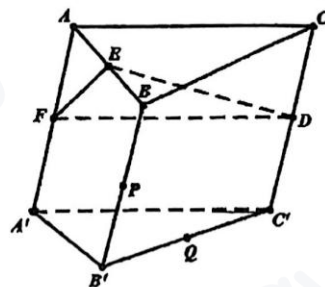


Họ và tên:.....SBD:.....

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Gọi D, E, F, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh $CC', AB, A'A, BB', B'C'$. Khi đó, mặt phẳng (DEF) song song với mặt phẳng nào dưới đây?

- A. $(A'BQ)$. B. $(A'PQ)$.
C. $(A'PC')$. D. $(A'BC')$.



Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+2}{3} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{-4}$. Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của đường thẳng d ?

- A. $\vec{u}_3 = (-6; 2; 8)$. B. $\vec{u}_2 = (-2; 1; 0)$. C. $\vec{u}_1 = (3; 1; 4)$. D. $\vec{u}_4 = (2; 1; 0)$.

Câu 3. Khảo sát thời gian xem ti vi trong một ngày của một số học sinh khối 12 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100]
Số học sinh	5	9	12	10	6

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A. 81. B. 71. C. 61. D. 91.

Câu 4. Cho hàm số $f(x) = 2x^2 + \cos x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\int f(x) dx = 4x - \sin x + C$. B. $\int f(x) dx = \frac{2}{3}x^3 + \sin x + C$.
C. $\int f(x) dx = \frac{2}{3}x^3 - \sin x + C$. D. $\int f(x) dx = 4x + \sin x + C$.

Câu 5. Nếu hai biến cố A, B thỏa mãn $P(B) = 0,7; P(AB) = 0,2$ thì $P(A|B)$ bằng:

- A. $\frac{5}{7}$. B. $\frac{2}{7}$. C. $\frac{7}{50}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	1	-2	$+\infty$	

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

- A. -2. B. 2. C. -1. D. 1.

Câu 7. Cho cấp số nhân (u_n) có tất cả các số hạng đều dương. Biết rằng $u_1 = 3$ và $u_3 = 75$. Công bội của cấp số nhân đã cho là

- A. 5. B. $\frac{-1}{5}$. C. -5. D. $\frac{1}{5}$.

Câu 8. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2 x > 3$ là

- A. $S = [9; +\infty)$. B. $S = (8; +\infty)$. C. $S = (-\infty; 8)$. D. $S = (0; 8)$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(1; 0; -3)$, bán kính $R = \sqrt{10}$ có phương trình là

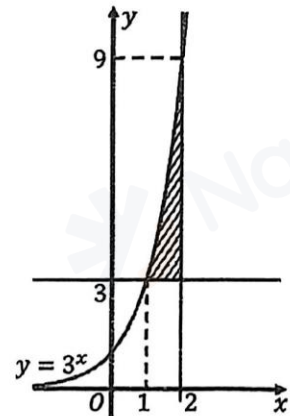
- A. $(x-1)^2 + y^2 + (z+3)^2 = 40$. B. $(x-1)^2 + y^2 + (z+3)^2 = 10$.
C. $(x+1)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 10$. D. $(x-1)^2 + y^2 + (z+3)^2 = \sqrt{10}$.

Câu 10. Tập nghiệm của phương trình $\tan x = 1$ là

- A. $S = \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$. B. $S = \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.
C. $S = \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$. D. $S = \left\{ \frac{\pi}{4} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 11. Diện tích phần gạch chéo trong hình bên bằng

- A. $\int_0^2 (3^x - 3) dx$ (đvdt). B. $\int_1^2 (3 - 3^x) dx$ (đvdt).
C. $\int_1^2 (3^x - 3) dx$ (đvdt). D. $\int_1^2 3^x dx$ (đvdt).



Câu 12. Cho a là số thực dương khác 1. Khi đó $\sqrt[4]{a^{\frac{2}{3}}}$ bằng

- A. $a^{\frac{3}{8}}$. B. $\sqrt[3]{a^2}$. C. $a^{\frac{8}{3}}$. D. $a^{\frac{1}{6}}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = \frac{2x-3}{x+1}$. Xét tính đúng – sai của các khẳng định sau:

- a) Hàm số có tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.
b) Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 2$.
c) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.
d) Đồ thị hàm số có tâm đối xứng nằm trên đường thẳng $d: x + 2y - 3 = 0$.

Câu 2. Tại một hệ thống phân phối điện thoại di động, lợi nhuận biên (tính bằng triệu đồng/sản phẩm) của một dòng điện thoại thông minh được mô hình hóa bởi hàm số $P'(x) = -0,002x + 4$. Trong đó, $P(x)$ là hàm tổng lợi nhuận (tính bằng triệu đồng) thu được khi bán ra x sản phẩm ($x \geq 0$). Biết rằng lợi nhuận bằng 0 khi chưa bán được sản phẩm nào. Xét tính đúng – sai của các khẳng định sau:

- a) Hàm tổng lợi nhuận khi bán được x sản phẩm là $P(x) = -0,001x^2 + 4x$ (triệu đồng).
b) Tổng lợi nhuận thu được khi bán 500 sản phẩm đầu tiên là 1750 (triệu đồng).
c) Khi doanh số tăng từ 500 lên 1000 sản phẩm thì tổng lợi nhuận tăng thêm 1255 (triệu đồng).
d) Biết mức tăng của tổng lợi nhuận khi doanh số tăng từ 500, lên n sản phẩm ($n \in \mathbb{N}^*$, $n > 500$) lớn hơn 1050 (triệu đồng). Khi đó, giá trị nhỏ nhất của n là 904.

Câu 3. Trong một trung tâm tiếng Anh, thống kê cho thấy tỷ lệ học sinh tại trung tâm sử dụng AI để làm bài tập về nhà kỹ năng viết là 10%. Để đảm bảo tính công bằng, trung tâm áp dụng quy trình kiểm tra bài viết ở nhà của học sinh như sau:

Vòng 1. Quét phần mềm tự động – áp dụng cho 100% các bài nộp. Phần mềm này có độ nhạy (phát hiện đúng bài có dùng AI) là 80%. Tuy nhiên, do đôi khi văn phong của học sinh vô tình giống văn mẫu, phần mềm có tỷ lệ báo nhầm một bài học sinh tự viết hoàn toàn thành “Có dùng AI” là 15%.

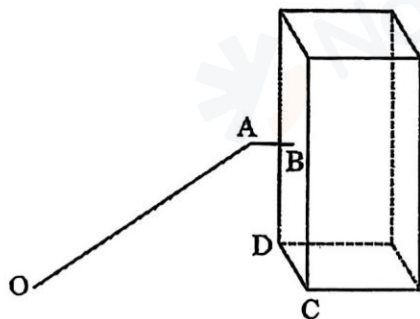
Vòng 2. Trợ giảng lớp chấm trực tiếp, chỉ thực hiện trên những bài đã bị vòng 1 báo “Có dùng AI”. Đây là bước kiểm tra sâu, nếu học sinh thực sự dùng AI, trợ giảng có khả năng phát hiện tuyệt đối 100%. Tuy nhiên, do bị “ám thị” bởi cảnh báo của phần mềm, trợ giảng vẫn có xác suất 5% đánh giá nhầm một bài học sinh tự viết hoàn toàn thành “Có dùng AI”.

Sau khi thực hiện quy trình kiểm tra, các bài viết được gắn nhãn “Có dùng AI” hoặc “Tự viết hoàn toàn”. Chọn ngẫu nhiên một bài viết ở nhà của học sinh đã trải qua quy trình kiểm tra. Xét tính đúng – sai của các khẳng định sau:

- Xác suất để bài viết đó bị phần mềm tự động ở vòng 1 báo “Có dùng AI” là 0,1.
- Biết rằng bài viết đó được phần mềm tự động ở vòng 1 báo “Tự viết hoàn toàn”, xác suất bài đó thực tế học sinh có sử dụng AI là $\frac{4}{157}$.
- Xác suất để bài viết đó bị gắn nhãn “Có dùng AI” là 8,675%.
- Biết rằng bài viết đó bị gắn nhãn “Có dùng AI”, xác suất để bài đó thực sự do học sinh tự viết là $\frac{27}{347}$.

Câu 4. Trong một bộ phim viễn tưởng, một bệnh viện sử dụng thiết bị bay không người lái (drone) để vận chuyển các hộp mẫu xét nghiệm. Mô hình bay của drone được thiết lập trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị đo trên các trục tọa độ là mét), trong đó điểm xuất phát của drone trùng với gốc tọa độ O .

Bề mặt ngoài của một tòa nhà được xem là một phần của mặt phẳng (P) vuông góc với mặt phẳng (Oxy) và đi qua hai điểm $C(20;40;0)$, $D(50;0;0)$. Drone bắt đầu bay từ O , đi theo một đường thẳng đến vị trí $A(10;20;100)$. Từ vị trí A , drone thay đổi hướng bay, di chuyển theo đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (P) và kết thúc hành trình tại vị trí giao hàng là điểm B nằm trên mặt phẳng (P) . Xét tính đúng – sai của các khẳng định sau:



- Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) có giá vuông góc với đường thẳng CD và trục Oz .
- Đường thẳng AB có một vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (4;3;0)$.
- Phương trình của mặt phẳng (P) là $4x + 3y + z - 200 = 0$.
- Tổng quãng đường mà drone di chuyển từ điểm xuất phát đến điểm giao hàng (làm tròn đến hàng đơn vị) là 122 mét.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

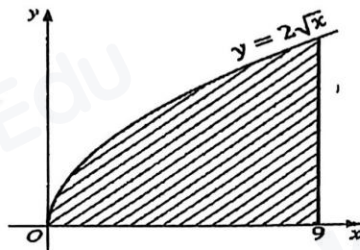
Câu 1. Đối với ngành xử lý môi trường, việc kiểm soát nồng độ hóa chất độc hại tồn dư trong nguồn nước thải là một nhiệm vụ quan trọng. Khi nghiên cứu một phương pháp lọc nước mới, người ta nhận thấy nồng độ hóa chất độc hại $y(t)$ (đơn vị: mg/lít) tồn dư trong bể nước thải của một nhà máy tại thời điểm t ngày ($t \geq 0$) thỏa mãn $y(t) > 0$ và $y'(t) = -k \cdot y^2(t)$, trong đó k là hằng số dương. Đo nồng độ hóa chất độc hại trong bể tại các thời điểm $t = 1$ (ngày) và $t = 3$ (ngày) nhận được kết quả lần lượt là 2 mg/lít và 1 mg/lít. Cho biết $y(t) = \frac{1}{g(t)}$

với mọi $t \geq 0$. Theo tiêu chuẩn an toàn sinh thái, nhà máy được phép xả bể nước thải ra môi trường bên ngoài khi nồng độ hóa chất độc hại tồn dư trong bể nước thải giảm xuống mức 0,1 mg/lít hoặc thấp hơn. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu ngày kể từ lúc bắt đầu xử lý, bể nước thải đạt tiêu chuẩn để được phép xả thải ra môi trường bên ngoài?

Câu 2. Một xưởng may mặc sản xuất hai loại sản phẩm: áo khoác và quần bò. Một chiếc áo khoác cần 2 giờ để cắt vải và 1 giờ để may; một chiếc quần bò cần 1 giờ để cắt vải và 2 giờ để may. Bộ phận cắt vải có 5 nhân công, bộ phận may có 4 nhân công. Tất cả các nhân công đều làm việc không quá 8 giờ mỗi ngày. Thị trường luôn tiêu thụ hết sản phẩm của xưởng và lượng quần bò tiêu thụ không vượt quá 1,5 lần số lượng áo khoác.

Biết rằng bán một chiếc áo khoác lãi 500 nghìn đồng, bán một chiếc quần bò lãi 400 nghìn đồng. Hỏi trong một ngày, xưởng may có thể thu được số tiền lãi lớn nhất là bao nhiêu triệu đồng?

Câu 3. Một chiếc đồng hồ cát nghệ thuật bằng thủy tinh có bầu chứa phía trên và bầu chứa phía dưới bằng nhau, bên trong chứa một chất lỏng đặc biệt. Khi bầu phía trên chứa đầy chất lỏng, thể tích chất lỏng bên trong đúng bằng thể tích của một khối tròn xoay sinh ra khi quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 2\sqrt{x}$, trục hoành và hai đường thẳng $x=0, x=9$ (các đơn vị trên hệ trục tọa độ được tính bằng centimet, trục Ox trùng với trục đối xứng dọc của đồng hồ). Phần cổ hẹp làm khuyết để thông nhau giữa bầu chứa phía trên và bầu chứa phía dưới coi như không đáng kể.



Ban đầu, phần bầu chứa phía trên chứa đầy chất lỏng. Khi bắt đầu tính giờ, chất lỏng chảy qua cổ hẹp xuống bầu chứa phía dưới với tốc độ (lưu lượng thể tích) không đổi trong suốt quá trình chảy. Người ta nhận thấy toàn bộ lượng chất lỏng chảy hết xuống bầu chứa phía dưới trong đúng 27 phút. Giả sử trong suốt quá trình chảy, bề mặt trên của chất lỏng luôn tạo thành một mặt phẳng nằm ngang.

Gọi h (cm) là chiều cao của khối chất lỏng còn lại trong bầu chứa phía trên tại thời điểm t (phút) ($0 \leq h \leq 9$, tính từ cổ hẹp hướng lên trên dọc theo trục Ox). Hỏi sau bao nhiêu phút kể từ lúc bắt đầu chảy, chiều cao khối chất lỏng trong bầu chứa phía trên (tính từ cổ hẹp hướng lên trên dọc theo trục Ox) còn đúng 3 cm (không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng đơn vị)?

Câu 4. Trên bàn đang có 5 viên sỏi. Trong hộp kín có 10 tấm thẻ bề ngoài giống hệt nhau, gồm 5 tấm thẻ ghi số 1 và 5 tấm thẻ ghi số 2. Hai bạn Hải và Linh chơi một trò chơi với luật như sau:

- Hai bạn luân phiên nhau bốc ngẫu nhiên 1 tấm thẻ từ hộp (bốc xong không trả lại). Hải là người bốc trước.
- Số ghi trên tấm thẻ bốc được chính là số sỏi mà bạn đó bắt buộc phải lấy ra khỏi bàn.

Trò chơi kết thúc khi xảy ra một trong hai tình huống:

- Nếu một bạn lấy được viên sỏi cuối cùng trên bàn, bạn đó thắng trò chơi và bạn còn lại thua.
- Nếu một bạn bốc phải tấm thẻ có số lớn hơn số sỏi còn lại trên bàn, bạn đó bị xử thua và bạn còn lại thắng trò chơi.

Xác suất để Hải thắng trò chơi có thể viết dưới dạng phân số tối giản là $\frac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{N}^*$. Tính giá trị của biểu thức $T = a + b$.

Câu 5. Cho tập hợp $A = \{x \in \mathbb{N} | 1 \leq x \leq 9\}$ và tập hợp $B = \{x \in \mathbb{N} | 1 \leq x \leq 8\}$. Bạn Trang chọn ngẫu nhiên 3 số trong tập hợp A rồi ghép lại thành một số có ba chữ số sao cho ba chữ số trong số đó giảm dần từ trái sang phải. Bạn Ly chọn ngẫu nhiên 3 số trong tập hợp B rồi cũng ghép lại thành một số có ba chữ số sao cho ba chữ số trong số đó giảm dần từ trái sang phải. Tính xác suất để số mà Trang ghép được lớn hơn số mà Ly ghép được (không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần trăm).

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh bằng 2, góc $\widehat{BAD} = 60^\circ$. Gọi O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD . Biết rằng hình chiếu vuông góc của đỉnh S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm H của đoạn thẳng OB và $SH = \sqrt{3}$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BD (không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần trăm).

———— HẾT ————

PHẦN I: Trắc nghiệm nhiều lựa chọn

- Mỗi câu đúng được 0,25 điểm.

Mã đề	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0101	C	D	B	B	D	A	C	B	D	C	B	C
0102	A	D	D	A	C	A	D	B	C	A	B	C
0103	A	A	C	D	B	C	A	B	D	C	C	A
0104	D	B	C	B	A	B	C	D	A	B	B	A
0105	C	D	C	A	D	A	A	D	B	B	B	A
0106	C	A	A	D	B	B	D	B	A	B	C	B
0107	D	A	B	B	B	D	A	B	B	B	C	D
0108	B	B	B	D	D	A	D	C	B	A	D	B

PHẦN II: Trắc nghiệm đúng sai

- Điểm tối đa mỗi câu là 1 điểm.

- Đúng 1 ý được 0,1 điểm; đúng 2 ý được 0,25 điểm; đúng 3 ý được 0,5 điểm; đúng 4 ý được 1 điểm.

Mã đề	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
0101	a)Đ - b)S - c)Đ - d)Đ	a)S - b)Đ - c)Đ - d)Đ	a)Đ - b)S - c)Đ - d)S	a)Đ - b)Đ - c)S - d)Đ
0102	a)S - b)Đ - c)Đ - d)Đ	a)Đ - b)S - c)Đ - d)Đ	a)Đ - b)S - c)Đ - d)S	a)Đ - b)S - c)Đ - d)Đ
0103	a)Đ - b)Đ - c)S - d)S	a)Đ - b)Đ - c)S - d)Đ	a)S - b)Đ - c)Đ - d)Đ	a)Đ - b)Đ - c)S - d)Đ
0104	a)S - b)Đ - c)Đ - d)Đ	a)Đ - b)S - c)Đ - d)Đ	a)Đ - b)S - c)Đ - d)S	a)Đ - b)S - c)Đ - d)Đ
0105	a)S - b)Đ - c)Đ - d)Đ	a)Đ - b)S - c)Đ - d)Đ	a)Đ - b)S - c)Đ - d)S	a)Đ - b)S - c)Đ - d)Đ
0106	a)Đ - b)S - c)Đ - d)Đ	a)Đ - b)S - c)Đ - d)Đ	a)Đ - b)S - c)Đ - d)S	a)S - b)Đ - c)Đ - d)Đ
0107	a)Đ - b)S - c)Đ - d)Đ	a)Đ - b)Đ - c)S - d)S	a)S - b)Đ - c)Đ - d)Đ	a)Đ - b)Đ - c)S - d)Đ
0108	a)S - b)Đ - c)Đ - d)Đ	a)Đ - b)Đ - c)S - d)Đ	a)Đ - b)S - c)Đ - d)S	a)Đ - b)S - c)Đ - d)Đ

PHẦN III: Trắc nghiệm trả lời ngắn - tự luận

- Mỗi câu đúng được 0,5 điểm.

Mã đề	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
0101	1,22	24	11,2	0,66	209	39
0102	0,66	209	11,2	39	1,22	24
0103	24	39	1,22	0,66	209	11,2
0104	24	1,22	0,66	39	209	11,2
0105	209	24	1,22	39	0,66	11,2
0106	0,66	209	39	1,22	11,2	24
0107	39	11,2	24	209	0,66	1,22
0108	1,22	39	209	11,2	0,66	24

HƯỚNG DẪN GIẢI

Được cung cấp bởi AI Gemini Pro

PHẦN I: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

Câu 1. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Gọi D, E, F, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh $CC', AB, A'A, BB', B'C'$. Khi đó, mặt phẳng (DEF) song song với mặt phẳng nào dưới đây?

- A.** $(A'BQ)$. **B.** $(A'PQ)$. **C.** $(A'PC')$. **D.** $(A'BC')$.

Lời giải:

Xét mặt bên $ACC'A'$ là hình bình hành, vì F và D lần lượt là trung điểm của AA' và CC' nên $FD \parallel AC \parallel A'C'$. Mà $A'C' \subset (A'BC')$, suy ra $FD \parallel (A'BC')$.

Xét mặt bên $ABB'A'$ là hình bình hành, vì F và E lần lượt là trung điểm của AA' và AB nên $EF \parallel A'B$. Mà $A'B \subset (A'BC')$, suy ra $EF \parallel (A'BC')$.

Do FD và EF là hai đường thẳng cắt nhau tại F cùng nằm trong mặt phẳng (DEF) và song song với $(A'BC')$, nên mặt phẳng $(DEF) \parallel (A'BC')$.

Chọn D.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+2}{3} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{-4}$. Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của đường thẳng d ?

- A.** $\vec{u}_3 = (-6; 2; 8)$. **B.** $\vec{u}_2 = (-2; 1; 0)$.
C. $\vec{u}_1 = (3; 1; 4)$. **D.** $\vec{u}_4 = (2; 1; 0)$.

Lời giải: Từ phương trình chính tắc của đường thẳng d , một vector chỉ phương của d là $\vec{u} = (3; -1; -4)$. Nhân các tọa độ của $\vec{u}$ với -2 , ta được một vector chỉ phương khác là $\vec{u}_3 = -2\vec{u} = (-6; 2; 8)$.

Chọn A.

Câu 3. Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho là:

- A.** 81. **B.** 71. **C.** 61. **D.** 91.

Lời giải:

Tổng số học sinh là $n = 5 + 9 + 12 + 10 + 6 = 42$.

Vị trí của tứ phân vị thứ ba Q_3 là $\frac{3n}{4} = 31,5$.

Tần số tích lũy của các nhóm lần lượt là: $cf_1 = 5, cf_2 = 14, cf_3 = 26, cf_4 = 36$. Vì $26 < 31,5 \leq 36$ nên nhóm chứa Q_3 là nhóm $[60; 80)$.

Áp dụng công thức: $Q_3 = L + \left(\frac{\frac{3n}{4} - C}{n_{Q_3}} \right) \cdot h = 60 + \left(\frac{31,5 - 26}{10} \right) \cdot 20 = 71$.

Chọn B.

Câu 4. Cho hàm số $f(x) = 2x^2 + \cos x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)dx = 4x - \sin x + C$.

B. $\int f(x)dx = \frac{2}{3}x^3 + \sin x + C$.

C. $\int f(x)dx = \frac{2}{3}x^3 - \sin x + C$.

D. $\int f(x)dx = 4x + \sin x + C$.

Lời giải: Sử dụng công thức nguyên hàm cơ bản:

$$\int (2x^2 + \cos x)dx = 2 \cdot \frac{x^3}{3} + \sin x + C = \frac{2}{3}x^3 + \sin x + C.$$

Chọn B.

Câu 5. Nếu hai biến cố A, B thỏa mãn $P(B) = 0,7$ và $P(AB) = 0,2$ thì $P(A|B)$ bằng:

A. $\frac{5}{7}$.

B. $\frac{2}{7}$.

C. $\frac{7}{50}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải: Theo công thức xác suất có điều kiện: $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{0,2}{0,7} = \frac{2}{7}$.

Chọn B.

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên đã cho. Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng:

A. -2 .

B. 2 .

C. -1 .

D. 1 .

Lời giải: Dựa vào bảng biến thiên, hàm số đạt cực đại tại điểm $x = -1$ và giá trị cực đại tương ứng của hàm số là $y = 1$.

Chọn D.

Câu 7. Cho cấp số nhân (u_n) có tất cả các số hạng đều dương. Biết rằng $u_1 = 3$ và $u_3 = 75$. Công bội của cấp số nhân đã cho là:

A. 5 .

B. $-\frac{1}{5}$.

C. -5 .

D. $\frac{1}{5}$.

Lời giải: Ta có công thức số hạng tổng quát: $u_3 = u_1 \cdot q^2 \Rightarrow 75 = 3 \cdot q^2 \Rightarrow q^2 = 25 \Rightarrow q = \pm 5$. Vì các số hạng của cấp số nhân đều dương nên $q > 0 \Rightarrow q = 5$.

Chọn A.

Câu 8. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2 x > 3$ là:

- A. $S = [9; +\infty)$. B. $S = (8; +\infty)$. C. $S = (-\infty; 8)$. D. $S = (0; 8)$.

Lời giải: Điều kiện xác định: $x > 0$. Bất phương trình tương đương với: $x > 2^3 \Leftrightarrow x > 8$. Vậy tập nghiệm là $S = (8; +\infty)$.

Chọn B.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(1; 0; -3)$, bán kính $R = \sqrt{10}$ có phương trình là:

- A. $(x-1)^2 + y^2 + (z+3)^2 = 40$. B. $(x-1)^2 + y^2 + (z+3)^2 = 10$.
 C. $(x+1)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 10$. D. $(x-1)^2 + y^2 + (z+3)^2 = \sqrt{10}$.

Lời giải: Phương trình mặt cầu có dạng: $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$. Thay tọa độ tâm I và bán kính R vào, ta được: $(x-1)^2 + y^2 + (z+3)^2 = (\sqrt{10})^2 = 10$.

Chọn B.

Câu 10. Tập nghiệm của phương trình $\tan x = 1$ là:

- A. $S = \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$. B. $S = \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.
 C. $S = \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$. D. $S = \left\{ \frac{\pi}{4} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Lời giải: Phương trình lượng giác cơ bản: $\tan x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

Chọn B.

Câu 11. Diện tích phần gạch chéo trong hình bên bằng:

- A. $\int_0^2 (3^x - 3) dx$. B. $\int_1^2 (3 - 3^x) dx$. C. $\int_1^2 (3^x - 3) dx$. D. $\int_1^2 3^x dx$.

Lời giải: Hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 3^x$, đường thẳng $y = 3$, và hai đường thẳng cận $x = 1, x = 2$. Trong đoạn $[1; 2]$, đồ thị hàm số $y = 3^x$ nằm phía trên đường thẳng $y = 3$. Do đó diện tích phần gạch chéo là $S = \int_1^2 (3^x - 3) dx$.

Chọn C.

Câu 12. Cho a là số thực dương khác 1. Khi đó $\sqrt[4]{a^{\frac{2}{3}}}$ bằng:

A. $a^{\frac{3}{8}}$.

B. $\sqrt[3]{a^2}$.

C. $a^{\frac{8}{3}}$.

D. $a^{\frac{1}{6}}$.

Lời giải: Biến đổi lũy thừa: $\sqrt[4]{a^{\frac{2}{3}}} = \left(a^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{1}{4}} = a^{\frac{2 \cdot 1}{3 \cdot 4}} = a^{\frac{2}{12}} = a^{\frac{1}{6}}$.

Chọn D.

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = \frac{2x-3}{x+1}$.

a) Đúng: Điều kiện xác định là $x+1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -1 \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

b) Sai: Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số thu được từ nghiệm của mẫu số là đường thẳng $x = -1$.

c) Đúng: Đạo hàm $y' = \frac{2 \cdot 1 - (-3) \cdot 1}{(x+1)^2} = \frac{5}{(x+1)^2} > 0, \forall x \neq -1$. Do đó hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.

d) Đúng: Giao điểm hai đường tiệm cận (đứng $x = -1$, ngang $y = 2$) là tâm đối xứng $I(-1; 2)$. Thay tọa độ điểm I vào phương trình đường thẳng $d: -1 + 2(2) - 3 = 0$ (đúng), vậy tâm đối xứng nằm trên đường thẳng d .

Câu 2. Lợi nhuận biên được mô hình hóa bởi $P'(x) = -0,002x + 4$.

a) Đúng: Hàm tổng lợi nhuận là nguyên hàm của lợi nhuận biên:

$$P(x) = \int (-0,002x + 4)dx = -0,001x^2 + 4x + C. \text{ Vì } P(0) = 0 \Rightarrow C = 0, \text{ nên } P(x) = -0,001x^2 + 4x.$$

b) Đúng: Lợi nhuận khi bán được 500 sản phẩm đầu tiên là $P(500) = -0,001 \cdot 500^2 + 4 \cdot 500 = 1750$ (triệu đồng).

c) Sai: Khi tăng từ 500 lên 1000 sản phẩm, lợi nhuận tăng thêm là $\Delta P = P(1000) - P(500) = (-0,001 \cdot 1000^2 + 4 \cdot 1000) - 1750 = 3000 - 1750 = 1250$ (triệu đồng).

d) Sai: Ta có điều kiện

$$P(n) - P(500) > 1050 \Leftrightarrow -0,001n^2 + 4n - 1750 > 1050 \Leftrightarrow -0,001n^2 + 4n - 2800 > 0. \text{ Giải bất phương trình ta được } 904,55 < n < 3095,45. \text{ Do } n \in \mathbb{N}^*, \text{ giá trị nhỏ nhất của } n \text{ phải là } 905.$$

Câu 3. Bài toán xác suất sử dụng phần mềm AI kiểm tra bài viết.

Gọi A là biến cố bài viết dùng AI $\Rightarrow P(A) = 0,1; P(\bar{A}) = 0,9$.

Gọi V_1 là biến cố vòng 1 báo "Có dùng AI" $\Rightarrow P(V_1 | A) = 0,8$ và $P(V_1 | \bar{A}) = 0,15$.

a) Sai: Xác suất vòng 1 báo "Có dùng AI" là $P(V_1) = 0,1 \cdot 0,8 + 0,9 \cdot 0,15 = 0,215$.

b) Đúng: Xác suất bài thực tế có dùng AI khi vòng 1 báo "Tự viết" ($\bar{V}_1$) là:

$$P(A|\bar{V}_1) = \frac{P(A \cap \bar{V}_1)}{P(\bar{V}_1)} = \frac{0,1 \cdot (1-0,8)}{1-0,215} = \frac{0,02}{0,785} = \frac{4}{157}.$$

c) Đúng: Bài bị gắn nhãn chung cuộc "Có dùng AI" khi qua cả 2 vòng:

$$P(G) = P(A) \cdot P(V_1|A) \cdot 1 + P(\bar{A}) \cdot P(V_1|\bar{A}) \cdot 0,05 = 0,1 \cdot 0,8 \cdot 1 + 0,9 \cdot 0,15 \cdot 0,05 = 0,08675 = 8,675\%.$$

d) Đúng: Xác suất thực tế học sinh tự viết khi bài bị gắn nhãn "Có dùng AI" là:

$$P(\bar{A}|G) = \frac{0,9 \cdot 0,15 \cdot 0,05}{0,08675} = \frac{0,00675}{0,08675} = \frac{27}{347}.$$

Câu 4. Mô hình chuyển động của drone trong không gian $Oxyz$.

a) Đúng: Mặt phẳng (P) vuông góc với (Oxy) nên song song hoặc chứa trục $Oz \Rightarrow \vec{n}_p \perp \vec{u}_{Oz}$. Đồng thời (P) chứa đường thẳng $CD \Rightarrow \vec{n}_p \perp \vec{CD}$.

b) Đúng: Đường thẳng $AB \perp (P) \Rightarrow \vec{u}_{AB} = \vec{n}_p$. Ta có $\vec{CD} = (30; -40; 0)$ và $\vec{k}_{Oz} = (0; 0; 1)$. Tích có hướng $[\vec{CD}, \vec{k}_{Oz}] = (-40; -30; 0) \parallel (4; 3; 0)$. Vậy một vectơ chỉ phương của AB là $\vec{u} = (4; 3; 0)$.

c) Sai: Phương trình mặt phẳng (P) đi qua $D(50; 0; 0)$ với pháp vector $\vec{n}_p = (4; 3; 0)$ là $4(x-50) + 3y = 0 \Leftrightarrow 4x + 3y - 200 = 0$.

d) Đúng: Tổng quãng đường gồm hai đoạn thẳng OA và AB :

$$OA = \sqrt{10^2 + 20^2 + 100^2} = \sqrt{10500} \approx 102,47 \text{ m.}$$

$$AB = d(A, (P)) = \frac{|4 \cdot 10 + 3 \cdot 20 - 200|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{100}{5} = 20 \text{ m.}$$

Tổng quãng đường: $102,47 + 20 = 122,47 \approx 122 \text{ m.}$

PHẦN III: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Sau ít nhất bao nhiêu ngày kể từ lúc bắt đầu xử lý, bể nước thải đạt tiêu chuẩn?

Lời giải: Từ phương trình vi phân $\frac{y'(t)}{y^2(t)} = -k$, lấy nguyên hàm hai vế ta được $\frac{1}{y(t)} = kt + C$. Đề cho

$$y(t) = \frac{1}{g(t)} \Rightarrow g(t) = kt + C.$$

$$\text{Tại } t=1, y(1)=2 \Rightarrow g(1)=0,5 \Rightarrow k+C=0,5.$$

$$\text{Tại } t=3, y(3)=1 \Rightarrow g(3)=1 \Rightarrow 3k+C=1.$$

$$\text{Giải hệ phương trình ta được } k=0,25 \text{ và } C=0,25 \Rightarrow y(t) = \frac{4}{t+1}.$$

Để đạt tiêu chuẩn xả thải: $y(t) \leq 0,1 \Leftrightarrow \frac{4}{t+1} \leq 0,1 \Leftrightarrow t+1 \geq 40 \Leftrightarrow t \geq 39$.

Đáp số: 39

Câu 2. Trong một ngày, xưởng may có thể thu được số tiền lãi lớn nhất là bao nhiêu triệu đồng?

Lời giải: Gọi x, y lần lượt là số lượng áo khoác và quần bò sản xuất trong ngày ($x, y \geq 0$). Hệ điều kiện ràng buộc từ đề bài:

Thời gian cắt vải: $2x + y \leq 5 \cdot 8 \Leftrightarrow 2x + y \leq 40$

Thời gian may: $x + 2y \leq 4 \cdot 8 \Leftrightarrow x + 2y \leq 32$

Lượng tiêu thụ sản phẩm: $y \leq 1,5x \Leftrightarrow 3x - 2y \geq 0$

Hàm lợi nhuận cần tối ưu hóa là: $F(x, y) = 0,5x + 0,4y$ (triệu đồng).

Các đỉnh của miền nghiệm đa giác xác định bởi hệ trên là $O(0;0)$, $A(8;12)$, $B(16;8)$, $C(20;0)$. Tính giá trị $F(x, y)$ tại các đỉnh: $F(O) = 0$, $F(A) = 8,8$, $F(B) = 11,2$, $F(C) = 10$. Giá trị lớn nhất là 11,2 triệu đồng.

Đáp số: 11,2

Câu 3. Sau bao nhiêu phút kể từ lúc bắt đầu chảy, chiều cao khối chất lỏng còn đúng 3 cm?

Lời giải: Thể tích ban đầu của chất lỏng khi đầy (đến cạnh $x = 9$):

$$V = \pi \int_0^9 (2\sqrt{x})^2 dx = \pi \left[2x^2 \right]_0^9 = 162\pi \text{ cm}^3.$$

Tốc độ dòng chảy không đổi là: $v = \frac{162\pi}{27} = 6\pi \text{ cm}^3 / \text{phút}$.

Khi chiều cao còn lại $h = 3 \text{ cm}$, thể tích chất lỏng còn lại trong bầu trên là:

$$V_{\text{còn}} = \pi \int_0^3 4x dx = \left[2\pi x^2 \right]_0^3 = 18\pi \text{ cm}^3.$$

Thể tích chất lỏng đã chảy xuống bầu dưới: $\Delta V = 162\pi - 18\pi = 144\pi \text{ cm}^3$.

Thời gian cần tìm: $t = \frac{\Delta V}{v} = \frac{144\pi}{6\pi} = 24 \text{ phút}$.

Đáp số: 24

Câu 4. Tính giá trị của biểu thức $T = a + b$.

Lời giải: Có 5 thẻ số '1' và 5 thẻ số '2' trong hộp kín. Tổng số sỏi ban đầu là 5 viên. Trò chơi kết thúc và Hải thắng trong các kịch bản bốc thẻ sau:

$$1-1-1-1-1 \Rightarrow P_1 = \frac{5}{10} \cdot \frac{4}{9} \cdot \frac{3}{8} \cdot \frac{2}{7} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{252}$$

$$1-1-2-2 \Rightarrow P_2 = \frac{5}{10} \cdot \frac{4}{9} \cdot \frac{5}{8} \cdot \frac{4}{7} = \frac{5}{63}$$

$$1-2-1-2 \Rightarrow P_3 = \frac{5}{10} \cdot \frac{5}{9} \cdot \frac{4}{8} \cdot \frac{4}{7} = \frac{5}{63}$$

$$1-2-2-1 \Rightarrow P_4 = \frac{5}{10} \cdot \frac{5}{9} \cdot \frac{4}{8} = \frac{5}{36}$$

$$2-1-1-2 \Rightarrow P_5 = \frac{5}{10} \cdot \frac{5}{9} \cdot \frac{4}{8} \cdot \frac{4}{7} = \frac{5}{63}$$

$$2-1-2-1 \Rightarrow P_6 = \frac{5}{10} \cdot \frac{5}{9} \cdot \frac{4}{8} = \frac{5}{36}$$

$$2-2-1-1 \Rightarrow P_7 = \frac{5}{10} \cdot \frac{4}{9} \cdot \frac{5}{8} = \frac{5}{36}$$

Tổng xác suất thắng của Hải là: $P = \frac{1}{252} + 3 \cdot \frac{5}{63} + 3 \cdot \frac{5}{36} = \frac{83}{126}$. Phân số tối giản có

$$a = 83, b = 126 \Rightarrow T = 83 + 126 = 209.$$

Đáp số: 209

Câu 5. Tính xác suất để số mà bạn Trang ghép được lớn hơn số mà bạn Ly ghép được.

Lời giải: Không gian mẫu cho số cách chọn của Trang là $N_A = C_9^3 = 84$, của Ly là $N_B = C_8^3 = 56$.

Tổng số cặp số được tạo thành là $N = 84 \cdot 56 = 4704$.

Trường hợp 1: Số của Trang có chứa chữ số 9 (chắc chắn đứng hàng trăm). Số cách chọn 2 chữ số còn lại từ tập B là $C_8^2 = 28$ cách. Khi đó số của Trang luôn lớn hơn số của Ly. Số cặp thỏa mãn là $28 \cdot 56 = 1568$.

Trường hợp 2: Số của Trang không chứa chữ số 9, tức cả hai bạn cùng chọn ngẫu nhiên các số từ tập B . Tổng số cặp kết hợp từ tập này là $56 \cdot 56 = 3136$. Trừ đi 56 trường hợp hai bạn chọn trùng số nhau, số cặp thỏa mãn Trang lớn hơn Ly do tính đối xứng là $\frac{3136 - 56}{2} = 1540$.

Tổng số cặp thỏa mãn là $1568 + 1540 = 3108$. Xác suất cần tìm: $P = \frac{3108}{4704} = \frac{37}{56} \approx 0,66$.

Đáp số: 0,66

Câu 6. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BD .

Lời giải: Chọn hệ trục tọa độ không gian vuông góc $Oxyz$ với gốc tọa độ đặt tại giao điểm hai đường chéo $O(0;0;0)$.

Trục Ox nằm dọc theo đường thẳng AC , do tam giác ABD đều cạnh 2 nên đường cao

$$AO = \sqrt{3} \Rightarrow A(\sqrt{3}; 0; 0).$$

Trục Oy nằm dọc theo đường thẳng BD , do $OB = 1 \Rightarrow B(0; 1; 0)$ và $D(0; -1; 0)$. Do đó vector chỉ phương của đường thẳng BD là $\vec{u}_1 = (0; 1; 0)$.

Điểm H là trung điểm $OB \Rightarrow H(0; \frac{1}{2}; 0)$. Vì $SH \perp (ABCD)$ và $SH = \sqrt{3}$ nên tọa độ đỉnh là

$$S(0; \frac{1}{2}; \sqrt{3}).$$

Vector chỉ phương của đường thẳng SA là $\vec{u}_2 = \overrightarrow{AS} = (-\sqrt{3}; \frac{1}{2}; \sqrt{3})$.

Tích có hướng của hai chỉ phương làm vector pháp tuyến chung: $\vec{n} = [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (\sqrt{3}; 0; \sqrt{3}) \parallel (1; 0; 1)$.

Khoảng cách chéo nhau giữa BD và SA sử dụng hai điểm đại diện $O \in BD$ và $A \in SA$:

$$d = \frac{|\vec{n} \cdot \overrightarrow{OA}|}{|\vec{n}|} = \frac{|1 \cdot \sqrt{3} + 0 + 0|}{\sqrt{1^2 + 0^2 + 1^2}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \approx 1,22.$$

Đáp số: 1,22

HẾT