nên $BAC = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) suy ra $AC \perp AB$.

Vì $AC \perp AB$ và $MO \perp AB$ nên $AC \parallel MO$ (từ vuông góc đến song song)

b) Xét đường tròn tâm $(O; R)$ có $BDC = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn).

+ Có $BDM + BDC = 180^\circ$ (hai góc kề bù) nên $BDM = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$.

Lại có $MO \perp AB$ tại H (chứng minh trên) nên $BHM = 90^\circ$.

+ Xét tứ giác $MDHB$ có $BDM = BHM = 90^\circ$.

Suy ra tứ giác $MDHB$ nội tiếp đường tròn đường kính BM (dấu hiệu nhận biết tứ giác nội tiếp)

+ Đường tròn (O) có $MBD = MCB$ (góc tạo bởi tiếp tuyến, dây cung và góc nội tiếp cùng chắn cung BD).

+ Xét $\triangle MDB$ và $\triangle MBC$ có:

$\angle BMC$ chung; $MBD = MCB$ (chứng minh trên).

Suy ra $\triangle MDB \sim \triangle MBC$ (g.g) nên $\frac{MD}{MB} = \frac{MB}{MC}$ (2 cặp cạnh tương ứng)

Suy ra $MB^2 = MD \cdot MC$ (tính chất tỉ lệ thức)

+ Xét $\triangle MBO$ vuông tại B có đường cao BH , ta có $MB^2 = MH \cdot MO$ (hệ thức lượng)

Suy ra $MD \cdot MC = MH \cdot MO$ (cùng $= MB^2$)

hay $\frac{MH}{MC} = \frac{MD}{MO}$ (tính chất tỉ lệ thức)

Xét $\triangle MDH$ và $\triangle MOC$ có:

$\angle OMC$ chung; $\frac{MH}{MC} = \frac{MD}{MO}$ (chứng minh trên)

Suy ra $\triangle MDH \sim \triangle MOC$ (c.g.c).

c) Gọi I là giao điểm của CE và MO .

+ Trong tam giác vuông MBC (vuông tại B):

$$MC^2 = MB^2 + BC^2 = MH \cdot MO + 4OB^2$$

Xét tam giác vuông MBO có đường cao BH , ta có: $OB^2 = OH \cdot MO$.

$$\Rightarrow MC^2 = MH \cdot MO + 4OH \cdot MO = MO(MH + 4OH)$$

+ Do $CE \parallel DH$, áp dụng định lí Ta-lét, ta có: $\frac{MH}{MI} = \frac{MD}{MC} \Rightarrow MI = \frac{MH \cdot MC}{MD} = \frac{MH \cdot MC^2}{MD \cdot MC}$

Mà $MD \cdot MC = MH \cdot MO$ (chứng minh trên) nên $MI = \frac{MH \cdot MC^2}{MH \cdot MO} = \frac{MC^2}{MO}$

Mà $MC^2 = MO(MH + 4OH)$ (chứng minh trên) $MI = \frac{MO(MH + 4OH)}{MO} = MH + 4OH$

$$\Rightarrow HI = MI - MH = 4OH$$

+ Xét $\triangle ABC$ có O là trung điểm BC và $OH \parallel AC$ (do cùng $\perp AB$).

$$\Rightarrow OH$$
 là đường trung bình của $\triangle ABC \Rightarrow AC = 2OH$.

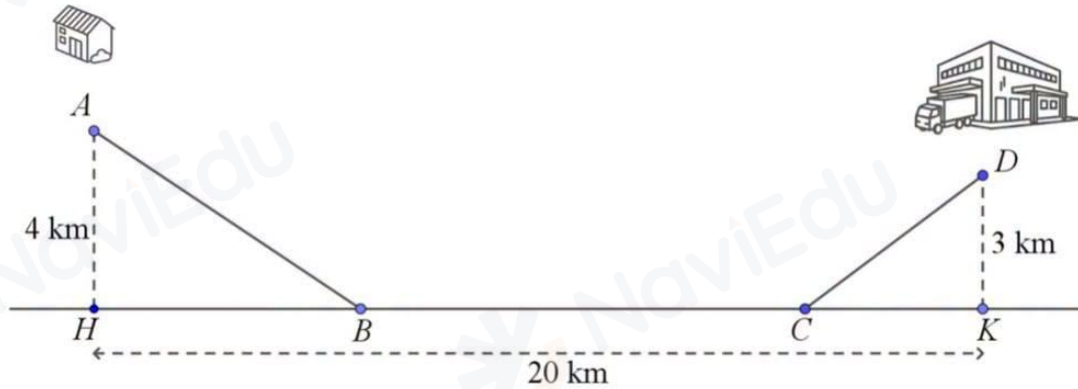
+ Do $AC \parallel HI$ (do cùng $\parallel MO$), áp dụng định lí Ta-lét, ta có:

$$\frac{EH}{EA} = \frac{HI}{AC} = \frac{4OH}{2OH} = 2 \Rightarrow EA = \frac{1}{2}EH$$

Mà A nằm giữa E và H

Suy ra A là trung điểm của EH .

Câu 7: (0,5 điểm) Một công ty cần vận chuyển hàng từ kho hàng A đến trung tâm phân phối D . Trên bản đồ, hai điểm A và D nằm cùng phía đối với tuyến đường thẳng HK . Biết khoảng cách từ kho hàng A đến tuyến đường HK là 4 km, khoảng cách từ trung tâm phân phối D đến tuyến đường HK là 3 km, độ dài HK bằng 20 km. Công ty dự định xây dựng lộ trình cho xe vận chuyển đi theo đường gấp khúc $ABCD$, trong đó B, C thuộc đoạn HK (như hình vẽ). Tốc độ trung bình của xe trên các đoạn AB, BC, CD lần lượt là 30 km/h, 50 km/h và 40 km/h. Hãy xác định vị trí các điểm B, C trên đoạn HK sao cho thời gian di chuyển từ A đến D là nhỏ nhất.



Lời giải

+ Đặt $BH = x$ (km); $KC = y$ (km) ($x, y > 0$)

+ Ta có: $BC = HK - HB - CK = 20 - x - y$ (km)

+ Xét $\triangle ABH$ vuông tại H , áp dụng định lý Pi-ta-go, ta có:

$$AB = \sqrt{AH^2 + BH^2} = \sqrt{4^2 + x^2} = \sqrt{16 + x^2}$$

Xét $\triangle DKC$ vuông tại K , áp dụng định lý Pi-ta-go, ta có:

$$CD = \sqrt{DK^2 + CK^2} = \sqrt{3^2 + y^2} = \sqrt{9 + y^2}$$

$$\begin{aligned} \text{+ Thời gian đi từ } A \text{ đến } D \text{ là: } T &= t_{AB} + t_{BC} + t_{CD} = \frac{\sqrt{16 + x^2}}{30} + \frac{20 - x - y}{50} + \frac{\sqrt{9 + y^2}}{40} \\ &= \frac{\sqrt{16 + x^2}}{30} - \frac{x}{50} + \frac{\sqrt{9 + y^2}}{40} - \frac{y}{50} + \frac{20}{50} = \frac{1}{150} (5\sqrt{16 + x^2} - 3x) + \frac{1}{200} (5\sqrt{9 + y^2} - 4y) + \frac{2}{5} \\ &= \frac{1}{150} (5\sqrt{16 + x^2} - 3x) + \frac{1}{200} (5\sqrt{9 + y^2} - 4y) + \frac{2}{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{+ Áp dụng định lý Bunyakovsky, ta có } 5\sqrt{16 + x^2} &= \sqrt{25(x^2 + 4^2)} = \sqrt{(3^2 + 4^2)(x^2 + 4^2)} \\ &\geq |3x + 4 \cdot 4| = 16 + 3x \end{aligned}$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra khi } \frac{3}{x} = \frac{4}{4} \text{ hay } x = 3$$

$$\begin{aligned} \text{+ Tương tự: } 5\sqrt{9 + y^2} &= \sqrt{25(y^2 + 3^2)} = \sqrt{(4^2 + 3^2)(y^2 + 3^2)} \\ &\geq |4y + 3 \cdot 3| = 4y + 9. \text{ Dấu "=" xảy ra khi } y = 4 \end{aligned}$$

$$\text{Suy ra } T \geq \frac{1}{150} (16 + 3x - 3x) + \frac{1}{200} (9 + 4y - 4y) + \frac{2}{5} \geq \frac{331}{600} \text{ (h)}$$

Dấu "=" xảy ra khi $x = 3$ và $y = 4$.

Vậy thời gian di chuyển từ A đến D là nhỏ nhất khi B cách H là 3km, C cách K là 4km.