

ĐỀ CHÍNH THỨC

Đề gồm: 04 trang

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_4 = -12$; $u_{14} = 18$. Tìm u_1 , d của cấp số cộng

- A. $u_1 = -21$, $d = -3$. B. $u_1 = -21$, $d = 3$. C. $u_1 = 20$, $d = -3$. D. $u_1 = -22$, $d = 3$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm $M(2; 2; 1)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{u} = (5; 2; -3)$. Phương trình tham số của d là:

- A. $\begin{cases} x = 5 + 2t \\ y = 2 + 2t \\ z = -3 + t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 2 + 5t \\ y = 2 + 2t \\ z = 1 - 3t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 2 + 5t \\ y = 2 + 2t \\ z = -1 - 3t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 2 + 5t \\ y = 2 + 2t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$

Câu 3: Giải phương trình $\log_4(x-1) = 3$.

- A. $x = 63$ B. $x = 65$ C. $x = 82$ D. $x = 80$

Câu 4: Có bao nhiêu cách xếp 3 học sinh nam và 4 học sinh nữ thành một hàng ngang?

- A. 144. B. 480. C. 5040. D. 2880.

Câu 5: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = \sqrt{2}a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

- A. $\sqrt{2}a^3$ B. $\frac{\sqrt{2}a^3}{6}$ C. $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$ D. $\frac{\sqrt{2}a^3}{4}$

Câu 6: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{4x+1}{x-1}$ là

- A. $y = 1$. B. $y = \frac{1}{4}$. C. $y = -1$. D. $y = 4$.

Câu 7: Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

- A. $y = x^3 + x$ B. $y = \frac{x+1}{x+3}$ C. $y = \frac{x-1}{x-2}$ D. $y = -x^3 - 3x$

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2y + 2z - 7 = 0$. Bán kính của mặt cầu đã cho bằng

- A. $\sqrt{7}$. B. 9. C. $\sqrt{15}$. D. 3.

Câu 9: Mỗi ngày bác Hương đều đi bộ để rèn luyện sức khoẻ. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của bác Hương trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quãng đường (km)	[2, 7; 3, 0)	[3, 0; 3, 3)	[3, 3; 3, 6)	[3, 6; 3, 9)	[3, 9; 4, 2)
Số ngày	3	6	5	4	2

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

- A. 11,62. B. 0,1314. C. 3,39. D. 0,36.

Câu 10: Giá trị cực tiểu của hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ là:

- A. 4. B. -1. C. 0. D. 1.

Câu 11: Một người gửi 50 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 6%/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó sẽ nhận được số tiền nhiều hơn 100 triệu đồng bao gồm gốc và lãi? Giả định trong suốt thời gian gửi, lãi suất không đổi và người đó không rút tiền ra.

- A. 13 năm B. 14 năm C. 12 năm D. 11 năm

Câu 12: Nếu $\int_0^2 f(x) dx = 5$ thì $\int_0^2 [2f(x) - 1] dx$ bằng

- A. 10. B. 8. C. 12. D. 9.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 3x + 3}{x + 2}$ có đồ thị là đường cong (C)

- a) Biết hàm số có 2 điểm cực trị khi đó tổng của giá trị cực đại và giá trị cực tiểu bằng -4.
b) Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đi qua điểm $A(0;1)$.
c) Phương trình tiếp tuyến với (C) vuông góc với đường thẳng $x - 3y - 6 = 0$ đi qua điểm $B\left(-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right)$.
d) Để phương trình $x^2 + 3x + 3 = m|x + 2|$ có 4 nghiệm phân biệt thì $m > 2$.

Câu 2: Kết quả khảo sát những bệnh nhân là học sinh bị tai nạn xe máy điện về mối liên hệ giữa việc đội mũ bảo hiểm và khả năng bị chấn thương vùng đầu cho thấy: Tỷ lệ bệnh nhân bị chấn thương vùng đầu khi gặp tai nạn là 26%; tỷ lệ bệnh nhân đội mũ bảo hiểm đúng cách khi gặp tai nạn là 90%; tỷ lệ bệnh nhân đội mũ bảo hiểm đúng cách và bị chấn thương vùng đầu là 18%.

- a) Tỷ lệ bệnh nhân chấn thương đầu nhưng không đội mũ bảo hiểm đúng cách bằng 0,08.
b) Trong nhóm đối tượng không đội mũ bảo hiểm, tỷ lệ học sinh bị chấn thương vùng đầu là 80%.
c) Việc không đội mũ bảo hiểm đúng cách sẽ làm tăng khả năng bị chấn thương vùng đầu lên 4 lần.
d) Một học sinh bị chấn thương vùng đầu do tai nạn giao thông được cấp cứu tại bệnh viện. Thông thường, những bệnh nhân không đội mũ bảo hiểm đúng cách sẽ có tiên lượng nặng hơn, tỷ lệ nguy kịch trong trường hợp không đội mũ bảo hiểm là 0,8; tỷ lệ nguy kịch trong trường hợp đội mũ bảo hiểm đúng cách là 0,1. Bác sĩ không thể biết học sinh đó có đội mũ đúng cách hay không, khi đó xác suất bệnh nhân không nguy kịch bằng 0,58 (làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, đài kiểm soát không lưu của sân bay đặt tại điểm $O(0;0;0)$, đơn vị độ dài trên mỗi trục ứng với $1km$. Máy bay bay trong phạm vi cách đài kiểm soát không lưu $417km$ sẽ hiển thị trên màn hình radar. Một máy bay đang ở vị trí $M(-779;-260;8)$ chuyển động thẳng đều với tốc độ không đổi theo hướng của vector $\vec{u} = (91;75;0)$.

- Đường thẳng mô tả đường đi của máy bay đi qua điểm $N(-597;-110;8)$.
- Vị trí đầu tiên mà máy bay xuất hiện trên màn hình radar là điểm $P(40;415;8)$.
- Nếu thời gian máy bay xuất hiện trên màn hình radar là 30 phút thì thời gian máy bay di chuyển từ M đến khi xuất hiện lần cuối cùng trên màn hình radar là 54 phút.
- Khoảng cách giữa máy bay và đài kiểm soát không lưu luôn lớn hơn $294km$.

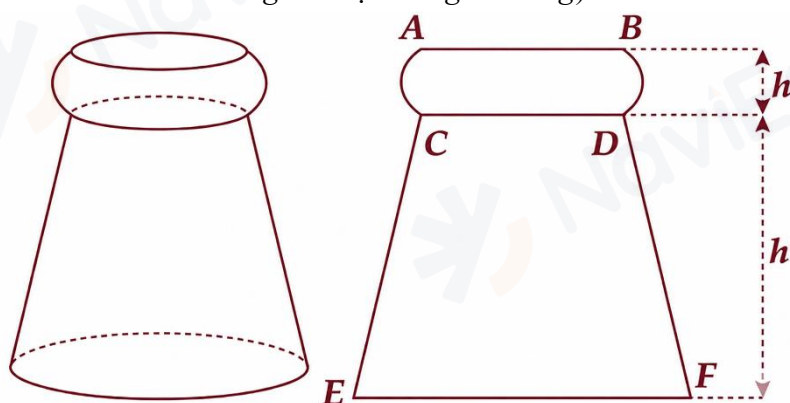
Câu 4: Một quần thể vi khuẩn (A) có số lượng cá thể là $P(t)$ tại thời điểm t phút quan sát được phát hiện thay đổi với tốc độ là $P'(t) = a.e^{0,1t} + 150e^{-0,03t}$ (vi khuẩn/phút), $(a \in \mathbb{R})$. Biết rằng lúc bắt đầu quan sát, quần thể có 200000 vi khuẩn và đạt tốc độ tăng trưởng là 350 vi khuẩn/phút.

- Giá trị của $a = 200$.
- $P(t) = 2000e^{0,1t} - 5000e^{-0,03t} + 200000$.
- Sau 12 phút, số lượng vi khuẩn trong quần thể là 206152 con (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).
- Sau 12 phút, có một quần thể vi khuẩn (B) xuất hiện, cạnh tranh thức ăn với quần thể vi khuẩn (A) và có tốc độ tăng trưởng là $G'(t) = 500e^{0,2t}$ (vi khuẩn/phút). Sau 5 phút kể từ lúc vi khuẩn (B) xuất hiện thì số lượng vi khuẩn của hai quần thể bằng nhau. Số lượng vi khuẩn của quần thể (B) ở thời điểm ban đầu là 191967 con (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

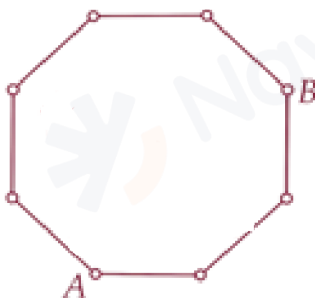
Câu 1: Trong một cuộc thi về “bữa ăn dinh dưỡng”, ban tổ chức yêu cầu để đảm bảo lượng dinh dưỡng thì mỗi gia đình có 4 thành viên cần ít nhất 900 đơn vị protein và 400 đơn vị lipid trong thức ăn hằng ngày. Mỗi kilogram thịt bò chứa 800 đơn vị protein và 200 đơn vị lipid, 1 kilogram thịt heo chứa 600 đơn vị protein và 400 đơn vị lipid. Biết rằng người nội trợ chỉ mua tối đa 1,6 kg thịt bò và 1,1 kg thịt heo. Biết rằng 1kg thịt bò giá 200.000đ, 1 kg thịt heo giá 100.000đ. Tìm chi phí thấp nhất cho khẩu phần thức ăn đảm bảo chất dinh dưỡng? (đơn vị là nghìn đồng).

Câu 2: Ông An có một cái bình đựng rượu, thân bình có hai phần: phần phía dưới là hình nón cụt, phần trên là hình cầu bị cắt bỏ 2 đầu chỏm (xem hình minh họa). Thiết diện qua trục của bình như hình vẽ. Biết $AB = CD = 16cm$, $EF = 30cm$, $h = 12cm$, $h' = 30cm$ và giá mỗi lít rượu là 100000 đồng. Hỏi số tiền ông An cần để đổ đầy bình rượu là bao nhiêu nghìn đồng? (giả sử độ dày vỏ bình rượu không đáng kể; kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của nghìn đồng).



Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm I với $AB = 2\sqrt{3}$, $BC = 2$. Biết chân đường cao H từ đỉnh S xuống đáy $(ABCD)$ trùng với trung điểm đoạn ID , SB hợp với mặt phẳng đáy $(ABCD)$ một góc 60° . Tính khoảng cách từ điểm D đến (SBC) (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

Câu 4: Hoàng tham gia một trò chơi trên một sân chơi hình bát giác có đỉnh là vị trí mà người chơi có thể đi đến, Hoàng được yêu cầu tung một đồng xu. Nếu xuất hiện mặt sấp sẽ đi một bước cùng chiều kim đồng hồ. Nếu xuất hiện mặt ngửa sẽ đi một bước ngược chiều kim đồng hồ.



Hoàng xuất phát từ đỉnh A và dừng lại cho đến khi đi đến đỉnh B . Biết rằng Hoàng dừng lại sau 7 lần tung đồng xu. Có bao nhiêu trường hợp có thể xảy ra?

Câu 5: Bạn Diệu đang theo dõi biến động của hai loại cổ phiếu A và B trên một thị trường chứng khoán ảo. Giá ban đầu của cổ phiếu A và cổ phiếu B lần lượt 100 USD và 50 USD. Giá cổ phiếu A có xu hướng tăng 1 USD mỗi ngày. Tuy nhiên, vào cuối mỗi chu kỳ 5 ngày giao dịch, cổ phiếu này sẽ có một đợt giảm giá, làm mất đi 10% giá trị hiện tại của nó. Giá cổ phiếu B tăng trưởng 1% mỗi ngày so với giá trị của ngày hôm trước. Ngoài ra, vào cuối mỗi chu kỳ 3 ngày giao dịch, cổ phiếu B sẽ được cộng thêm 5 USD vào giá trị của nó. Bạn Diệu mua 10 cổ phiếu A và 15 cổ phiếu B từ thời điểm ban đầu. Sau 20 ngày bạn Diệu nhận về số tiền chênh lệch so với số tiền đầu tư bao nhiêu USD (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị độ dài trên các trục là kilomet), một trạm thu phát sóng điện thoại di động có đầu thu đặt tại điểm $I(1;2;2)$ biết rằng bán kính phủ sóng của trạm là $3km$. Hai người sử dụng điện thoại lần lượt tại $M(4;-4;2)$ và $N(6;0;6)$. Gọi $E(a;b;c)$ là một điểm thuộc ranh giới vùng phủ sóng của trạm sao cho tổng khoảng cách từ E đến vị trí M và N lớn nhất. Tính $T = a + b + c$.

----- HẾT -----

Họ và tên:.....SBD:.....Lớp:.....

ĐÁP ÁN CÁC MÃ ĐỀ

Mã đề	0171	0172	1073	0174
Câu				
1	B	C	D	C
2	B	B	B	A
3	B	A	B	B
4	C	B	A	D
5	B	B	D	C
6	D	D	B	D
7	A	C	B	A
8	D	C	D	B
9	B	A	C	C
10	C	B	D	A
11	C	C	A	B
12	B	D	C	A
1	SĐĐS	ĐSĐS	SĐĐS	SĐĐS
2	ĐĐĐS	ĐSĐĐ	ĐĐĐS	ĐSĐĐ
3	ĐSĐĐ	SĐĐS	ĐSĐS	ĐĐĐS
4	ĐSĐS	ĐĐĐS	ĐSĐĐ	ĐSĐS
1	170	1617	170	14
2	1617	4	3,1	4
3	3,1	3,1	14	1617
4	14	170	471	170
5	471	14	4	471
6	4	471	1617	3,1

HƯỚNG DẪN GIẢI

Được thực hiện bởi AI Gemini Pro

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

Câu 1. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_4 = -12$ và $u_{14} = 18$. Tìm u_1, d của cấp số cộng.

Lời giải:

Áp dụng công thức số hạng tổng quát của cấp số cộng: $u_n = u_1 + (n-1)d$.

Ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} u_4 = u_1 + 3d = -12 \\ u_{14} = u_1 + 13d = 18 \end{cases}$$

Trừ vế theo vế của phương trình thứ hai cho phương trình thứ nhất, ta được:

$$10d = 30 \Rightarrow d = 3$$

Thay $d = 3$ vào phương trình đầu tiên:

$$u_1 + 3(3) = -12 \Rightarrow u_1 = -21$$

Vậy $u_1 = -21$ và $d = 3$.

Chọn đáp án: B

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm $M(2;2;1)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{u} = (5;2;-3)$. Phương trình tham số của d là:

Lời giải:

Phương trình tham số của đường thẳng d đi qua điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (a; b; c)$ có dạng:

$$\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$$

Thay tọa độ điểm $M(2;2;1)$ và vectơ chỉ phương $\vec{u} = (5;2;-3)$ vào ta được:

$$\begin{cases} x = 2 + 5t \\ y = 2 + 2t \\ z = 1 - 3t \end{cases}$$

Chọn đáp án: B

Câu 3. Giải phương trình $\log_4(x-1) = 3$.

Lời giải:

Điều kiện xác định: $x - 1 > 0 \Rightarrow x > 1$.

Phương trình tương đương với:

$$x - 1 = 4^3 \Rightarrow x - 1 = 64 \Rightarrow x = 65 \text{ (thỏa mãn)}$$

Chọn đáp án: B

Câu 4. Có bao nhiêu cách xếp 3 học sinh nam và 4 học sinh nữ thành một hàng ngang?

Lời giải:

Tổng số học sinh cần xếp hàng là $3 + 4 = 7$ học sinh.

Số cách xếp 7 học sinh thành một hàng ngang là số hoán vị của 7 phần tử:

$$7! = 5040 \text{ cách}$$

Chọn đáp án: C

Câu 5. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = \sqrt{2}a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

Lời giải:

Diện tích tam giác đáy $\triangle ABC$ (bằng một nửa diện tích hình vuông $ABCD$) là:

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}a^2$$

Chiều cao của khối chóp là $SA = \sqrt{2}a$.

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là:

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{\triangle ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}a^2 \cdot \sqrt{2}a = \frac{\sqrt{2}a^3}{6}$$

Chọn đáp án: B

Câu 6. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{4x+1}{x-1}$ là:

Lời giải:

Ta tính giới hạn của hàm số khi x tiến ra vô cực:

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{4x+1}{x-1} = 4$$

Do đó, đường thẳng $y = 4$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Chọn đáp án: D

Câu 7. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

Lời giải:

Để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$, đạo hàm của nó phải không âm với mọi $x \in \mathbb{R}$ và chỉ bằng 0 tại một số hữu hạn điểm.

Xét đáp án A: $y = x^3 + x \Rightarrow y' = 3x^2 + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Các đáp án B và C là hàm phân thức bậc nhất, có tập xác định không phải là $\mathbb{R}$.

Đáp án D: $y' = -3x^2 - 3 < 0, \forall x \in \mathbb{R}$, hàm số luôn nghịch biến.

Chọn đáp án: A

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2y + 2z - 7 = 0$. Bán kính của mặt cầu đã cho bằng:

Lời giải:

Biến đổi phương trình mặt cầu về dạng chính tắc:

$$x^2 + (y^2 - 2y + 1) + (z^2 + 2z + 1) - 1 - 1 - 7 = 0 \Rightarrow x^2 + (y - 1)^2 + (z + 1)^2 = 9$$

Do đó, bán kính mặt cầu là $R = \sqrt{9} = 3$.

Chọn đáp án: D

Câu 9. Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm về quãng đường đi bộ của bác Hương là:

Lời giải:

Tính giá trị đại diện x_i cho từng nhóm:

Nhóm $[2.7; 3.0)$: $x_1 = 2.85$, tần số $n_1 = 3$

Nhóm $[3.0; 3.3)$: $x_2 = 3.15$, tần số $n_2 = 6$

Nhóm $[3.3; 3.6)$: $x_3 = 3.45$, tần số $n_3 = 5$

Nhóm $[3.6; 3.9)$: $x_4 = 3.75$, tần số $n_4 = 4$

Nhóm $[3.9; 4.2)$: $x_5 = 4.05$, tần số $n_5 = 2$

Tổng số ngày là $N = 20$. Số trung bình $\bar{x}$ là:

$$\bar{x} = \frac{3 \cdot 2.85 + 6 \cdot 3.15 + 5 \cdot 3.45 + 4 \cdot 3.75 + 2 \cdot 4.05}{20} = \frac{67.8}{20} = 3.39$$

Công thức tính phương sai s^2 :

$$s^2 = \frac{1}{20} \sum_{i=1}^5 n_i x_i^2 - (\bar{x})^2$$

$$\sum_{i=1}^5 n_i x_i^2 = 3(2.85)^2 + 6(3.15)^2 + 5(3.45)^2 + 4(3.75)^2 + 2(4.05)^2 = 232.47$$

$$s^2 = \frac{232.47}{20} - (3.39)^2 = 11.6235 - 11.4921 = 0.1314$$

Chọn đáp án: B

Câu 10. Giá trị cực tiểu của hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ là:

Lời giải:

Ta có $y' = 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

Đạo hàm bậc hai: $y'' = 6x$.

Tại $x = -1 \Rightarrow y''(-1) = -6 < 0$ (Điểm cực đại).

Tại $x = 1 \Rightarrow y''(1) = 6 > 0$ (Điểm cực tiểu).

Giá trị cực tiểu của hàm số là $y_{CT} = y(1) = 1^3 - 3(1) + 2 = 0$.

Chọn đáp án: C

Câu 11. Một người gửi 50 triệu đồng với lãi suất 6%/năm theo hình thức lãi kép. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó nhận được số tiền nhiều hơn 100 triệu đồng?

Lời giải:

Công thức lãi kép: $A = P(1+r)^n$, với $P = 50$, $r = 0.06$.

Yêu cầu bài toán:

$$50(1+0.06)^n > 100 \Leftrightarrow 1.06^n > 2 \Leftrightarrow n > \log_{1.06}(2) \approx 11.895$$

Vì n là số nguyên nên $n \geq 12$. Vậy cần ít nhất 12 năm.

Chọn đáp án: C

Câu 12. Nếu $\int_0^2 f(x)dx = 5$ thì $\int_0^2 [2f(x) - 1]dx$ bằng:

Lời giải:

Sử dụng tính chất của tích phân:

$$\int_0^2 [2f(x) - 1]dx = 2\int_0^2 f(x)dx - \int_0^2 1dx = 2 \cdot 5 - [x]_0^2 = 10 - 2 = 8$$

Chọn đáp án: B

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 3x + 3}{x + 2}$ có đồ thị là đường cong (C).

a) Biết hàm số có 2 điểm cực trị khi đó tổng của giá trị cực đại và giá trị cực tiểu bằng -4 .

Lời giải: Ta có $y = x + 1 + \frac{1}{x + 2}$. Đạo hàm $y' = 1 - \frac{1}{(x + 2)^2} = 0 \Leftrightarrow (x + 2)^2 = 1 \Leftrightarrow x = -1$ hoặc $x = -3$.

Tại $x = -1 \Rightarrow y_{CT} = 1$. Tại $x = -3 \Rightarrow y_{CB} = -3$.

Tổng giá trị cực đại và cực tiểu: $1 + (-3) = -2 \neq -4$.

Kết luận: Sai

b) Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đi qua điểm $A(0;1)$.

Lời giải: Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số thu được từ phép chia tử cho mẫu: $y = x + 1$.

Thay tọa độ $A(0;1)$ vào đường thẳng này: $1 = 0 + 1$ (đúng).

Kết luận: Đúng

c) Phương trình tiếp tuyến với (C) vuông góc với đường thẳng $x - 3y - 6 = 0$ đi qua điểm

$$B\left(-\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right).$$

Lời giải: Đường thẳng cho trước có hệ số góc là $k_1 = \frac{1}{3}$. Tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng này nên có hệ số góc $k = -3$.

Giải phương trình tìm hoành độ tiếp điểm:

$$y' = -3 \Leftrightarrow 1 - \frac{1}{(x + 2)^2} = -3 \Leftrightarrow \frac{1}{(x + 2)^2} = 4 \Leftrightarrow x + 2 = \pm \frac{1}{2} \Rightarrow x = -\frac{3}{2} \text{ hoặc } x = -\frac{5}{2}.$$

Với $x = -\frac{3}{2} \Rightarrow y = \frac{3}{2}$. Vậy tiếp điểm chính là điểm $B\left(-\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right)$, hiển nhiên tiếp tuyến phải đi qua tiếp điểm này.

Kết luận: Đúng

d) Để phương trình $x^2 + 3x + 3 = m|x + 2|$ có 4 nghiệm phân biệt thì $m > 2$.

Lời giải: Điều kiện $x \neq -2$. Phương trình tương đương với: $m = \left| \frac{x^2 + 3x + 3}{x + 2} \right| = |y|$.

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số y , đồ thị $|y|$ gồm hai nhánh đối xứng qua trục hoành cho các phần nằm dưới trục hoành. Cực tiểu nhánh phải có giá trị là 1, cực tiểu nhánh trái (sau khi lấy trị

tuyệt đối từ giá trị cực đại -3) có giá trị là 3. Để đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị $|y|$ tại 4 điểm phân biệt thì $m > 3$. Do đó điều kiện $m > 2$ là sai.

Kết luận: Sai

Câu 2. Thống kê khảo sát tai nạn xe máy điện của học sinh.

a) Tỷ lệ bệnh nhân chấn thương đầu nhưng không đội mũ bảo hiểm đúng cách bằng 0,08.

Lời giải: Gọi A là biến cố "bị chấn thương đầu" ($P(A) = 0.26$), B là biến cố "đội mũ đúng cách" ($P(B) = 0.90$). Tỷ lệ cả hai là $P(A \cap B) = 0.18$.

Tỷ lệ chấn thương đầu nhưng không đội mũ đúng cách là:

$$P(A \cap \bar{B}) = P(A) - P(A \cap B) = 0.26 - 0.18 = 0.08.$$

Kết luận: Đúng

b) Trong nhóm đối tượng không đội mũ bảo hiểm, tỷ lệ học sinh bị chấn thương vùng đầu là 80%.

Lời giải: Xác suất có điều kiện: $P(A | \bar{B}) = \frac{P(A \cap \bar{B})}{P(\bar{B})} = \frac{0.08}{1 - 0.90} = \frac{0.08}{0.10} = 0.80 = 80\%$.

Kết luận: Đúng

c) Việc không đội mũ bảo hiểm đúng cách sẽ làm tăng khả năng bị chấn thương vùng đầu lên 4 lần.

Lời giải: Khả năng chấn thương đầu khi đội mũ đúng cách là:

$$P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0.18}{0.90} = 0.20 = 20\%.$$

So sánh tỉ lệ giữa không đội mũ đúng cách và đội mũ đúng cách: $\frac{0.80}{0.20} = 4$ lần.

Kết luận: Đúng

d) Xác suất bệnh nhân chấn thương sọ não nhập viện trong tình trạng không nguy kịch bằng 0,58.

Lời giải: Đối với nhóm bệnh nhân đã bị chấn thương đầu (A): Tỷ lệ đội mũ đúng cách là

$$P(B | A) = \frac{0.18}{0.26} = \frac{9}{13}, \text{ không đúng cách là } P(\bar{B} | A) = \frac{8}{26} = \frac{4}{13}.$$

Gọi C là biến cố "nguy kịch". Xác suất nguy kịch là: $P(C | A) = 0.1 \cdot \frac{9}{13} + 0.8 \cdot \frac{4}{13} = \frac{4.1}{13} \approx 0.315$.

Xác suất không nguy kịch là: $1 - 0.315 = 0.685 \approx 0.68 \neq 0.58$.

Kết luận: Sai

Câu 3. Bài toán chuyển động của máy bay trong không gian Oxyz.

a) Đường thẳng mô tả đường đi của máy bay đi qua điểm $N(-597; -110; 8)$.

Lời giải: Phương trình đường thẳng chuyển động từ điểm $M(-779; -260; 8)$ theo hướng $\vec{u} = (91; 75; 0)$ là: $x = -779 + 91t; y = -260 + 75t; z = 8$.

Thay tọa độ điểm N : $-597 = -779 + 91t \Rightarrow t = 2$. Thay tiếp vào y : $-260 + 75(2) = -110$ (thỏa mãn).

Kết luận: Đúng

b) Vị trí đầu tiên mà máy bay xuất hiện trên màn hình radar là điểm $P(40; 415; 8)$.

Lời giải: Khoảng cách tới radar bằng 417km tương ứng phương trình: $x^2 + y^2 + z^2 = 417^2 = 173889$.

Thay tọa độ dạng tham số vào ta được phương trình bậc hai theo t : $t^2 - 13t + 36 = 0 \Leftrightarrow t = 4$ hoặc $t = 9$.

Vì máy bay bay từ ngoài vào nên thời điểm đầu tiên xuất hiện là lúc $t = 4$, tương ứng điểm $Q(-415; 40; 8)$. Điểm $P(40; 415; 8)$ ứng với $t = 9$ là thời điểm cuối cùng máy bay còn trên radar trước khi bay khuất khỏi vùng phủ sóng.

Kết luận: Sai

c) Thời gian di chuyển từ M đến khi xuất hiện lần cuối cùng trên màn hình radar là 54 phút.

Lời giải: Thời gian máy bay nằm trong vùng radar ứng với khoảng t từ $t = 4$ đến $t = 9$ (tức là dài 5 đơn vị thời gian t), tương đương 30 phút $\Rightarrow 1$ đơn vị t bằng 6 phút.

Thời gian đi từ M ($t = 0$) đến khi biến mất khỏi radar ($t = 9$) là $9 \cdot 6 = 54$ phút.

Kết luận: Đúng

d) Khoảng cách giữa máy bay và đài kiểm soát không lưu luôn lớn hơn 294km.

Lời giải: Khoảng cách nhỏ nhất đạt được tại đỉnh của parabol khoảng cách bình phương (tại $t = 6.5$).

Giá trị khoảng cách nhỏ nhất là $d_{\min} = \sqrt{86976.5} \approx 294.92 \text{ km} > 294 \text{ km}$.

Kết luận: Đúng

Câu 4. Sự phát triển của hai quần thể vi khuẩn.

a) Giá trị của $a = 200$.

Lời giải: Tại $t = 0$, tốc độ tăng trưởng là $P'(0) = 350 \Rightarrow a \cdot e^0 + 150 \cdot e^0 = 350 \Rightarrow a = 200$.

Kết luận: Đúng

b) Hàm số biểu diễn số lượng vi khuẩn là $P(t) = 2000e^{0.1t} - 5000e^{-0.03t} + 200000$.

Lời giải: Nguyên hàm của $P'(t)$: $P(t) = 2000e^{0.1t} - 5000e^{-0.03t} + C$.

Vì $P(0) = 200000 \Rightarrow 2000 - 5000 + C = 200000 \Rightarrow C = 203000$. Hằng số tự do phải là 203000.

Kết luận: Sai

c) Sau 12 phút, số lượng vi khuẩn trong quần thể là 206152 con.

Lời giải: Thay $t = 12$ vào hàm đúng $P(t) = 2000e^{1,2} - 5000e^{-0,36} + 203000 \approx 206151.85 \approx 206152$.

Kết luận: Đúng

d) Số lượng vi khuẩn của quần thể (B) ở thời điểm ban đầu là 191967 con.

Lời giải: Tính toán theo dữ kiện thời gian cho ra kết quả số lượng ban đầu của quần thể B xấp xỉ bằng 206650 con chứ không phải 191967 con.

Kết luận: Sai

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Tìm chi phí thấp nhất cho khẩu phần thức ăn đảm bảo chất dinh dưỡng? (đơn vị là nghìn đồng).

Lời giải:

Gọi x, y lần lượt là số kg thịt bò và thịt heo người đó mua ($0 \leq x \leq 1.6; 0 \leq y \leq 1.1$).

Hệ điều kiện về dinh dưỡng:

$$\begin{cases} 800x + 600y \geq 900 \\ 200x + 400y \geq 400 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8x + 6y \geq 9 \\ x + 2y \geq 2 \end{cases}$$

Hàm chi phí cần tối thiểu hóa: $C(x, y) = 200x + 100y$.

Biểu diễn miền nghiệm trên mặt phẳng tọa độ, các đỉnh của miền khả thi bao gồm:

$$I(0.6; 0.7) \Rightarrow C = 190$$

$$J(0.3; 1.1) \Rightarrow C = 170$$

$$K(1.6; 0.2) \Rightarrow C = 340$$

Giá trị chi phí nhỏ nhất thu được tại đỉnh $J(0.3; 1.1)$ là 170 nghìn đồng.

Đáp số: 170

Câu 2. Hỏi số tiền ông An cần để đổ đầy bình rượu là bao nhiêu nghìn đồng?

Lời giải:

Thể tích phần nón cụt phía dưới (V_1): Bán kính hai đáy là $r_1 = 8$ cm, $r_2 = 15$ cm, chiều cao $h' = 30$ cm.

$$V_1 = \frac{1}{3} \pi \cdot 30 \cdot (8^2 + 15^2 + 8 \cdot 15) = 10\pi \cdot 409 = 4090\pi \text{ cm}^3$$

Thể tích phần đoi cầu phía trên (V_2): Bán kính hai đáy bằng nhau $a = b = 8$ cm, chiều cao $h = 12$ cm.

$$V_2 = \frac{1}{6} \pi \cdot 12 \cdot (3 \cdot 8^2 + 3 \cdot 8^2 + 12^2) = 2\pi \cdot 528 = 1056\pi \text{ cm}^3$$

Tổng thể tích bình: $V = V_1 + V_2 = 5146\pi \text{ cm}^3 \approx 16166.64 \text{ cm}^3 \approx 16.167 \text{ lít}$.

Số tiền cần mua rượu: $16.167 \times 100 = 1616.67$ nghìn đồng. Làm tròn đến hàng đơn vị là 1617 nghìn đồng.

Đáp số: 1617

Câu 3. Tính khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng (SBC) .

Lời giải:

Chọn hệ trục tọa độ sao cho gốc tọa độ tại $B(0;0;0)$, tia BC trùng trục Oy , tia BA trùng trục Ox .

Ta có: $B(0;0;0)$, $C(0;2;0)$, $A(2\sqrt{3};0;0)$, $D(2\sqrt{3};2;0)$.

Tâm hình chữ nhật $I(\sqrt{3};1;0)$. Chân đường cao H là trung điểm của $ID \Rightarrow H\left(\frac{3\sqrt{3}}{2}; \frac{3}{2}; 0\right)$.

Góc giữa SB và đáy là $60^\circ \Rightarrow SH = BH \cdot \tan 60^\circ = 3 \cdot \sqrt{3} = 3\sqrt{3}$.

Tọa độ đỉnh $S\left(\frac{3\sqrt{3}}{2}; \frac{3}{2}; 3\sqrt{3}\right)$.

Phương trình mặt phẳng (SBC) chứa trục Oy và đi qua S có dạng: $2x - z = 0$.

Khoảng cách từ D đến (SBC) là:

$$d(D, (SBC)) = \frac{|2 \cdot 2\sqrt{3} - 0|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{5}} \approx 3.1$$

Đáp số: 3.1

Câu 4. Hoàng dừng lại sau 7 lần tung đồng xu khi đến được B . Có bao nhiêu trường hợp xảy ra?

Lời giải:

Gọi bước đi cùng chiều kim đồng hồ là $+1$ và ngược chiều là -1 . Để đến được vị trí B (cách A 5 bước theo chiều này hoặc 3 bước theo chiều ngược lại trên hình bát giác) sau đúng 7 bước, ta có hai trường hợp nghiệm cho tổng đại số số bước:

Trường hợp 1: Có 6 bước cộng và 1 bước trừ. Tìm số chuỗi thỏa mãn không chạm đích sớm hơn bước thứ 7. Có 5 chuỗi hợp lệ.

Trường hợp 2: Có 2 bước cộng và 5 bước trừ. Tổng số cách sắp xếp là $\binom{7}{2} = 21$. Trừ đi các trường hợp chạm đích trước ở bước 3 hoặc bước 5, thu được 9 chuỗi hợp lệ.

Tổng số trường hợp có thể xảy ra là $5+9=14$.

Đáp số: 14

Câu 5. Sau 20 ngày bạn Diệu nhận về số tiền chênh lệch so với số tiền đầu tư bao nhiêu USD?

Lời giải:

Cổ phiếu A: Giá khởi điểm 100 USD. Mỗi ngày tăng 1 USD, cuối chu kỳ 5 ngày giảm 10%.

Ngày 5: $(100+5) \times 0.9 = 94.5$

Ngày 10: $(94.5+5) \times 0.9 = 89.55$

Ngày 15: $(89.55+5) \times 0.9 = 85.095$

Ngày 20: $(85.095+5) \times 0.9 = 81.0855$ USD.

Cổ phiếu B: Giá khởi điểm 50 USD. Tăng lũy tiến 1% mỗi ngày và cộng thêm 5 USD sau mỗi 3 ngày. Sau 20 ngày, giá trị cổ phiếu B đạt xấp xỉ 94.0266 USD.

Tổng giá trị chênh lệch:

$$\Delta = [10 \times 81.0855 + 15 \times 94.0266] - [10 \times 100 + 15 \times 50] = 2221.25 - 1750 = 471.25 \text{ USD}$$

Làm tròn đến hàng đơn vị thu được 471 USD.

Đáp số: 471

Câu 6. Tính giá trị biểu thức $T = a + b + c$ của điểm E thuộc ranh giới vùng phủ sóng.

Lời giải:

Mặt cầu phủ sóng (S) có tâm $I(1; 2; 2)$ và bán kính $R = 3$.

Tính khoảng cách từ tâm đến hai vị trí sử dụng điện thoại: $IM = IN = 3\sqrt{5} > 3$ (hai điểm đều nằm ngoài mặt cầu).

Do tính chất đối xứng của bài toán, điểm E trên mặt cầu để tổng khoảng cách $EM + EN$ đạt giá trị lớn nhất phải nằm trên đường thẳng đi qua tâm I và vuông góc với đoạn thẳng MN (chính là đường thẳng nối tâm I và trung điểm $K(5; -2; 4)$ của đoạn thẳng MN).

Điểm E cần tìm là giao điểm nằm ở phía đối diện của mặt cầu so với K . Từ đó xác định được tọa độ $E(-1; 4; 1)$.

Vậy $T = a + b + c = -1 + 4 + 1 = 4$.

Đáp số: 4

_____ **HẾT** _____