

ĐỀ CHÍNH THỨC

Câu I. (1,5 điểm)

1) Đo đường kính của 80 thân cây kéo trưởng thành tại một lâm trường, người ta thu được mẫu số liệu sau:

Đường kính (cm)	[40; 43)	[43; 46)	[46; 49)	[49; 52)	[52; 55)
Số cây	6	9	27	21	17

a) Tính tần số tương đối ghép nhóm của nhóm [43; 46).

b) Những cây có đường kính đạt ít nhất 46 cm là những cây phát triển tốt. Tính tỉ lệ số cây phát triển tốt trong mẫu số liệu trên.

2) Một bình đựng 15 quả cầu được đánh số từ 1 đến 15 có kích thước và khối lượng như nhau. Bạn An chọn ngẫu nhiên một quả cầu. Tính xác suất của biến cố A : “Bạn An chọn được quả cầu đánh số là số nguyên tố”.

Câu II. (1,5 điểm)

Cho hai biểu thức $A = \frac{x-2}{\sqrt{x+3}}$ và $B = \frac{10\sqrt{x+6}}{x-9} + \frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x+3}}$ với $x \geq 0; x \neq 9$.

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 25$.

2) Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x+3}}{\sqrt{x-3}}$.

3) Xét biểu thức $P = A.B$. Tìm tất cả giá trị của x để $|P| = |A|$.

Câu III. (2,5 điểm)

1) Tiệm Ngọt nổi tiếng với món trà sữa trân châu đường đen với giá là 30000 đồng/cốc. Nhân ngày Quốc tế Thiếu nhi 1/6, tiệm có ưu đãi sau: nếu khách mua từ cốc trà sữa trân châu đường đen thứ 6 trở đi, những cốc trà sữa cùng loại sau đó sẽ được giảm giá 20%. Hỏi bạn Danh có thể mua nhiều nhất bao nhiêu cốc trà sữa trân châu đường đen tại tiệm Ngọt với 240000 đồng?

2) Hướng ứng “Ngày sách và Văn hóa đọc Việt Nam”, một nhà sách đã có chương trình giảm giá cho tất cả loại sách. Bạn Nam đến mua một cuốn sách tham khảo môn Toán và một cuốn sách tham khảo môn Ngữ Văn với tổng giá ghi trên bìa hai quyển sách đó là 195000 đồng. Nhưng do quyển sách tham khảo môn Toán được giảm giá 20% và quyển sách tham khảo môn Ngữ văn được giảm giá 42000 đồng nên bạn Nam chỉ phải trả cho nhà sách 138000 đồng để mua hai quyển sách đó. Hỏi giá ghi trên bìa mỗi quyển sách tham khảo đó là bao nhiêu?

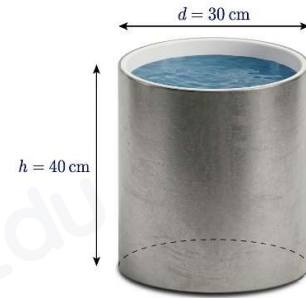
3) Cho phương trình bậc hai (ẩn x): $x^2 - 2x - m^2 - 1 = 0$. Biết rằng phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $3x_1 - x_2 = 10$. Tính giá trị biểu thức $K = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$.

Câu IV. (4,0 điểm)

1) Một thùng lấy nước bằng tôn dạng hình trụ có chiều cao là 40 cm và đường kính đáy là 30 cm. (Lấy $\pi \approx 3,14$ và coi chiều dày của vỏ thùng là không đáng kể).

a) Thể tích của thùng lấy nước đó là bao nhiêu lít?

b) Người ta sử dụng thùng trên để múc nước đổ vào một bể chứa không có nước với thể tích $1m^3$. Hỏi sau 35 lần lấy nước, bể đã đầy nước hay chưa? Biết mỗi lấy nước, người ta chỉ múc 90% thể tích của thùng để nước không bị đổ ra ngoài.



2) Cho đường tròn (O) đường kính BC . Trên đường tròn (O) lấy điểm A sao cho $AB < AC$ (A khác B và A khác C) và điểm D bất kì trên cung nhỏ AC (D khác A và C). Gọi H là hình chiếu vuông góc kẻ từ điểm A đến đường thẳng BC . Đường thẳng BD cắt đường thẳng AH tại điểm I .

a) Chứng minh bốn điểm I, H, C, D cùng thuộc một đường tròn.

b) Đường thẳng AH cắt đường tròn (O) tại điểm K (K khác A). Chứng minh tam giác BIH đồng dạng với tam giác BCD và $BK^2 = BI \cdot BD$.

c) Lấy điểm M thuộc đoạn thẳng BC sao cho $BM = AB$. Chứng minh tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác MID luôn nằm trên một đường thẳng cố định khi điểm D thay đổi trên cung nhỏ AC .

Câu V. (0,5 điểm)

Một bãi đỗ xe qua đêm có tổng diện tích dành cho việc đỗ xe là $500m^2$ (không tính lối đi và hạ tầng kỹ thuật). Bãi đỗ xe nhận trông hai loại xe: xe ô tô con và xe tải. Mỗi chiếc xe ô tô con cần diện tích $10m^2$ và phí gửi là 50 nghìn đồng một đêm. Mỗi chiếc xe tải cần diện tích $25m^2$ và phí gửi là 110 nghìn đồng một đêm. Biết rằng người quản lý bãi đỗ xe không thể trông coi quá 32 xe trong một đêm. Hỏi bãi đỗ xe nên nhận bao nhiêu xe ô tô con và xe tải một đêm để doanh thu đạt mức cao nhất?

----- **HẾT** -----

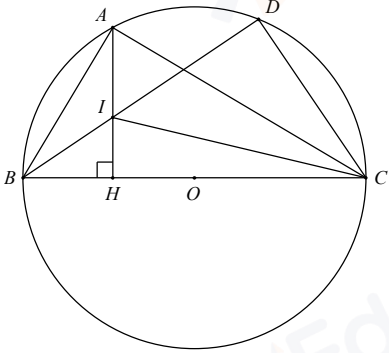
Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

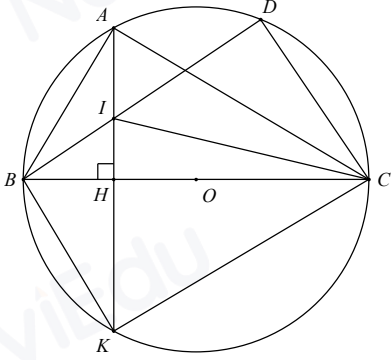
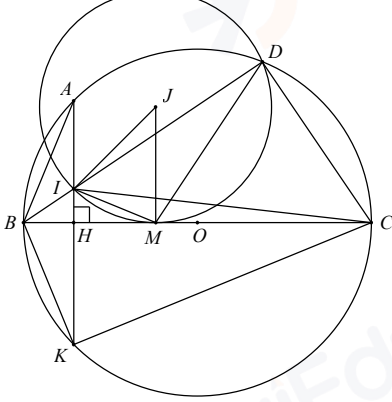
Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

HƯỚNG DẪN CHẤM

Câu	Ý	Đáp án	Điểm
I (1,5 điểm)	1a)	Tần số tương đối ghép nhóm của nhóm [43;46) là: $\frac{9}{80} \cdot 100\% = 11,25\%$.	0,5
	1b)	Số cây phát triển tốt là: $27 + 21 + 17 = 65$ (cây).	0,25
		Tỉ lệ số cây phát triển tốt trong mẫu số liệu trên là: $\frac{65}{80} = \frac{13}{16}$.	0,25
	2)	Các kết quả có thể xảy ra là: 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; ...; 15. Khi đó số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 15$.	0,25
		Các kết quả thuận lợi cho biến cố A là: 2; 3; 5; 7; 11; 13. Khi đó: $n(A) = 6$.	0,25
		Xác suất của biến cố A là: $P(A) = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$.	0,25
II (1,5 điểm)	1)	Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 25$.	0,25
		Ta có: $x = 25$ (TMĐKXĐ) suy ra $\sqrt{x} = 5$.	0,25
	Thay vào biểu thức A , ta có $A = \frac{25-2}{5+3} = \frac{23}{8}$.		0,25
	2)	Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-3}$.	0,75
		$B = \frac{10\sqrt{x}+6}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} + \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+3} = \frac{10\sqrt{x}+6}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} + \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}$	0,25
		$= \frac{10\sqrt{x}+6+x-4\sqrt{x}+3}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} = \frac{x+6\sqrt{x}+9}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}$	0,25
		$= \frac{(\sqrt{x}+3)^2}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} = \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-3}$	0,25
3)	Tìm tất cả giá trị của x để $P = A$.	0,5	
	Ta có: $P = \frac{x-2}{\sqrt{x}+3} \cdot \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-3} = \frac{x-2}{\sqrt{x}-3}$. Để $ P = A $ thì $\left \frac{x-2}{\sqrt{x}-3} \right = \left \frac{x-2}{\sqrt{x}+3} \right $.	0,25	
	Trường hợp 1: $ x-2 = 0$ suy ra $x-2 = 0$ nên $x = 2$. (TMĐK)		0,25
	Trường hợp 2: $ \sqrt{x}-3 = \sqrt{x}+3 $. Suy ra $\sqrt{x}-3 = \sqrt{x}+3$ (Loại) hoặc $\sqrt{x}-3 = 3-\sqrt{x}$. Đẫn đến $2\sqrt{x} = 0$ nên $\sqrt{x} = 0$ hay $x = 0$. (TMĐK) Vậy để $ P = A $ thì $x \in \{0; 2\}$.		0,25

III (2,5 điểm)	1)	Hỏi bạn Danh có thể mua nhiều nhất bao nhiêu cốc trà sữa trân châu đường đen tại tiệm Ngọt với 240000 đồng?	1,0
		5 cốc trà sữa hết số tiền là: $30000 \cdot 5 = 150000$ (đồng) < 240000 (đồng).	0,25
		Nếu Danh mua 5 cốc trà sữa còn thừa số tiền là: $240000 - 150000 = 90000$ (đồng).	0,25
		Giá tiền mỗi cốc trà sữa khi được giảm giá 20% là: $30000 \cdot (1 - 20\%) = 24000$ (đồng).	0,25
		Ta có: $\frac{90000}{24000} = 3,75$.	0,25
		Suy ra Danh có thể mua thêm tối đa 3 cốc trà sữa nữa. Vậy Danh mua được nhiều nhất 8 cốc trà sữa trân châu đường đen tại tiệm Ngọt.	0,25
	2)	Hỏi giá ghi trên bìa mỗi quyển sách tham khảo đó là bao nhiêu?	1,0
		Gọi giá ghi trên bìa hai quyển sách tham khảo môn Toán và môn Ngữ văn lần lượt là x, y (nghìn đồng) (ĐK: $0 < x, y < 195$).	0,25
		Do tổng giá ghi trên bìa hai quyển sách đó là 195000 đồng nên ta có phương trình $x + y = 195$. (1)	0,25
		Giá tiền quyển sách tham khảo môn Toán sau khi được giảm giá 20% là $x - 20\%x = 0,8x$ (nghìn đồng). Giá tiền quyển sách tham khảo môn Ngữ văn sau khi được giảm giá 42000 đồng là $y - 42$ (nghìn đồng). Vì sau giảm giá, Nam chỉ phải trả cho nhà sách 138 000 đồng nên ta có phương trình: $0,8x + y - 42 = 138$. (2)	0,25
	Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x + y = 195 \\ 0,8x + y - 42 = 138 \end{cases}$ Giải phương trình tìm được: $\begin{cases} y = 120 \\ x = 75 \end{cases}$ Vậy giá ghi trên bìa quyển sách tham khảo môn Toán là 75000 đồng và giá ghi trên quyển sách tham khảo môn Ngữ văn là 120000 đồng.	0,25	
3)	Tính giá trị biểu thức $K = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$.	0,5	
	Vì phương trình có hai nghiệm phân biệt nên theo định lí Viète, ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 x_2 = -m^2 - 1 \end{cases}$ Ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ 3x_1 - x_2 = 10 \end{cases}$. Từ đó tìm ra: $x_1 = 3; x_2 = -1$.	0,25	

		Nên $T = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{-2}{3}$.	0,25
IV (4,0 điểm)	1a)	Thể tích của thùng lấy nước đó là bao nhiêu lít?	0,5
		Bán kính đáy của thùng là: $R = \frac{30}{2} = 15(cm)$.	0,25
		Thể tích của thùng lấy nước đó là: $V = \pi.15^2.40 \approx 3,14.225.40 = 28260(cm^3) = 28,26(l)$.	0,25
	1b)	Hỏi sau 35 lần lấy nước, bể đã đầy nước hay chưa?	0,5
		Vì mỗi lần chỉ mức được 90% thể tích thùng nên lượng nước mỗi lần lấy là: $V_1 = 28,26.90\% = 25,434(l)$.	0,25
		Tổng lượng nước lấy được sau 35 lần mức là: $V_2 = 25,434.35 = 890,19(l)$. Thể tích của bể nước là $1m^3 = 1000l$. Vì $890,19l < 1000l$ nên sau 35 lần lấy nước thì bể chưa đầy nước.	0,25
2	Cho đường tròn (O) đường kính BC. Trên đường tròn (O) lấy điểm A sao cho $AB < AC$ (A khác B và A khác C) và điểm D bất kì trên cung nhỏ AC (D khác A và C). Gọi H là hình chiếu vuông góc kẻ từ điểm A đến đường thẳng BC. Đường thẳng BD cắt đường thẳng AH tại điểm I.	3,0	
a)	Chứng minh bốn điểm I, H, C, D cùng thuộc một đường tròn.		1,0
		Vẽ hình đúng đến ý a)	0,25
		Ta có: $\widehat{IHC} = 90^\circ$. Từ đó chỉ ra ba điểm I, H, C cùng thuộc đường tròn đường kính IC.	0,25
		Ta có: $\widehat{IDC} = 90^\circ$. Từ đó chỉ ra ba điểm I, D, C cùng thuộc đường tròn đường kính IC.	0,25
		Vì vậy bốn điểm I, H, C, D cùng thuộc đường tròn đường kính IC.	0,25
b)	Chứng minh tam giác BIH đồng dạng với tam giác BCD và $BK^2 = BI.BD$.		1,5
	Chứng minh tam giác BIH đồng dạng với tam giác BCD.		0,5
	Xét $\triangle BIH$ và $\triangle BCD$ có: \widehat{DBC} chung; $\widehat{BHI} = \widehat{BDC} = 90^\circ$.	0,25	

		<p>Suy ra $\triangle BIH \sim \triangle BCD$ (g.g).</p>	0,25
	<p>Chứng minh $BK^2 = BI \cdot BD$.</p>		1,0
	<p>Khi đó: $\frac{BI}{BC} = \frac{HB}{BD}$ hay $BI \cdot BD = HB \cdot BC$. (1)</p>		0,25
	<p>Xét $\triangle BHK$ và $\triangle BKC$ có: \widehat{KBC} chung; $\widehat{BHK} = \widehat{BKC} = 90^\circ$. Suy ra $\triangle BHK \sim \triangle BKC$ (g.g).</p>		0,25
	<p>Khi đó: $\frac{BH}{BK} = \frac{BK}{BC}$ hay $BK^2 = BH \cdot BC$. (2)</p>		0,25
	<p>Từ (1) và (2) suy ra $BK^2 = BI \cdot BD$.</p>		0,25
	<p>c) Chứng minh tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác MID luôn nằm trên một đường thẳng cố định khi điểm D thay đổi trên cung nhỏ AC.</p>		0,5
		<p>Gọi J là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle DIM$. Ta có: $BK^2 = BA^2 = BI \cdot BD$. Mà $AB = BM$ nên $BM^2 = BI \cdot BD$. Suy ra: $\frac{BM}{BI} = \frac{BD}{BM}$.</p> <p>Xét $\triangle BIM$ và $\triangle BMD$ có: \widehat{DBM}; $\frac{BM}{BI} = \frac{BD}{BM}$. Suy ra $\triangle BIM \sim \triangle BMD$ (c.g.c). Do đó: $\widehat{IMB} = \widehat{BDM} = \widehat{IDM}$. (3)</p>	0,25
	<p>Mặt khác: $\widehat{IDM} = \frac{1}{2} \widehat{IJM}$ và $\widehat{IJM} = 180^\circ - 2\widehat{IMJ}$ (do $\triangle IJM$ cân tại J). Suy ra: $\widehat{IDM} = \frac{1}{2} \cdot (180^\circ - 2\widehat{IMJ}) = 90^\circ - \widehat{IMJ}$. (4)</p> <p>Từ (3) và (4) suy ra $\widehat{IMB} = 90^\circ - \widehat{IMJ}$. Dẫn tới: $\widehat{IMB} + \widehat{IMJ} = 90^\circ$. Do đó: $JM \perp BC$ tại M. Vì ba điểm A, B, C cố định và $BM = AB$ nên điểm M cố định. Vậy J luôn nằm trên đường thẳng qua M và vuông góc với BC cố định.</p>		0,25

V (0,5 điểm)	Hỏi bãi đỗ xe nên nhận bao nhiêu xe ô tô con và xe tải một đêm để doanh thu đạt mức cao nhất?	0,5
	Gọi số lượng xe ô tô con và xe tải mà bãi xe nhận trong một đêm lần lượt là x, y (đơn vị: xe; điều kiện: $x, y \in \mathbb{N}, 0 < x, y \leq 32$). Vì người quản lí bãi đỗ xe không thể trông coi quá 32 xe trong một đêm nên ta có: $x + y \leq 32$. Vì bãi đỗ xe có tổng diện tích dành cho việc đỗ xe là $500m^2$ (không tính lối đi và hạ tầng kỹ thuật) nên ta có: $10x + 25y \leq 500$ nên $2x + 5y \leq 100$. Doanh thu một đêm của bãi đỗ xe là $P = 50x + 110y$ (nghìn đồng).	0,25
	Ta có: $P = 50x + 110y = 10(x + y) + 20(2x + 5y) \leq 10 \cdot 32 + 20 \cdot 100 = 2320$. Dấu "=" xảy ra khi $\begin{cases} x + y = 32 \\ 2x + 5y = 100 \end{cases}$ dẫn đến $\begin{cases} x = 20 \\ y = 12 \end{cases}$ (TMĐK).	0,25
	Vậy để doanh thu một đêm đạt mức cao nhất, bãi đỗ xe nên nhận 20 xe ô tô con và 12 xe tải, với doanh thu khi đó là 2320000 đồng.	