

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 5$ và công sai $d = -1$. Giá trị của u_2 bằng:

- A. 4. B. -5. C. 5. D. -4.

Câu 2: Cho các hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ có đạo hàm trên tập số thực \mathbb{R} thỏa mãn $f'(x) = x$ và $g'(x) = x^2$. Đạo hàm của hàm số $y = f(x) + g(x)$ là:

- A. $3x$. B. $1 + x^2$. C. $x + x^2$. D. $1 + 2x$.

Câu 3: Cho $\int f(x)dx = \sin x + C$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. $\int [3 + f(x)]dx = 3x + \cos x + C$. B. $\int [3 + f(x)]dx = 3x + \sin x + C$.
 C. $\int [3 + f(x)]dx = 3x - \cos x + C$. D. $\int [3 + f(x)]dx = 3x - \sin x + C$.

Câu 4: Nghiệm của phương trình $\log_3(x-1) = 1$ là

- A. $x = 2$. B. $x = 3$. C. $x = 5$. D. $x = 4$.

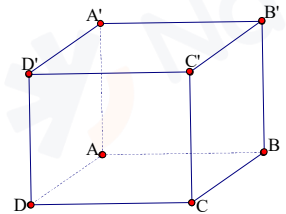
Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;5;1)$ và $B(3;3;1)$. Vectơ \overline{AB} có tọa độ là

- A. $(2; -2; 0)$. B. $(-2; 2; 0)$. C. $(4; 8; 2)$. D. $(2; 4; 1)$.

Câu 6: Cho hai biến cố độc lập A và B có xác suất thỏa mãn $P(A) = 0,5$ và $P(B) = 0,4$. Giá trị của $P(AB)$ bằng

- A. 0,8. B. 0,1. C. 0,9. D. 0,2.

Câu 7: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (xem hình dưới). Vectơ nào sau đây bằng vectơ \overline{AB} ?



- A. $\overline{AA'}$. B. $\overline{D'C'}$.
 C. \overline{CD} . D. \overline{AD} .

Câu 8: Cặp số nào sau đây là nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x + y - 3 < 0 \\ x - y + 1 > 0 \end{cases}$?

- A. $(1; 0)$. B. $(0; 2)$. C. $(-1; 1)$. D. $(1; 2)$.

Câu 9: Hàm số $F(x) = 4x^3$ là một nguyên hàm của hàm số nào sau đây?

- A. $f_2(x) = 3x^2$. B. $f_3(x) = 12x^2$. C. $f_1(x) = x^4$. D. $f_4(x) = 4x^4$.

Câu 10: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($c \neq 0, ad - bc \neq 0$) có bảng biến

x	$-\infty$	$+$	1	$+$	$+\infty$
y'			$+\infty$		-2
y	-2			$-\infty$	

thiên như hình dưới đây:

Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là

- A. $y = -2$. B. $x = -2$. C. $x = 1$. D. $y = 1$.

Câu 11: Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu u_1 và công bội q với $u_1 \neq 0, q > 1$. Số hạng u_4 là

- A. $u_4 = u_1 \cdot q^3$. B. $u_4 = u_1 \cdot q^4$. C. $u_4 = u_1 + 3q$. D. $u_4 = u_1 + 4q$.

Câu 12: Khảo sát thời gian (đơn vị: phút) học trực tuyến trong một ngày của 42 học sinh, người ta thu được mẫu số liệu ghép nhóm như sau:

Thời gian học trực tuyến	[10;20)	[20;30)	[30;40)	[40;50)	[50;60)	[60;70)
Số học sinh	4	8	14	7	4	5

Trung vị của mẫu số liệu trên thuộc nhóm nào sau đây?

- A. [30;40). B. [40;50). C. [60;70). D. [50;60).

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Nhằm đưa ra cảnh báo sớm về tình trạng sức khỏe của cư dân, người ta sử dụng một ứng dụng trí tuệ nhân tạo để sàng lọc nguy cơ mắc bệnh dựa trên hồ sơ y tế được lưu trữ. Khi phát hiện nguy cơ mắc bệnh, ứng dụng này sẽ gửi cảnh báo để giúp người dân đi khám bệnh kịp thời. Người ta dùng ứng dụng này để tầm soát nguy cơ mắc một loại bệnh.

Kết quả thu được khi được khi quét thử nghiệm hồ sơ y tế của 10 000 người như sau: Có 1000 người nhận được cảnh báo và 9000 người còn lại không nhận được cảnh báo từ ứng dụng. Trong số 1000 người nhận được cảnh báo có 700 người có bệnh và 300 người không có bệnh. Trong số 9000 không nhận được cảnh báo thì có 100 người có bệnh và 8900 người không có bệnh.

Chọn ngẫu nhiên một người trong số 10 000 người nói trên

- a) Xác suất để người đó không nhận được cảnh báo từ ứng dụng bằng 0,9.
 b) Xác suất để người đó không có bệnh biết rằng người đó không nhận được cảnh báo từ ứng dụng lớn hơn 0,98.
 c) Xác suất để người đó không có bệnh bằng 0,9.
 d) Xác suất để người đó không nhận được cảnh báo từ ứng dụng biết rằng người đó không có bệnh nhỏ hơn 0,95.

Câu 2: Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 5x^2 + 9x + 8$

- a) Hàm số đã cho có đạo hàm là $f'(x) = x^2 - 10x + 9$.
 b) Phương trình $f'(x) = 0$ có tập nghiệm là $S = \{1; 9\}$.
 c) Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(1; 9)$.
 d) Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng $\frac{37}{3}$.

Câu 3: Một hệ thống pin năng lượng mặt trời gồm các tấm pin được kết nối với một bộ lưu trữ điện. Trong thời gian mặt trời chiếu sáng của một ngày, năng lượng điện thu được từ các tấm pin được lưu trong bộ lưu trữ điện. Gọi $F(t)$ là năng lượng điện (kWh) lưu trữ được kể từ thời điểm hệ thống bắt đầu hoạt động đến thời điểm t , trong đó t là thời gian tính theo giờ ($0 \leq t \leq 12$) và thời điểm hệ thống bắt đầu hoạt động ứng với $t = 0$. Biết rằng $F(0) = 0$.

Tốc độ lưu trữ năng lượng điện (kW) của hệ thống này là hàm số $f(t) = F'(t)$ với $0 \leq t \leq 12$.

Số liệu ghi nhận được ở một ngày cụ thể trong năm cho thấy $f(t) = -0,3t^2 + 3,6t$ với $0 \leq t \leq 12$.

- a) $F(t) = -0,1t^3 + 1,8t^2$ với $0 \leq t \leq 12$.
 b) Năng lượng điện (kWh) lưu trữ được kể từ thời điểm $t = a$ đến thời điểm $t = b$ ($0 \leq a < b \leq 12$) là $\int_a^b f(t) dt$.
 c) Năng lượng điện lưu trữ được kể từ thời điểm $t = 1$ đến thời điểm $t = 4$ nhỏ hơn 20,6 kWh
 d) Năng lượng điện lưu trữ được kể từ thời điểm $t = 1$ đến thời điểm $t = 7$ gấp hai lần năng lượng điện lưu trữ được kể từ thời điểm $t = 1$ đến thời điểm $t = 4$.

Câu 4: Trong không gian xét hệ tọa độ $Oxyz$ có một đơn vị dài trên các trục tương ứng với 10 mét trên thực tế. Một mục tiêu cần được bảo vệ có vị trí ở gốc tọa độ O . Người ta thiết lập một vành đai bảo vệ quanh mục tiêu theo một đường tròn tâm O có bán kính bằng 7 đơn vị (tương ứng 70 mét trên thực tế) nằm trong mặt Oxy . Một máy bay không người lái (được coi như một hạt) bay theo một đường thẳng từ vị trí $M(5;10;4)$ đến vị trí $N(14;-2;4)$. Tại mỗi vị trí của máy bay, khoảng cách từ máy bay đến vành đai bảo vệ là độ ngắn nhất của các đoạn thẳng nối từ vị trí đó đến một điểm bất kỳ trên vành đai.

a) $\overline{MN} = (9; -12; 0)$.

b) Phương trình tham số của đường thẳng MN là
$$\begin{cases} x = 5 + 3t \\ y = 10 - 4t \\ z = 0 \end{cases} \text{ với } t \in \mathbb{R}.$$

c) Trong quá trình bay từ M đến N , khoảng cách ngắn nhất từ máy bay đến vành đai bảo vệ là 50 mét.

d) Trong quá trình bay từ M đến N , khoảng cách ngắn nhất từ máy bay đến vành đai bảo vệ là ngắn nhất khi máy bay ở vị trí có tọa độ là $(8; 6; 4)$

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hình lập phương $ABCD.MNPQ$ có cạnh bằng 6. Gọi E là trung điểm của đoạn thẳng AB . Khoảng cách từ điểm P đến mặt phẳng (MED) bằng bao nhiêu (không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần trăm)?

Câu 2: Trong một trò chơi bạn Bình cần vượt qua một thử thách. Theo yêu cầu của thử thách, Bình cần điền tất cả 15 số thuộc tập hợp $\{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 10; 11; 12; 15; 16; 20\}$ vào 15 ô vuông trong hình (gồm 5 hàng từ Hàng 1 đến Hàng 5 và 5 cột từ Cột 1 đến Cột 5 xếp dạng bậc thang) thỏa mãn đồng thời ba điều kiện sau:

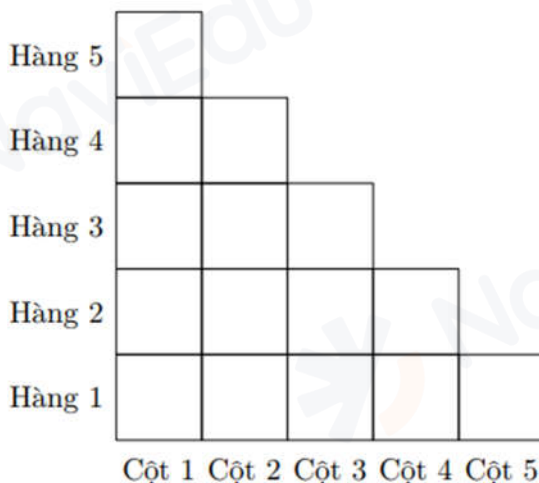
Mỗi ô điền đúng một số và mỗi số chỉ được sử dụng một lần;

Hiệu hai số ở hai ô bất kì khác nhau trên cùng một hàng không chia hết cho 5;

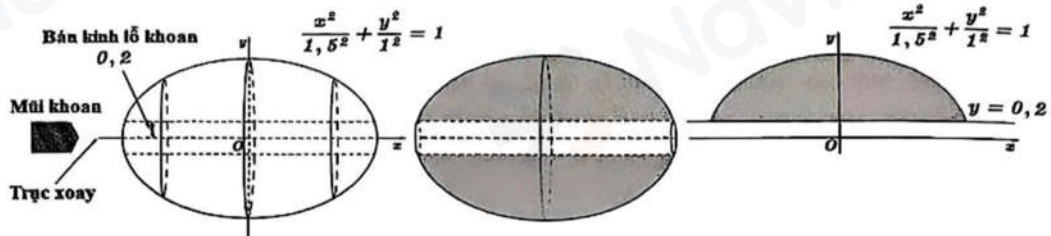
Hiệu hai số ở hai ô bất kì khác nhau trên cùng một cột không chia hết cho 5.

Hai cách điền được gọi là giống nhau nếu số điền ở mỗi ô tương ứng trong 15 ô là giống nhau (không tính đến thứ tự điền các số vào 15 ô vuông). Gọi H là số cách điền khác nhau để bạn

Bình vượt qua được thử thách. Giá trị của $\frac{H}{30}$ bằng bao nhiêu?

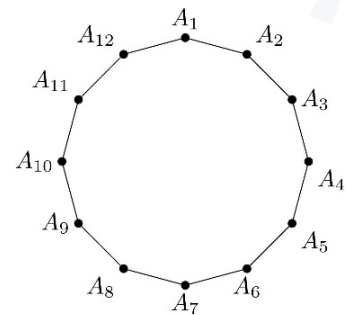


Câu 3: Để chế tác một hạt cườm, người ta lấy một khối vật thể có dạng một khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi trục Ox và nửa trên của elip $\frac{x^2}{1,5^2} + \frac{y^2}{1^2} = 1$ (một đơn vị dài trên mỗi trục tọa độ tương ứng với một xăng-ti-mét trong thực tế) quanh trục Ox ; sau đó khoan dọc theo trục xoay (xem hình dưới). Lỗ khoan có dạng hình trụ với bán kính $0,2\text{cm}$ và có trục nằm trên trục xoay. Phần còn lại sau khi khoan là hạt cườm, có dạng một khối tròn xoay. Thể tích của hạt cườm đó bằng bao nhiêu xăng-ti-mét khối (*không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần trăm*)?



Lưu ý: Các kích thước trong hình minh họa có thể không đúng với tỉ lệ thực tế

Câu 4: Một khung hình trang trí có dạng một đa giác đều 12 cạnh $A_1A_2...A_{12}$ (xem hình vẽ bên dưới) được gắn cố định trên một trần nhà. Bạn Dũng có 12 bóng đèn gồm bốn bóng màu đỏ và tám bóng màu xanh có công suất đôi một khác nhau. Bạn Dũng lắp 12 bóng đèn trên vào 12 đỉnh A_1, A_2, \dots, A_{12} sao mỗi đỉnh có đúng một bóng đèn. Gọi P là xác suất để mỗi đỉnh hình vuông (có bốn đỉnh là các đỉnh của đa giác đã cho) đều có ít nhất một bóng đèn màu đỏ. Giá trị $3190P$ bằng bao nhiêu?



Câu 5: Một nông trại cung cấp rau quả cho siêu thị A với số liệu bán hàng của bốn ngày trong tuần ghi lại trong bảng sau:

Ngày	Số ki-lô- gam			Tổng số tiền (nghìn đồng)
	Rau muống	Bí xanh	Cà chua	
Thứ Tư	19	14	10	600
Thứ Năm	20	12	8	540
Thứ Sáu	25	12	7	570
Thứ Bảy	50	25	20	?

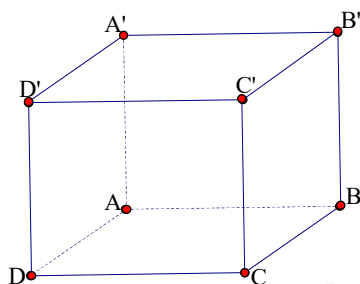
Biết rằng đơn giá theo ki-lô- gam của mỗi loại rau quả trong bảng trên là không đổi. Tổng số tiền nông trại thu được ở ngày thứ Bảy từ ba loại rau quả trên khi cung cấp cho siêu thị A là bao nhiêu nghìn đồng?

Câu 6: Một công ty nông sản có công suất chế biến không quá 200 tấn nguyên liệu một tháng. Nếu công ty chế biến x tấn nguyên liệu trong một tháng ($1 \leq x \leq 200$) thì chi phí sản xuất và doanh thu lần lượt là $C(x) = 0,001x^3 + 30x + 10$ (triệu đồng) và $R(x) = 60x$ (triệu đồng). Lợi nhuận lớn nhất mà công ty đạt được trong một tháng là bao nhiêu triệu đồng?

----- HẾT -----

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B) = 0,5 \cdot 0,4 = 0,2$$

Câu 7: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (xem hình dưới). Vectơ nào sau đây bằng vectơ \overline{AB} ?



- A. $\overline{AA'}$. B. $\overline{D'C'}$. C. \overline{CD} . D. \overline{AD} .

Lời giải

Ta có $\overline{AB} = \overline{D'C'}$

Câu 8: Cặp số nào sau đây là nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x + y - 3 < 0 \\ x - y + 1 > 0 \end{cases}$?

- A. (1;0). B. (0;2). C. (-1;1). D. (1;2).

Lời giải

Vì $\begin{cases} 1 + 0 - 3 = -2 < 0 \\ 1 - 0 + 1 = 2 > 0 \end{cases}$ (Đúng)

Vậy cặp số (1;0) là nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x + y - 3 < 0 \\ x - y + 1 > 0 \end{cases}$

Câu 9: Hàm số $F(x) = 4x^3$ là một nguyên hàm của hàm số nào sau đây?

- A. $f_2(x) = 3x^2$. B. $f_3(x) = 12x^2$. C. $f_1(x) = x^4$. D. $f_4(x) = 4x^4$.

Lời giải

Ta có $F'(x) = (4x^3)' = 12x^2$.

Suy ra hàm số $F(x) = 4x^3$ là một nguyên hàm của hàm số $f_3(x) = 12x^2$.

Câu 10: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($c \neq 0, ad - bc \neq 0$) có bảng biến thiên như hình dưới đây:

x	$-\infty$	+	1	+	$+\infty$
y'			$+\infty$		-2
y					

Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là

- A. $y = -2$. B. $x = -2$. C. $x = 1$. D. $y = 1$.

Lời giải

Câu 11: Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu u_1 và công bội q với $u_1 \neq 0, q > 1$. Số hạng u_4 là

- A. $u_4 = u_1 \cdot q^3$. B. $u_4 = u_1 \cdot q^4$. C. $u_4 = u_1 + 3q$. D. $u_4 = u_1 + 4q$.

Lời giải

$u_n = u_1 \cdot q^{n-1} \Rightarrow u_4 = u_1 \cdot q^3$

Câu 12: Khảo sát thời gian (đơn vị: phút) học trực tuyến trong một ngày của 42 học sinh, người ta thu được mẫu số liệu ghép nhóm như sau:

Thời gian học trực tuyến	[10;20)	[20;30)	[30;40)	[40;50)	[50;60)	[60;70)
Số học sinh	4	8	14	7	4	5

Trung vị của mẫu số liệu trên thuộc nhóm nào sau đây?

- A.** [30;40). **B.** [40;50). **C.** [60;70). **D.** [50;60).

Lời giải

$$\text{Ta có } \frac{n}{4} \cdot 2 = \frac{42}{4} \cdot 2 = 21$$

Thời gian học trực tuyến	[10;20)	[20;30)	[30;40)	[40;50)	[50;60)	[60;70)
Số học sinh	4	8	14	7	4	5
Tần số tích lũy	4	12	26	33	37	42

Nhóm [30;40) có tần số tích lũy là 26, là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn 21 nên

Trung vị của mẫu số liệu trên thuộc nhóm [30;40)

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Nhằm đưa ra cảnh báo sớm về tình trạng sức khỏe của cư dân, người ta sử dụng một ứng dụng trí tuệ nhân tạo để sàng lọc nguy cơ mắc bệnh dựa trên hồ sơ y tế được lưu trữ. Khi phát hiện nguy cơ mắc bệnh, ứng dụng này sẽ gửi cảnh báo để giúp người dân đi khám bệnh kịp thời. Người ta dùng ứng dụng này để tầm soát nguy cơ mắc một loại bệnh. Kết quả thu được khi được khi quét thử nghiệm hồ sơ y tế của 10 000 người như sau: Có 1000 người nhận được cảnh báo và 9000 người còn lại không nhận được cảnh báo từ ứng dụng. Trong số 1000 người nhận được cảnh báo có 700 người có bệnh và 300 người không có bệnh. Trong số 9000 không nhận được cảnh báo thì có 100 người có bệnh và 8900 người không có bệnh.

Chọn ngẫu nhiên một người trong số 10 000 người nói trên

- a) Xác suất để người đó không nhận được cảnh báo từ ứng dụng bằng 0,9.
b) Xác suất để người đó không có bệnh biết rằng người đó không nhận được cảnh báo từ ứng dụng lớn hơn 0,98.
c) Xác suất để người đó không có bệnh bằng 0,9.
d) Xác suất để người đó không nhận được cảnh báo từ ứng dụng biết rằng người đó không có bệnh nhỏ hơn 0,95.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

Gọi A là biến cố: “người đó nhận được cảnh báo”.

$$P(A) = \frac{1000}{10000} = 0,1.$$

a) Đúng.

\bar{A} là biến cố: “người đó không nhận được cảnh báo”.

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 0,9.$$

b) Đúng.

Gọi B là biến cố: “người có bệnh”.

$$P(B|A) = \frac{700}{1000} = 0,7 \Rightarrow P(\bar{B}|A) = 1 - P(B|A) = 0,3.$$

$$P(B|\bar{A}) = \frac{100}{9000} = \frac{1}{90} \Rightarrow P(\bar{B}|\bar{A}) = 1 - P(B|\bar{A}) = \frac{89}{90}.$$

Xác suất để người đó không có bệnh biết rằng người đó không nhận được cảnh báo từ ứng dụng $P(\bar{B}|\bar{A}) = \frac{89}{90} \approx 0,99 > 0,98$.

c) Sai.

Xác suất để người đó không có bệnh:

$$P(\bar{B}) = P(\bar{B}|A) \cdot P(A) + P(\bar{B}|\bar{A}) \cdot P(\bar{A}) = 0,3 \cdot 0,1 + \frac{89}{90} \cdot 0,9 = 0,92.$$

d) Sai

Xác suất để người đó không nhận được cảnh báo từ ứng dụng biết rằng người đó không có bệnh:

$$P(\bar{A}|\bar{B}) = \frac{P(\bar{B}|\bar{A}) \cdot P(\bar{A})}{P(\bar{B})} = \frac{\frac{89}{90} \cdot 0,9}{0,92} = \frac{89}{92} \approx 0,97 > 0,95.$$

Câu 2: Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 5x^2 + 9x + 8$

a) Hàm số đã cho có đạo hàm là $f'(x) = x^2 - 10x + 9$.

b) Phương trình $f'(x) = 0$ có tập nghiệm là $S = \{1; 9\}$.

c) Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(1; 9)$.

d) Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng $\frac{37}{3}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

a) Hàm số đã cho có đạo hàm là $f'(x) = x^2 - 10x + 9$. Mệnh đề đúng

b) $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 9 \end{cases}$.

c) Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	1	9	$+\infty$			
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$	$-\infty$		$\frac{37}{3}$		-73		$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(1; 9)$. Mệnh đề đúng.

d) Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng -73 . Mệnh đề sai.

Câu 3: Một hệ thống pin năng lượng mặt trời gồm các tấm pin được kết nối với một bộ lưu trữ điện. Trong thời gian mặt trời chiếu sáng của một ngày, năng lượng điện thu được từ các tấm pin được lưu trong bộ lưu trữ điện. Gọi $F(t)$ là năng lượng điện (kWh) lưu trữ được kể từ thời điểm hệ

thống bắt đầu hoạt động đến thời điểm t , trong đó t là thời gian tính theo giờ ($0 \leq t \leq 12$) và thời điểm hệ thống bắt đầu hoạt động ứng với $t = 0$. Biết rằng $F(0) = 0$.

Tốc độ lưu trữ năng lượng điện (kW) của hệ thống này là hàm số $f(t) = F'(t)$ với $0 \leq t \leq 12$.

Số liệu ghi nhận được ở một ngày cụ thể trong năm cho thấy $f(t) = -0,3t^2 + 3,6t$ với $0 \leq t \leq 12$.

a) $F(t) = -0,1t^3 + 1,8t^2$ với $0 \leq t \leq 12$.

b) Năng lượng điện (kWh) lưu trữ được kể từ thời điểm $t = a$ đến thời điểm $t = b$ ($0 \leq a < b \leq 12$) là $\int_a^b f(t) dt$.

c) Năng lượng điện lưu trữ được kể từ thời điểm $t = 1$ đến thời điểm $t = 4$ nhỏ hơn 20,6 kWh

d) Năng lượng điện lưu trữ được kể từ thời điểm $t = 1$ đến thời điểm $t = 7$ gấp hai lần năng lượng điện lưu trữ được kể từ thời điểm $t = 1$ đến thời điểm $t = 4$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

Ta có $F(t) = \int f(t) dt = \int (-0,3t^2 + 3,6t) dt = -0,1t^3 + 1,8t^2 + C$

Vì $F(0) = 0 \Rightarrow C = 0$. Vậy $F(t) = -0,1t^3 + 1,8t^2$

a) Đúng

Ta có $F(t) = -0,1t^3 + 1,8t^2$.

b) Đúng

Năng lượng điện lưu trữ từ $t = a$ đến $t = b$ là $\Delta F = F(b) - F(a) = \int_a^b f(t) dt$.

c) Sai

Năng lượng điện lưu trữ từ $t = 1$ đến $t = 4$ là $\Delta F_{1,4} = F(4) - F(1) = 22,4 - 1,7 = 20,7$ (kWh).

d) Sai

Năng lượng điện lưu trữ từ $t = 1$ đến $t = 7$ là $\Delta F_{1,7} = F(7) - F(1) = 53,9 - 1,7 = 52,2$ (kWh)

Ta có $2 \cdot \Delta F_{1,4} = 2 \cdot 20,7 = 41,4 \neq 52,2$.

Câu 4: Trong không gian xét hệ tọa độ $Oxyz$ có một đơn vị dài trên các trục tương ứng với 10 mét trên thực tế. Một mục tiêu cần được bảo vệ có vị trí ở gốc tọa độ O . Người ta thiết lập một vành đai bảo vệ quanh mục tiêu theo một đường tròn tâm O có bán kính bằng 7 đơn vị (tương ứng 70 mét trên thực tế) nằm trong mặt Oxy . Một máy bay không người lái (được coi như một hạt) bay theo một đường thẳng từ vị trí $M(5;10;4)$ đến vị trí $N(14;-2;4)$. Tại mỗi vị trí của máy bay, khoảng cách từ máy bay đến vành đai bảo vệ là độ ngắn nhất của các đoạn thẳng nối từ vị trí đó đến một điểm bất kỳ trên vành đai.

a) $\overline{MN} = (9; -12; 0)$.

b) Phương trình tham số của đường thẳng MN là
$$\begin{cases} x = 5 + 3t \\ y = 10 - 4t \\ z = 0 \end{cases} \text{ với } t \in \mathbb{R}.$$

c) Trong quá trình bay từ M đến N , khoảng cách ngắn nhất từ máy bay đến vành đai bảo vệ là 50 mét.

d) Trong quá trình bay từ M đến N , khoảng cách ngắn nhất từ máy bay đến vành đai bảo vệ là ngắn nhất khi máy bay ở vị trí có tọa độ là $(8; 6; 4)$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

a) Đúng

Ta có $\overrightarrow{MN} = (14 - 5; -2 - 10; 4 - 4) = (9; -12; 0)$.

b) Sai

Đường thẳng MN có vector chỉ phương là $\frac{1}{3}\overrightarrow{MN} = (3; -4; 0)$.

Phương trình tham số của đường thẳng MN là $\begin{cases} x = 5 + 3t \\ y = 10 - 4t \\ z = 4 \end{cases}$ với $t \in \mathbb{R}$.

c) Đúng

Vành đai là đường tròn trong mặt phẳng (Oxy) có phương trình là $x^2 + y^2 = 7^2$.

Hình chiếu của điểm $M(5; 10; 4)$ trên (Oxy) là $M'(5; 10; 0)$ và hình chiếu của $N(14; -2; 4)$ trên (Oxy) là $N'(14; -2)$.

Trong quá trình bay từ M đến N , gọi vị trí của máy bay là A nên điểm A có tọa độ là $(5 + 3t; 10 - 4t; 4)$.

Gọi A' là hình chiếu của A trên (Oxy) . Suy ra $A'(5 + 3t; 10 - 4t; 0)$.

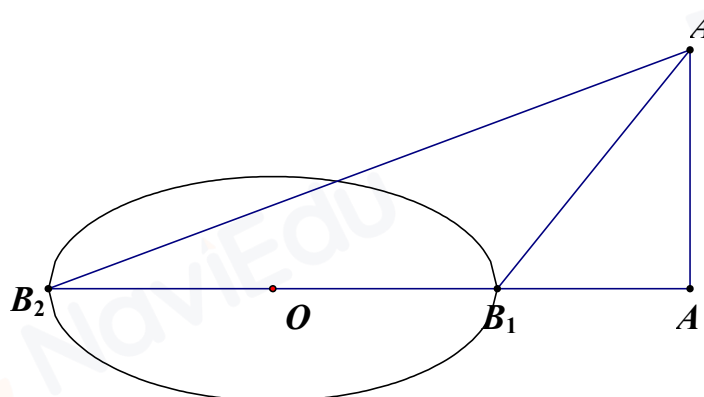
Trong mặt phẳng (Oxy) đường thẳng MN' có phương trình tham số là $\begin{cases} x = 5 + 3t \\ y = 10 - 4t \end{cases}$

Suy ra MN' có phương trình tổng quát là $4x + 3y - 50 = 0$. Suy ra

$$d(O, MN') = \frac{|4 \cdot 0 + 3 \cdot 0 - 50|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = 10 > 7$$

Suy ra đường thẳng MN' không cắt $(O, 7)$ nên điểm A' nằm bên ngoài vành đai.

Gọi B là điểm bất kì trên vành đai



$$\begin{aligned} \text{Ta có khoảng cách từ } A \text{ đến vành đai là } AB_{\min} &= AB_1 = \sqrt{AA'^2 + (A'B_1)^2} = \sqrt{AA'^2 + (A'O - 7)^2} \\ &= \sqrt{4^2 + \left(\sqrt{(5 + 3t)^2 + (10 - 4t)^2} - 7\right)^2} = \sqrt{16 + \left(\sqrt{25t^2 - 50t + 125} - 7\right)^2}. \end{aligned}$$

Do hàm số $y = 25t^2 - 50t + 125$ đạt giá trị nhỏ nhất là 100 khi $t = 1$ nên giá trị nhỏ nhất của AB_{\min} là 5 khi $t = 1$.

Vậy khoảng cách ngắn nhất từ máy bay đến vành đai bảo vệ là 50 mét.

d) Đúng

Ta có khi $t = 1$ tọa độ máy bay $P(8;6;4)$.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hình lập phương $ABCD.MNPQ$ có cạnh bằng 6. Gọi E là trung điểm của đoạn thẳng AB . Khoảng cách từ điểm P đến mặt phẳng (MED) bằng bao nhiêu (không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần trăm)?

Lời giải

Trả lời: 7,35

Gắn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho $D \equiv O(0;0;0)$, các tia DA, DC, DQ lần lượt trùng với các chiều dương của các trục Ox, Oy, Oz .

Khi đó: $D(0;0;0)$, $A(6;0;0)$, $B(6;6;0)$, $M(6;0;6)$, $P(0;6;6)$

Do E là trung điểm của đoạn thẳng AB nên tọa độ điểm E là: $E(6;3;0)$.

Ta có các vector: $\overrightarrow{DM} = (6;0;6)$, $\overrightarrow{DE} = (6;3;0)$.

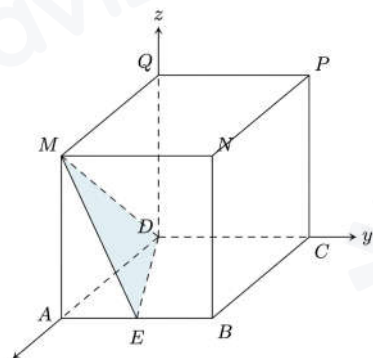
$$[\overrightarrow{DM}, \overrightarrow{DE}] = (-18; 36; 18)$$

Chọn vector pháp tuyến của mặt phẳng (MED) là $\vec{n} = (-1; 2; 1)$.

Mặt phẳng (MED) đi qua gốc tọa độ $D(0;0;0)$ và có vector pháp tuyến $\vec{n} = (-1; 2; 1)$ nên có phương trình: $-x + 2y + z = 0$.

Khoảng cách từ điểm $P(0;6;6)$ đến mặt phẳng (MED) là:

$$d(P, (MED)) = \frac{|-0 + 2 \cdot 6 + 6|}{\sqrt{(-1)^2 + 2^2 + 1^2}} = \frac{18}{\sqrt{6}} = 3\sqrt{6} \approx 7,35$$



Câu 2: Trong một trò chơi bạn Bình cần vượt qua một thử thách. Theo yêu cầu của thử thách, Bình cần điền tất cả 15 số thuộc tập hợp $\{0;1;2;3;4;5;6;7;8;10;11;12;15;16;20\}$ vào 15 ô vuông trong hình (gồm 5 hàng từ Hàng 1 đến Hàng 5 và 5 cột từ Cột 1 đến Cột 5 xếp dạng bậc thang) thỏa mãn đồng thời ba điều kiện sau:

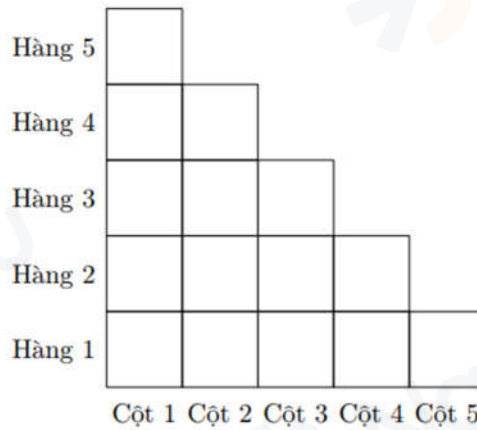
Mỗi ô điền đúng một số và mỗi số chỉ được sử dụng một lần;

Hiệu hai số ở hai ô bất kì khác nhau trên cùng một hàng không chia hết cho 5;

Hiệu hai số ở hai ô bất kì khác nhau trên cùng một cột không chia hết cho 5.

Hai cách điền được gọi là giống nhau nếu số điền ở mỗi ô tương ứng trong 15 ô là giống nhau (không tính đến thứ tự điền các số vào 15 ô vuông). Gọi H là số cách điền khác nhau để bạn

Bình vượt qua được thử thách. Giá trị của $\frac{H}{30}$ bằng bao nhiêu?



Lời giải

Trả lời: 1152

Các số được chia thành 5 nhóm theo số dư khi chia cho 5:

Nhóm 0 (dư 0): {0; 5; 10; 15; 20} (5 số)

Nhóm 1 (dư 1): {1; 6; 11; 16} (4 số)

Nhóm 2 (dư 2): {2; 7; 12} (3 số)

Nhóm 3 (dư 3): {3; 8} (2 số)

Nhóm 4 (dư 4): {4} (1 số)

Điều kiện "Hiệu hai số trên cùng hàng/cột không chia hết cho 5" tương đương với việc các số trên cùng hàng hoặc cùng cột phải có số dư khác nhau khi chia cho 5. Nghĩa là không có 2 số nào cùng nhóm nằm trên cùng 1 hàng hay 1 cột.

Ta có mô hình bảng gồm 5 hàng và 5 cột dạng nửa tam giác (số ô mỗi hàng từ trên xuống dưới lần lượt là 1, 2, 3, 4, 5; số ô mỗi cột từ trái qua phải lần lượt là 5, 4, 3, 2, 1).

Để xếp 5 số thuộc nhóm 0 không cùng hàng hoặc cột, ta bắt buộc phải xếp chúng vào đường chéo dài nhất (5 ô). Sau khi loại đi đường chéo này, phần còn lại là một tam giác gồm 4 ô chéo. Bằng lập luận tương tự, 4 số thuộc nhóm 1 phải nằm trên đường chéo tiếp theo.

Cứ như vậy, vị trí các nhóm hoàn toàn bị cố định thành từng đường chéo song song:

Số cách điền các số nhóm 0 là: 5!

Số cách điền các số nhóm 1 là: 4!

Số cách điền các số nhóm 2 là: 3!

Số cách điền các số nhóm 3 là: 2!

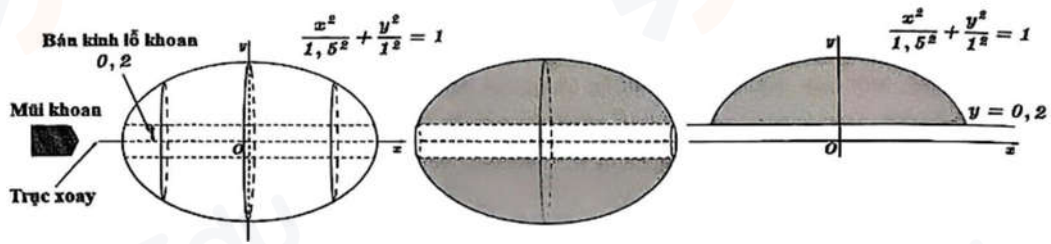
Số cách điền các số nhóm 4 là: 1!

Vậy tổng số cách điền thỏa mãn là:

$$H = 5! \cdot 4! \cdot 3! \cdot 2! \cdot 1! = 34560.$$

$$\text{Giá trị của } \frac{H}{30} = \frac{34560}{30} = 1152.$$

- Câu 3:** Để chế tác một hạt cườm, người ta lấy một khối vật thể có dạng một khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi trục Ox và nửa trên của elip $\frac{x^2}{1,5^2} + \frac{y^2}{1^2} = 1$ (một đơn vị dài trên mỗi trục tọa độ tương ứng với một xăng-ti-mét trong thực tế) quanh trục Ox ; sau đó khoan dọc theo trục xoay (xem hình dưới). Lỗ khoan có dạng hình trụ với bán kính $0,2\text{cm}$ và có trục nằm trên trục xoay. Phần còn lại sau khi khoan là hạt cườm, có dạng một khối tròn xoay. Thể tích của hạt cườm đó bằng bao nhiêu xăng-ti-mét khối (không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần trăm)?



Lưu ý: Các kích thước trong hình minh họa có thể không đúng với tỉ lệ thực tế

Lời giải

Trả lời: 5,91

Phương trình elip đã cho là: $\frac{x^2}{1,5^2} + \frac{y^2}{1^2} = 1 \Leftrightarrow \frac{x^2}{2,25} + y^2 = 1$

Do lấy nửa trên của elip nên $y \geq 0$, ta suy ra: $y^2 = 1 - \frac{x^2}{2,25}$

Lỗ khoan có dạng hình trụ bán kính $r = 0,2$ cm, nằm dọc theo trục Ox , tức là phần không gian bị lấy đi giới hạn bởi đường thẳng $y = 0,2$.

Để tìm các giới hạn hoành độ nơi mũi khoan đi vào và đi ra khỏi khối elip, ta tìm giao điểm của đường thẳng $y = 0,2$ và elip là $1 - \frac{x^2}{2,25} = (0,2)^2 \Leftrightarrow x^2 = 0,96 \times 2,25 = 2,16 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\sqrt{2,16} \\ x = \sqrt{2,16} \end{cases}$

Thể tích hạt cườm chính là thể tích khối tròn xoay sinh bởi hình phẳng giới hạn bởi đường elip $y_{\text{elip}}^2 = 1 - \frac{x^2}{2,25}$ và đường thẳng $y_{\text{trục}} = 0,2$, quay quanh trục Ox trên đoạn $[-\sqrt{2,16}; \sqrt{2,16}]$.

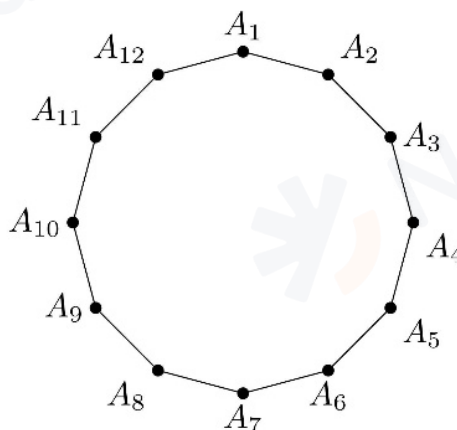
Do tính chất đối xứng qua trục Oy , ta có thể tính tích phân từ 0 đến $\sqrt{2,16}$ rồi nhân đôi:

$$V = 2\pi \int_0^{\sqrt{2,16}} (y_{\text{elip}}^2 - y_{\text{trục}}^2) dx$$

$$\Rightarrow V = 2\pi \int_0^{\sqrt{2,16}} \left(1 - \frac{x^2}{2,25} - 0,04\right) dx = 2\pi \int_0^{\sqrt{2,16}} \left(0,96 - \frac{x^2}{2,25}\right) dx \approx 5,91 (\text{cm}^3)$$

Vật thể tích của hạt cườm bằng $5,91 \text{ cm}^3$.

Câu 4: Một khung hình trang trí có dạng một đa giác đều 12 cạnh $A_1 A_2 \dots A_{12}$ (xem hình vẽ bên dưới) được gắn cố định trên một trần nhà. Bạn Dũng có 12 bóng đèn gồm bốn bóng màu đỏ và tám bóng màu xanh có công suất đôi một khác nhau. Bạn Dũng lắp 12 bóng đèn trên vào 12 đỉnh A_1, A_2, \dots, A_{12} sao mỗi đỉnh có đúng một bóng đèn. Gọi P là xác suất để mỗi đỉnh hình vuông (có bốn đỉnh là các đỉnh của đa giác đã cho) đều có ít nhất một bóng đèn màu đỏ. Giá trị $3190P$ bằng bao nhiêu?



Lời giải

Trả lời: 1856

Phép thử: Dựng lắp 12 bóng đèn gồm bốn bóng màu đỏ và tám bóng màu xanh có công suất đôi một khác nhau vào 12 đỉnh A_1, A_2, \dots, A_{12} sao mỗi đỉnh có đúng một bóng đèn

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = 12!$

Biến cố: mỗi đỉnh hình vuông (có bốn đỉnh là các đỉnh của đa giác đã cho) đều có ít nhất một bóng đèn màu đỏ.

Ta có số hình vuông là 3: $\{A_1, A_4, A_7, A_{10}\}; \{A_2, A_5, A_8, A_{11}\}; \{A_3, A_6, A_9, A_{12}\}$

Có 1 hình vuông có 2 bóng đỏ và 2 hình vuông có 1 bóng đỏ

Có 3 cách chọn hình vuông có 2 bóng đỏ

Số cách xếp vị trí bóng đỏ cho hình vuông có 1 bóng đỏ: $C_4^1 = 4$.

Số cách xếp vị trí bóng đỏ cho hình vuông có 2 bóng đỏ: $C_4^2 = 6$.

Số cách lắp bóng sao cho mỗi đỉnh hình vuông (có bốn đỉnh là các đỉnh của đa giác đã cho) đều có ít nhất một bóng đèn màu đỏ: $3 \cdot (4 \cdot 4 \cdot 6) \cdot 4! \cdot 8! = 278691840$ cách

$$\text{Xác suất } P = \frac{278691840}{12!} = \frac{32}{55}$$

$$\text{Vậy } 3190P = 3190 \cdot \frac{32}{55} = 1856$$

Câu 5: Một nông trại cung cấp rau quả cho siêu thị A với số liệu bán hàng của bốn ngày trong tuần ghi lại trong bảng sau:

Ngày	Số ki-lô-gam			Tổng số tiền (nghìn đồng)
	Rau muống	Bí xanh	Cà chua	
Thứ Tư	19	14	10	600
Thứ Năm	20	12	8	540
Thứ Sáu	25	12	7	570
Thứ Bảy	50	25	20	?

Biết rằng đơn giá theo ki-lô-gam của mỗi loại rau quả trong bảng trên là không đổi. Tổng số tiền nông trại thu được ở ngày thứ Bảy từ ba loại rau quả trên khi cung cấp cho siêu thị A là bao nhiêu nghìn đồng?

Lời giải

Trả lời: 1275

Gọi x, y, z lần lượt là giá tiền của mỗi ki lô gam rau muống, bí xanh, cà chua (đơn vị: Nghìn đồng).

$$\text{Theo bài ra ta có: } \begin{cases} 19x + 14y + 10z = 600 \\ 20x + 12y + 8z = 540 \\ 25x + 12y + 7z = 570 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 10 \\ y = 15 \\ z = 20 \end{cases}$$

Vậy tổng số tiền nông trại thu được ở ngày thứ Bảy từ ba loại rau quả trên khi cung cấp cho siêu thị A là: $50 \cdot 10 + 25 \cdot 15 + 20 \cdot 20 = 1275$ (nghìn đồng).

Câu 6: Một công ty nông sản có công suất chế biến không quá 200 tấn nguyên liệu một tháng. Nếu công ty chế biến x tấn nguyên liệu trong một tháng ($1 \leq x \leq 200$) thì chi phí sản xuất và doanh thu lần lượt là $C(x) = 0,001x^3 + 30x + 10$ (triệu đồng) và $R(x) = 60x$ (triệu đồng). Lợi nhuận lớn nhất mà công ty đạt được trong một tháng là bao nhiêu triệu đồng?

Lời giải

Trả lời: 1990

Hàm lợi nhuận: $\pi(x) = R(x) - C(x) = 60x - (0,001x^3 + 30x + 10) = -0,001x^3 + 30x - 10$.

Đạo hàm: $\pi'(x) = -0,003x^2 + 30 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 100 \in [1; 200] \\ x = -100 \notin [1; 200] \end{cases}$

Ta có: $\pi(1) = 19,999$; $\pi(100) = 1990$; $\pi(200) = -2010$.

Vậy lợi nhuận lớn nhất mà công ty đạt được trong một tháng là 1990 triệu đồng khi chế biến 100 tấn nguyên liệu.

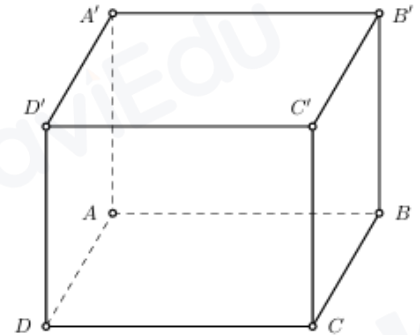
----- HẾT -----

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hình lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$ (xem hình dưới).

Vector nào sau đây bằng vector \overrightarrow{AD} ?

- A. \overrightarrow{AB} . B. $\overrightarrow{AA'}$.
C. \overrightarrow{CD} . D. $\overrightarrow{B'C'}$.



Câu 2: Cho các hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ có đạo hàm trên tập số thực \mathbb{R} thỏa mãn $f'(x) = 2x$ và $g'(x) = x^2$. Đạo hàm của hàm số $y = f(x) + g(x)$ là

- A. $4x$. B. $2x + x^2$. C. $2 + 2x$. D. $2 + x^2$.

Câu 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;3;1)$ và $B(4;1;1)$. Vector \overrightarrow{AB} có tọa độ là

- A. $(3;2;1)$. B. $(-2;2;0)$. C. $(6;4;2)$. D. $(2;-2;0)$.

Câu 4: Cho $\int f(x)dx = \sin x + C$. Phát biểu nào sau đây là **Đúng**?

- A. $\int [2 + f(x)]dx = 2x - \sin x + C$. B. $\int [2 + f(x)]dx = 2x + \sin x + C$.
C. $\int [2 + f(x)]dx = 2x + \cos x + C$. D. $\int [2 + f(x)]dx = 2x - \cos x + C$.

Câu 5: Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu u_1 và công bội q với $u_1 \neq 0, q > 1$. Số hạng u_3 là

- A. $u_3 = u_1 \cdot q^3$. B. $u_3 = u_1 + 2q$. C. $u_3 = u_1 \cdot q^2$. D. $u_3 = u_1 + 3q$.

Câu 6: Nghiệm của phương trình $\log_3(3x) = 2$ là

- A. $x = 2$. B. $x = 3$. C. $x = \frac{8}{3}$. D. $x = \frac{2}{3}$.

Câu 7: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -2$ và công sai $d = 3$. Giá trị của u_2 bằng

- A. 1. B. -1. C. -6. D. -5.

Câu 8: Hàm số $F(x) = 5x^3$ là một nguyên hàm của hàm số nào sau đây?

- A. $f_2(x) = 5x^2$. B. $f_4(x) = 5x^4$. C. $f_3(x) = 15x^2$. D. $f_1(x) = \frac{5x^4}{4}$.

Câu 9: Cho hai biến cố độc lập A và B có xác suất thỏa mãn $P(A) = 0,3$ và $P(B) = 0,6$. Giá trị của $P(AB)$ bằng

- A. 0,9. B. 0,3. C. 0,18. D. 0,5.

Câu 10: Cặp số nào sau đây là nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x + y - 2 < 0 \\ x - y + 2 > 0 \end{cases}$?

- A. $(1;0)$. B. $(0;3)$. C. $(-3;0)$. D. $(1;2)$.

Câu 11: Khảo sát thời gian (đơn vị: phút) học trực tuyến trong một ngày của 42 học sinh, người ta thu được mẫu số liệu ghép nhóm như sau:

Thời gian học trực tuyến	[10; 20)	[20; 30)	[30; 40)	[40; 50)	[50; 60)	[60; 70)
Số học sinh	5	7	15	6	5	4

Trung vị của mẫu số liệu trên thuộc nhóm nào sau đây?

- A. [40; 50). B. [20; 30). C. [30; 40). D. [50; 60).

Câu 12: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($c \neq 0, ad - bc \neq 0$) có bảng biến thiên như hình dưới đây:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		+		+	
y			$+\infty$		-2
		-2		$-\infty$	

Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là

- A. $x = -2$. B. $y = 1$. C. $y = -2$. D. $x = 1$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu học sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Một hệ thống pin năng lượng mặt trời gồm các tấm pin được kết nối với một bộ lưu trữ điện. Trong thời gian mặt trời chiếu sáng của một ngày, năng lượng điện thu được từ các tấm pin được lưu trong bộ lưu trữ điện. Gọi $F(t)$ là năng lượng điện (kWh) lưu trữ được kể từ thời điểm hệ thống bắt đầu hoạt động đến thời điểm t , trong đó t là thời gian tính theo giờ ($0 \leq t \leq 12$) và thời điểm hệ thống bắt đầu hoạt động ứng với $t = 0$. Biết rằng $F(0) = 0$.

Tốc độ lưu trữ năng lượng điện (kW) của hệ thống này là hàm số $f(t) = F'(t)$ với $0 \leq t \leq 12$. Số liệu ghi nhận được ở một ngày cụ thể trong năm cho thấy $f(t) = -0,15t^2 + 1,8t$ với $0 \leq t \leq 12$.

a) $F(t) = -0,05t^3 + 0,9t^2$ với $0 \leq t \leq 12$.

b) Năng lượng điện (kWh) lưu trữ được kể từ thời điểm $t = a$ đến thời điểm $t = b$ ($0 \leq a < b \leq 12$) là $\int_a^b f(t)dt$.

c) Năng lượng điện lưu trữ được kể từ thời điểm $t = 1$ đến thời điểm $t = 5$ nhỏ hơn 15,3kWh.

d) Năng lượng điện lưu trữ được kể từ thời điểm $t = 1$ đến thời điểm $t = 9$ gấp hai lần năng lượng điện lưu trữ được kể từ thời điểm $t = 1$ đến thời điểm $t = 5$.

Câu 2: Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 8$.

a) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = x^2 - 4x + 3$.

b) Phương trình $f'(x) = 0$ có tập nghiệm là $S = \{1; 3\}$.

c) Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng (1; 3).

d) Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng $\frac{28}{3}$.

Câu 3: Nhằm đưa ra cảnh báo sớm về tình trạng sức khỏe của cư dân, người ta sử dụng một ứng dụng trí tuệ nhân tạo để sàng lọc nguy cơ mắc bệnh dựa trên hồ sơ y tế được lưu trữ. Khi phát hiện nguy cơ mắc bệnh, ứng dụng này sẽ gửi cảnh báo để giúp người dân đi khám bệnh kịp thời. Người ta dùng ứng dụng này để tầm soát nguy cơ mắc một loại bệnh.

Kết quả thu được khi quét thử nghiệm hồ sơ y tế của 10000 người như sau: Có 1000 người nhận được cảnh báo và 9000 người còn lại không nhận được cảnh báo từ ứng dụng. Trong số 1000 người nhận được cảnh báo thì có 600 người có bệnh và 400 người không có bệnh. Trong số 9000 người không nhận được cảnh báo thì có 200 người có bệnh và 8800 người không có bệnh. Chọn ngẫu nhiên một người trong số 10000 người nói trên.

- Xác suất để người đó không nhận được cảnh báo từ ứng dụng bằng 0,9.
- Xác suất để người đó không có bệnh, biết rằng người đó không nhận được cảnh báo từ ứng dụng, lớn hơn 0,97.
- Xác suất để người đó không có bệnh bằng 0,9.
- Xác suất để người đó không nhận được cảnh báo từ ứng dụng, biết rằng người đó không có bệnh, lớn hơn 0,95.

Câu 4: Trong không gian xét hệ tọa độ $Oxyz$ có một đơn vị dài trên các trục tương ứng với 10 mét trên thực tế. Một mục tiêu cần được bảo vệ có vị trí ở gốc tọa độ O . Người ta thiết lập một vành đai bảo vệ quanh mục tiêu theo một đường tròn tâm O có bán kính bằng 6 đơn vị (tương ứng 60 mét trên thực tế) nằm trong mặt phẳng (Oxy) . Một máy bay không người lái (được coi như một hạt) bay theo một đường thẳng từ vị trí $M(2;11;3)$ đến vị trí $N(14;2;3)$. Tại mỗi vị trí của máy bay, khoảng cách từ máy bay đến vành đai bảo vệ là độ dài ngắn nhất của các đoạn thẳng nối từ vị trí đó đến một điểm bất kì trên vành đai.

a) $\overline{MN} = (12; -9; 0)$.

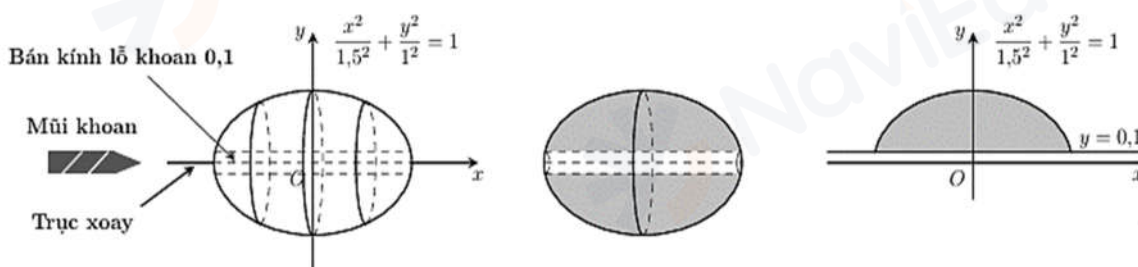
b) Phương trình tham số của đường thẳng MN là
$$\begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = 11 - 3t \\ z = 0 \end{cases} \text{ với } t \in \mathbb{R}.$$

c) Trong quá trình bay từ M đến N , khoảng cách ngắn nhất từ máy bay đến vành đai bảo vệ là 100 mét.

d) Trong quá trình bay từ M đến N , khoảng cách từ máy bay đến vành đai bảo vệ là ngắn nhất khi máy bay ở vị trí có tọa độ là $(6;8;3)$.

PHẦN III. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Để chế tác một hạt cườm, người ta lấy một khối vật thể có dạng một khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi trục Ox và nửa trên của elip $\frac{x^2}{1,5^2} + \frac{y^2}{1^2} = 1$ (một đơn vị dài trên mỗi trục tọa độ tương ứng với một xăng-ti-mét trong thực tế) quanh trục Ox ; sau đó khoan dọc theo trục xoay (xem hình dưới). Lỗ khoan có dạng hình trụ với bán kính 0,1cm và có trục nằm trên trục xoay. Phần còn lại sau khi khoan là hạt cườm, có dạng một khối tròn xoay. Thể tích của hạt cườm đó bằng bao nhiêu xăng-ti-mét khối (không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần trăm)?



Lưu ý: Các kích thước trong hình minh họa có thể không đúng tỉ lệ thực tế.

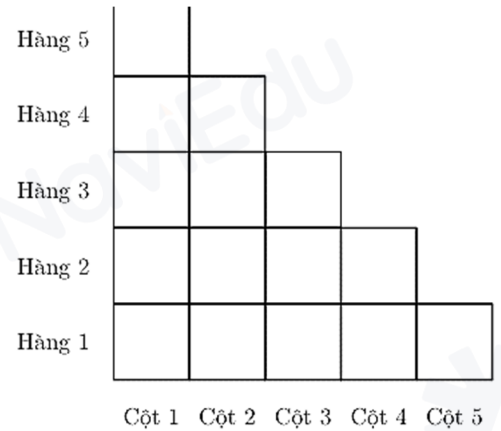
Câu 2: Cho hình lập phương $ABCD.MNPQ$ có cạnh bằng 14. Gọi E là trung điểm của đoạn thẳng AB . Khoảng cách từ điểm P đến mặt phẳng (MED) bằng bao nhiêu (không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần mười)?

Câu 3: Trong một trò chơi bạn Bình cần vượt qua một thử thách. Theo yêu cầu của thử thách, Bình cần điền tất cả 15 số thuộc tập hợp $S = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 11; 12; 13; 16; 17; 21\}$ vào 15 ô vuông trong hình bên thỏa mãn đồng thời ba điều kiện sau:

- Mỗi ô điền đúng một số và mỗi số chỉ được sử dụng một lần;
- Hiệu hai số ở hai ô bất kì khác nhau trên cùng một hàng không chia hết cho 5;
- Hiệu hai số ở hai ô bất kì khác nhau trên cùng một cột không chia hết cho 5.

Hai cách điền gọi là giống nhau nếu số điền ở mỗi ô tương ứng trong 15 ô là giống nhau (không tính đến thứ tự điền các số vào 15 ô vuông). Gọi H là số cách điền khác nhau để bạn Bình vượt qua được thử thách. Giá trị

của $\frac{H}{10}$ bằng bao nhiêu?



Câu 4: Một công ty nông sản có công suất chế biến không quá 180 tấn nguyên liệu một tháng. Nếu công ty chế biến x tấn nguyên liệu trong một tháng ($1 \leq x \leq 180$) thì chi phí sản xuất và doanh thu lần lượt là $C(x) = 0,002x^3 + 30x + 20$ (triệu đồng) và $R(x) = 90x$ (triệu đồng). Lợi nhuận lớn nhất mà công ty đạt được trong một tháng là bao nhiêu triệu đồng?

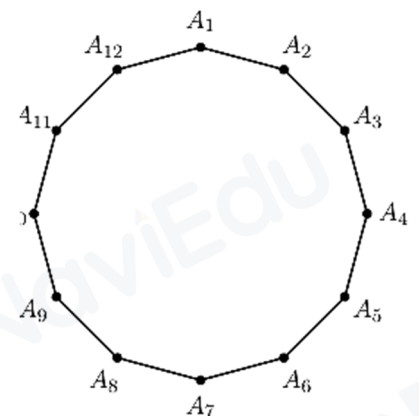
Câu 5: Một nông trại cung cấp rau quả cho siêu thị A với số liệu bán hàng của bốn ngày trong tuần được ghi lại trong bảng sau:

Biết rằng đơn giá theo ki-lô-gam của mỗi loại rau quả trong bảng trên là không đổi. Tổng số tiền nông trại thu được ở ngày thứ Bảy từ ba loại rau quả trên khi cung cấp cho siêu thị A là bao nhiêu nghìn đồng?

Ngày	Số ki-lô-gam			Tổng số tiền (nghìn đồng)
	Rau muống	Bí xanh	Cà chua	
Thứ Tư	19	15	10	615
Thứ Năm	20	12	8	540
Thứ Sáu	25	12	7	570
Thứ Bảy	50	30	20	?

Câu 6: Một khung hình trang trí có dạng một đa giác đều 12 cạnh $A_1A_2 \dots A_{12}$ (xem hình dưới) được gắn cố định trên một trần nhà.

Bạn Dũng có 12 bóng đèn gồm bốn bóng màu đỏ và tám bóng màu xanh, có công suất đôi một khác nhau. Bạn Dũng lắp ngẫu nhiên 12 bóng đèn trên vào 12 đỉnh A_1, A_2, \dots, A_{12} sao cho mỗi đỉnh có đúng một bóng đèn. Gọi P là xác suất để mỗi hình vuông (có bốn đỉnh là các đỉnh của đa giác đã cho) đều có ít nhất một bóng đèn màu đỏ. Giá trị của $4565P$ bằng bao nhiêu?

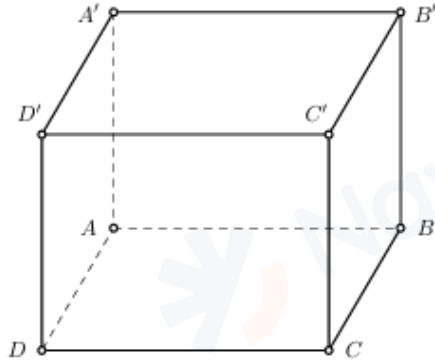


----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT THAM KHẢO

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hình lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$ (xem hình dưới). Vector nào sau đây bằng vector \overrightarrow{AD} ?



- A. \overrightarrow{AB} . B. $\overrightarrow{AA'}$. C. \overrightarrow{CD} . **D. $\overrightarrow{B'C'}$.**

Lời giải

Vì $ABCD \cdot A'B'C'D'$ là hình lập phương nên $AD \parallel B'C'$ và $AD = B'C'$, đồng thời hai vector \overrightarrow{AD} và $\overrightarrow{B'C'}$ cùng hướng.

Do đó $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{B'C'}$.

Câu 2: Cho các hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ có đạo hàm trên tập số thực \mathbb{R} thỏa mãn $f'(x) = 2x$ và $g'(x) = x^2$. Đạo hàm của hàm số $y = f(x) + g(x)$ là

- A. $4x$. **B. $2x + x^2$.** C. $2 + 2x$. D. $2 + x^2$.

Lời giải

Ta có đạo hàm của tổng: $y' = [f(x) + g(x)]' = f'(x) + g'(x) = 2x + x^2$.

Câu 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;3;1)$ và $B(4;1;1)$. Vector \overrightarrow{AB} có tọa độ là

- A. $(3;2;1)$. B. $(-2;2;0)$. C. $(6;4;2)$. **D. $(2;-2;0)$.**

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A) = (4 - 2; 1 - 3; 1 - 1) = (2; -2; 0)$.

Câu 4: Cho $\int f(x)dx = \sin x + C$. Phát biểu nào sau đây là **Đúng**?

- A. $\int [2 + f(x)]dx = 2x - \sin x + C$. **B. $\int [2 + f(x)]dx = 2x + \sin x + C$.**
C. $\int [2 + f(x)]dx = 2x + \cos x + C$. D. $\int [2 + f(x)]dx = 2x - \cos x + C$.

Lời giải

Sử dụng tính chất nguyên hàm, ta có: $\int [2 + f(x)]dx = 2x + \sin x + C$.

Câu 5: Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu u_1 và công bội q với $u_1 \neq 0$, $q > 1$. Số hạng u_3 là

- A. $u_3 = u_1 \cdot q^3$. B. $u_3 = u_1 + 2q$. **C. $u_3 = u_1 \cdot q^2$.** D. $u_3 = u_1 + 3q$.

Lời giải

Công thức số hạng tổng quát của cấp số nhân là $u_n = u_1 \cdot q^{n-1}$.

Do đó, với $n = 3$, ta có $u_3 = u_1 \cdot q^2$.

Câu 6: Nghiệm của phương trình $\log_3(3x) = 2$ là

- A. $x = 2$. B. $x = 3$. C. $x = \frac{8}{3}$. D. $x = \frac{2}{3}$.

Lời giải

Điều kiện: $x > 0$.

Ta có $\log_3(3x) = 2 \Leftrightarrow 3x = 3^2 \Leftrightarrow 3x = 9 \Leftrightarrow x = 3$ (thỏa mãn).

Vậy phương trình có nghiệm là $x = 3$.

Câu 7: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -2$ và công sai $d = 3$. Giá trị của u_2 bằng

- A. 1. B. -1. C. -6. D. -5.

Lời giải

Theo tính chất của cấp số cộng, ta có: $u_2 = u_1 + d = -2 + 3 = 1$.

Câu 8: Hàm số $F(x) = 5x^3$ là một nguyên hàm của hàm số nào sau đây?

- A. $f_2(x) = 5x^2$. B. $f_4(x) = 5x^4$. C. $f_3(x) = 15x^2$. D. $f_1(x) = \frac{5x^4}{4}$.

Lời giải

Ta có $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ nên $f(x) = F'(x) = (5x^3)' = 15x^2$.

Câu 9: Cho hai biến cố độc lập A và B có xác suất thỏa mãn $P(A) = 0,3$ và $P(B) = 0,6$. Giá trị của $P(AB)$ bằng

- A. 0,9. B. 0,3. C. 0,18. D. 0,5.

Lời giải

Vì A và B là hai biến cố độc lập nên xác suất của biến cố giao AB là:

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B) = 0,3 \cdot 0,6 = 0,18.$$

Câu 10: Cặp số nào sau đây là nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x + y - 2 < 0 \\ x - y + 2 > 0 \end{cases}$?

- A. (1;0). B. (0;3). C. (-3;0). D. (1;2).

Lời giải

Thay lần lượt tọa độ các điểm vào hệ bất phương trình:

- Với (1;0): $\begin{cases} 1 + 0 - 2 = -1 < 0 \\ 1 - 0 + 2 = 3 > 0 \end{cases}$ (thỏa mãn).

- Với (0;3): $\{0 + 3 - 2 = 1 < 0$ (sai) (loại).

- Với (-3;0): $\begin{cases} -3 + 0 - 2 = -5 < 0 \\ -3 - 0 + 2 = -1 > 0 \end{cases}$ (loại).

- Với (1;2): $\{1 + 2 - 2 = 1 < 0$ (sai) (loại).

Câu 11: Khảo sát thời gian (đơn vị: phút) học trực tuyến trong một ngày của 42 học sinh, người ta thu được mẫu số liệu ghép nhóm như sau:

Thời gian học trực tuyến	[10; 20)	[20; 30)	[30; 40)	[40; 50)	[50; 60)	[60; 70)
Số học sinh	5	7	15	6	5	4

Trung vị của mẫu số liệu trên thuộc nhóm nào sau đây?

- A. [40; 50). B. [20; 30). C. [30; 40). D. [50; 60).

Lời giải

Cỡ mẫu là $N = 42$. Vị trí của trung vị nằm giữa giá trị thứ 21 và 22.

Gọi cf là tần số tích lũy, ta có:

- Nhóm 1: $cf_1 = 5$
- Nhóm 2: $cf_2 = 5 + 7 = 12$
- Nhóm 3: $cf_3 = 12 + 15 = 27$

Vì $12 < 21 < 22 \leq 27$ nên trung vị của mẫu số liệu thuộc nhóm [30; 40).

Câu 12: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($c \neq 0, ad - bc \neq 0$) có bảng biến thiên như hình dưới đây:

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'		+	+
y	-2	$+\infty$	-2

Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là

- A.** $x = -2$. **B.** $y = 1$. **C.** $y = -2$. **D.** $x = 1$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = -\infty$.

Do đó, đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $x = 1$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu học sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Một hệ thống pin năng lượng mặt trời gồm các tấm pin được kết nối với một bộ lưu trữ điện. Trong thời gian mặt trời chiếu sáng của một ngày, năng lượng điện thu được từ các tấm pin được lưu trong bộ lưu trữ điện. Gọi $F(t)$ là năng lượng điện (kWh) lưu trữ được kể từ thời điểm hệ thống bắt đầu hoạt động đến thời điểm t , trong đó t là thời gian tính theo giờ ($0 \leq t \leq 12$) và thời điểm hệ thống bắt đầu hoạt động ứng với $t = 0$. Biết rằng $F(0) = 0$.

Tốc độ lưu trữ năng lượng điện (kW) của hệ thống này là hàm số $f(t) = F'(t)$ với $0 \leq t \leq 12$. Số liệu ghi nhận được ở một ngày cụ thể trong năm cho thấy $f(t) = -0,15t^2 + 1,8t$ với $0 \leq t \leq 12$.

- a)** $F(t) = -0,05t^3 + 0,9t^2$ với $0 \leq t \leq 12$.
- b)** Năng lượng điện (kWh) lưu trữ được kể từ thời điểm $t = a$ đến thời điểm $t = b$ ($0 \leq a < b \leq 12$) là $\int_a^b f(t)dt$.
- c)** Năng lượng điện lưu trữ được kể từ thời điểm $t = 1$ đến thời điểm $t = 5$ nhỏ hơn 15,3kWh.
- d)** Năng lượng điện lưu trữ được kể từ thời điểm $t = 1$ đến thời điểm $t = 9$ gấp hai lần năng lượng điện lưu trữ được kể từ thời điểm $t = 1$ đến thời điểm $t = 5$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
----------------	----------------	---------------	---------------

a) Đúng Ta có $F(t) = \int f(t)dt = \int (-0,15t^2 + 1,8t)dt = -0,05t^3 + 0,9t^2 + C$.

Vì $F(0) = 0$ nên $C = 0$. Vậy $F(t) = -0,05t^3 + 0,9t^2$.

b) Đúng Theo ý nghĩa của tích phân, lượng điện lưu trữ từ $t = a$ đến $t = b$ bằng

$$\Delta F = F(b) - F(a) = \int_a^b f(t)dt.$$

c) Sai Lượng điện lưu trữ từ $t = 1$ đến $t = 5$ là:

$$F(5) - F(1) = [-0,05(5)^3 + 0,9(5)^2] - [-0,05(1)^3 + 0,9(1)^2] = 16,25 - 0,85 = 15,4 \text{ kWh}.$$

Vì $15,4 > 15,3$ nên phát biểu này sai.

d) Sai Lượng điện lưu trữ từ $t = 1$ đến $t = 9$ là:

$$F(9) - F(1) = [-0,05(9)^3 + 0,9(9)^2] - 0,85 = 36,45 - 0,85 = 35,6 \text{ kWh}.$$

Lượng điện này không gấp hai lần lượng điện từ $t = 1$ đến $t = 5$ (vì $2 \times 15,4 = 30,8 \neq 35,6$).

Câu 2: Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 8$.

a) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = x^2 - 4x + 3$.

b) Phương trình $f'(x) = 0$ có tập nghiệm là $S = \{1; 3\}$.

c) Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(1; 3)$.

d) Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng $\frac{28}{3}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
----------------	----------------	----------------	---------------

a) Đúng Đạo hàm $f'(x) = 3 \cdot \frac{1}{3}x^2 - 2 \cdot 2x + 3 = x^2 - 4x + 3$.

b) Đúng Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$. Vậy $S = \{1; 3\}$.

c) Đúng Xét dấu của $f'(x)$: $f'(x) < 0 \Leftrightarrow x \in (1; 3)$. Do đó hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; 3)$.

d) Sai Hàm số đạt giá trị cực tiểu tại $x = 3$. Giá trị cực tiểu là $f(3) = \frac{1}{3}(3)^3 - 2(3)^2 + 3(3) + 8 = 9 - 18 + 9 + 8 = 8$. Phát biểu cho rằng bằng $\frac{28}{3}$ là sai.

Câu 3: Nhằm đưa ra cảnh báo sớm về tình trạng sức khỏe của cư dân, người ta sử dụng một ứng dụng trí tuệ nhân tạo để sàng lọc nguy cơ mắc bệnh dựa trên hồ sơ y tế được lưu trữ. Khi phát hiện nguy cơ mắc bệnh, ứng dụng này sẽ gửi cảnh báo để giúp người dân đi khám bệnh kịp thời. Người ta dùng ứng dụng này để tầm soát nguy cơ mắc một loại bệnh.

Kết quả thu được khi quét thử nghiệm hồ sơ y tế của 10000 người như sau: Có 1000 người nhận được cảnh báo và 9000 người còn lại không nhận được cảnh báo từ ứng dụng. Trong số 1000 người nhận được cảnh báo thì có 600 người có bệnh và 400 người không có bệnh. Trong số 9000 người không nhận được cảnh báo thì có 200 người có bệnh và 8800 người không có bệnh. Chọn ngẫu nhiên một người trong số 10000 người nói trên.

a) Xác suất để người đó không nhận được cảnh báo từ ứng dụng bằng 0,9.

b) Xác suất để người đó không có bệnh, biết rằng người đó không nhận được cảnh báo từ ứng dụng, lớn hơn 0,97.

c) Xác suất để người đó không có bệnh bằng 0,9.

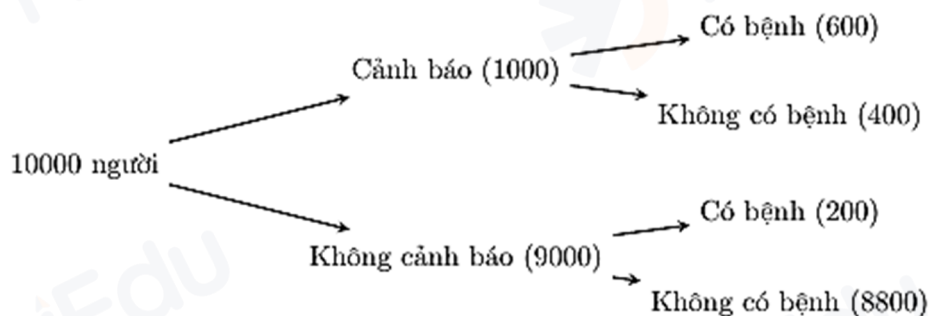
d) Xác suất để người đó không nhận được cảnh báo từ ứng dụng, biết rằng người đó không có bệnh, lớn hơn 0,95.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
----------------	----------------	---------------	----------------

Để thuận tiện cho việc xét các phát biểu, ta thống kê dữ kiện bài toán bằng một trong hai cách sau:

Trình bày bằng sơ đồ cây



Dựa vào các số liệu thống kê ở trên, ta xét các phát biểu:

- a) **Đúng** Số người không nhận được cảnh báo là 9000. Xác suất là $P = \frac{9000}{10000} = 0,9$.
- b) **Đúng** Trong số 9000 người không nhận được cảnh báo, có 8800 người không có bệnh. Xác suất cần tìm là $P = \frac{8800}{9000} \approx 0,9778 > 0,97$.
- c) **Sai** Tổng số người không có bệnh là $400 + 8800 = 9200$ người. Xác suất để chọn được người không có bệnh là $P = \frac{9200}{10000} = 0,92 \neq 0,9$.
- c) **Đúng** Có 9200 người không có bệnh, trong đó số người không nhận được cảnh báo là 8800. Xác suất cần tìm là $P = \frac{8800}{9200} = \frac{22}{23} \approx 0,9565 > 0,95$.

Câu 4: Trong không gian xét hệ tọa độ $Oxyz$ có một đơn vị dài trên các trục tương ứng với 10 mét trên thực tế. Một mục tiêu cần được bảo vệ có vị trí ở gốc tọa độ O . Người ta thiết lập một vành đai bảo vệ quanh mục tiêu theo một đường tròn tâm O có bán kính bằng 6 đơn vị (tương ứng 60 mét trên thực tế) nằm trong mặt phẳng (Oxy) . Một máy bay không người lái (được coi như một hạt) bay theo một đường thẳng từ vị trí $M(2;11;3)$ đến vị trí $N(14;2;3)$. Tại mỗi vị trí của máy bay, khoảng cách từ máy bay đến vành đai bảo vệ là độ dài ngắn nhất của các đoạn thẳng nối từ vị trí đó đến một điểm bất kì trên vành đai.

a) $\overline{MN} = (12; -9; 0)$.

b) Phương trình tham số của đường thẳng MN là
$$\begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = 11 - 3t \\ z = 0 \end{cases} \text{ với } t \in \mathbb{R}.$$

c) Trong quá trình bay từ M đến N , khoảng cách ngắn nhất từ máy bay đến vành đai bảo vệ là 100 mét.

d) Trong quá trình bay từ M đến N , khoảng cách từ máy bay đến vành đai bảo vệ là ngắn nhất khi máy bay ở vị trí có tọa độ là $(6; 8; 3)$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

Đường tròn vành đai (C) nằm trong mặt phẳng (Oxy) có phương trình
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 36 \\ z = 0 \end{cases}.$$

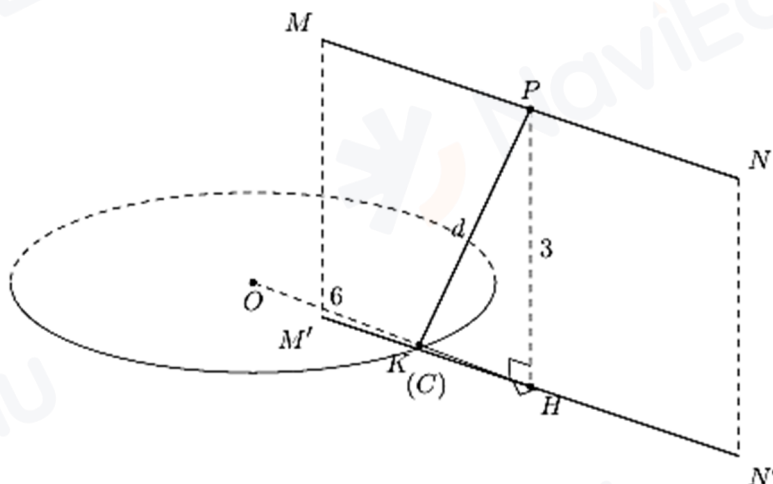
a) **Đúng** Ta có $\overline{MN} = (14 - 2; 2 - 11; 3 - 3) = (12; -9; 0)$.

b) Sai Đường thẳng MN đi qua $M(2;11;3)$ và có một vectơ chỉ phương là $\vec{u} = \frac{1}{3}\overline{MN} = (4; -3; 0)$.

Phương trình tham số là $\begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = 11 - 3t \\ z = 3 \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. Theo phương án đưa ra, tọa độ $z = 0$ là sai.

c) Sai

Dưới đây là hình vẽ minh họa để dễ hình dung bài toán:



Vị trí máy bay $P \in MN$ có tọa độ dạng $P(2+4t; 11-3t; 3)$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của P lên mặt phẳng $(Oxy) \Rightarrow H(2+4t; 11-3t; 0)$.

Khoảng cách từ P đến vành đai (C) đạt giá trị nhỏ nhất khi điểm đó nằm trên (C) và thuộc đường thẳng OH (gọi là điểm K như hình vẽ). Gọi khoảng cách ngắn nhất đó là d , ta có:

$$d = \sqrt{PH^2 + (|OH| - 6)^2} = \sqrt{3^2 + (|OH| - 6)^2}$$

Ta có độ dài đoạn OH :

$$|OH| = \sqrt{(2+4t)^2 + (11-3t)^2} = \sqrt{25t^2 - 50t + 125} = \sqrt{25(t-1)^2 + 100} \geq 10.$$

Dấu "=" xảy ra khi $t = 1$, khi đó $|OH|_{\min} = 10$.

Suy ra khoảng cách $d_{\min} = \sqrt{3^2 + (10-6)^2} = \sqrt{9+16} = 5$ (đơn vị).

Trên thực tế, mỗi đơn vị tương ứng 10 mét nên khoảng cách ngắn nhất là $5 \times 10 = 50$ mét (phát biểu nói 100 mét là sai).

d) Đúng Theo chứng minh trên, khoảng cách ngắn nhất đạt được khi $t = 1$. Thay $t = 1$ vào phương trình tham số của điểm P , ta được tọa độ máy bay là $(6; 8; 3)$.

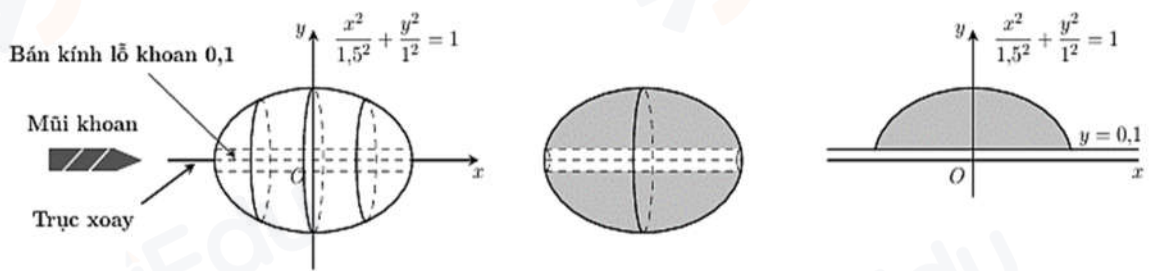
PHẦN III. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Để chế tác một hạt cườm, người ta lấy một khối vật thể có dạng một khối tròn xoay được tạo

thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi trục Ox và nửa trên của elip $\frac{x^2}{1,5^2} + \frac{y^2}{1^2} = 1$ (một đơn vị

dài trên mỗi trục tọa độ tương ứng với một xăng-ti-mét trong thực tế) quanh trục Ox ; sau đó khoan dọc theo trục xoay (xem hình dưới). Lỗ khoan có dạng hình trụ với bán kính 0,1cm và có trục nằm trên trục xoay. Phần còn lại sau khi khoan là hạt cườm, có dạng một khối tròn xoay.

Thể tích của hạt cườm đó bằng bao nhiêu xăng-ti-mét khối (không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần trăm)?



Lưu ý: Các kích thước trong hình minh họa có thể không đúng tỉ lệ thực tế.

Lời giải

Trả lời: 6,19

Từ phương trình của elip $\frac{x^2}{1,5^2} + \frac{y^2}{1^2} = 1$, ta suy ra phương trình nửa trên của elip (với $y \geq 0$) là:

$$y = \sqrt{1 - \frac{x^2}{2,25}}$$

Mũi khoan tạo ra một lỗ khoan hình trụ có trục là Ox và bán kính đáy $y = 0,1$. Thể tích phần bị khoét đi và phần còn lại được giới hạn bởi các mặt xấp xỉ tương ứng với hoành độ giao điểm.

Phương trình hoành độ giao điểm của nửa trên elip và đường thẳng $y = 0,1$ là:

$$\sqrt{1 - \frac{x^2}{2,25}} = 0,1 \Leftrightarrow \frac{x^2}{2,25} = 0,99 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{2,2275}.$$

Hạt cườm thu được là khối tròn xoay được tạo thành khi quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi nửa trên elip $y = \sqrt{1 - \frac{x^2}{2,25}}$, đường thẳng $y = 0,1$ và hai đường thẳng $x = -\sqrt{2,2275}$, $x = \sqrt{2,2275}$.

Thể tích V của hạt cườm được tính bằng công thức:

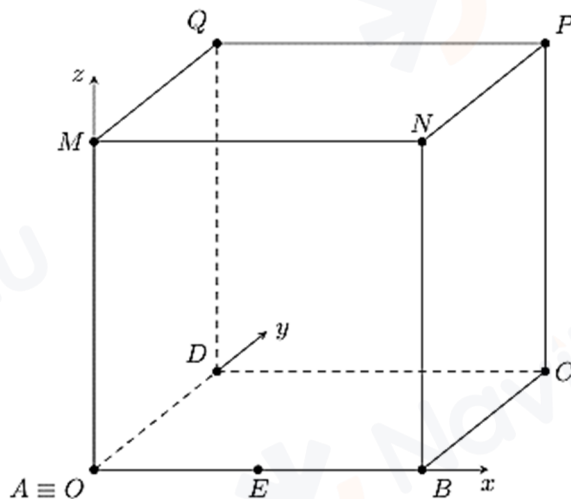
$$V = \pi \int_{-\sqrt{2,2275}}^{\sqrt{2,2275}} \left[\left(\sqrt{1 - \frac{x^2}{2,25}} \right)^2 - (0,1)^2 \right] dx \approx 6,1887.$$

Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm, ta thu được thể tích hạt cườm xấp xỉ $6,19\text{cm}^3$.

Câu 2: Cho hình lập phương $ABCD.MNPQ$ có cạnh bằng 14. Gọi E là trung điểm của đoạn thẳng AB . Khoảng cách từ điểm P đến mặt phẳng (MED) bằng bao nhiêu (không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần mười)?

Lời giải

Trả lời: 17,1



Chọn hệ trục tọa độ không gian $Oxyz$ sao cho gốc tọa độ $O \equiv A(0;0;0)$, các tia Ox, Oy, Oz lần lượt trùng với các tia AB, AD, AM .

Khi đó, độ dài cạnh hình lập phương là 14, ta có tọa độ các điểm như sau:

- $P(14;14;14)$.
- $M(0;0;14)$ (nằm trên trục Oz).
- $D(0;14;0)$ (nằm trên trục Oy).
- Vì E là trung điểm của AB nên $E(7;0;0)$ (nằm trên trục Ox).

Vì ba điểm E, D, M nằm trên ba trục tọa độ nên phương trình mặt phẳng (MED) được viết

dưới dạng phương trình đoạn chắn: $\frac{x}{7} + \frac{y}{14} + \frac{z}{14} = 1 \Leftrightarrow 2x + y + z - 14 = 0$

Khoảng cách từ điểm $P(14;14;14)$ đến mặt phẳng (MED) được tính bằng công thức:

$$d(P, (MED)) = \frac{|2 \cdot 14 + 14 + 14 - 14|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + 1^2}} = \frac{42}{\sqrt{6}} = 7\sqrt{6} \approx 17,1$$

Làm tròn kết quả đến hàng phần mười, ta thu được khoảng cách là 17,1.

Câu 3: Trong một trò chơi bạn Bình cần vượt qua một thử thách. Theo yêu cầu của thử thách, Bình cần điền tất cả 15 số thuộc tập hợp $S = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 11; 12; 13; 16; 17; 21\}$ vào 15 ô vuông trong hình bên thỏa mãn đồng thời ba điều kiện sau:

- Mỗi ô điền đúng một số và mỗi số chỉ được sử dụng một lần;
- Hiệu hai số ở hai ô bất kì khác nhau trên cùng một hàng không chia hết cho 5;
- Hiệu hai số ở hai ô bất kì khác nhau trên cùng một cột không chia hết cho 5.

Hai cách điền gọi là giống nhau nếu số điền ở mỗi ô tương ứng trong 15 ô là giống nhau (không tính đến thứ tự điền các số vào 15 ô vuông). Gọi H là số cách điền khác nhau để bạn Bình vượt

qua được thử thách. Giá trị của $\frac{H}{10}$ bằng bao nhiêu?

Hàng 5					
Hàng 4					
Hàng 3					
Hàng 2					
Hàng 1					
	Cột 1	Cột 2	Cột 3	Cột 4	Cột 5

Lời giải

Trả lời: 3456

Điều kiện "hiệu hai số bất kì cùng hàng/cột không chia hết cho 5" đồng nghĩa với việc: Không có hai số nào nằm cùng hàng hoặc cùng cột có cùng số dư khi chia cho 5.

1. Phân lớp tập S theo số dư khi chia cho 5 :

- Nhóm S_1 (dư 1): $\{1;6;11;16;21\}$ có 5 phần tử.
- Nhóm S_2 (dư 2): $\{2;7;12;17\}$ có 4 phần tử.
- Nhóm S_3 (dư 3): $\{3;8;13\}$ có 3 phần tử.
- Nhóm S_4 (dư 4): $\{4;9\}$ có 2 phần tử.
- Nhóm S_0 (dư 0): $\{5\}$ có 1 phần tử.

2. Phân tích bảng 15 ô vuông:

Gọi (c, r) là ô ở cột c , hàng r . Bảng có 15 ô thỏa mãn $c+r \leq 6$ (với $c, r \geq 1$).

Các ô nằm trên cùng một đường chéo phụ $c+r=k$ (với $k \in \{2;3;4;5;6\}$) sẽ luôn nằm ở các hàng và cột khác nhau. Do đó, bảng được chia thành 5 đường chéo hoàn toàn độc lập với số lượng ô lần lượt là: 5, 4, 3, 2, 1.

3. Sắp xếp:

Vì các phần tử trong cùng một nhóm số dư không được chung hàng/cột, nên chúng bắt buộc phải được xếp vào các ô trên cùng một đường chéo. Dựa vào số lượng phần tử của mỗi nhóm và số lượng ô của các đường chéo, ta có duy nhất một cấu trúc phân bố vị trí:

- 5 phần tử nhóm S_1 **bắt buộc** điền vào đường chéo có 5 ô ($c+r=6$). Số cách xếp: $5!$.
- 4 phần tử nhóm S_2 **bắt buộc** điền vào đường chéo có 4 ô ($c+r=5$). Số cách xếp: $4!$.
- Tương tự, các nhóm S_3, S_4, S_0 lần lượt điền vào các đường chéo 3 ô, 2 ô, 1 ô. Số cách xếp lần lượt là $3!, 2!, 1!$.

Vậy tổng số cách điền thỏa mãn thử thách là: $H = 5! \cdot 4! \cdot 3! \cdot 2! \cdot 1! = 120 \cdot 24 \cdot 6 \cdot 2 \cdot 1 = 34560$.

Giá trị cần tìm là $\frac{H}{10} = \frac{34560}{10} = 3456$.

Câu 4: Một công ty nông sản có công suất chế biến không quá 180 tấn nguyên liệu một tháng. Nếu công ty chế biến x tấn nguyên liệu trong một tháng ($1 \leq x \leq 180$) thì chi phí sản xuất và doanh thu lần lượt là $C(x) = 0,002x^3 + 30x + 20$ (triệu đồng) và $R(x) = 90x$ (triệu đồng). Lợi nhuận lớn nhất mà công ty đạt được trong một tháng là bao nhiêu triệu đồng?

Lời giải

Trả lời: 3980

Hàm số biểu thị lợi nhuận của công ty trong một tháng là:

$$P(x) = R(x) - C(x) = 90x - (0,002x^3 + 30x + 20) = -0,002x^3 + 60x - 20 \text{ (triệu đồng)}$$

Ta cần tìm giá trị lớn nhất của hàm số $P(x)$ trên đoạn $[1;180]$.

$$\text{Đạo hàm: } P'(x) = -0,006x^2 + 60.$$

$$\text{Cho } P'(x) = 0 \Leftrightarrow -0,006x^2 + 60 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 10000 \Leftrightarrow x = 100 \text{ (do } x \in [1;180]).$$

Ta tính các giá trị của hàm số tại các điểm nút và điểm cực trị:

$$- P(1) = -0,002(1)^3 + 60(1) - 20 = 39,998.$$

$$- P(100) = -0,002(100)^3 + 60(100) - 20 = -2000 + 6000 - 20 = 3980.$$

$$- P(180) = -0,002(180)^3 + 60(180) - 20 = -11664 + 10800 - 20 = -884.$$

So sánh các giá trị, ta thấy $\max_{[1;180]} P(x) = 3980$ khi $x = 100$.

Vậy lợi nhuận lớn nhất mà công ty đạt được trong một tháng là 3980 triệu đồng.

Câu 5: Một nông trại cung cấp rau quả cho siêu thị A với số liệu bán hàng của bốn ngày trong tuần được ghi lại trong bảng sau:

Ngày	Số ki-lô-gam			Tổng số tiền (nghìn đồng)
	Rau muống	Bí xanh	Cà chua	
Thứ Tư	19	15	10	615
Thứ Năm	20	12	8	540
Thứ Sáu	25	12	7	570
Thứ Bảy	50	30	20	?

Biết rằng đơn giá theo ki-lô-gam của mỗi loại rau quả trong bảng trên là không đổi. Tổng số tiền nông trại thu được ở ngày thứ Bảy từ ba loại rau quả trên khi cung cấp cho siêu thị A là bao nhiêu nghìn đồng?

Lời giải

Trả lời: 1350

Gọi x, y, z lần lượt là đơn giá của một ki-lô-gam rau muống, bí xanh và cà chua (đơn vị: nghìn đồng; $x, y, z > 0$).

Dựa vào số liệu thu được của các ngày thứ Tư, thứ Năm, thứ Sáu, ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 19x + 15y + 10z = 615 \\ 20x + 12y + 8z = 540 \\ 25x + 12y + 7z = 570 \end{cases}$$

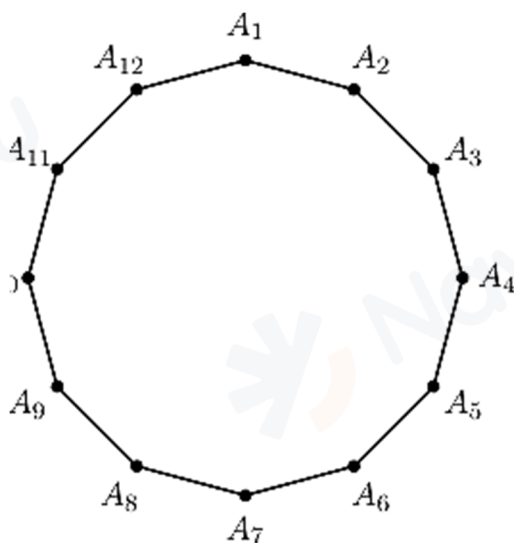
Giải hệ phương trình này (có thể sử dụng máy tính cầm tay), ta thu được nghiệm: $x = 10$, $y = 15$, $z = 20$.

Tổng số tiền nông trại thu được ở ngày thứ Bảy là:

$$50x + 30y + 20z = 50(10) + 30(15) + 20(20) = 500 + 450 + 400 = 1350 \text{ (nghìn đồng)}$$

Câu 6: Một khung hình trang trí có dạng một đa giác đều 12 cạnh $A_1A_2 \dots A_{12}$ (xem hình dưới) được gắn cố định trên một trần nhà. Bạn Dũng có 12 bóng đèn gồm bốn bóng màu đỏ và tám bóng màu xanh, có công suất đôi một khác nhau. Bạn Dũng lắp ngẫu nhiên 12 bóng đèn trên vào 12 đỉnh

A_1, A_2, \dots, A_{12} sao cho mỗi đỉnh có đúng một bóng đèn. Gọi P là xác suất để mỗi hình vuông (có bốn đỉnh là các đỉnh của đa giác đã cho) đều có ít nhất một bóng đèn màu đỏ. Giá trị của $4565P$ bằng bao nhiêu?



Lời giải

Trả lời: 2656

Đa giác đều 12 đỉnh có $\frac{12}{4} = 3$ hình vuông. Cụ thể, 12 đỉnh được chia thành 3 tập hợp tương ứng với 3 hình vuông rời nhau:

- Hình vuông 1: $S_1 = \{A_1, A_4, A_7, A_{10}\}$.

- Hình vuông 2: $S_2 = \{A_2, A_5, A_8, A_{11}\}$.

- Hình vuông 3: $S_3 = \{A_3, A_6, A_9, A_{12}\}$.

Vì 12 bóng đèn đều có công suất khác nhau nên chúng phân biệt. Số cách xếp ngẫu nhiên 12 bóng đèn vào 12 đỉnh là không gian mẫu: $n(\Omega) = 12!$

Gọi biến cố A : "Mỗi hình vuông đều có ít nhất một bóng đèn màu đỏ".

Ta có tổng cộng 4 bóng đèn màu đỏ. Để phân bố 4 bóng này vào 3 hình vuông sao cho mỗi hình vuông có ít nhất 1 bóng đỏ, số lượng bóng đỏ trong các hình vuông bắt buộc phải là bộ số $(2, 1, 1)$.

Số cách chọn vị trí cho 4 bóng đèn màu đỏ được thực hiện như sau:

- Bước 1: Chọn 1 hình vuông (trong 3 hình vuông) để đặt 2 bóng đỏ. Có $C_3^1 = 3$ cách.

- Bước 2: Chọn 2 đỉnh trong hình vuông vừa chọn để đặt bóng đỏ. Có $C_4^2 = 6$ cách.

- Bước 3: Ở 2 hình vuông còn lại, mỗi hình vuông ta chọn ra 1 đỉnh để đặt bóng đỏ. Có $C_4^1 \cdot C_4^1 = 4 \cdot 4 = 16$ cách.

Suy ra số cách chọn ra 4 vị trí thỏa mãn yêu cầu là: $3 \cdot 6 \cdot 16 = 288$ (cách).

Xếp 4 bóng đèn màu đỏ (phân biệt) vào 4 vị trí vừa chọn có $4!$ cách.

Xếp 8 bóng đèn màu xanh (phân biệt) vào 8 vị trí còn lại có $8!$ cách.

Do đó, số kết quả thuận lợi cho biến cố A là: $n(A) = 288 \cdot 4! \cdot 8!$

$$\text{Xác suất của biến cố } A \text{ là: } P = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{288 \cdot 4! \cdot 8!}{12!} = \frac{288 \cdot 24}{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9} = \frac{32}{55}$$

$$\text{Giá trị cần tìm là: } 4565P = 4565 \cdot \frac{32}{55} = 83 \cdot 32 = 2656.$$

----- HẾT -----

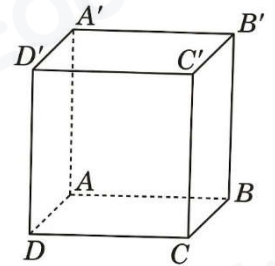
PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Nghiệm của phương trình $\log_3(x-1)=1$ là:

- A. $x=5$. B. $x=3$. C. $x=2$. D. $x=4$

Câu 2: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (xem hình dưới). Vectơ nào sau đây bằng Vectơ \overrightarrow{AB}

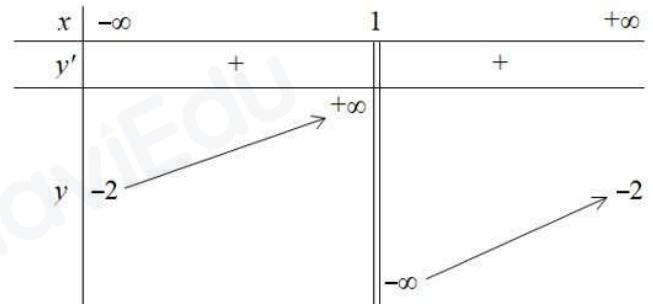
- A. \overrightarrow{CD} . B. $\overrightarrow{D'C'}$.
 C. $\overrightarrow{AA'}$. D. \overrightarrow{AD} .



Câu 3: Cho hai biến cố độc lập A và B có xác suất thỏa mãn $P(A)=0,5$ và $P(B)=0,4$. Giá trị của $P(AB)$ bằng:

- A. 0,9. B. 0,1. C. 0,2. D. 0,8.

Câu 4: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($c \neq 0, ad-bc \neq 0$) có bảng biến thiên với các đường tiệm cận đứng $x=1$ và đường tiệm cận ngang $y=-2$.



Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là:

- A. $x=-2$. B. $y=1$. C. $y=-2$. D. $x=1$.

Câu 5: Cho $\int f(x)dx = \sin x + C$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. $\int [3+f(x)]dx = 3x + \cos x + C$. B. $\int [3+f(x)]dx = 3x + \sin x + C$.
 C. $\int [3+f(x)]dx = 3x - \cos x + C$. D. $\int [3+f(x)]dx = 3x - \sin x + C$.

Câu 6: Khảo sát thời gian (đơn vị: phút) học trực tuyến trong một ngày của 42 học sinh, người ta thu được mẫu số liệu ghép nhóm như sau:

Thời gian học trực tuyến	[10; 20)	[20; 30)	[30; 40)	[40; 50)	[50; 60)	[60; 70)
Số học sinh	4	8	14	7	4	5

Trung vị của mẫu số liệu trên thuộc nhóm nào sau đây?

- A. [50; 60) B. [60; 70) C. [30; 40) D. [40; 50)

Câu 7: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1=5$ và công sai $d=-1$. Giá trị của u_2 bằng

- A. 5. B. 4. C. -4. D. -5.

Câu 8: Cho các hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ có đạo hàm trên tập số thực \mathbb{R} thỏa mãn $f'(x)=x$ và $g'(x)=x^2$. Đạo hàm của hàm số $y=f(x)+g(x)$ là

- A. $x+x^2$. B. $1+2x$. C. $1+x^2$. D. $3x$.

Câu 9: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;5;1)$ và $B(3;3;1)$. Vectơ \overline{AB} có tọa độ là

- A. $(4;8;2)$. B. $(2;4;1)$. C. $(2;-2;0)$. D. $(-2;2;0)$.

Câu 10: Cặp số nào sau đây là nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x+y-3 < 0 \\ x-y+1 > 0 \end{cases}$?

- A. $(0;2)$. B. $(1;2)$. C. $(-1;1)$. D. $(1;0)$.

Câu 11: Hàm số $F(x) = 4x^3$ là một nguyên hàm của hàm số nào sau đây?

- A. $f_3(x) = 12x^2$. B. $f_4(x) = 4x^4$. C. $f_2(x) = 3x^2$. D. $f_1(x) = x^4$.

Câu 12: Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu u_1 và công bội q với $u_1 \neq 0$, $q > 1$. Số hạng u_4 là

- A. $u_4 = u_1 \cdot q^3$. B. $u_4 = u_1 \cdot q^4$. C. $u_4 = u_1 + 3q$. D. $u_4 = u_1 + 4q$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Trong không gian xét hệ tọa độ $Oxyz$ có một đơn vị độ dài trên các trục tương ứng với 10 mét trên thực tế. Một mục tiêu cần được bảo vệ có vị trí ở gốc tọa độ O . Người ta thiết lập một vành đai bảo vệ quanh mục tiêu theo một đường tròn tâm O bán kính bằng 7 đơn vị (tương ứng 70 mét trên thực tế) nằm trong mặt phẳng (Oxy) . Một máy bay không người lái (được coi như một hạt) bay theo một đường thẳng từ vị trí điểm $M(5;10;4)$ đến vị trí điểm $N(14;-2;4)$. Tại mỗi vị trí của máy bay, khoảng cách từ máy bay đến vành đai bảo vệ là độ dài ngắn nhất của các đoạn thẳng nối từ vị trí điểm đó đến một điểm bất kỳ trên vành đai.

a) $\overline{MN} = (9; -12; 0)$.

b) Phương trình tham số của đường thẳng MN là $\begin{cases} x = 5 + 3t \\ y = 10 - 4t \\ z = 0 \end{cases}$ với $t \in \mathbb{R}$.

c) Trong quá trình bay từ M đến N , khoảng cách ngắn nhất từ máy bay đến vành đai bảo vệ là 50 mét.

d) Trong quá trình bay từ M đến N , khoảng cách từ máy bay đến vành đai bảo vệ là ngắn nhất khi máy bay ở vị trí có tọa độ là $(8; 6; 4)$.

Câu 2: Nhằm đưa ra cảnh báo sớm về tình trạng sức khỏe của cư dân, người ta sử dụng một ứng dụng trí tuệ nhân tạo để sàng lọc nguy cơ mắc bệnh dựa trên hồ sơ y tế được lưu trữ. Khi phát hiện nguy cơ mắc bệnh, ứng dụng này sẽ gửi cảnh báo giúp người dân đi tái khám kịp thời. Người ta dùng ứng dụng này để tầm soát nguy cơ mắc một loại bệnh.

Kết quả thu được khi quét thử nghiệm hồ sơ y tế của 10000 người như sau: có 1000 người nhận được cảnh báo và 9000 người còn lại không nhận được cảnh báo từ ứng dụng. Trong số 1000 người nhận được cảnh báo có 700 người có bệnh và 300 người không có bệnh. Trong đó 9000 người không nhận được cảnh báo có 100 người có bệnh và 8900 người không có bệnh.

Chọn ngẫu nhiên một người trong 10000 người nói trên.

a) Xác suất để người đó không nhận được cảnh báo từ ứng dụng là 0,9.

b) Xác suất để người đó không có bệnh, biết rằng người đó không nhận được cảnh báo từ ứng dụng lớn hơn 0,98.

c) Xác suất để người đó không có bệnh bằng 0,9.

d) Xác suất để người đó không nhận được cảnh báo từ ứng dụng, biết rằng người đó không có bệnh nhỏ hơn 0,95.

Câu 3: Một hệ thống pin năng lượng mặt trời gồm các tấm pin được kết nối với một bộ lưu trữ điện. Trong thời gian mặt trời chiếu sáng của một ngày, năng lượng điện thu được từ các tấm pin được lưu trong bộ lưu trữ điện. Gọi $F(t)$ là năng lượng điện (kWh) lưu trữ được kể từ thời điểm hệ thống bắt đầu hoạt động đến thời điểm t , trong đó t là thời gian tính theo giờ ($0 \leq t \leq 12$) và thời điểm hệ thống bắt đầu hoạt động ứng với $t = 0$. Biết rằng $F(0) = 0$.

Tốc độ lưu trữ năng lượng điện (kW) của hệ thống này là hàm số $f(t) = F'(t)$ với $0 \leq t \leq 12$.

Số liệu ghi nhận được ở một ngày cụ thể trong năm cho thấy $f(t) = -0,3t^2 + 3,6t$ với $0 \leq t \leq 12$.

a) $F(t) = -0,1t^3 + 1,8t^2$ với $0 \leq t \leq 12$.

b) Năng lượng điện (kWh) lưu trữ được kể từ thời điểm $t = a$ đến thời điểm $t = b$ ($0 \leq a < b \leq 12$) là $\int_a^b f(t)dt$.

c) Năng lượng điện lưu trữ được kể từ thời điểm $t = 1$ đến thời điểm $t = 4$ nhỏ hơn 20,6 kWh.

d) Năng lượng điện lưu trữ được kể từ thời điểm $t = 1$ đến thời điểm $t = 7$ gấp hai lần năng lượng điện lưu trữ được kể từ thời điểm $t = 1$ đến thời điểm $t = 4$.

Câu 4: Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 5x^2 + 9x + 8$.

a) Hàm số đã cho có đạo hàm là $f'(x) = x^2 - 10x + 9$.

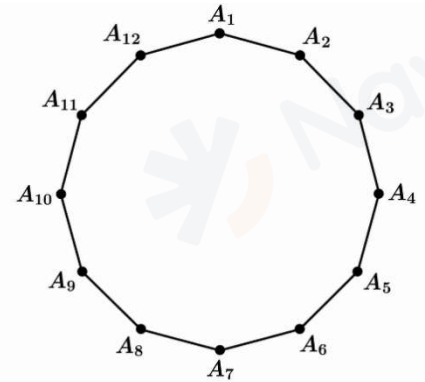
b) Phương trình $f'(x) = 0$ có tập nghiệm là $S = \{1; 9\}$.

c) Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(1; 9)$.

d) Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng $\frac{37}{3}$.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Một khung hình trang trí có dạng một đa giác đều 12 cạnh $A_1A_2 \dots A_{12}$ (xem hình dưới) được gắn cố định trên một trần nhà. Bạn Dũng có 12 bóng đèn gồm bốn bóng màu đỏ và tám bóng màu xanh, có công suất đôi một khác nhau. Bạn Dũng lắp ngẫu nhiên 12 bóng đèn trên vào 12 đỉnh A_1, A_2, \dots, A_{12} sao cho mỗi đỉnh có đúng một bóng đèn. Gọi P là xác suất để mỗi hình vuông (có bốn đỉnh là các đỉnh của đa giác đã cho) đều có ít nhất một bóng đèn màu đỏ. Giá trị của $3190P$ bằng bao nhiêu?

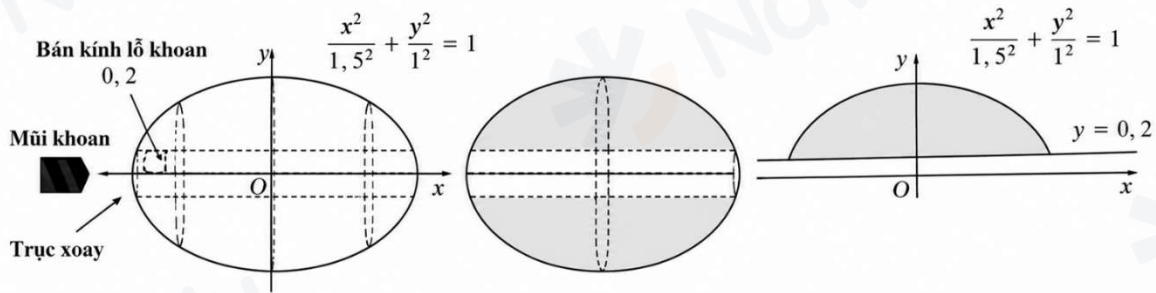


Câu 2: Một nông trại cung cấp rau quả cho siêu thị A với số liệu bán hàng của bốn ngày trong tuần được ghi lại trong bảng sau:

Ngày	Số ki-lô-gam			Tổng số tiền (nghìn đồng)
	Rau muống	Bí xanh	Cà chua	
Thứ Tư	19	14	10	600
Thứ Năm	20	12	8	540
Thứ Sáu	25	12	7	570
Thứ Bảy	50	25	20	?

Biết rằng đơn giá theo ki-lô-gam của mỗi loại rau quả trong bảng trên là không đổi. Tổng số tiền nông trại thu được ở ngày thứ Bảy từ ba loại rau quả trên khi cung cấp cho siêu thị A là bao nhiêu nghìn đồng?

Câu 3: Để chế tác một hạt cườm, người ta lấy một khối vật thể có dạng một khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi trục Ox và nửa trên của elip $\frac{x^2}{1,5^2} + \frac{y^2}{1^2} = 1$ (một đơn vị dài trên mỗi trục tọa độ tương ứng với một xăng-ti-mét trong thực tế) quanh trục Ox ; sau đó khoan dọc theo trục xoay (xem hình dưới). Lỗ khoan có dạng hình trụ với bán kính 0,2cm và có trục nằm trên trục xoay. Phần còn lại sau khi khoan là hạt cườm, có dạng một khối tròn xoay. Thể tích của hạt cườm đó bằng bao nhiêu xăng-ti-mét khối (không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần trăm)?

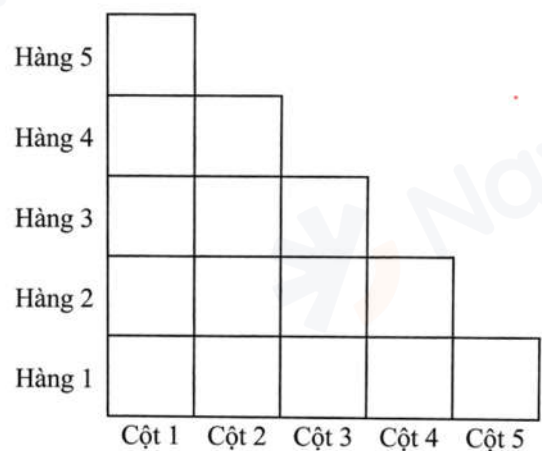


Lưu ý: Kích thước trong hình minh họa có thể không đúng hình minh họa thực tế

Câu 4: Trong một trò chơi bạn Bình cần vượt qua một thử thách. Theo yêu cầu của thử thách, Bình cần điền tất cả 15 số thuộc tập hợp $\{0;1;2;3;4;5;6;7;8;10;11;12;15;16;20\}$ vào 15 ô vuông trong hình dưới thỏa mãn đồng thời ba điều kiện sau:

- Mỗi ô điền đúng một số và mỗi số chỉ được sử dụng một lần;
- Hiệu hai số ở hai ô bất kì khác nhau trên cùng một hàng không chia hết cho 5;
- Hiệu hai số ở hai ô bất kì khác nhau trên cùng một cột không chia hết cho 5.

Hai cách điền gọi là giống nhau nếu số điền ở mỗi ô tương ứng trong 15 ô là giống nhau (không tính đến thứ tự điền các số vào 15 ô vuông). Gọi H là số cách điền khác nhau để bạn Bình vượt qua được thử thách. Giá trị của $\frac{H}{30}$ bằng bao nhiêu?



Câu 5: Một công ty nông sản có công suất chế biến không quá 200 tấn nguyên liệu một tháng. Nếu công ty chế biến x tấn nguyên liệu trong một tháng ($1 \leq x \leq 200$) thì chi phí sản xuất và doanh thu lần lượt là $C(x) = 0,001x^3 + 30x + 10$ (triệu đồng) và $R(x) = 60x$ (triệu đồng). Lợi nhuận lớn nhất mà công ty đạt được trong một tháng là bao nhiêu triệu đồng?

Câu 6: Cho hình lập phương $ABCD.MNPQ$ có cạnh bằng 6. Gọi E là trung điểm của đoạn thẳng AB . Khoảng cách từ điểm P đến mặt phẳng (MED) bằng bao nhiêu (không làm tròn kết quả phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần trăm).

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT THAM KHẢO

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Nghiệm của phương trình $\log_3(x-1) = 1$ là:

- A. $x = 5$. B. $x = 3$. C. $x = 2$. D. $x = 4$

Lời giải

Điều kiện xác định $x > 1$

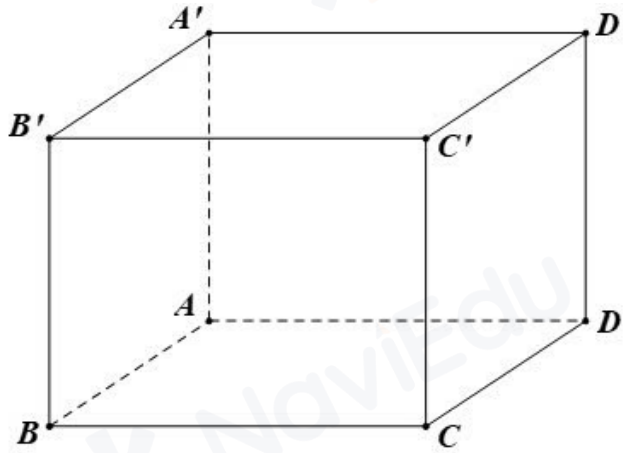
$$\log_3(x-1) = 1 \Leftrightarrow x = 4 \text{ (tmđk)}$$

Vậy $x = 4$

Câu 2: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (xem hình dưới). Vectơ nào sau đây bằng Vectơ \overline{AB}

- A. \overline{CD} . B. $\overline{D'C'}$. C. $\overline{AA'}$. D. \overline{AD} .

Lời giải



Ta thấy $\overline{AB} = \overline{D'C'}$

Câu 3: Cho hai biến cố độc lập A và B có xác suất thỏa mãn $P(A) = 0,5$ và $P(B) = 0,4$. Giá trị của $P(AB)$ bằng:

- A. 0,9. B. 0,1. C. 0,2. D. 0,8.

Lời giải

Ta có hai biến cố độc lập A, B .

$$\text{Nên } P(AB) = P(A).P(B) = 0,2$$

Câu 4: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($c \neq 0, ad - bc \neq 0$) có bảng biến thiên với các đường tiệm cận đứng $x = 1$ và đường tiệm cận ngang $y = -2$.

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		+		+	
y	-2	↗ $+\infty$		↘ $-\infty$	
					-2

Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là

- A. $x = -2$. B. $y = 1$. C. $y = -2$. D. $x = 1$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên, đường tiệm cận ngang là $y = -2$.

Câu 5: Cho $\int f(x)dx = \sin x + C$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. $\int [3 + f(x)]dx = 3x + \cos x + C$. B. $\int [3 + f(x)]dx = 3x + \sin x + C$.
 C. $\int [3 + f(x)]dx = 3x - \cos x + C$. D. $\int [3 + f(x)]dx = 3x - \sin x + C$.

Lời giải

$$\int [3 + f(x)]dx = \int 3dx + \int f(x)dx = 3x + \sin x + C.$$

Câu 6: Khảo sát thời gian (đơn vị: phút) học trực tuyến trong một ngày của 42 học sinh, người ta thu được mẫu số liệu ghép nhóm như sau:

Thời gian học trực tuyến	[10; 20)	[20; 30)	[30; 40)	[40; 50)	[50; 60)	[60; 70)
Số học sinh	4	8	14	7	4	5

Trung vị của mẫu số liệu trên thuộc nhóm nào sau đây?

- A. [50; 60) B. [60; 70) C. [30; 40) D. [40; 50)

Lời giải

Bảng tần số tích lũy:

Thời gian học trực tuyến	[10; 20)	[20; 30)	[30; 40)	[40; 50)	[50; 60)	[60; 70)
Số học sinh	4	8	14	7	4	5
Tần số tích lũy	4	12	26	33	37	42

Mẫu số liệu trên của 42 học sinh nên trung vị ở vị trí giữa số liệu thứ 21 và 22

Vậy trung vị thuộc nhóm [30; 40)

Câu 7: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 5$ và công sai $d = -1$. Giá trị của u_2 bằng

- A. 5. B. 4. C. -4. D. -5.

Lời giải

$$\text{Có } u_2 = u_1 + d = 5 + (-1) = 4.$$

Câu 8: Cho các hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ có đạo hàm trên tập số thực \mathbb{R} thỏa mãn $f'(x) = x$ và $g'(x) = x^2$. Đạo hàm của hàm số $y = f(x) + g(x)$ là

- A. $x + x^2$. B. $1 + 2x$. C. $1 + x^2$. D. $3x$.

Lời giải

$$y' = f'(x) + g'(x) = x + x^2$$

Câu 9: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;5;1)$ và $B(3;3;1)$. Vectơ \overline{AB} có tọa độ là

- A. (4;8;2). B. (2;4;1). C. (2;-2;0). D. (-2;2;0).

Lời giải

$$\text{Ta có: } \overline{AB} = (3-1; 3-5; 1-1) = (2; -2; 0).$$

Câu 10: Cặp số nào sau đây là nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x + y - 3 < 0 \\ x - y + 1 > 0 \end{cases}$?

- A. (0;2). B. (1;2). C. (-1;1). D. (1;0).

Lời giải

- +) Cặp $(0; 2)$ có $x - y + 1 = 0 - 2 + 1 = -1 < 0$ không thỏa mãn.
 +) Cặp $(1; 2)$ có $x + y - 3 = 1 + 2 - 3 = 0$ không thỏa mãn.
 +) Cặp $(-1; 1)$ có $x - y + 1 = -1 - 1 + 1 = -1 < 0$ không thỏa mãn.
 +) Cặp $(1; 0)$ có $\begin{cases} 1 + 0 - 3 < 0 \\ 1 - 0 + 1 > 0 \end{cases}$ thỏa mãn hệ bất phương trình.

Câu 11: Hàm số $F(x) = 4x^3$ là một nguyên hàm của hàm số nào sau đây?

- A.** $f_3(x) = 12x^2$. **B.** $f_4(x) = 4x^4$. **C.** $f_2(x) = 3x^2$. **D.** $f_1(x) = x^4$.

Lời giải

Ta có: $f(x) = F'(x) = (4x^3)' = 12x^2$.

Câu 12: Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu u_1 và công bội q với $u_1 \neq 0, q > 1$. Số hạng u_4 là

- A.** $u_4 = u_1 \cdot q^3$. **B.** $u_4 = u_1 \cdot q^4$. **C.** $u_4 = u_1 + 3q$. **D.** $u_4 = u_1 + 4q$.

Lời giải

Số hạng tổng quát của cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu u_1 và công bội q với $u_1 \neq 0, q > 1$ là $u_n = u_1 \cdot q^{n-1}$ nên $u_4 = u_1 \cdot q^3$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Trong không gian xét hệ tọa độ $Oxyz$ có một đơn vị độ dài trên các trục tương ứng với 10 mét trên thực tế. Một mục tiêu cần được bảo vệ có vị trí ở gốc tọa độ O . Người ta thiết lập một vành đai bảo vệ quanh mục tiêu theo một đường tròn tâm O bán kính bằng 7 đơn vị (tương ứng 70 mét trên thực tế) nằm trong mặt phẳng (Oxy) . Một máy bay không người lái (được coi như một hạt) bay theo một đường thẳng từ vị trí điểm $M(5; 10; 4)$ đến vị trí điểm $N(14; -2; 4)$. Tại mỗi vị trí của máy bay, khoảng cách từ máy bay đến vành đai bảo vệ là độ dài ngắn nhất của các đoạn thẳng nối từ vị trí điểm đó đến một điểm bất kỳ trên vành đai.

a) $\overline{MN} = (9; -12; 0)$.

b) Phương trình tham số của đường thẳng MN là $\begin{cases} x = 5 + 3t \\ y = 10 - 4t \\ z = 0 \end{cases}$ với $t \in \mathbb{R}$.

c) Trong quá trình bay từ M đến N , khoảng cách ngắn nhất từ máy bay đến vành đai bảo vệ là 50 mét.

d) Trong quá trình bay từ M đến N , khoảng cách từ máy bay đến vành đai bảo vệ là ngắn nhất khi máy bay ở vị trí có tọa độ là $(8; 6; 4)$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

a) Đúng

Ta có $\overline{MN} = (14 - 5; -2 - 10; 4 - 4) = (9; -12; 0)$.

b) Sai

Đường thẳng MN có vector chỉ phương là $\frac{1}{3}\overline{MN} = (3; -4; 0)$.

Phương trình tham số của đường thẳng MN là
$$\begin{cases} x = 5 + 3t \\ y = 10 - 4t \\ z = 4 \end{cases} \text{ với } t \in \mathbb{R}.$$

c) Đúng

Vành đai là đường tròn trong mặt phẳng (Oxy) có phương trình là $x^2 + y^2 = 7^2$.

Hình chiếu của điểm $M(5;10;4)$ trên (Oxy) là $M'(5;10;0)$ và hình chiếu của $N(14;-2;4)$ trên (Oxy) là $N'(14;-2)$.

Trong quá trình bay từ M đến N , gọi vị trí của máy bay là A nên điểm A có tọa độ là $(5 + 3t; 10 - 4t; 4)$.

Gọi A' là hình chiếu của A trên (Oxy) . Suy ra $A'(5 + 3t; 10 - 4t; 0)$.

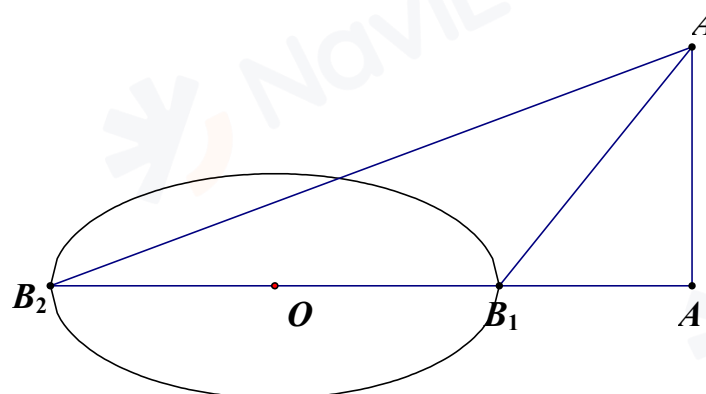
Trong mặt phẳng (Oxy) đường thẳng MN' có phương trình tham số là
$$\begin{cases} x = 5 + 3t \\ y = 10 - 4t \end{cases}$$

Suy ra MN' có phương trình tổng quát là $4x + 3y - 50 = 0$. Suy ra

$$d(O, MN') = \frac{|4 \cdot 0 + 3 \cdot 0 - 50|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = 10 > 7$$

Suy ra đường thẳng MN' không cắt $(O, 7)$ nên điểm A' nằm bên ngoài vành đai.

Gọi B là điểm bất kì trên vành đai



Ta có khoảng cách từ A đến vành đai là $AB_{\min} = AB_1 = \sqrt{AA'^2 + (A'B_1)^2} = \sqrt{AA'^2 + (A'O - 7)^2}$

$$= \sqrt{4^2 + \left(\sqrt{(5 + 3t)^2 + (10 - 4t)^2} - 7\right)^2} = \sqrt{16 + \left(\sqrt{25t^2 - 50t + 125} - 7\right)^2}.$$

Do hàm số $y = 25t^2 - 50t + 125$ đạt giá trị nhỏ nhất là 100 khi $t = 1$ nên giá trị nhỏ nhất của AB_{\min} là 5 khi $t = 1$.

Vậy khoảng cách ngắn nhất từ máy bay đến vành đai bảo vệ là 50 mét.

Khi đó vị trí của máy bay có tọa độ là $(8; 6; 4)$.

d) Đúng

Câu 2: Nhằm đưa ra cảnh báo sớm về tình trạng sức khỏe của cư dân, người ta sử dụng một ứng dụng trí tuệ nhân tạo để sàng lọc nguy cơ mắc bệnh dựa trên hồ sơ y tế được lưu trữ. Khi phát hiện nguy cơ mắc bệnh, ứng dụng này sẽ gửi cảnh báo giúp người dân đi tái khám kịp thời. Người ta dùng ứng dụng này để tầm soát nguy cơ mắc một loại bệnh. Kết quả thu được khi quét thử nghiệm hồ sơ y tế của 10000 người như sau: có 1000 người nhận được cảnh báo và 9000 người còn lại không nhận được cảnh báo từ ứng dụng. Trong số 1000

người nhận được cảnh báo có 700 người có bệnh và 300 người không có bệnh. Trong đó 9000 người không nhận được cảnh báo có 100 người có bệnh và 8900 người không có bệnh. Chọn ngẫu nhiên một người trong 10000 người nói trên.

- a) Xác suất để người đó không nhận được cảnh báo từ ứng dụng là 0,9.
 b) Xác suất để người đó không có bệnh, biết rằng người đó không nhận được cảnh báo từ ứng dụng lớn hơn 0,98.
 c) Xác suất để người đó không có bệnh bằng 0,9.
 d) Xác suất để người đó không nhận được cảnh báo từ ứng dụng, biết rằng người đó không có bệnh nhỏ hơn 0,95.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

Gọi A là biến cố “Chọn được người nhận được cảnh báo”.

Gọi B là biến cố “Chọn được người có bệnh”.

Ta có $P(A) = \frac{1000}{10000} = 0,1$ và $P(\bar{A}) = \frac{9000}{10000} = 0,9$.

a) Đúng

Ta có $P(\bar{A}) = \frac{9000}{10000} = 0,9$.

b) Đúng

Ta có $P(\bar{B} | \bar{A}) = \frac{8900}{9000} = \frac{89}{90} > 0,98$.

c) Sai

$P(\bar{B}) = P(\bar{B} | A) \cdot P(A) + P(\bar{B} | \bar{A}) \cdot P(\bar{A}) = \frac{300}{1000} \cdot 0,1 + \frac{8900}{9000} \cdot 0,9 = 0,92 < 0,95$.

d) Sai

Ta có $P(\bar{A} | \bar{B}) = \frac{P(\bar{A}\bar{B})}{P(\bar{B})} = \frac{\frac{8900}{9000} \cdot 0,9}{0,92} = \frac{89}{92} > 0,95$.

Câu 3: Một hệ thống pin năng lượng mặt trời gồm các tấm pin được kết nối với một bộ lưu trữ điện. Trong thời gian mặt trời chiếu sáng của một ngày, năng lượng điện thu được từ các tấm pin được lưu trong bộ lưu trữ điện. Gọi $F(t)$ là năng lượng điện (kWh) lưu trữ được kể từ thời điểm hệ thống bắt đầu hoạt động đến thời điểm t , trong đó t là thời gian tính theo giờ ($0 \leq t \leq 12$) và thời điểm hệ thống bắt đầu hoạt động ứng với $t = 0$. Biết rằng $F(0) = 0$.

Tốc độ lưu trữ năng lượng điện (kW) của hệ thống này là hàm số $f(t) = F'(t)$ với $0 \leq t \leq 12$.

Số liệu ghi nhận được ở một ngày cụ thể trong năm cho thấy $f(t) = -0,3t^2 + 3,6t$ với $0 \leq t \leq 12$.

a) $F(t) = -0,1t^3 + 1,8t^2$ với $0 \leq t \leq 12$.

b) Năng lượng điện (kWh) lưu trữ được kể từ thời điểm $t = a$ đến thời điểm $t = b$ ($0 \leq a < b \leq 12$) là $\int_a^b f(t)dt$.

c) Năng lượng điện lưu trữ được kể từ thời điểm $t = 1$ đến thời điểm $t = 4$ nhỏ hơn 20,6 kWh.

d) Năng lượng điện lưu trữ được kể từ thời điểm $t = 1$ đến thời điểm $t = 7$ gấp hai lần năng lượng điện lưu trữ được kể từ thời điểm $t = 1$ đến thời điểm $t = 4$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

a) Đúng

$$F(t) = \int f(t) dt = -0,3 \cdot \frac{t^3}{3} + 3,6 \cdot \frac{t^2}{2} + C = -0,1t^3 + 1,8t^2 + C$$

Vì $F(0) = 0$ nên $C = 0$. Vậy $F(t) = -0,1t^3 + 1,8t^2$

b) Đúng

Vì $f(t) \geq 0$ với mọi $0 \leq t \leq 12$ nên năng lượng điện (kWh) lưu trữ được kể từ thời điểm $t = a$

đến thời điểm $t = b$ ($0 \leq a < b \leq 12$) là $\int_a^b |f(t)| dt = \int_a^b f(t) dt$.

c) Sai

Năng lượng điện lưu trữ được kể từ thời điểm $t = 1$ đến thời điểm $t = 4$ là:

$$\int_1^4 |f(t)| dt = \int_1^4 (-0,3t^2 + 3,6t) dt = 20,7 \text{ kW}$$

d) Sai

Năng lượng điện lưu trữ được kể từ thời điểm $t = 1$ đến thời điểm $t = 7$ là:

$$\int_1^7 |f(t)| dt = \int_1^7 (-0,3t^2 + 3,6t) dt = 52,2 \text{ kW}$$

$$\frac{52,2}{20,7} = \frac{58}{23} > 2$$

Câu 4: Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 5x^2 + 9x + 8$.

a) Hàm số đã cho có đạo hàm là $f'(x) = x^2 - 10x + 9$.

b) Phương trình $f'(x) = 0$ có tập nghiệm là $S = \{1; 9\}$.

c) Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(1; 9)$.

d) Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng $\frac{37}{3}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

a) Đúng

$$f'(x) = x^2 - 10x + 9$$

b) Đúng

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 10x + 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 9 \end{cases}$$

c) Đúng

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	1	9	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	$\frac{37}{3}$	-73	$+\infty$	

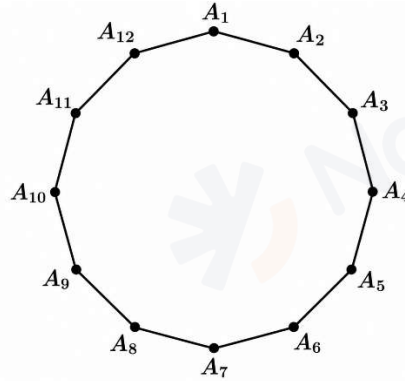
Hàm số nghịch biến trên $(1; 9)$

d) Sai

Giá trị cực tiểu của hàm số là $y_{CT} = -73$

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Một khung hình trang trí có dạng một đa giác đều 12 cạnh $A_1A_2 \dots A_{12}$ (xem hình dưới) được gắn cố định trên một trần nhà. Bạn Dũng có 12 bóng đèn gồm bốn bóng màu đỏ và tám bóng màu xanh, có công suất đôi một khác nhau. Bạn Dũng lắp ngẫu nhiên 12 bóng đèn trên vào 12 đỉnh A_1, A_2, \dots, A_{12} sao cho mỗi đỉnh có đúng một bóng đèn. Gọi P là xác suất để mỗi hình vuông (có bốn đỉnh là các đỉnh của đa giác đã cho) đều có ít nhất một bóng đèn màu đỏ. Giá trị của $3190P$ bằng bao nhiêu?



Lời giải

Trả lời: 1856

Xét 3 hình vuông $A_1A_4A_7A_{10}; A_2A_5A_8A_{11}; A_3A_6A_9A_{12}$

Không gian mẫu: 12!

Mỗi hình vuông có ít nhất một bóng đỏ nên có đúng một hình có hai bóng đỏ.

Chọn hình vuông này có 3 cách.

Số cách lắp 4 bóng đỏ: $4 \cdot 4 \cdot C_4^2 \cdot 4!$

Số cách lắp 8 bóng xanh: 8!

$$\text{Do đó } P = \frac{3 \cdot 4 \cdot 4 \cdot C_4^2 \cdot 4! \cdot 8!}{12!} = \frac{32}{55} \Rightarrow 3190 \cdot P = 1856$$

Câu 2: Một nông trại cung cấp rau quả cho siêu thị A với số liệu bán hàng của bốn ngày trong tuần được ghi lại trong bảng sau:

Ngày	Số ki-lô-gam			Tổng số tiền (nghìn đồng)
	Rau muống	Bí xanh	Cà chua	
Thứ Tư	19	14	10	600
Thứ Năm	20	12	8	540
Thứ Sáu	25	12	7	570
Thứ Bảy	50	25	20	?

Biết rằng đơn giá theo ki-lô-gam của mỗi loại rau quả trong bảng trên là không đổi. Tổng số tiền nông trại thu được ở ngày thứ Bảy từ ba loại rau quả trên khi cung cấp cho siêu thị A là bao nhiêu nghìn đồng?

Lời giải

Trả lời: 1275

Gọi x, y, z (nghìn đồng) lần lượt là giá tiền mỗi ki-lô-gam rau muống, bí xanh và cà chua ($x, y, z > 0$).

Ngày thứ Tư nông trại cung cấp cho siêu thị 19 kg rau muống, 14 kg bí xanh và 10 kg cà chua hết số tiền: 600 (nghìn đồng) nên ta có phương trình: $19x + 14y + 10z = 600$.

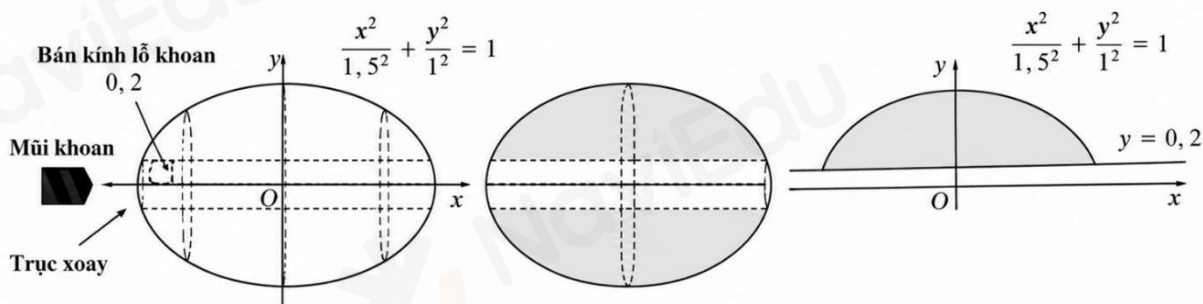
Ngày thứ Năm nông trại cung cấp cho siêu thị 20 kg rau muống, 12 kg bí xanh và 8 kg cà chua hết số tiền: 540 (nghìn đồng) nên ta có phương trình: $20x + 12y + 8z = 540$.

Ngày thứ Sáu nông trại cung cấp cho siêu thị 25 kg rau muống, 12kg bí xanh và 7 kg cà chua hết số tiền: 570 (nghìn đồng) nên ta có phương trình: $25x + 12y + 7z = 570$.

Theo bài ra ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} 19x + 14y + 10z = 600 \\ 20x + 12y + 8z = 540 \\ 25x + 12y + 7z = 570 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 \\ y = 15 \\ z = 20 \end{cases}$$

Ngày thứ Bảy nông trại cung cấp cho siêu thị 50 kg rau muống, 25 kg bí xanh và 20 kg cà chua nên hết số tiền là $50x + 25y + 20z = 50.10 + 25.15 + 20.20 = 1275$ nghìn đồng.

Câu 3: Để chế tác một hạt cườm, người ta lấy một khối vật thể có dạng một khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi trục Ox và nửa trên của elip $\frac{x^2}{1,5^2} + \frac{y^2}{1^2} = 1$ (một đơn vị dài trên mỗi trục tọa độ tương ứng với một xăng-ti-mét trong thực tế) quanh trục Ox ; sau đó khoan dọc theo trục xoay (xem hình dưới). Lỗ khoan có dạng hình trụ với bán kính 0,2cm và có trục nằm trên trục xoay. Phần còn lại sau khi khoan là hạt cườm, có dạng một khối tròn xoay. Thể tích của hạt cườm đó bằng bao nhiêu xăng-ti-mét khối (không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần trăm)?



Lưu ý: Kích thước trong hình minh họa có thể không đúng hình minh họa thực tế

Lời giải

Trả lời: 5,91

Hoành độ giao điểm của elip $\frac{x^2}{1,5^2} + \frac{y^2}{1^2} = 1$ và đường thẳng $y = 0,2$ là nghiệm của phương trình:

$$\frac{x^2}{1,5^2} + \frac{0,2^2}{1^2} = 1 \Rightarrow x = \pm \frac{3\sqrt{6}}{5}$$

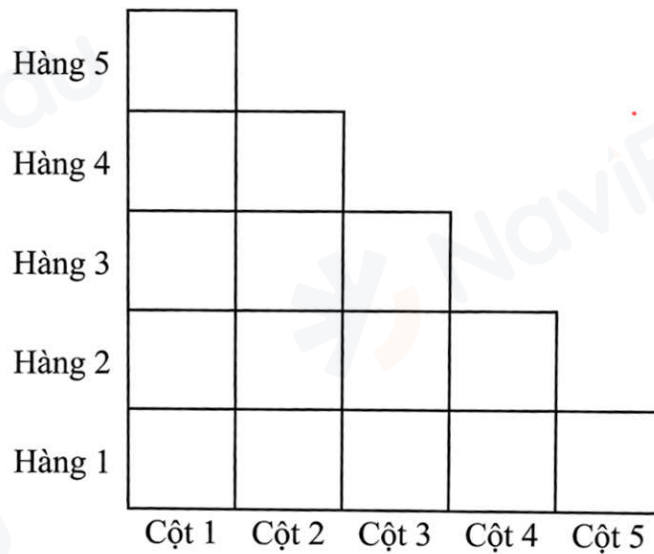
Ta có $\frac{x^2}{1,5^2} + \frac{y^2}{1^2} = 1 \Rightarrow y^2 = 1 - \frac{x^2}{1,5^2}$

Thể tích hạt cườm là: $\pi \int_{-\frac{3\sqrt{6}}{5}}^{\frac{3\sqrt{6}}{5}} \left(1 - \frac{x^2}{1,5^2} - 0,2^2 \right) dx \approx 5,91$

Câu 4: Trong một trò chơi bạn Bình cần vượt qua một thử thách. Theo yêu cầu của thử thách, Bình cần điền tất cả 15 số thuộc tập hợp $\{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 10; 11; 12; 15; 16; 20\}$ vào 15 ô vuông trong hình dưới thỏa mãn đồng thời ba điều kiện sau:

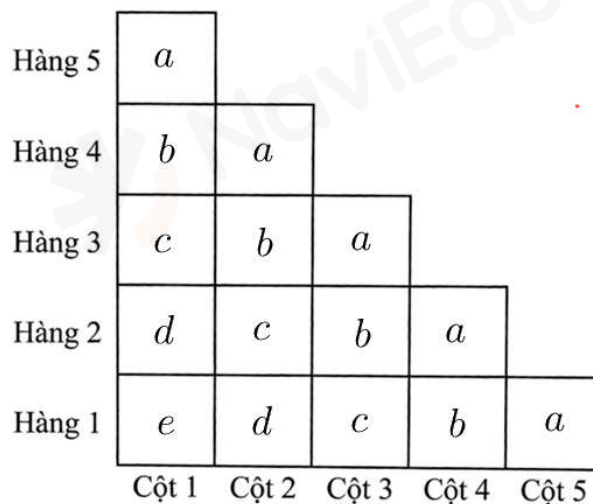
- Mỗi ô điền đúng một số và mỗi số chỉ được sử dụng một lần;
- Hiệu hai số ở hai ô bất kì khác nhau trên cùng một hàng không chia hết cho 5;
- Hiệu hai số ở hai ô bất kì khác nhau trên cùng một cột không chia hết cho 5.

Hai cách điền gọi là giống nhau nếu số điền ở mỗi ô tương ứng trong 15 ô là giống nhau (không tính đến thứ tự điền các số vào 15 ô vuông). Gọi H là số cách điền khác nhau để bạn Bình vượt qua được thử thách. Giá trị của $\frac{H}{30}$ bằng bao nhiêu?



Lời giải

Trả lời: 1152



Ta chia 15 số trên thành 5 nhóm:

Nhóm a: $a = \{0; 5; 10; 15; 20\}$

Nhóm b: $b = \{1; 6; 11; 16\}$

Nhóm c: $c = \{2; 7; 12\}$

Nhóm d: $d = \{3; 8\}$

Nhóm e: $e = \{4\}$

Vì:

- Mỗi ô điền đúng một số và mỗi số chỉ được sử dụng một lần;
- Hiệu hai số ở hai ô bất kì khác nhau trên cùng một hàng không chia hết cho 5;
- Hiệu hai số ở hai ô bất kì khác nhau trên cùng một cột không chia hết cho 5.

Nên:

- 5 số nhóm a sẽ được xếp vào 5 vị trí có chữ a như hình vẽ nên có 5! cách

- 4 số nhóm b sẽ được xếp vào 4 vị trí có chữ b như hình vẽ nên có 4! cách
 - 3 số nhóm c sẽ được xếp vào 3 vị trí có chữ c như hình vẽ nên có 3! cách
 - 2 số nhóm d sẽ được xếp vào 2 vị trí có chữ d như hình vẽ nên có 2! cách
 - 1 số nhóm e sẽ được xếp vào 1 vị trí có chữ e như hình vẽ nên có 1 cách
- Suy ra $H = 5!.4!.3!.2!.1 = 34560$ cách

Vậy $\frac{H}{30} = 1152$

Câu 5: Một công ty nông sản có công suất chế biến không quá 200 tấn nguyên liệu một tháng. Nếu công ty chế biến x tấn nguyên liệu trong một tháng ($1 \leq x \leq 200$) thì chi phí sản xuất và doanh thu lần lượt là $C(x) = 0,001x^3 + 30x + 10$ (triệu đồng) và $R(x) = 60x$ (triệu đồng). Lợi nhuận lớn nhất mà công ty đạt được trong một tháng là bao nhiêu triệu đồng?

Lời giải

Trả lời: 1990

Lợi nhuận $P(x)$ bằng doanh thu trừ đi chi phí trên đoạn $[1; 200]$

$$P(x) = R(x) - C(x) \quad P(x) = 60x - (0,001x^3 + 30x + 10) \quad P(x) = -0,001x^3 + 30x - 10$$

$$P'(x) = -0,003x^2 + 30.$$

$$P'(x) = 0 \Leftrightarrow 0,003x^2 = 30 \Leftrightarrow x^2 = 10000. \text{ Vì } x \in [1; 200] \text{ nên lấy } x = 100.$$

$$P(1) = -0,001(1)^3 + 30(1) - 10 = 19,999$$

$$P(100) = -0,001(100)^3 + 30(100) - 10 = 1990$$

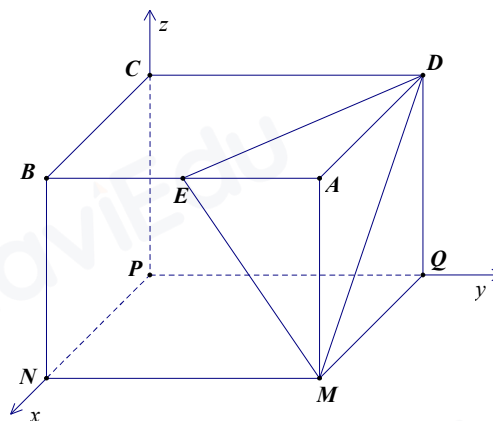
$$P(200) = -0,001(200)^3 + 30(200) - 10 = -2010$$

Giá trị lớn nhất của hàm số là 1990.

Câu 6: Cho hình lập phương $ABCD.MNPQ$ có cạnh bằng 6. Gọi E là trung điểm của đoạn thẳng AB . Khoảng cách từ điểm P đến mặt phẳng (MED) bằng bao nhiêu (không làm tròn kết quả phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần trăm).

Lời giải

Trả lời: 7,35



Đặt hệ trục tọa độ $Oxyz$ như sau: $O \equiv P$, Ox trùng với tia PN , tia Oy trùng với tia PQ , tia Oz trùng với tia PC .

Ta có

$$P(0;0;0), N(6;0;0), Q(0;6;0), M(6;6;0), C(0;0;6), A(6;6;6), B(6;0;6), D(0;6;6), E(3;0;6)$$

Do E là trung điểm của AB nên $E(6;3;6)$.

Ta có $\overrightarrow{ED} = (-6;3;0)$ và $\overrightarrow{EM} = (0;3;-6)$.

Suy ra (MED) có vector pháp tuyến là $\vec{n} = [\overrightarrow{ED}, \overrightarrow{EM}] = (-18; -36; -18)$.

Chọn vector pháp tuyến là $\vec{n} = (1;2;1)$ nên

$$(MED): 1 \cdot (x-6) + 2 \cdot (y-6) + 1 \cdot (z-0) = 0 \Leftrightarrow x + 2y + z - 18 = 0$$

$$\text{Suy ra } d(P, (MEN)) = \frac{|0+0+0-18|}{\sqrt{1^2+2^2+1^2}} = 3\sqrt{6} \approx 7,35.$$

----- HẾT -----

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Nghiệm của phương $\log_3(3x) = 2$ là

- A. $x = \frac{2}{3}$. B. $x = 3$. C. $x = \frac{8}{3}$. D. $x = 2$.

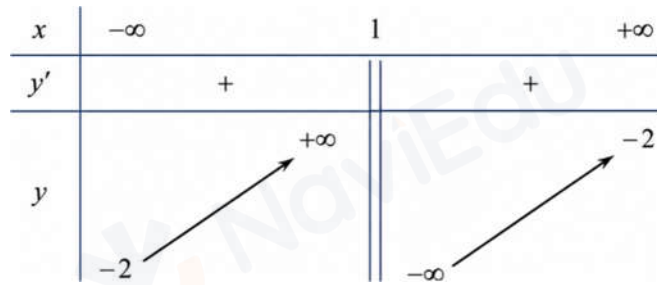
Câu 2: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -2$ và công sai $d = 3$. Giá trị của u_2 bằng

- A. -1 . B. -5 . C. 1 . D. -6 .

Câu 3: Cho $\int f(x)dx = \sin x + C$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. $\int [2 + f(x)]dx = 2x - \cos x + C$. B. $\int [2 + f(x)]dx = 2x + \cos x + C$.
 C. $\int [2 + f(x)]dx = 2x - \sin x + C$. D. $\int [2 + f(x)]dx = 2x + \sin x + C$.

Câu 4: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($c \neq 0, ad - bc \neq 0$) có bảng biến thiên như hình dưới đây:



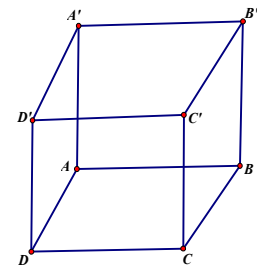
Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là

- A. $y = -2$. B. $y = 1$. C. $x = 1$. D. $x = -2$.

Câu 5: Cặp số nào sau đây là nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x + y - 2 < 0 \\ x - y + 2 > 0 \end{cases}$?

- A. $(-3; 0)$. B. $(1; 0)$. C. $(1; 2)$. D. $(0; 3)$.

Câu 6: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (xem hình dưới).



Véc-tơ nào sau đây bằng véc-tơ \overrightarrow{AD} ?

- A. $\overrightarrow{B'C'}$. B. \overrightarrow{CD} .
 C. \overrightarrow{AB} . D. $\overrightarrow{AA'}$.

Câu 7: Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu u_1 và công bội q với $u_1 \neq 0, q > 1$. Số hạng u_3 là

- A. $u_3 = u_1 \cdot q^2$. B. $u_3 = u_1 + 3q$. C. $u_3 = u_1 \cdot q^3$. D. $u_3 = u_1 + 2q$.

Câu 8: Khảo sát thời gian (đơn vị: phút) học trực tuyến trong một ngày của 42 học sinh, người ta thu được mẫu số liệu ghép nhóm như sau:

Thời gian học trực tuyến	[10; 20)	[20; 30)	[30; 40)	[40; 50)	[50; 60)	[60; 70)
Số học sinh	5	7	15	6	5	4

Trung vị của mẫu số liệu trên thuộc nhóm nào sau đây?

- A. $[40; 50)$. B. $[50; 60)$. C. $[20; 30)$. D. $[30; 40)$.

Câu 9: Cho các hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ có đạo hàm trên tập số thực \mathbb{R} thỏa mãn $f'(x) = 2x$ và $g'(x) = x^2$. Đạo hàm của hàm số $y = f(x) + g(x)$ là

- A. $x + 2x$. B. $2x + x^2$. C. $4x$. D. $2 + x^2$.

Câu 10: Cho hai biến cố độc lập A và B có xác suất thỏa mãn $P(A) = 0,3$ và $P(B) = 0,6$. Giá trị của $P(AB)$ bằng

- A. 0,18. B. 0,3. C. 0,5. D. 0,9.

Câu 11: Hàm số $F(x) = 5x^3$ là một nguyên hàm của hàm số nào sau đây?

- A. $f_3(x) = 15x^2$. B. $f_2(x) = 5x^3$. C. $f_1(x) = \frac{5x^4}{4}$. D. $f_4(x) = 5x^4$.

Câu 12: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;3;1)$ và $B(4;1;1)$. Vectơ \overline{AB} có tọa độ là

- A. $(-2;2;0)$. B. $(2;-2;0)$. C. $(6;4;2)$. D. $(3;2;1)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Nhằm đưa ra cảnh báo sớm về tình trạng sức khỏe của cư dân, người ta sử dụng một ứng dụng trí tuệ nhân tạo để sàng lọc nguy cơ mắc bệnh dựa trên hồ sơ y tế được lưu trữ. Khi phát hiện nguy cơ mắc bệnh, ứng dụng này sẽ gửi cảnh báo để giúp người dân đi khám bệnh kịp thời. Người ta dùng ứng dụng này để tầm soát nguy cơ mắc một loại bệnh.

Kết quả thu được khi quét thử nghiệm hồ sơ y tế của 10000 người như sau: có 1000 người nhận được cảnh báo và 9000 người còn lại không nhận được cảnh báo từ ứng dụng. Trong số 1000 người nhận được cảnh báo thì có 600 người có bệnh và 400 người không có bệnh. Trong số 9000 người không nhận được cảnh báo thì có 200 người có bệnh và 8800 người không có bệnh. Chọn ngẫu nhiên một trong số 10000 người nói trên.

- a) Xác suất để người đó không nhận được cảnh báo từ ứng dụng bằng 0,9.
b) Xác suất để người đó không có bệnh, biết rằng người đó không nhận được cảnh báo từ ứng dụng lớn hơn 0,97.
c) Xác suất để người đó không có bệnh bằng 0,9.
d) Xác suất để người đó không nhận được cảnh báo từ ứng dụng, biết rằng người đó không có bệnh lớn hơn 0,95.

Câu 2: Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 8$.

- a) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = x^2 - 4x + 3$.
b) Phương trình $f'(x) = 0$ có tập nghiệm là $S = \{1;3\}$.
c) Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(1;3)$.
d) Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng $\frac{28}{3}$.

Câu 3: Một hệ thống pin năng lượng mặt trời gồm các tấm pin được kết nối với một bộ lưu trữ điện. Trong thời gian mặt trời chiếu sáng của một ngày, năng lượng điện thu được từ các tấm pin được lưu trữ trong bộ lưu trữ điện. Gọi $F(t)$ là năng lượng điện (kWh) lưu trữ được kể từ thời điểm hệ thống bắt đầu hoạt động đến thời điểm t , trong đó t là thời gian tính theo giờ ($0 \leq t \leq 12$) và thời điểm hệ thống bắt đầu hoạt động ứng với $t = 0$. Biết rằng $F(0) = 0$.

Tốc độ lưu trữ năng lượng điện (kW) của hệ thống này là hàm số $f(t) = F'(t)$ với $0 \leq t \leq 12$. Số liệu ghi nhận được trong một ngày cụ thể trong năm cho thấy $f(t) = -0,15t^2 + 1,8t$ với $0 \leq t \leq 12$.

a) $F(t) = -0,05t^3 + 0,9t^2$ với $0 \leq t \leq 12$.

b) Năng lượng điện (kWh) lưu trữ được kể từ thời điểm $t = a$ đến thời điểm $t = b$ ($0 \leq a < b \leq 12$) là $\int_a^b f(t) dt$.

c) Năng lượng điện lưu trữ được kể từ thời điểm $t = 1$ đến thời điểm $t = 5$ nhỏ hơn 15,3 kWh.

d) Năng lượng điện lưu trữ được kể từ thời điểm $t = 1$ đến thời điểm $t = 9$ gấp hai lần năng lượng điện lưu trữ được kể từ thời điểm $t = 1$ đến thời điểm $t = 5$.

Câu 4: Trong không gian xét hệ tọa độ $Oxyz$ có một đơn vị dài trên các trục tương ứng với 10 mét trên thực tế. Một mục tiêu cần được bảo vệ có vị trí ở gốc tọa độ O . Người ta thiết lập một vành đai bảo vệ quanh mục tiêu theo một đường tròn tâm O có bán kính bằng 6 đơn vị (tương ứng 60 mét trên thực tế) nằm trong mặt phẳng (Oxy) . Một máy bay không người lái (được coi như một hạt) bay theo một đường thẳng từ vị trí $M(2;11;3)$ đến vị trí $N(14;2;3)$. Tại mỗi vị trí của máy bay, khoảng cách từ máy bay đến vành đai bảo vệ là độ dài ngắn nhất của các đoạn thẳng nối từ vị trí đó đến một điểm bất kỳ trên vành đai.

a) $\overline{MN} = (12; -9; 0)$.

b) Phương trình tham số của đường thẳng MN là
$$\begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = 11 - 3t \\ z = 0 \end{cases} \text{ với } t \in \mathbb{R}.$$

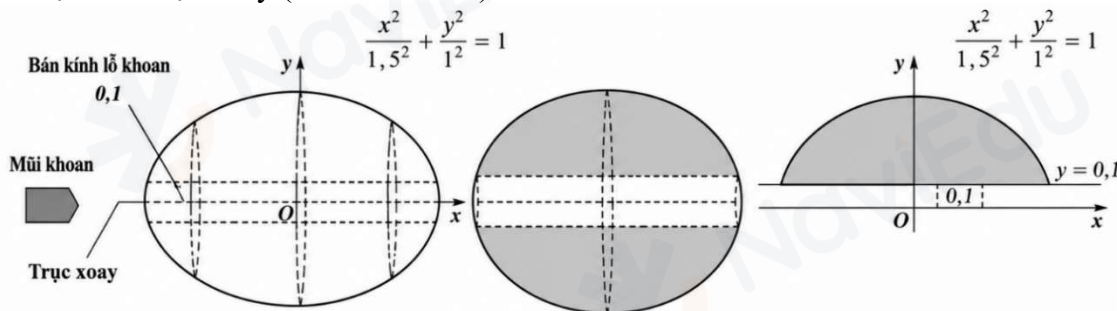
c) Trong quá trình bay từ M đến N , khoảng cách ngắn nhất từ máy bay đến vành đai bảo vệ là 100 mét.

d) Trong quá trình bay từ M đến N , khoảng cách từ máy bay đến vành đai bảo vệ là ngắn nhất khi máy bay ở vị trí có tọa độ $(6; 8; 3)$.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hình lập phương $ABCD.MNPQ$ có cạnh bằng 14. Gọi E là trung điểm của đoạn thẳng AB . Khoảng cách từ điểm P đến mặt phẳng (MED) bằng bao nhiêu (không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần mười)?

Câu 2: Để chế tác một hạt cườm, người ta lấy một khối vật thể có dạng một khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi trục Ox và nửa trên của elip $\frac{x^2}{1,5^2} + \frac{y^2}{1^2} = 1$ (một đơn vị dài trên mỗi trục tọa độ tương ứng với một xăng-ti-mét trong thực tế) quanh trục Ox ; sau đó khoan dọc theo trục xoay (xem hình dưới).



Lưu ý: các kích thước trong hình minh họa có thể không đúng tỉ lệ thực tế

Lỗ khoan có dạng hình trụ với bán kính 0,1 cm và có trục nằm trên trục xoay. Phần còn lại sau khi khoan là hạt cườm, có dạng một khối tròn xoay.

Thể tích của hạt cườm đó bằng bao nhiêu xăng-ti-mét khối (không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần trăm)?

Câu 3: Trong một trò chơi bạn Bình cần vượt qua một thử thách. Theo yêu cầu của thử thách, Bình cần điền tất cả 15 số thuộc tập hợp $\{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 11; 12; 13; 16; 17; 21\}$ vào 15 ô vuông trong

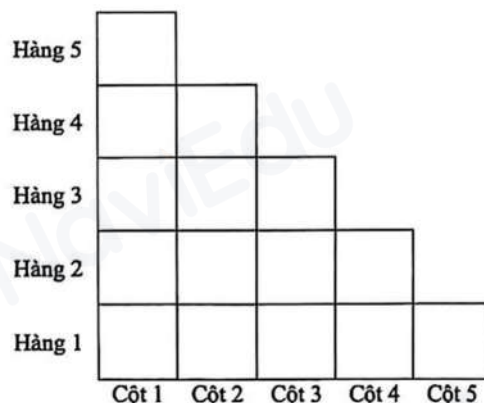
hình dưới thỏa mãn đồng thời ba điều kiện sau:

– Mỗi ô điền đúng một số và mỗi số chỉ được sử dụng một lần.

– Hiệu hai số ở hai ô bất kỳ khác nhau trên cùng một hàng không chia hết cho 5.

– Hiệu hai số ở hai ô bất kỳ khác nhau trên cùng một cột không chia hết cho 5.

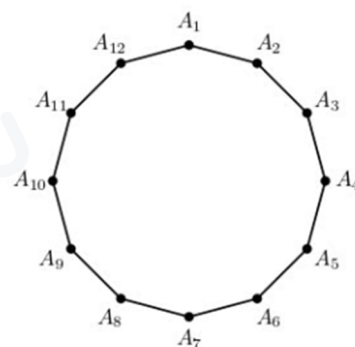
Hai cách điền gọi là giống nhau nếu số điền ở mỗi ô tương ứng trong 15 ô là giống nhau (không tính đến thứ tự điền các số vào 15 ô vuông). Gọi H là số cách điền



khác nhau để bạn Bình vượt qua được thử thách. Giá trị của $\frac{H}{10}$ bằng bao nhiêu?

Câu 4: Một khung hình trang trí có dạng một đa giác đều 12 cạnh $A_1A_2\dots A_{12}$ được gắn cố định trên trần nhà (xem hình dưới).

Bạn Dũng có 12 bóng đèn gồm bốn bóng màu đỏ và tám bóng màu xanh, có công suất đôi một khác nhau. Bạn Dũng lắp ngẫu nhiên 12 bóng đèn trên vào 12 đỉnh A_1, A_2, \dots, A_{12} sao cho mỗi đỉnh có đúng một bóng đèn. Gọi P là xác suất để mỗi hình vuông (có bốn đỉnh là các đỉnh của đa giác đã cho) đều có ít nhất một bóng đèn màu đỏ. Giá trị của $4565P$ bằng bao nhiêu?



Câu 5: Một công ty nông sản có công suất chế biến không quá 180 tấn nguyên liệu một tháng. Nếu công ty chế biến x tấn nguyên liệu trong một tháng ($1 \leq x \leq 180$) thì chi phí sản xuất và doanh thu lần lượt là $C(x) = 0,002x^3 + 30x + 20$ (triệu đồng) và $R(x) = 90x$ (triệu đồng). Lợi nhuận lớn nhất mà công ty đạt được trong một tháng là bao nhiêu triệu đồng?

Câu 6: Một nông trại cung cấp rau quả cho siêu thị A với số liệu bán hàng của bốn ngày trong tuần được ghi lại trong bảng sau:

Ngày	Số ki-lô-gam			Tổng số tiền (nghìn đồng)
	Rau muống	Bí xanh	Cà chua	
Thứ Tư	19	15	10	615
Thứ Năm	20	12	8	540
Thứ Sáu	25	12	7	570
Thứ Bảy	50	30	20	?

Biết rằng đơn giá theo ki-lô-gam của mỗi loại rau quả trong bảng trên là không đổi. Tổng số tiền nông trại thu được trong ngày thứ Bảy từ ba loại rau quả trên khi cung cấp cho siêu thị A là bao nhiêu nghìn đồng?

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT THAM KHẢO

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Nghiệm của phương $\log_3(3x) = 2$ là

- A. $x = \frac{2}{3}$. B. $x = 3$. C. $x = \frac{8}{3}$. D. $x = 2$.

Lời giải

$$\log_3(3x) = 2 \Leftrightarrow 3x = 9 \Leftrightarrow x = 3.$$

Câu 2: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -2$ và công sai $d = 3$. Giá trị của u_2 bằng

- A. -1 . B. -5 . C. 1 . D. -6 .

Lời giải

$$u_2 = u_1 + d = -2 + 3 = 1.$$

Câu 3: Cho $\int f(x)dx = \sin x + C$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. $\int [2 + f(x)]dx = 2x - \cos x + C$. B. $\int [2 + f(x)]dx = 2x + \cos x + C$.
C. $\int [2 + f(x)]dx = 2x - \sin x + C$. D. $\int [2 + f(x)]dx = 2x + \sin x + C$.

Lời giải

$$\int [2 + f(x)]dx = \int 2dx + \int f(x)dx = 2x + \sin x + C.$$

Câu 4: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($c \neq 0, ad - bc \neq 0$) có bảng biến thiên như hình dưới đây:

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	+		+
y	-2	$+\infty$	-2

Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là

- A. $y = -2$. B. $y = 1$. C. $x = 1$. D. $x = -2$.

Lời giải

Từ hình vẽ đã cho, ta có $x = 1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 5: Cặp số nào sau đây là nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x + y - 2 < 0 \\ x - y + 2 > 0 \end{cases}$?

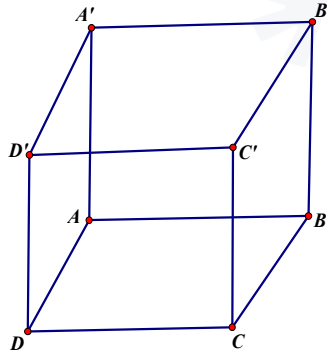
- A. $(-3; 0)$. B. $(1; 0)$. C. $(1; 2)$. D. $(0; 3)$.

Lời giải

Thử từng phương án ta thấy cặp $(1; 0)$ thỏa mãn vì khi ta thay cặp số $(1; 0)$ vào hệ bất phương

$$\text{trình đã cho thì thỏa mãn } \begin{cases} 1 + 0 - 2 = -1 < 0 \\ 1 - 0 + 2 = 3 > 0 \end{cases}.$$

Câu 6: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (xem hình dưới).



Véc tơ nào sau đây bằng véc tơ \overrightarrow{AD} ?

- A.** $\overrightarrow{B'C'}$. **B.** \overrightarrow{CD} . **C.** \overrightarrow{AB} . **D.** $\overrightarrow{AA'}$.

Lời giải

Ta có tứ giác $ABCD$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$.

Lại có tứ giác $BCC'B'$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{B'C'}$

Từ đó suy ra $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{B'C'}$.

Câu 7: Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu u_1 và công bội q với $u_1 \neq 0, q > 1$. Số hạng u_3 là

- A.** $u_3 = u_1 \cdot q^2$. **B.** $u_3 = u_1 + 3q$. **C.** $u_3 = u_1 \cdot q^3$. **D.** $u_3 = u_1 + 2q$.

Lời giải

Theo công thức tổng quát của cấp số nhân ta có $u_3 = u_1 \cdot q^2$.

Câu 8: Khảo sát thời gian (đơn vị: phút) học trực tuyến trong một ngày của 42 học sinh, người ta thu được mẫu số liệu ghép nhóm như sau:

Thời gian học trực tuyến	[10; 20)	[20; 30)	[30; 40)	[40; 50)	[50; 60)	[60; 70)
Số học sinh	5	7	15	6	5	4

Trung vị của mẫu số liệu trên thuộc nhóm nào sau đây?

- A.** [40; 50). **B.** [50; 60). **C.** [20; 30). **D.** [30; 40).

Lời giải

Cỡ mẫu: $n = 5 + 7 + 15 + 6 + 5 + 4 = 42$.

Trung vị M_e là $\frac{x_{21} + x_{22}}{2}$. Vì x_{21}, x_{22} đều thuộc nhóm [30; 40) nên nhóm này chứa trung vị.

Câu 9: Cho các hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ có đạo hàm trên tập số thực \mathbb{R} thỏa mãn $f'(x) = 2x$

và $g'(x) = x^2$. Đạo hàm của hàm số $y = f(x) + g(x)$ là

- A.** $x + 2x$. **B.** $2x + x^2$. **C.** $4x$. **D.** $2 + x^2$.

Lời giải

$$[f(x) + g(x)]' = f'(x) + g'(x) = 2x + x^2.$$

Câu 10: Cho hai biến cố độc lập A và B có xác suất thỏa mãn $P(A) = 0,3$ và $P(B) = 0,6$. Giá trị của

$P(AB)$ bằng

- A.** 0,18. **B.** 0,3. **C.** 0,5. **D.** 0,9.

Lời giải

Do A và B là hai biến cố độc lập nên: $P(AB) = P(A) \cdot P(B) = 0,3 \cdot 0,6 = 0,18$.

Câu 11: Hàm số $F(x) = 5x^3$ là một nguyên hàm của hàm số nào sau đây?

A. $f_3(x) = 15x^2$. **B.** $f_2(x) = 5x^3$. **C.** $f_1(x) = \frac{5x^4}{4}$. **D.** $f_4(x) = 5x^4$.

Lời giải

Ta có: $f(x) = F'(x) = 15x^2$.

Câu 12: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;3;1)$ và $B(4;1;1)$. Vectơ \overline{AB} có tọa độ là

A. $(-2;2;0)$. **B.** $(2;-2;0)$. **C.** $(6;4;2)$. **D.** $(3;2;1)$.

Lời giải

$\overline{AB} = (2;-2;0)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Nhằm đưa ra cảnh báo sớm về tình trạng sức khỏe của cư dân, người ta sử dụng một ứng dụng trí tuệ nhân tạo để sàng lọc nguy cơ mắc bệnh dựa trên hồ sơ y tế được lưu trữ. Khi phát hiện nguy cơ mắc bệnh, ứng dụng này sẽ gửi cảnh báo để giúp người dân đi khám bệnh kịp thời. Người ta dùng ứng dụng này để tầm soát nguy cơ mắc một loại bệnh.

Kết quả thu được khi quét thử nghiệm hồ sơ y tế của 10000 người như sau: có 1000 người nhận được cảnh báo và 9000 người còn lại không nhận được cảnh báo từ ứng dụng. Trong số 1000 người nhận được cảnh báo thì có 600 người có bệnh và 400 người không có bệnh. Trong số 9000 người không nhận được cảnh báo thì có 200 người có bệnh và 8800 người không có bệnh. Chọn ngẫu nhiên một trong số 10000 người nói trên.

a) Xác suất để người đó không nhận được cảnh báo từ ứng dụng bằng 0,9.

b) Xác suất để người đó không có bệnh, biết rằng người đó không nhận được cảnh báo từ ứng dụng lớn hơn 0,97.

c) Xác suất để người đó không có bệnh bằng 0,9.

d) Xác suất để người đó không nhận được cảnh báo từ ứng dụng, biết rằng người đó không có bệnh lớn hơn 0,95.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
----------------	----------------	---------------	----------------

Gọi biến cố A: người nhận được cảnh báo;

B: người bị bệnh.

$P(A) = \frac{1}{10}$; $P(\overline{A}) = \frac{9}{10}$; $P(B|A) = \frac{3}{5}$; $P(\overline{B}|A) = \frac{2}{5}$; $P(B|\overline{A}) = \frac{1}{45}$; $P(\overline{B}|\overline{A}) = \frac{44}{45}$.

a) Đúng

$P(\overline{A}) = \frac{9}{10} = 0,9$.

b) Đúng

$P(\overline{B}|\overline{A}) = \frac{44}{45} \approx 0,9778 > 0,97$.

c) Sai

$P(\overline{B}) = \frac{1}{10} \cdot \frac{2}{5} + \frac{9}{10} \cdot \frac{44}{45} = \frac{23}{25} = 0,92$.

d) Đúng

$$P(\bar{A}|\bar{B}) = \frac{P(\bar{A}) \cdot P(\bar{B}|\bar{A})}{P(\bar{B})} = \frac{22}{23} \approx 0,9565 > 0,95.$$

Câu 2: Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 8$.

- a) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = x^2 - 4x + 3$.
- b) Phương trình $f'(x) = 0$ có tập nghiệm là $S = \{1; 3\}$.
- c) Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(1; 3)$.
- d) Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng $\frac{28}{3}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

a) Đúng

Ta có $f'(x) = x^2 - 4x + 3$

b) Đúng

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}.$$

vậy phương trình $f'(x) = 0$ có tập nghiệm là $S = \{1; 3\}$.

c) Đúng

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$			
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$	$-\infty$		$\frac{28}{3}$		8		$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(1; 3)$.

d) Sai

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng 8.

Câu 3: Một hệ thống pin năng lượng mặt trời gồm các tấm pin được kết nối với một bộ lưu trữ điện. Trong thời gian mặt trời chiếu sáng của một ngày, năng lượng điện thu được từ các tấm pin được lưu trữ trong bộ lưu trữ điện. Gọi $F(t)$ là năng lượng điện (kWh) lưu trữ được kể từ thời điểm hệ thống bắt đầu hoạt động đến thời điểm t , trong đó t là thời gian tính theo giờ ($0 \leq t \leq 12$) và thời điểm hệ thống bắt đầu hoạt động ứng với $t = 0$. Biết rằng $F(0) = 0$. Tốc độ lưu trữ năng lượng điện (kW) của hệ thống này là hàm số $f(t) = F'(t)$ với $0 \leq t \leq 12$. Số liệu ghi nhận được trong một ngày cụ thể trong năm cho thấy $f(t) = -0,15t^2 + 1,8t$ với $0 \leq t \leq 12$.

a) $F(t) = -0,05t^3 + 0,9t^2$ với $0 \leq t \leq 12$.

b) Năng lượng điện (kWh) lưu trữ được kể từ thời điểm $t = a$ đến thời điểm $t = b$ ($0 \leq a < b \leq 12$) là $\int_a^b f(t) dt$.

c) Năng lượng điện lưu trữ được kể từ thời điểm $t = 1$ đến thời điểm $t = 5$ nhỏ hơn 15,3 kWh.

d) Năng lượng điện lưu trữ được kể từ thời điểm $t = 1$ đến thời điểm $t = 9$ gấp hai lần năng lượng điện lưu trữ được kể từ thời điểm $t = 1$ đến thời điểm $t = 5$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

a) Đúng

Ta có: $F(t) = \int (-0,15t^2 + 1,8t) dt = -0,05t^3 + 0,9t^2 + C$.

$F(0) = 0 \Leftrightarrow C = 0 \Rightarrow F(t) = -0,05t^3 + 0,9t^2$.

b) Đúng

Năng lượng điện (kWh) lưu trữ được kể từ thời điểm $t = a$ đến thời điểm $t = b$:

$$F(b) - F(a) = \int_a^b f(t) dt.$$

c) Sai

Năng lượng điện lưu trữ được kể từ thời điểm $t = 1$ đến thời điểm $t = 5$:

$$F(5) - F(1) = \int_1^5 f(t) dt = \int_1^5 (-0,15t^2 + 1,8t) dt = 15,4.$$

d) Sai

Năng lượng điện lưu trữ được kể từ thời điểm $t = 1$ đến thời điểm $t = 9$:

$$F(9) - F(1) = \int_1^9 f(t) dt = \int_1^9 (-0,15t^2 + 1,8t) dt = 35,6.$$

Ta có: $\frac{35,6}{15,4} \approx 2,31 \neq 2$.

Câu 4: Trong không gian xét hệ tọa độ $Oxyz$ có một đơn vị dài trên các trục tương ứng với 10 mét trên thực tế. Một mục tiêu cần được bảo vệ có vị trí ở gốc tọa độ O . Người ta thiết lập một vành đai bảo vệ quanh mục tiêu theo một đường tròn tâm O có bán kính bằng 6 đơn vị (tương ứng 60 mét trên thực tế) nằm trong mặt phẳng (Oxy) . Một máy bay không người lái (được coi như một hạt) bay theo một đường thẳng từ vị trí $M(2;11;3)$ đến vị trí $N(14;2;3)$. Tại mỗi vị trí của máy bay, khoảng cách từ máy bay đến vành đai bảo vệ là độ dài ngắn nhất của các đoạn thẳng nối từ vị trí đó đến một điểm bất kỳ trên vành đai.

a) $\overline{MN} = (12; -9; 0)$.

b) Phương trình tham số của đường thẳng MN là
$$\begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = 11 - 3t \\ z = 0 \end{cases} \text{ với } t \in \mathbb{R}.$$

c) Trong quá trình bay từ M đến N , khoảng cách ngắn nhất từ máy bay đến vành đai bảo vệ là 100 mét.

d) Trong quá trình bay từ M đến N , khoảng cách từ máy bay đến vành đai bảo vệ là ngắn nhất khi máy bay ở vị trí có tọa độ $(6; 8; 3)$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

Chọn a) Đúng | b) Sai | c) Sai | d) Đúng

a) Đúng

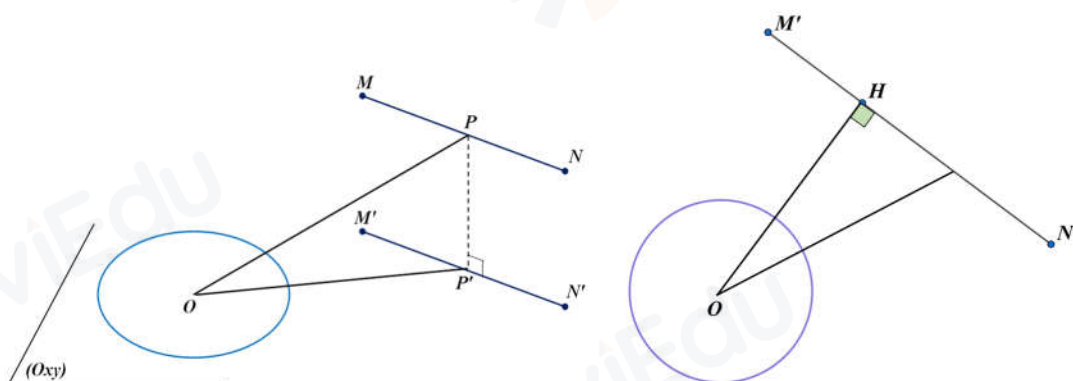
Ta có: $\overrightarrow{MN} = (12; -9; 0)$.

b) Sai

Đường thẳng MN có một vector chỉ phương $\vec{u} = (4; -3; 0)$ và đi qua $M(2; 11; 3)$ nên có

$$\text{phương trình là: } \begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = 11 - 3t \text{ với } t \in \mathbb{R}. \\ z = 3 \end{cases}$$

c) Sai



Đường thẳng $MN \parallel (Oxy)$. Gọi M', N' lần lượt là hình chiếu của M, N lên mặt phẳng (Oxy) . Khi đó $M'(2; 11; 0)$ và $N'(14; 2; 0)$.

Trong (Oxy) , vành đai bảo vệ là đường tròn tâm O , bán kính $R = 6$.

Đường thẳng $M'N'$ có phương trình là: $3x + 4y = 50$ và dễ thấy $M'N'$ nằm ngoài đường tròn (O) .

Tại vị trí P bất kỳ của máy bay trên đoạn MN và gọi P' là hình chiếu của P lên mặt phẳng (Oxy) .

$$\text{Ta có: } d(P, (O)) = \sqrt{(OP' - R)^2 + PP'^2} = \sqrt{(OP' - 6)^2 + 9}.$$

Do đó $\min d(P, (O))$ khi $\min OP'$.

Gọi H là hình chiếu của O lên đường thẳng $M'N'$.

Đường thẳng OH có phương trình là: $4x - 3y = 0$.

$$\text{Toa độ của } H \text{ là nghiệm của hệ: } \begin{cases} 3x + 4y = 50 \\ 4x - 3y = 0 \end{cases} \Rightarrow H(6; 8) \Rightarrow H \text{ thuộc đoạn } M'N'.$$

Ta có: $OP' \geq OH = 10$.

$$\text{Do đó } \min d(P, (O)) = \sqrt{(10 - 6)^2 + 9} = 5 \text{ (đơn vị dài)}.$$

Suy ra khoảng cách ngắn nhất từ máy bay đến vành đai bảo vệ là 50 mét.

d) Đúng

Khi khoảng cách từ máy bay đến vành đai bảo vệ là ngắn nhất thì $P' \equiv H \Rightarrow P'(6; 8; 0)$.

Khi đó tọa độ của máy bay là $P(6; 8; 3)$.

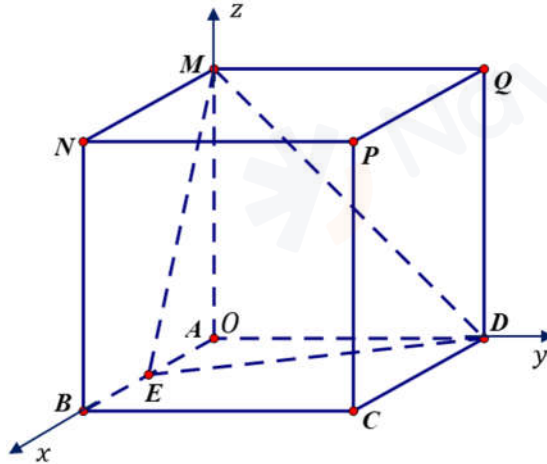
PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hình lập phương $ABCD.MNPQ$ có cạnh bằng 14. Gọi E là trung điểm của đoạn thẳng AB . Khoảng cách từ điểm P đến mặt phẳng (MED) bằng bao nhiêu (không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần mười)?

Lời giải

Trả lời: 17,1

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ

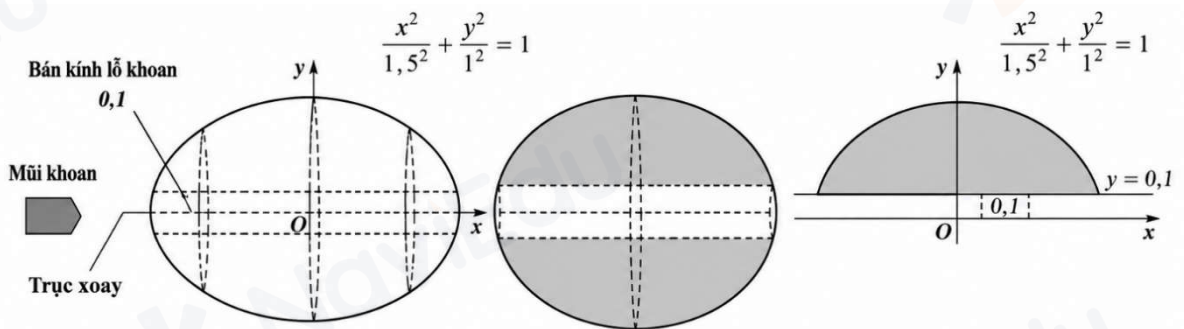


Khi đó, $M(0;0;14)$, $E(7;0;0)$, $D(0;14;0)$, $P(14;14;14)$

Suy ra phương trình mặt phẳng (MED) : $\frac{x}{7} + \frac{y}{14} + \frac{z}{14} = 1 \Leftrightarrow 2x + y + z - 14 = 0$.

Do đó, $d(P, (MED)) = \frac{|2 \cdot 14 + 14 + 14 - 14|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + 1^2}} = 7\sqrt{6} \approx 17,1$

Câu 2: Để chế tác một hạt cườm, người ta lấy một khối vật thể có dạng một khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi trục Ox và nửa trên của elip $\frac{x^2}{1,5^2} + \frac{y^2}{1^2} = 1$ (một đơn vị dài trên mỗi trục tọa độ tương ứng với một xăng-ti-mét trong thực tế) quanh trục Ox ; sau đó khoan dọc theo trục xoay (xem hình dưới).



Lưu ý: các kích thước trong hình minh họa có thể không đúng tỉ lệ thực tế

Lỗ khoan có dạng hình trụ với bán kính 0,1 cm và có trục nằm trên trục xoay. Phần còn lại sau khi khoan là hạt cườm, có dạng một khối tròn xoay.

Thể tích của hạt cườm đó bằng bao nhiêu xăng-ti-mét khối (không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần trăm)?

Lời giải

Trả lời: 6,19

Xét phần elip phía trên trục Ox : với $y = 0,1 \Rightarrow x = \pm \frac{9\sqrt{11}}{20}$.

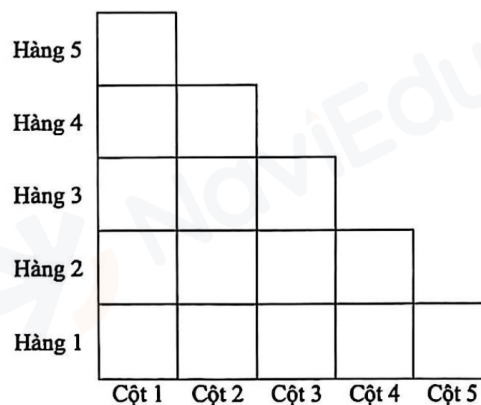
Thể tích của hạt cườm là thể tích của khối tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi nửa trên của elip $\frac{x^2}{1,5^2} + \frac{y^2}{1^2} = 1$ và đường thẳng $y = 0,1$ quanh trục Ox :

$$V = \pi \cdot \int_{\frac{9\sqrt{11}}{20}}^{\frac{9\sqrt{11}}{20}} \left(1 - \frac{x^2}{1,5^2} - 0,1^2 \right) dx \approx 6,19 \text{ (cm}^3\text{)}.$$

Câu 3: Trong một trò chơi bạn Bình cần vượt qua một thử thách. Theo yêu cầu của thử thách, Bình cần điền tất cả 15 số thuộc tập hợp $\{1;2;3;4;5;6;7;8;9;11;12;13;16;17;21\}$ vào 15 ô vuông trong hình dưới thỏa mãn đồng thời ba điều kiện sau:

- Mỗi ô điền đúng một số và mỗi số chỉ được sử dụng một lần.
- Hiệu hai số ở hai ô bất kỳ khác nhau trên cùng một hàng không chia hết cho 5.
- Hiệu hai số ở hai ô bất kỳ khác nhau trên cùng một cột không chia hết cho 5.

Hai cách điền gọi là giống nhau nếu số điền ở mỗi ô tương ứng trong 15 ô là giống nhau (không tính đến thứ tự điền các số vào 15 ô vuông). Gọi H là số cách điền khác nhau để bạn Bình vượt qua được thử thách. Giá trị của $\frac{H}{10}$ bằng bao nhiêu?



Lời giải

Trả lời: 3456

Hiệu hai số khác nhau chia hết cho 5 khi và chỉ khi chúng có cùng số dư khi chia cho 5 nghĩa là không được xếp hai số có cùng số dư khi chia cho 5 vào chung một hàng hoặc chung một cột. Các số chia cho 5 dư 0 là $\{5\}$.

Các số chia cho 5 dư 1 là $\{1;6;11;16;21\}$.

Các số chia cho 5 dư 2 là $\{2;7;12;17\}$.

Các số chia cho 5 dư 3 là $\{3;8;13\}$.

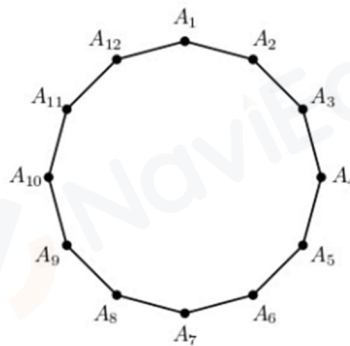
Các số chia cho 5 dư 4 là $\{4;9\}$.

Hàng 5	1				
Hàng 4	2	1			
Hàng 3	3	2	1		
Hàng 2	4	3	2	1	
Hàng 1	0	4	3	2	1
	Cột 1	Cột 2	Cột 3	Cột 4	Cột 5

Cách duy nhất chọn số để điền vào các ô trong hình là chọn các ô trên cùng một đường chéo để điền các số có cùng phần dư khi chia cho 5. Do đó có $H = 5! \cdot 4! \cdot 3! \cdot 2! \cdot 1! = 34560$ cách thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Vậy $\frac{H}{10} = 3456$.

Câu 4: Một khung hình trang trí có dạng một đa giác đều 12 cạnh $A_1A_2\dots A_{12}$ được gắn cố định trên trần nhà (xem hình dưới).



Bạn Dũng có 12 bóng đèn gồm bốn bóng màu đỏ và tám bóng màu xanh, có công suất đôi một khác nhau. Bạn Dũng lắp ngẫu nhiên 12 bóng đèn trên vào 12 đỉnh A_1, A_2, \dots, A_{12} sao cho mỗi đỉnh có đúng một bóng đèn. Gọi P là xác suất để mỗi hình vuông (có bốn đỉnh là các đỉnh của đa giác đã cho) đều có ít nhất một bóng đèn màu đỏ. Giá trị của $4565P$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: 2656

Số cách chọn vị trí cho 4 bóng đèn đỏ trên 12 đỉnh là: $C_{12}^4 = 495$.

Các đỉnh của đa giác đều 12 cạnh tạo thành đúng 3 hình vuông riêng biệt:

$A_1A_4A_7A_{10}; A_2A_5A_8A_{11}; A_3A_6A_9A_{12}$.

Để mỗi hình vuông đều có ít nhất một bóng đèn màu đỏ. Vậy một hình vuông có 2 bóng màu đỏ và 2 hình vuông còn lại mỗi hình vuông 1 bóng màu đỏ.

- Chọn 1 hình vuông có 2 bóng màu đỏ có C_3^1 cách.
- Chọn 2 đỉnh trong hình vuông đó để gắn bóng đỏ có C_4^2 cách.
- Chọn 1 đỉnh trong hình vuông thứ 2 có C_4^1 cách.
- Chọn 1 đỉnh trong hình vuông thứ 3 có C_4^1 cách.

Số cách chọn vị trí thỏa mãn là: $C_3^1 \cdot C_4^2 \cdot C_4^1 \cdot C_4^1 = 288$ cách.

Xác suất cần tính là: $P = \frac{288}{495} = \frac{32}{55}$.

$$\text{Vậy } 4565P = 4565 \cdot \frac{32}{55} = 2656.$$

Câu 5: Một công ty nông sản có công suất chế biến không quá 180 tấn nguyên liệu một tháng. Nếu công ty chế biến x tấn nguyên liệu trong một tháng ($1 \leq x \leq 180$) thì chi phí sản xuất và doanh thu lần lượt là $C(x) = 0,002x^3 + 30x + 20$ (triệu đồng) và $R(x) = 90x$ (triệu đồng). Lợi nhuận lớn nhất mà công ty đạt được trong một tháng là bao nhiêu triệu đồng?

Lời giải

Trả lời: 3980

Lợi nhuận công ty trong một tháng: $P(x) = R(x) - C(x)$

$$\Leftrightarrow P(x) = 90x - (0,002x^3 + 30x + 20) = -0,002x^3 + 60x - 20.$$

$$P'(x) = -0,006x^2 + 60; P'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 100 \in [1; 180] \\ x = -100 \notin [1; 180] \end{cases}$$

$$P(1) = 39,998; P(180) = -884; P(100) = 3980.$$

Vậy $\max_{(1 \leq x \leq 180)} P(x) = 3980$ (triệu đồng).

Câu 6: Một nông trại cung cấp rau quả cho siêu thị A với số liệu bán hàng của bốn ngày trong tuần được ghi lại trong bảng sau:

Ngày	Số ki-lô-gam			Tổng số tiền (nghìn đồng)
	Rau muống	Bí xanh	Cà chua	
Thứ Tư	19	15	10	615
Thứ Năm	20	12	8	540
Thứ Sáu	25	12	7	570
Thứ Bảy	50	30	20	?

Biết rằng đơn giá theo ki-lô-gam của mỗi loại rau quả trong bảng trên là không đổi. Tổng số tiền nông trại thu được trong ngày thứ Bảy từ ba loại rau quả trên khi cung cấp cho siêu thị A là bao nhiêu nghìn đồng?

Lời giải

Trả lời: 1350

Gọi đơn giá mỗi ki-lô-gam Rau muống, Bí xanh và Cà chua lần lượt là x, y, z .

$$\text{Theo bài ta có: } \begin{cases} 19x + 15y + 10z = 615 \\ 20x + 12y + 8z = 540 \\ 25x + 12y + 7z = 570 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 \\ y = 15 \\ z = 20 \end{cases}$$

Vậy tổng số tiền nông trại thu được trong ngày thứ Bảy từ ba loại rau quả trên khi cung cấp cho siêu thị A là $50 \cdot 10 + 30 \cdot 15 + 20 \cdot 20 = 1350$ (nghìn đồng).

----- HẾT -----