SỞ GD&ĐT HƯNG YÊN

TRƯỜNG THPT DƯƠNG QUẢNG HÀM

ĐỀ CHÍNH THỨC

Đề có 4 trang

ĐỀ THI THỬ TN THPT LẦN II NĂM 2026

Môn: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút

Họ tên thí sinh: .... Số báo danh: .... **Mã đề thi 1005**

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-3}$ là đường thẳng có phương trình nào sau đây?

A. $y=2$. **B.** $x=3$. **C.** $x=2$. **D.** $y=3$.

Câu 2. Cho hình lập phương $ABCD.MNPQ$. Góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{AN}$ và $\overrightarrow{PM}$ bằng

A. 60°. **B.** 90°. **C.** 30°. **D.** 120°.

Câu 3. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2(x-1)<3$.

A. $S=(1;9)$. **B.** $S=(-\infty;9)$. **C.** $S=(1;7)$. **D.** $S=(1;10)$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên các trục là cm), mặt sàn nhà đa năng thuộc mặt phẳng Oxy. Một quả cầu bằng nhựa nằm trên mặt sàn nhà đa năng và có tâm $I(12;20;35)$. Khi đó, mặt ngoài của quả cầu nhựa (S) có phương trình là

A. $(x+12)^2+(y+20)^2+(z+35)^2=12^2$. **B.** $(x-12)^2+(y-20)^2+(z-35)^2=12^2$.

C. $(x-12)^2+(y-20)^2+(z-35)^2=35^2$. **D.** $(x-12)^2+(y-20)^2+(z-35)^2=20^2$.

Câu 5. Phương trình $\sin x=\sin\dfrac{\pi}{5}$ có các họ nghiệm là

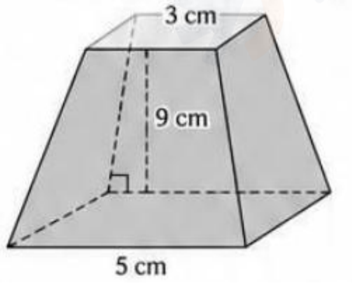
A. $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{5}+k2\pi \\ x=\dfrac{4\pi}{5}+k2\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}$. **B.** $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{5}+k2\pi \\ x=-\dfrac{\pi}{5}+k2\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}$.

C. $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{4\pi}{5}+k2\pi \\ x=\dfrac{6\pi}{5}+k2\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}$. **D.** $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{5}+k2\pi \\ x=\dfrac{6\pi}{5}+k2\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}$.

Câu 6. Cho cấp số cộng có $u_1 = -3$, $d = 5$. Tính u_3.

A. $u_3 = 7$. **B.** $u_3 = 13$. **C.** $u_3 = 8$. **D.** $u_3 = 2$.

Câu 7. Một đồ chơi có dạng khối chóp cụt tứ giác đều (tham khảo hình vẽ) với độ dài hai cạnh đáy lần lượt là 3 cm và 5 cm, chiều cao là 9 cm. Thể tích của khối chóp cụt tứ giác đều đó bằng



A. 147 cm^3. **B.** 151 cm^3. **C.** 195 cm^3. **D.** 441 cm^3.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $K(-4;-15;3)$ trên mặt phẳng (Oxz) là

A. $(0;-15;0)$. **B.** $(0;-15;3)$. **C.** $(-4;0;3)$. **D.** $(4;0;-3)$.

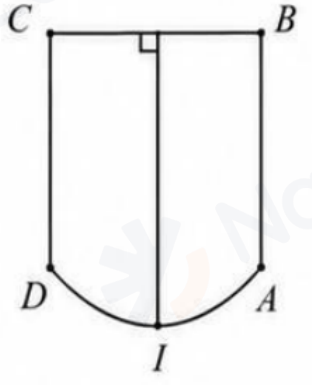
Câu 9. Mỗi ngày bạn Nam đều làm bài tập môn Toán có bảng thống kê ghép nhóm về thời gian làm bài tập mỗi ngày của bạn Nam (đơn vị: phút) trong 60 ngày như sau:

Thời gian (phút)	[70;80)	[80;90)	[90;100)	[100;110)	[110;120)
Số ngày	1	7	24	3	25

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là

A. 25. **B.** 120. **C.** 24. **D.** 50.

Câu 10. Ông An muốn xây dựng một chuồng nuôi bò trên một khu đất phẳng được giới hạn bởi các đoạn thẳng AB, BC, CD và một đường parabol đi qua hai điểm A, D (như hình vẽ bên dưới). Biết $ABCD$ là hình vuông có cạnh bằng $4m$. Đỉnh I của parabol nằm trên đường trung trực của BC và cách cạnh BC một khoảng bằng $5m$. Chi phí để xây dựng mỗi mét vuông mặt sàn của chuồng bò là 350000 đồng. Tính tổng số tiền ông An cần chi phí để xây dựng chuồng bò đó? (không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng nghìn)



A. 7333000 đồng.
B. 6333000 đồng.
C. 6533000 đồng.
D. 7533000 đồng.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(1;2;-1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x-3y+2z-5=0$ có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x=1+t \\ y=2-3t \\ z=1+2t \end{cases}$
B. $\begin{cases} x=1+t \\ y=-3+2t \\ z=2-t \end{cases}$
C. $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+2t \\ z=-1-t \end{cases}$
D. $\begin{cases} x=1+t \\ y=2-3t \\ z=-1+2t \end{cases}$

Câu 12. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	3	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-2;-1)$.
B. $(1;+\infty)$.
C. $(0;2)$.
D. $(-\infty;-2)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Bạn An làm 2 bài tập kế tiếp. Xác suất An làm đúng bài thứ nhất là 0,7. Nếu An làm đúng bài thứ nhất thì khả năng làm đúng bài thứ hai là 0,8. Nếu An làm sai bài thứ nhất thì khả năng làm đúng bài thứ hai là 0,2.

a) Xác suất An làm sai bài thứ nhất là 0,3.

b) Xác suất An làm đúng cả hai bài là 0,65.

c) Xác suất An làm đúng ít nhất một bài là 0,76.

d) Xác suất An làm sai bài thứ hai là 0,38.

Câu 2. Cho hàm số $y=\dfrac{x^2}{x-1}$ có đồ thị (C).

a) Đường tiệm cận xiên của đồ thị (C) tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng $\dfrac{1}{2}$.

b) Tổng khoảng cách từ một điểm trên đồ thị (C) đến hai đường tiệm cận của (C) có giá trị nhỏ nhất bằng $\sqrt{2}$.

c) Đường tiệm cận đứng của đồ thị (C) là $y=1$.

d) Khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị (C) bằng $2\sqrt{5}$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, có $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ lần lượt là các vectơ đơn vị trên các trục Ox, Oy, Oz. Cho điểm $A(3;4;-2)$, vectơ $\vec{a}=-3\vec{i}-4\vec{j}+14\vec{k}$. Gọi B là điểm sao cho $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$.

a) Xét các điểm M thay đổi sao cho tam giác OBM có diện tích bằng 18. Độ dài đoạn AM đạt giá trị nhỏ nhất bằng 8.

b) $\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB}=24$.

c) $B(0;0;12)$.

d) $\vec{a}=(3;4;14)$.

Câu 4. Tháp giải nhiệt tại nhà máy Nhiệt điện Phả Lại (Tỉnh Hải Phòng, Việt Nam) có mặt cắt qua trục theo phương thẳng đứng có hình dạng là một phần của hypebol (H). Tháp có chiều cao 120 mét, hai đáy dạng hình tròn nằm trong hai mặt phẳng song song với nhau; bán kính đáy dưới bằng 40 mét.

Một nhóm kỹ sư đã thiết lập hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ sao cho mặt cắt dạng hypebol của tháp nhận Ox, Oy làm các trục đối xứng; lấy đơn vị trên mỗi trục là mét. Biết rằng đoạn giao nhau giữa trục Ox với tháp bằng 30 mét và gốc O ở vị trí cao độ 80 mét so với mặt đất (đáy dưới của tháp).

a) Phương trình chính tắc của Hypebol (H) là: $\dfrac{x^2}{15^2}-\dfrac{y^2}{\dfrac{11^2}{11520}}=1$.

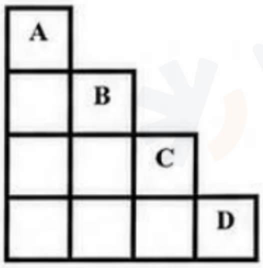
b) Thể tích của tháp giải nhiệt này bằng $214414\ m^3$ (làm tròn đến hàng đơn vị).

c) Diện tích đáy dưới của tháp bằng $1257\ m^2$ (làm tròn đến hàng đơn vị).

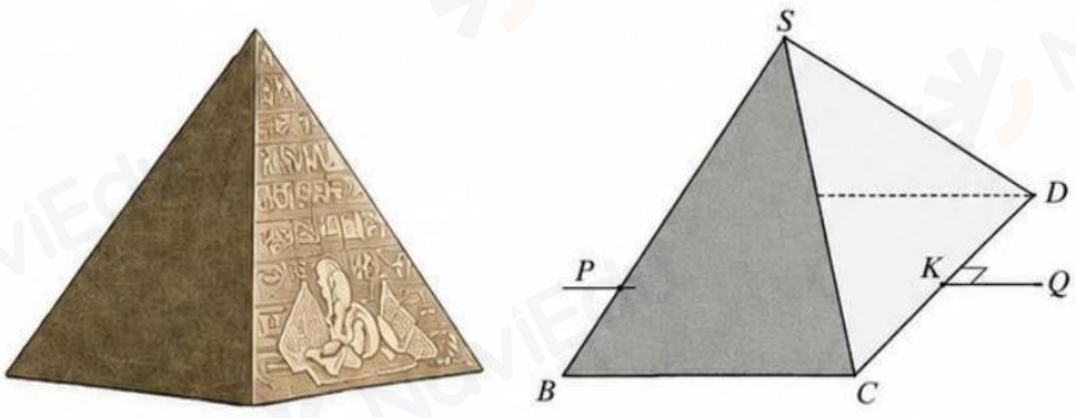
d) Các điểm có tọa độ $(-15;0)$, $(40;-80)$ thuộc hypebol (H).

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Từ tập hợp số tự nhiên $\{1;2;3;...;25;26\}$, bạn An cần chọn ra 10 số phân biệt để gán vào 10 ô vuông đơn vị như hình vẽ. Gọi S là số cách chọn số sao cho mọi số ở hàng trên luôn nhỏ hơn mọi số hàng dưới, mọi số bên trái luôn nhỏ hơn mọi số bên phải cùng hàng, đồng thời các số thuộc các ô A, B, C, D theo thứ tự lập thành cấp số cộng. Tính giá trị $\frac{S}{8}$.



Câu 2. Một con kiến cần bò từ vị trí P đến vị trí Q (nơi có thức ăn). Trên đường đi con kiến gặp vật cản là một mô hình kim tự tháp đồ chơi có dạng hình chóp tứ giác đều với tất cả các cạnh cùng bằng 8 cm (tham khảo hình vẽ). Biết độ dài các đoạn PI và KQ cùng bằng 2 cm, trong đó I, K là trung điểm 2 cạnh đáy của kim tự tháp. Tính đường đi ngắn nhất của con kiến theo đơn vị cm (không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần mười).



Câu 3. Một Villa sinh thái nghỉ dưỡng thống kê được rằng: Nếu áp dụng mức giá 3 triệu đồng/người/ngày thì mỗi tháng có 160 khách đến nghỉ và mỗi khách sẽ nghỉ 10 ngày. Nếu cứ tăng giá thêm 500 nghìn đồng/người/ngày thì hàng tháng số khách đến nghỉ sẽ giảm 4 người và thời gian lưu trú của mỗi khách cũng giảm đi 2 ngày. Ngược lại, nếu cứ giảm giá 500 nghìn đồng/người/ngày thì hàng tháng số khách đến nghỉ sẽ tăng thêm 4 người và thời gian lưu trú của mỗi người khách cũng tăng thêm 2 ngày.

Hỏi villa đó cần áp dụng mức giá bao nhiêu triệu đồng/người/ngày để lợi nhuận hàng tháng thu được là lớn nhất, biết tổng chi phí công ty phải chi cho một ngày lưu trú của mỗi người khách là 2 triệu đồng và Sở văn hóa, thể thao và du lịch không cho công ty thu vượt quá 10 triệu đồng/người/ngày.

(không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần trăm)

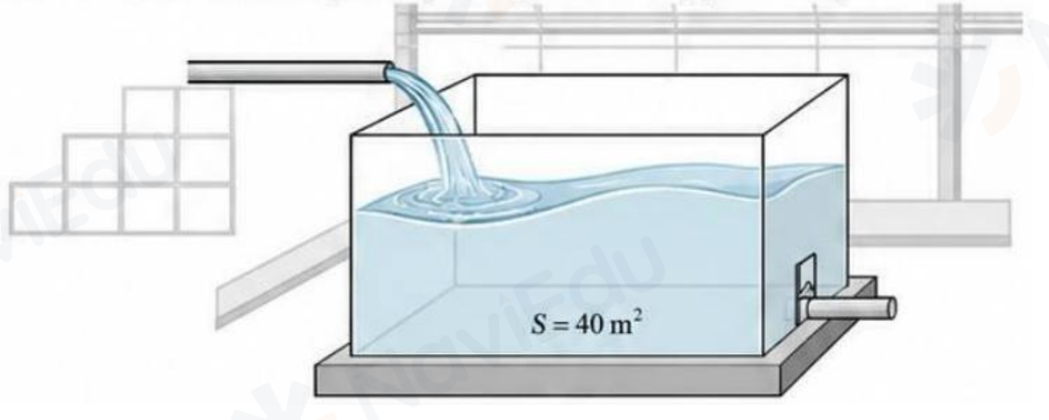
Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a tâm O, $SO \perp (ABCD)$, $SO = \frac{a\sqrt{6}}{3}$, $OB = \frac{a\sqrt{3}}{3}$. Góc phẳng nhị diện $[A, BC, S]$ có số đo bằng a°, $a > 0$. Giá trị của a bằng

Câu 5. Cho bảng thống kê doanh số bán hàng của 100 nhân viên ở một trung tâm thương mại trong một tuần như sau:

Doanh số (triệu đồng)	$[20;30)$	$[30;40)$	$[40;50)$	$[50;60)$	$[60;70)$	$[70;80)$
Số nhân viên	25	20	20	15	14	6

Trung tâm thương mại dự định chọn 25% số nhân viên có doanh số bán hàng cao nhất để trao thưởng. Theo mẫu số liệu trên, trung tâm thương mại nên khen thưởng các nhân viên có doanh số bán hàng ít nhất là bao nhiêu triệu đồng (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)?

Câu 6. Tại một trại tôm ở một địa phương, do sự cố mất điện tạm thời, khi hệ thống hoạt động trở lại ($t=0$), mức nước trong bể hình hộp chữ nhật (diện tích đáy $S=40\,m^2$) đang ở mức 0,5 mét. Để bù đắp lượng oxy thiếu hụt, máy bơm hoạt động với công suất tăng cường theo thời gian: $V_{\text{vào}}=4t+12$ (m^3/giờ). Hệ thống xả tự động vẫn vận hành theo công thức: $V_{ra}=\dfrac{40h(t)}{t+2}$ (m^3/giờ) để đảm bảo áp suất đáy, với $h(t)$ là chiều cao mực nước tại thời điểm t (tính bằng mét). Sau 2 giờ vận hành kể từ khi có điện lại, mực nước trong bể tăng bao nhiêu mét so với lúc ban đầu? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)



------------ HẾT ------------

- Thí sinh không được sử dụng tài liệu.

- Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

Được thực hiện bởi AI Gemini Pro

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

Câu	Đáp án		Câu	Đáp án
1	A		7	A
2	D		8	C
3	A		9	D
4	C		10	C
5	A		11	D
6	A		12	A

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Câu	Ý a)	Ý b)	Ý c)	Ý d)
1	Đúng	Sai	Đúng	Đúng
2	Đúng	Sai	Sai	Đúng
3	Sai	Sai	Đúng	Sai
4	Sai	Đúng	Sai	Đúng

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu	Kết quả điền số
1	3059
2	15,5
3	3.67
4	60
5	56.7
6	0.37

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

Câu 1. Đồ thị hàm số phân thức bậc nhất trên bậc nhất $y=\frac{ax+b}{cx+d}$ (với $c\neq 0$) luôn có phương trình đường tiệm cận ngang là $y=\frac{a}{c}$.

Áp dụng vào hàm số $y=\frac{2x+1}{x-3}$, ta có tiệm cận ngang là đường thẳng:

$y=\frac{2}{1}=2$

Chọn A.

Câu 2. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho gốc tọa độ trùng với đỉnh $A(0;0;0)$, các cạnh của hình lập phương có độ dài bằng 1. Khi đó, tọa độ các đỉnh liên quan lần lượt là:

$A(0;0;0)$, $N(1;0;1)$, $M(0;0;1)$, $P(1;1;1)$

Tọa độ các vectơ cần tính:

$\overrightarrow{AN}=N-A=(1;0;1)\Rightarrow|\overrightarrow{AN}|=\sqrt{1^2+0^2+1^2}=\sqrt{2}$

$\overrightarrow{PM}=M-P=(-1;-1;0)\Rightarrow|\overrightarrow{PM}|=\sqrt{(-1)^2+(-1)^2+0^2}=\sqrt{2}$

Tính tích vô hướng của hai vectơ:

$\overrightarrow{AN}\cdot\overrightarrow{PM}=1\cdot(-1)+0\cdot(-1)+1\cdot 0=-1$

Góc giữa hai vectơ được xác định bởi:

$$\cos(\overrightarrow{AN},\overrightarrow{PM})=\frac{\overrightarrow{AN}\cdot\overrightarrow{PM}}{|\overrightarrow{AN}|\cdot|\overrightarrow{PM}|}=\frac{-1}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}=-\frac{1}{2}\Rightarrow(\overrightarrow{AN},\overrightarrow{PM})=120^\circ$$

Chọn D.

Câu 3. Điều kiện xác định của bất phương trình: $x-1>0\Leftrightarrow x>1$.

Bất phương trình tương đương với:

$x-1<2^3\Leftrightarrow x-1<8\Leftrightarrow x<9$

Kết hợp với điều kiện xác định, tập nghiệm thu được là $S=(1;9)$.

Chọn A.

Câu 4. Mặt sàn nhà đa năng trùng với mặt phẳng (Oxy) có phương trình $z=0$. Vì quả cầu nhựa nằm trên sàn nên mặt ngoài quả cầu (S) sẽ tiếp xúc với mặt phẳng (Oxy).

Bán kính R của quả cầu chính là khoảng cách từ tâm $I(12;20;35)$ tới mặt phẳng (Oxy):

$R = d(I,(Oxy)) = |z_I| = 35$

Phương trình mặt ngoài của quả cầu nhựa (S) là:

$(x-12)^2 + (y-20)^2 + (z-35)^2 = 35^2$

Chọn C.

Câu 5. Phương trình lượng giác cơ bản $\sin x = \sin\dfrac{\pi}{5}$ có các họ nghiệm là:

$$\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{5} + k2\pi \\ x = \pi - \dfrac{\pi}{5} + k2\pi = \dfrac{4\pi}{5} + k2\pi \end{array}\right. (k \in \mathbb{Z})$$

Chọn A.

Câu 6. Cấp số cộng có số hạng tổng quát tính theo công thức $u_n = u_1 + (n-1)d$.

Số hạng thứ ba cần tìm là:

$u_3 = u_1 + 2d = -3 + 2 \cdot 5 = 7$

Chọn A.

Câu 7. Thể tích của khối chóp cụt đều được tính theo công thức:

$V = \dfrac{1}{3}h(S_1 + S_2 + \sqrt{S_1 \cdot S_2})$

Trong đó $h = 9$ cm là chiều cao, $S_1 = 3^2 = 9\text{ cm}^2$ và $S_2 = 5^2 = 25\text{ cm}^2$ là diện tích hai đáy hình vuông. Thay số ta có:

$V = \dfrac{1}{3} \cdot 9 \cdot (9 + 25 + \sqrt{9 \cdot 25}) = 3 \cdot (34 + 15) = 147\text{ cm}^3$

Chọn A.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của một điểm $K(x_0; y_0; z_0)$ lên mặt phẳng tọa độ (Oxz) sẽ giữ nguyên hoành độ x , cao độ z và có tung độ $y = 0$.

Do đó, hình chiếu của $K(-4;-15;3)$ lên mặt phẳng (Oxz) là điểm $(-4;0;3)$.

Chọn C.

Câu 9. Khoảng biến thiên R của mẫu số liệu ghép nhóm bằng hiệu giữa đầu mút phải của nhóm cuối cùng có chứa dữ liệu và đầu mút trái của nhóm đầu tiên có chứa dữ liệu.

Nhóm đầu tiên chứa dữ liệu là $[70;80) \Rightarrow$ đầu mút trái bằng 70 .

Nhóm cuối cùng chứa dữ liệu là $[110;120) \Rightarrow$ đầu mút phải bằng 120.

$R = 120 - 70 = 50$

Chọn D.

Câu 10. Chọn hệ trục tọa độ Oxy sao cho gốc tọa độ O trùng với trung điểm của đoạn thẳng BC.

Vì $ABCD$ là hình vuông cạnh 4 m nằm phía dưới đoạn BC nên ta có tọa độ các đỉnh:

$B(2;0)$, $C(-2;0)$, $A(2;-4)$, $D(-2;-4)$.

Đỉnh I của parabol nằm trên đường trung trực của BC (trục Oy) và cách BC một khoảng 5 m về phía dưới nên $I(0;-5)$. Phương trình parabol có dạng $y = ax^2 - 5$.

Do parabol đi qua điểm $A(2;-4)$ nên:

$$-4 = a \cdot 2^2 - 5 \Leftrightarrow 4a = 1 \Leftrightarrow a = \frac{1}{4} \Rightarrow y = \frac{1}{4}x^2 - 5$$

Diện tích mặt sàn chuồng bò được giới hạn bởi đường thẳng $y = 0$, hai biên $x = -2, x = 2$ và cung parabol là:

$$S = \int_{-2}^{2} \left[0 - \left(\frac{1}{4}x^2 - 5\right)\right] dx = \int_{-2}^{2} \left(5 - \frac{1}{4}x^2\right) dx = \left(5x - \frac{x^3}{12}\right)\Bigg|_{-2}^{2} = \frac{56}{3} \text{ m}^2$$

Tổng chi phí xây dựng chuồng bò là:

$$\text{Chi phí} = \frac{56}{3} \cdot 350000 = \frac{19600000}{3} \approx 6533333{,}33 \text{ (đồng)}$$

Làm tròn kết quả đến hàng nghìn ta được 6533000 đồng.

Chọn C.

Câu 11. Mặt phẳng $(P): x - 3y + 2z - 5 = 0$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1;-3;2)$.

Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (P) nên nhận luôn $\vec{n}$ làm vectơ chỉ phương $\vec{u} = (1;-3;2)$.

Phương trình tham số của đường thẳng đi qua $A(1;2;-1)$ có dạng:

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 3t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$$

Chọn D.

Câu 12. Dựa vào bảng biến thiên, đồ thị hàm số đồng biến trên các khoảng nơi mà đạo hàm mang dấu dương ($f'(x) > 0$), cụ thể là các khoảng $(-2;0)$ và $(2;+\infty)$.

Vì khoảng $(-2;-1)$ là khoảng con của khoảng $(-2;0)$ nên hàm số cũng đồng biến trên khoảng $(-2;-1)$.

Chọn A.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Câu 1. Gọi A_1 là biến cố "An làm đúng bài thứ nhất", A_2 là biến cố "An làm đúng bài thứ hai". Ta có:

$P(A_1)=0,7 \Rightarrow P(\overline{A_1})=0,3$.

$P(A_2 \mid A_1)=0,8 \Rightarrow P(\overline{A_2} \mid A_1)=0,2$.

$P(A_2 \mid \overline{A_1})=0,2 \Rightarrow P(\overline{A_2} \mid \overline{A_1})=0,8$.

a) ĐÚNG: Xác suất An làm sai bài thứ nhất là $P(\overline{A_1})=1-0,7=0,3$.

b) SAI: Xác suất An làm đúng cả hai bài là:

$P(A_1 \cap A_2)=P(A_1)\cdot P(A_2 \mid A_1)=0,7\cdot 0,8=0,56 \neq 0,65$

c) ĐÚNG: Biến cố "An làm đúng ít nhất một bài" có biến cố đối là "An làm sai cả hai bài".

Xác suất làm sai cả hai bài là: $P(\overline{A_1} \cap \overline{A_2})=P(\overline{A_1})\cdot P(\overline{A_2} \mid \overline{A_1})=0,3\cdot 0,8=0,24$.

Xác suất đúng ít nhất một bài là: $1-0,24=0,76$.

d) ĐÚNG: Áp dụng công thức xác suất đầy đủ, xác suất An làm sai bài thứ hai là:

$P(\overline{A_2})=P(A_1)\cdot P(\overline{A_2} \mid A_1)+P(\overline{A_1})\cdot P(\overline{A_2} \mid \overline{A_1})=0,7\cdot 0,2+0,3\cdot 0,8=0,38$

Câu 2. Hàm số đã cho viết dưới dạng: $y=\dfrac{x^2}{x-1}=x+1+\dfrac{1}{x-1}$ có đồ thị (C).

a) ĐÚNG: Tiệm cận xiên của đồ thị là đường thẳng $\Delta: y=x+1$. Đường thẳng này cắt hai trục tọa độ lần lượt tại các điểm $A(-1;0)$ và $B(0;1)$. Diện tích tam giác vuông OAB tạo thành là:

$S=\dfrac{1}{2}\cdot OA\cdot OB=\dfrac{1}{2}\cdot 1\cdot 1=\dfrac{1}{2}$.

b) SAI: Tiệm cận đứng là $d_1: x-1=0$, tiệm cận xiên là $d_2: x-y+1=0$. Xét điểm $M\left(x_0;x_0+1+\dfrac{1}{x_0-1}\right)\in(C)$. Tổng khoảng cách từ M đến hai tiệm cận thu được là:

$$d=|x_0-1|+\frac{\left|x_0-\left(x_0+1+\dfrac{1}{x_0-1}\right)+1\right|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}=|x_0-1|+\frac{1}{\sqrt{2}\,|x_0-1|}$$

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si: $d \geq 2\sqrt{|x_0-1| \cdot \dfrac{1}{\sqrt{2}|x_0-1|}} = \sqrt[4]{8} \neq \sqrt{2}$.

c) SAI: Đường tiệm cận đứng của đồ thị phải là đường thẳng $x=1$, không phải $y=1$.

d) ĐÚNG: Đạo hàm $y' = \dfrac{x^2-2x}{(x-1)^2} = 0 \Leftrightarrow x=0$ hoặc $x=2$. Hai điểm cực trị tương ứng là $M_1(0;0)$ và $M_2(2;4)$. Khoảng cách giữa chúng là: $M_1M_2 = \sqrt{(2-0)^2+(4-0)^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$.

Câu 3. Vectơ đơn vị tương ứng có tọa độ là $\vec{i} = (1;0;0), \vec{j} = (0;1;0), \vec{k} = (0;0;1)$, do đó $\vec{a} = (-3;-4;14)$.

Vì $\overrightarrow{AB} = \vec{a} \Rightarrow B = A + \vec{a} = (3-3;4-4;-2+14) = (0;0;12)$.

a) SAI: Điểm $B(0;0;12)$ nằm trên trục $Oz \Rightarrow OB = 12$. Diện tích tam giác $OBM = 18 \Rightarrow \dfrac{1}{2} \cdot OB \cdot d(M,Oz) = 18 \Rightarrow d(M,Oz) = 3$. Tập hợp các điểm M thuộc mặt trụ xoay quanh trục Oz có phương trình đường tròn chiếu là $x^2+y^2=9$.

Khoảng cách $AM^2 = (x-3)^2+(y-4)^2+(z+2)^2 = 34-2(3x+4y)+(z+2)^2$. Để AM nhỏ nhất thì $z=-2$ và $(3x+4y)$ đạt cực đại. Theo Cauchy-Schwarz, $3x+4y \leq \sqrt{(3^2+4^2)(x^2+y^2)} = 15$. Vậy $AM^2 \geq 34-2(15) = 4 \Rightarrow AM_{\min} = 2 \neq 8$.

b) SAI: Ta có $\overrightarrow{OA} = (3;4;-2)$ và $\overrightarrow{OB} = (0;0;12) \Rightarrow \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = -24 \neq 24$.

c) ĐÚNG: Tọa độ điểm B chính xác là $(0;0;12)$.

d) SAI: Tọa độ chính xác của vectơ $\vec{a}$ là $(-3;-4;14)$.

Câu 4.

a) SAI: Giao giữa tháp và trục Ox bằng 30 m $\Rightarrow 2a = 30 \Rightarrow a = 15$. Phương trình hypebol có dạng $\dfrac{x^2}{15^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = 1$. Điểm ở đáy dưới thuộc đồ thị có tọa độ $(40;-80)$, thế vào ta tìm được $b^2 = \dfrac{11520}{11}$.

Phương trình chính xác là: $\dfrac{x^2}{15^2} - \dfrac{y^2}{\frac{11520}{11}} = 1$.

b) ĐÚNG: Thể tích khối tròn xoay quanh trục thẳng đứng Oy giới hạn từ cao độ đáy dưới $y=-80$ đến cao độ đáy trên $y=40$:

$$V = \pi\int_{-80}^{40} x^2 dy = \pi\int_{-80}^{40} 15^2\left(1+\frac{11}{11520}y^2\right)dy = 68250\pi \approx 214414 \text{ m}^3$$

c) SAI: Diện tích đáy dưới dạng hình tròn có bán kính $R = 40$ m là:
$S = \pi R^2 = 1600\pi \approx 5027 \text{ m}^2 \neq 1257 \text{ m}^2$.

d) ĐÚNG: Điểm cực cận $(-15;0)$ là đỉnh và điểm ở đáy dưới $(40;-80)$ đều hoàn toàn thỏa mãn phương trình hypebol (H).

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Do tính chất mọi số ở hàng trên luôn nhỏ hơn hàng dưới và từ trái qua phải tăng dần, khi chọn ra một bộ 10 số phân biệt sắp xếp tăng dần $x_1 < x_2 < \ldots < x_{10}$, vị trí phân phối vào các ô vuông là cố định và duy nhất:

Ô $A = x_1$

Ô $B = x_3$

Ô $C = x_6$

Ô $D = x_{10}$

Để bốn ô A, B, C, D theo thứ tự lập thành cấp số cộng có công sai $d \geq 1$:

$$x_3 = x_1 + d$$
$$x_6 = x_1 + 2d$$
$$x_{10} = x_1 + 3d$$

Vì giữa các vị trí này có các số trung gian xen kẽ (x_2 nằm giữa x_1, x_3; x_4, x_5 nằm giữa x_3, x_6; x_7, x_8, x_9 nằm giữa x_6, x_{10}) nên ta phải có điều kiện ràng buộc khoảng cách:

$$x_3 - x_1 \geq 2 \Rightarrow d \geq 2$$

$$x_6 - x_3 \geq 3 \Rightarrow d \geq 3$$

$$x_{10} - x_6 \geq 4 \Rightarrow d \geq 4$$

Do đó, điều kiện cần và đủ của công sai là $d \geq 4$. Mặt khác, số lớn nhất $x_{10} \leq 26 \Rightarrow x_1 + 3d \leq 26 \Rightarrow 3d \leq 25 \Rightarrow d \leq 8$. Vậy $d \in \{4,5,6,7,8\}$.

Với mỗi giá trị d cố định, số cách chọn giá trị xuất phát x_1 là $26 - 3d$ cách. Số cách chọn các phần tử trung gian còn lại lần lượt là C_{d-1}^1, C_{d-1}^2, và C_{d-1}^3.

Tổng số cách chọn S là:

$$S = \sum_{d=4}^{8} (26 - 3d) \cdot C_{d-1}^1 \cdot C_{d-1}^2 \cdot C_{d-1}^3$$

Với $d = 4: 14 \cdot C_3^1 \cdot C_3^2 \cdot C_3^3 = 126$

Với $d = 5: 11 \cdot C_4^1 \cdot C_4^2 \cdot C_4^3 = 1056$

Với $d = 6: 8 \cdot C_5^1 \cdot C_5^2 \cdot C_5^3 = 4000$

Với $d = 7: 5 \cdot C_6^1 \cdot C_6^2 \cdot C_6^3 = 9000$

Với $d = 8: 2 \cdot C_7^1 \cdot C_7^2 \cdot C_7^3 = 10290$

$\Rightarrow S = 126 + 1056 + 4000 + 9000 + 10290 = 24472 \Rightarrow \dfrac{S}{8} = 3059$

Kết quả: 3059

Câu 2. Để tìm đường đi ngắn nhất của con kiến đi từ điểm P sang điểm Q qua các mặt bên, ta thực hiện trải phẳng 3 mặt bên liên tiếp của hình chóp đều là tam giác SAB, SBC, SCD chung đỉnh S lên cùng một mặt phẳng.

Góc ở đỉnh S sau khi trải phẳng 3 tam giác đều kề nhau là: $\angle PSQ = 3 \cdot 60^\circ = 180^\circ$ (tuy nhiên, đường đi ngắn nhất thực tế sẽ men theo hai đường trung trực SI và SK có góc lệch phẳng là $\angle ISK = 30^\circ + 60^\circ + 30^\circ = 120^\circ$).

Chiều cao của các mặt bên tam giác đều cạnh 8 cm là $SI = SK = 4\sqrt{3}$ cm.

Khoảng cách từ đỉnh S đến hai đầu mút lộ trình trên mặt phẳng trải là:

$SP = SQ = 4\sqrt{3} + 2$ cm

Áp dụng định lý cosin trong tam giác cân SPQ có góc ở đỉnh bằng 120°:

$PQ = \sqrt{SP^2 + SQ^2 - 2 \cdot SP \cdot SQ \cdot \cos 120^\circ} = SP\sqrt{3} = (4\sqrt{3} + 2)\sqrt{3} = 12 + 2\sqrt{3} \approx 15,46$ cm

Làm tròn đến hàng phần mười, ta thu được chiều dài quãng đường ngắn nhất là $15,5$ cm.

Kết quả: 15.5

Câu 3. Gọi mức giá phòng áp dụng là x (triệu đồng/người/ngày), điều kiện $2 < x \le 10$.

Số lần thay đổi bước giá là $n = \dfrac{x-3}{0,5} = 2(x-3)$.

Hàng tháng, số lượng khách đến nghỉ dưỡng và thời gian lưu trú lần lượt là:

$N = 160 - 4n = 184 - 8x$ (khách)

$T = 10 - 2n = 22 - 4x$ (ngày)

Lợi nhuận thu được trên một người khách trong một ngày lưu trú là $x - 2$ (triệu đồng). Hàm tổng lợi nhuận thu về mỗi tháng của villa được biểu diễn bởi:

$L(x) = N \cdot T \cdot (x-2) = (184 - 8x)(22 - 4x)(x - 2)$

Đạo hàm hàm lợi nhuận theo biến giá phòng x:

$L'(x)=96x^2-1952x+5872=0 \Leftrightarrow x\approx 3,67$ (nhận) hoặc $x\approx 16,66$ (loại)

Lập bảng biến thiên, ta thấy hàm số đạt giá trị lớn nhất tại điểm cực đại $x\approx 3,67$.

Kết quả: 3.67

Câu 4. Kẻ đường cao $OH\perp BC$ tại H ($H\in BC$). Vì $SO\perp(ABCD)\Rightarrow SO\perp BC$. Từ đó suy ra $BC\perp(SOH)\Rightarrow BC\perp SH$. Do đó, góc phẳng nhị diện $[A,BC,S]$ chính là góc nhọn $\angle SHO=\alpha$.

Xét tam giác vuông OAB vuông tại O, ta có bán kính trục dọc hình thoi là:

$$OA=\sqrt{AB^2-OB^2}=\sqrt{a^2-\left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2}=\frac{a\sqrt{6}}{3}\Rightarrow OC=OA=\frac{a\sqrt{6}}{3}$$

Xét tam giác vuông OBC vuông tại O có đường cao OH:

$$\frac{1}{OH^2}=\frac{1}{OB^2}+\frac{1}{OC^2}=\frac{1}{\frac{a^2}{3}}+\frac{1}{\frac{2a^2}{3}}=\frac{9}{2a^2}\Rightarrow OH=\frac{a\sqrt{2}}{3}$$

Xét tam giác vuông SOH vuông tại O:

$$\tan\alpha=\frac{SO}{OH}=\frac{\frac{a\sqrt{6}}{3}}{\frac{a\sqrt{2}}{3}}=\sqrt{3}\Rightarrow\alpha=60^\circ$$

Kết quả: 60

Câu 5. Doanh số bán hàng tối thiểu để lọt vào tốp 25% nhân viên xuất sắc nhất chính là giá trị phân vị thứ 75 (Q_3) của mẫu số liệu ghép nhóm.

Tổng số nhân viên $N=100\Rightarrow$ Vị trí phân vị là $\frac{3N}{4}=75$.

Cộng dồn tần số tích lũy qua các nhóm ta được chuỗi: $25,45,65,80,94,100$.

Vị trí thứ 75 rơi vào nhóm thứ tư là nhóm $[50;60)$ có tần số $n_4=15$, đầu mút trái $L=50$, tần số tích lũy nhóm trước là $C=65$, độ rộng nhóm $w=10$.

Áp dụng công thức tính phân vị ghép nhóm:

$$Q_3=50+\frac{75-65}{15}\cdot 10=50+\frac{20}{3}\approx 56,67 \text{ (triệu đồng)}$$

Làm tròn kết quả đến hàng phần chục (hàng phần mười) ta thu được $56,7$.

Kết quả: 56.7

Câu 6. Thể tích nước tại thời điểm t bất kỳ trong bể là $V(t) = S \cdot h(t) = 40h(t)$.

Tốc độ thay đổi lượng nước trong bể tuân theo phương trình cân bằng lưu lượng vi phân:

$$\frac{dV}{dt} = V_{\text{vào}} - V_{\text{ra}} \Leftrightarrow 40\frac{dh}{dt} = (4t+12) - \frac{40h(t)}{t+2}$$

Chia cả hai vế cho hệ số đáy 40, ta thu được phương trình vi phân tuyến tính bậc nhất:

$$\frac{dh}{dt} + \frac{1}{t+2}h = \frac{t+3}{10}$$

Nhân hai vế với thừa số tích phân là $(t+2)$, ta có thể gom gọn đạo hàm tích:

$$\frac{d}{dt}[(t+2)h(t)] = \frac{t^2+5t+6}{10}$$

Lấy tích phân hai vế theo thời gian từ thời điểm bắt đầu có điện lại $t=0$ đến $t=2$ giờ:

$$[(t+2)h(t)]\Big|_0^2 = \int_0^2 \frac{t^2+5t+6}{10}dt = \frac{37}{15} \Leftrightarrow 4h(2) - 2h(0) = \frac{37}{15}$$

Thế mực nước ban đầu lúc vừa có điện lại $h(0) = 0,5$ m vào phương trình:

$$4h(2) - 2\cdot 0,5 = \frac{37}{15} \Leftrightarrow 4h(2) = \frac{52}{15} \Rightarrow h(2) = \frac{13}{15} \text{ m}$$

Độ tăng thêm của mực nước trong bể sau 2 giờ vận hành là:

$$\Delta h = h(2) - h(0) = \frac{13}{15} - 0,5 = \frac{11}{30} \approx 0,3667 \text{ m}$$

Làm tròn đến hàng phần trăm ta được kết quả bằng $0,37$ m.

Kết quả: 0.37

HẾT