

Câu 1 (3,0 điểm).

- a) Hai đội bóng bàn của hai trường A và B thi đấu giao hữu với nhau. Mỗi đối thủ của đội trường A lần lượt gặp hết các đối thủ của đội trường B một lượt. Biết tổng số trận đấu gặp đôi tổng số đối thủ của hai đội. Tính số đối thủ của trường A và trường B.
- b) Cho hai số nguyên x, y thỏa mãn $x^2 + y^2 + 1 = 2(xy + x + y)$. Chứng minh rằng x và y là hai số chính phương liên tiếp.

Câu 2 (6,0 điểm).

- a) Giải phương trình $x^3 + 11x = 6(x^2 + 1)$.
- b) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x(x - 3y) = -2y^2 \\ 2x^2 + y^2 = 9. \end{cases}$$

Câu 3 (3,0 điểm).

a) Bác Hùng có 100 m hàng rào và muốn rào lại một phần cánh đồng để được một mảnh vườn có dạng là một hình chữ nhật. Biết mảnh vườn này có một cạnh tiếp giáp với một con sông (phần tiếp giáp với con sông không rào). Hỏi bác Hùng rào được mảnh vườn hình chữ nhật trên có diện tích lớn nhất là bao nhiêu?

b) Có hai hộp bút chì màu. Hộp thứ nhất có 5 bút chì màu đỏ và 7 bút chì màu xanh. Hộp thứ hai có 8 bút chì màu đỏ và 4 bút chì màu xanh. Chọn ngẫu nhiên mỗi hộp một cây bút chì. Xác suất để có 1 cây bút chì màu đỏ và 1 cây bút chì màu xanh là bao nhiêu.

Câu 4 (7,0 điểm). Cho đoạn thẳng AB, trên cùng một nửa mặt phẳng bờ AB vẽ các tia Ax, By vuông góc với AB. Trên AB lấy điểm O cố định ($O \neq A, O \neq B$). Trên các tia Ax, By lần lượt lấy các điểm E, F sao cho góc $\widehat{EOF} = 90^\circ$.

- a) Chứng minh rằng $AE \cdot BF = OA \cdot OB$.
- b) Vẽ OH vuông góc với EF ($H \in EF$). Chứng minh rằng $\widehat{AHB} = 90^\circ$.
- c) Tìm vị trí các điểm E, F để diện tích tam giác OEF đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 5 (1,0 điểm). Giả sử mỗi điểm trong mặt phẳng được tô bằng một trong hai màu xanh hoặc đỏ. Chứng minh tồn tại bốn điểm ở trên tạo thành một hình chữ nhật có các đỉnh cùng màu.

.....HẾT.....

Họ và tên thí sinh.....

Số báo danh.....

HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ THI CHÍNH THỨC
Môn thi: TOÁN 9
(Hướng dẫn chấm này gồm có 04 trang)

Câu	Đáp án	Điểm
Câu 1a (1,5 đ)	Hai đội bóng bàn của hai trường A và B thi đấu giao hữu với nhau. Mỗi đối thủ của đội trường A lần lượt gặp hết các đối thủ của đội trường B một lượt. Biết tổng số trận đấu gặp đôi tổng số đối thủ của hai đội. Tính số đối thủ của trường A và trường B.	
	Gọi a, b lần lượt là số đối thủ của hai đội trường A và B ($a, b \in N^*$) Theo bài ra, ta có: $ab = 2(a + b)$	0,5
	$\Rightarrow (a - 2)(b - 2) = 4$	0,5
	$\Rightarrow (a - 2), (b - 2) = U(4)$ Giải ra ta có $a = 4, b = 4$; $a = 3, b = 6$ và $a = 6, b = 3$ Vậy số đối thủ trường A và trường B là: + 4 đối thủ và 4 đối thủ + 3 đối thủ và 6 đối thủ và ngược lại	0,5
Câu 1b (1,5 đ)	Cho hai số nguyên x, y thỏa mãn $x^2 + y^2 + 1 = 2(xy + x + y)$. Chứng minh rằng x và y là hai số chính phương liên tiếp.	
	Ta có $x^2 + y^2 + 1 = 2(xy + x + y) \Rightarrow (x - y + 1)^2 = 4x$	0,5
	Do x, y nguyên, suy ra x là số chính phương	0,5
	Đặt $x = m^2 (m \in Z) \Rightarrow (m^2 - y + 1)^2 = 4m^2$ $\Rightarrow m^2 - y + 1 = 2m \Rightarrow y = (m - 1)^2$ Hoặc $\Rightarrow m^2 - y + 1 = -2m \Rightarrow y = (m + 1)^2$ Vậy x và y là hai số chính phương liên tiếp.	0,5
Câu 2a (3,0 đ)	Giải phương trình $x^3 + 11x = 6(x^2 + 1)$.	
	$\Rightarrow x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0 \Rightarrow (x^3 - x^2) - (5x^2 - 5x) + (6x - 6) = 0$	0,5
	$\Rightarrow x^2(x - 1) - 5x(x - 1) + 6(x - 1) = 0 \Rightarrow (x - 1)(x^2 - 5x + 6) = 0$	1,0
	$\Rightarrow (x - 1)(x - 2)(x - 3) = 0$	1,0

	$\begin{cases} x-1=0 \Rightarrow x=1 \\ x-2=0 \Rightarrow x=2 \\ x-3=0 \Rightarrow x=3 \end{cases}$ <p>Vậy phương trình có 3 nghiệm là: $x=1; x=2; x=3$.</p>	0,5
Câu 2b (3,0 đ)	Giải hệ phương trình $\begin{cases} x(x-3y) = -2y^2 \\ 2x^2 + y^2 = 9. \end{cases}$	
	Từ phương trình $x(x-3y) = -2y^2 \Rightarrow x^2 - 3xy + 2y^2 = 0 \Rightarrow (x-y)(x-2y) = 0$	1,5
	TH1: $x=y$ thay vào phương trình dưới ta có: $3y^2 = 9 \Rightarrow y = \pm\sqrt{3} \Rightarrow x = \pm\sqrt{3}$	0,5
	TH2: $x=2y$ thay vào phương trình dưới ta có: $9y^2 = 9 \Rightarrow y = \pm 1 \Rightarrow x = \pm 2$	0,5
	Vậy hệ phương trình có 4 nghiệm là: $(\sqrt{3}; \sqrt{3}), (-\sqrt{3}; -\sqrt{3}), (2; 1), (-2; -1)$	0,5
Câu 3a (1,5 đ)	Bác Hùng có 100m hàng rào và muốn rào lại một phần cánh đồng để được một mảnh vườn có dạng là một hình chữ nhật. Biết mảnh vườn này có một cạnh tiếp giáp với một con sông (phần tiếp giáp với con sông không rào). Hỏi bác Hùng rào được mảnh vườn hình chữ nhật trên có diện tích lớn nhất là bao nhiêu?	
	Gọi $x, y > 0$ (m) là hai kích thước của mảnh vườn được rào Theo bài ra ta có: $2x + y = 100$ (y là kích thước tiếp giáp con sông) Lúc này diện tích mảnh vườn là: $S = xy$	0,25
	Từ $2x + y = 100 \Rightarrow y = 100 - 2x$ thay vào $S = xy = x(100 - 2x)$ $S = -2(x^2 - 50x) = -2[(x - 25)^2 - 625] = 1250 - (x - 25)^2 \leq 1250$ Đấu bằng xảy ra khi $x = 25, y = 50$	1,0
	Vậy bác Hùng rào được mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích lớn nhất là $1250m^2$.	0,25
Câu 3b (1,5 đ)	Có hai hộp bút chì màu. Hộp thứ nhất có 5 bút chì màu đỏ và 7 bút chì màu xanh. Hộp thứ hai có 8 bút chì màu đỏ và 4 bút chì màu xanh. Chọn ngẫu nhiên mỗi hộp một cây bút chì. Xác suất để có 1 cây bút chì màu đỏ và 1 cây bút chì màu xanh là bao nhiêu.	
	Mỗi hộp đều có tổng cộng 12 bút. Nếu lấy 1 bút ở hộp 1 và 1 bút ở hộp 2 thì có $12 \cdot 12 = 144$ cách chọn	0,25
	TH1: Nếu chọn 1 bút đỏ ở hộp 1 thì có 5 cách chọn và chọn 1 bút xanh ở hộp 2 thì có 4 cách chọn \Rightarrow Số cách chọn 1 bút đỏ ở hộp 1 và 1 bút xanh ở hộp 2 là $5 \cdot 4 = 20$ cách	0,5
	TH2: Nếu chọn 1 bút đỏ ở hộp 2 thì có 8 cách chọn và chọn 1 bút xanh ở hộp 1 thì có 7 cách chọn \Rightarrow Số cách chọn 1 bút đỏ ở hộp 2 và 1 bút xanh ở hộp 1 là $8 \cdot 7 = 56$ cách	0,5

	<p>*Như vậy có tất cả: $20 + 56 = 76$ cách chọn</p> <p>*Xác suất để có 1 cây bút màu đỏ và 1 cây bút màu xanh là: $\frac{76}{144} = \frac{19}{36}$</p>	0,25
<p>Câu 4a (3,5 đ)</p>	<p>Cho đoạn thẳng AB, trên cùng một nửa mặt phẳng bờ AB vẽ các tia Ax, By vuông góc với AB. Trên AB lấy điểm O cố định ($O \neq A, O \neq B$). Trên các tia Ax, By lần lượt lấy các điểm E, F sao cho góc $\widehat{EOF} = 90^\circ$.</p> <p>a) Chứng minh rằng $AE \cdot BF = OA \cdot OB$.</p>	
	<p>Xét tam giác AEO và tam giác BOF là hai tam giác vuông có</p> <p>$\widehat{AEO} = \widehat{BOF}$ (vì cùng phụ với \widehat{AOE})</p>	1,5
	<p>$\Rightarrow \Delta AEO \sim \Delta BOF$ (g.g)</p>	1,0
	<p>$\Rightarrow \frac{AE}{OB} = \frac{OA}{BF} \Rightarrow AE \cdot BF = OA \cdot OB$.</p>	1,0
<p>Câu 4b (2,0 đ)</p>	<p>Vẽ OH vuông góc với EF ($H \in EF$). Chứng minh rằng $\widehat{AHB} = 90^\circ$.</p>	
	<p>Ta có $\Delta HEO \sim \Delta OFE$ (vì là 2 tam giác vuông có chung góc E)</p> <p>$\Rightarrow \frac{HE}{OE} = \frac{OH}{OF} \Rightarrow \frac{HE}{HO} = \frac{OE}{OF}$</p>	0,5
	<p>Ta có $\Delta AEO \sim \Delta BOF \Rightarrow \frac{AE}{OB} = \frac{OE}{OF}$</p> <p>$\Rightarrow \frac{AE}{OB} = \frac{HE}{HO}$</p>	0,5
	<p>Xét tam giác EAH và tam giác OBH có:</p> <p>$\widehat{AEH} = \widehat{BOH}$ (vì cùng bù với \widehat{AOH})</p> <p>Và $\frac{AE}{OB} = \frac{HE}{HO}$ (chứng minh trên)</p> <p>$\Rightarrow \Delta EAH \sim \Delta OBH$ (c.g.c)</p>	0,5
	<p>$\Rightarrow \widehat{AHE} = \widehat{OHB}$</p> <p>Mà $\widehat{AHE} + \widehat{AHO} = 90^\circ$</p>	0,5

	$\Rightarrow \widehat{OHB} + \widehat{AHO} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{AHB} = 90^\circ$	
Câu 4c (1,5 đ)	Tìm vị trí các điểm E, F để diện tích tam giác OEF đạt giá trị nhỏ nhất.	
	Đặt $\widehat{AOE} = \alpha$, $\widehat{BOF} = \beta$ (ta có 2 góc này phụ nhau) $\cos \alpha = \frac{OA}{OE} \Rightarrow OE = \frac{OA}{\cos \alpha}$, tương tự $OF = \frac{OB}{\cos \beta}$ $S_{OEF} = \frac{1}{2} \cdot OE \cdot OF = \frac{OA \cdot OB}{2 \cos \alpha \cdot \cos \beta}$	0,5
	$S_{OEF} = \frac{OA \cdot OB}{2 \cos \alpha \cdot \cos \beta} \geq \frac{OA \cdot OB}{\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha} = OA \cdot OB$	0,5
	Vậy diện tích tam giác OEF đạt giá trị lớn nhất là $OA \cdot OB$ khi $\cos \alpha = \sin \alpha \Rightarrow \alpha = 45^\circ \Rightarrow OA = AE, OB = BF$	0,5
Câu 5 (1,0 đ)	Giả sử mỗi điểm trong mặt phẳng được tô bằng một trong hai màu xanh hoặc đỏ. Chứng minh tồn tại bốn điểm ở trên tạo thành một hình chữ nhật có các đỉnh cùng màu.	
	Giả sử ta có một lưới ô vuông tạo bởi 3 đường nằm ngang và 9 đường thẳng đứng, mỗi nút lưới được tô bởi một màu xanh hoặc đỏ. Xét 1 bộ 3 nút lưới của hàng dọc, mỗi nút có hai cách tô màu nên mỗi bộ ba nút hàng dọc có $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$ cách tô màu, có 9 bộ nút hàng dọc nên theo nguyên lý Dirichlet tồn tại ít nhất có hai bộ nút lưới hàng hàng dọc có cách tô màu như nhau. Chẳng hạn hai bộ ba điểm đó là A, B, C và D, E, F	0,5
	Vì 3 điểm A, B, C chỉ được tô bởi hai màu xanh và đỏ nên theo nguyên lý Dirichlet sẽ tồn tại ít nhất hai điểm được tô cùng màu, chẳng hạn B và C khi đó hình chữ nhật $BCEF$ có 4 đỉnh cùng một màu.	0,5

.....**Hết**.....

Ghi chú: *Thí sinh làm cách khác nếu đúng vẫn cho điểm tối đa.*

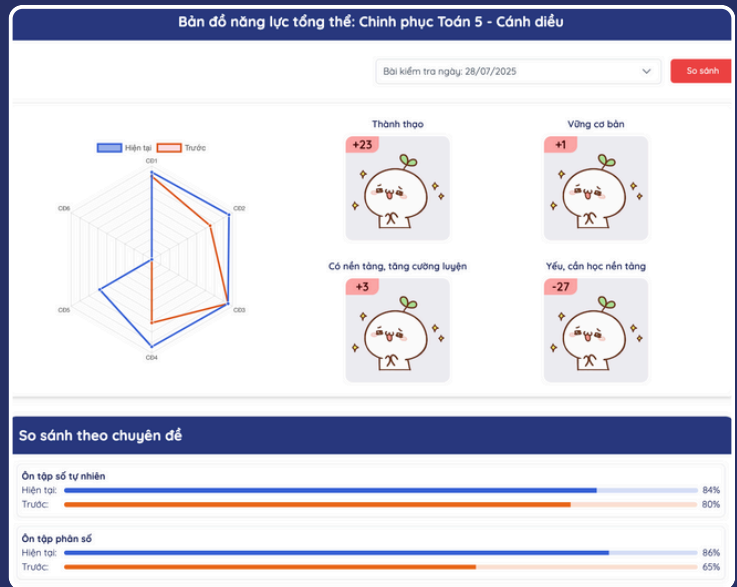
LUYỆN TOÁN THÔNG MINH MATH AI

Chương trình luyện Toán tăng cường tại nhà theo lộ trình cá nhân hóa dành cho học sinh lớp 4 đến lớp 12

Con tiến bộ rõ rệt nhờ 20 phút luyện mỗi ngày cùng Math AI

Tại website navi.edu.vn

Quét mã ngay!



Xin lỗi, câu trả lời chưa chính xác

Có 3 bao đường, bao thứ nhất nặng 42,6 kg; bao thứ hai nặng hơn bao thứ nhất 14,5 kg; bao thứ ba nặng bằng $\frac{3}{5}$ bao thứ hai. Hỏi cả ba bao nặng bao nhiêu ki-lô-gam?

133 kg 57,1 kg 34,26 kg 133,96 kg

Humm...Xem mình sai ở đâu nào!

Ấn phân hồi

Bao thứ hai nặng số ki-lô-gam là: $42,6 + 14,5 = 57,1$ (kg)

Bao thứ ba nặng số ki-lô-gam là: $57,1 \times \frac{3}{5} = 34,26$ (kg)

Ba bao đường nặng số ki-lô-gam là: $42,6 + 57,1 + 34,26 = 133,96$ (kg)

Đáp số: 133,96 kg.

CHINH PHỤC TOÁN 5 - CẢNH ĐIẾU

Các dạng bài bạn cần cải thiện

Tổng cộng có 30 dạng bài yếu - Ưu tiên học sớm để tiến bộ nhanh hơn!

Bạn đã vượt qua 0/30 dạng bài yếu

Các dạng bài đang chờ giải quyết

Viết số thỏa mãn yêu cầu

Đơn vị kiến thức: So sánh các số

Phát hiện: 3 tháng trước

Luyện ngay

Viết một hoặc nhiều phân số bằng phân số cho trước

Đơn vị kiến thức: So sánh phân số

Phát hiện: 4 tháng trước

Luyện ngay

Tìm các cặp phân số bằng nhau

Đơn vị kiến thức: So sánh phân số

Phát hiện: 4 tháng trước

Luyện ngay

Sắp xếp thứ tự được các phân số (dãy không quá 4 phân số)

Đơn vị kiến thức: So sánh phân số

Phát hiện: 4 tháng trước

Luyện ngay

AI hỗ trợ tức thì ngay khi con gặp khó khăn

Phát hiện kịp thời lỗ hổng kiến thức trong quá trình luyện tập và củng cố kịp thời

Lộ trình học của bạn

Theo dõi tiến trình, thay đổi mục tiêu và chỉnh phục từng kiến thức nhỏ

Mức độ hoàn thành: 74%

Mục tiêu: 55/74 kiến thức

Mục tiêu Cơ bản | Mục tiêu Toàn diện

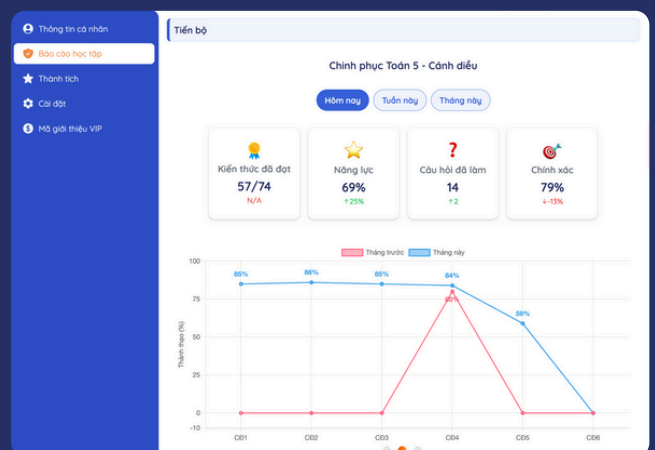
Mục tiêu Cơ bản giúp học sinh tập trung rèn luyện và đạt mục tiêu học tập ở mức nắm vững các kiến thức căn bản, làm được các bài ở mức nhớ, hiểu và vận dụng kiến thức căn bản, phù hợp với học sinh có học lực trung bình khá trở xuống. Học sinh trung bình khá trở xuống nên giữ và chỉnh phục mục tiêu này để xây chắc nền tảng khi chuyển sang mục tiêu toàn diện để đạt giga.

Lộ trình của bạn

Các kiến thức bạn cần hoàn thành theo mục tiêu đã chọn

Lọc: Chưa hoàn thành

Hỗn số	Ôn tập phân số	1%	Luyện
Phương cộng số thập phân	Các phép tính với số thập phân	71%	Luyện
Hình thang	Hình học và Đo lường	30%	Luyện



Xây dựng lộ trình cá nhân hoá phù hợp với năng lực, mục tiêu của con

Báo cáo cập nhật liên tục, dễ dàng nắm bắt tình hình luyện tập của con