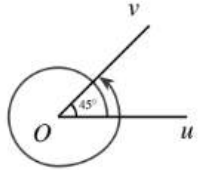
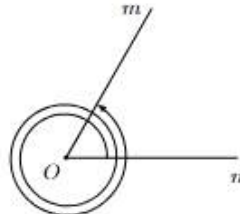
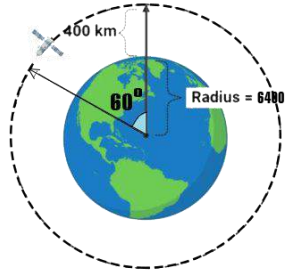


Nội dung.

1. Chương I: Hàm số lượng giác và phương trình lượng giác.
2. Chương II: Dãy số. Cấp số cộng và cấp số nhân.
3. Bài 1. Chương IV: Đường thẳng và mặt phẳng trong không gian. Quan hệ song song.

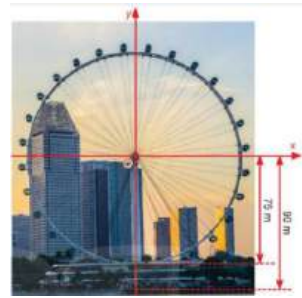
### CHƯƠNG I: HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC VÀ PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC

**Phần I: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

- Câu 1.** Một đường tròn có bán kính  $R = \frac{10}{\pi}$ , độ dài cung tròn  $\frac{\pi}{2}$  là
- A. 5.                      B.  $5\pi$ .                      C.  $\frac{5}{\pi}$ .                      D.  $\frac{\pi}{5}$ .
- Câu 2.** Đổi số đo góc  $-115^\circ$  sang radian, ta được
- A.  $\frac{23\pi}{36}rad$ .                      B.  $-\frac{23\pi}{36}rad$ .                      C.  $-\frac{13\pi}{36}rad$ .                      D.  $\frac{13\pi}{36}rad$ .
- Câu 3.** Một đường tròn có đường kính là 50(cm). Độ dài của cung tròn trên đường tròn có số đo là  $\frac{\pi}{4}$  bằng (làm tròn đến hàng đơn vị):
- A. 40(cm).                      B. 39(cm).                      C. 19(cm).                      D. 20(cm).
- Câu 4.** Xác định số đo của góc lượng giác  $(Ou, Ov)$  được biểu diễn trong hình bên.
- A.  $405^\circ$                       B.  $-405^\circ$   
C.  $45^\circ$                       D.  $385^\circ$
- 
- Câu 5.** Biết góc  $mOn = \frac{\pi}{3}$ , hỏi góc lượng giác nào sau đây có cùng tia cuối với góc ở hình bên?
- A.  $\frac{7\pi}{3}$                       B.  $\frac{13\pi}{3}$   
C.  $-\frac{4\pi}{3}$                       D.  $-\frac{\pi}{3}$ .
- 
- Câu 6.** Trên đường tròn lượng giác gốc A, biết góc lượng giác  $(OA, OM)$  có số đo bằng  $530^\circ$ , điểm M nằm ở góc phần tư thứ mấy?
- A. II                      B. IV                      C. III                      D. I.
- Câu 7.** Một chiếc quạt trần đang quay, giả sử chọn chiều quay của quạt là chiều dương. Biết rằng cứ 12 giây thì quạt quay được 35 vòng. Sau 72 giây, cánh quạt quay được một góc có số đo là  $a\pi(rad)$ . Tìm giá trị của a.
- A. 420                      B. 360                      C. 350                      D. 340
- Câu 8.** Trạm vũ trụ quốc tế ISS nằm trong quỹ đạo tròn cách bề mặt Trái Đất khoảng 400 km. Nếu trạm mặt đất theo dõi được trạm vũ trụ ISS khi nó nằm trong góc  $60^\circ$  ở tâm của quỹ đạo tròn này phía trên ảnh-ten theo dõi, thì trạm vũ trụ ISS đã di chuyển được bao nhiêu kilômét trong khi nó đang được trạm mặt đất theo dõi? Giả sử rằng bán kính của Trái Đất là 6400 km. (Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)
- A. 7121km.                      B. 7650km.  
C. 7345km.                      D. 7890km.
- 

**Câu 9.** Một chiếc đu quay có bán kính  $75m$ , tâm của vòng quay ở độ cao  $90m$ , thời gian thực hiện mỗi vòng quay của đu quay là  $30$  phút. Nếu một người vào cabin tại vị trí thấp nhất của vòng quay, thì sau  $20$  phút quay, người đó ở độ cao bao nhiêu mét?

- A.  $127,5(m)$ .                      B.  $154,3(m)$ .  
C.  $87,7(m)$ .                      D.  $157,5(m)$ .



**Câu 10.** Cho góc  $\alpha$  thỏa  $-\frac{3\pi}{2} < \alpha < -\pi$ . Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

- A.  $\cos \alpha > 0$                       B.  $\cot \alpha > 0$                       C.  $\sin \alpha > 0$                       D.  $\tan \alpha > 0$

**Câu 11.** Biết  $\tan \alpha = -2\sqrt{2}$  và  $0 < \alpha < \pi$ . Khi đó giá trị của  $\cos \alpha$

- A.  $\frac{\sqrt{5}}{3}$                       B.  $-\frac{1}{3}$                       C.  $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$                       D.  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

**Câu 12.** Cho góc  $\alpha$  thỏa mãn  $\tan \alpha = -\frac{4}{3}$  và  $\frac{2025\pi}{2} < \alpha < \frac{2027\pi}{2}$ . Tính  $\sin \alpha$ .

- A.  $\sin \alpha = -\frac{3}{5}$                       B.  $\sin \alpha = \frac{3}{5}$                       C.  $\sin \alpha = -\frac{4}{5}$ .                      D.  $\sin \alpha = \frac{4}{5}$ .

**Câu 13.** Cho  $\tan \alpha = 3$ . Tính giá trị của biểu thức  $P = \frac{\sin \alpha - 2 \cos \alpha}{3 \sin \alpha - \cos \alpha}$ .

- A.  $P = \frac{1}{2}$                       B.  $P = \frac{1}{8}$                       C.  $P = \frac{1}{7}$                       D.  $P = 8$

**Câu 14.** Tìm giá trị của biểu thức  $E = \frac{\sin^2 \alpha - 5 \cos^2 \alpha}{2 \sin^2 \alpha + 3 \sin \alpha \cos \alpha + \cos^2 \alpha}$  khi  $\tan \alpha = 3$

- A.  $7$                       B.  $-7$                       C.  $\frac{1}{7}$                       D.  $-\frac{1}{7}$

**Câu 15.** Cho  $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$ . Tính  $\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha$

- A.  $\frac{5}{2}$                       B.  $2$                       C.  $\frac{3}{32}$                       D.  $\frac{7}{8}$

**Câu 16.** Cho hai góc  $\alpha, \beta$  thỏa mãn  $\sin \alpha = \frac{5}{13}, \left(\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi\right)$  và  $\cos \beta = \frac{3}{5}, \left(0 < \beta < \frac{\pi}{2}\right)$ . Tính  $\cos(\alpha - \beta)$

- A.  $\frac{16}{65}$                       B.  $-\frac{18}{65}$                       C.  $\frac{18}{65}$                       D.  $-\frac{16}{65}$ .

**Câu 17.** Biết  $\sin \alpha = -\frac{5}{13}$  và  $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ . Giá trị của  $\cos\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)$  là

- A.  $-\frac{12}{13}$                       B.  $\frac{12}{13}$                       C.  $-\frac{17\sqrt{2}}{26}$                       D.  $\frac{17\sqrt{2}}{26}$

**Câu 18.** Biết  $\tan \alpha = -\frac{3}{4}$ . Giá trị của  $\tan\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right)$

- A.  $\frac{1}{7}$                       B.  $-\frac{1}{7}$                       C.  $\frac{3}{4}$                       D.  $-\frac{1}{4}$

**Câu 19.** Biết  $\sin a = \frac{8}{17}, \tan b = \frac{5}{12}$  và  $a, b$  là các góc nhọn thì  $\tan(a + b)$

- A.  $\frac{16}{65}$                       B.  $-\frac{18}{65}$                       C.  $\frac{18}{65}$                       D.  $\frac{171}{140}$ .

- Câu 20.** Cho  $\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$  và  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ . Giá trị của  $\sin 2\alpha$  là
- A.  $\frac{\sqrt{6}}{3}$       B.  $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$       C.  $-\frac{\sqrt{6}}{3}$       D.  $\frac{2\sqrt{2}}{3}$
- Câu 21.** Biết  $\tan \alpha = \sqrt{5}$  và  $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ . Giá trị của  $\sin 2\alpha$
- A.  $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$       B.  $-\frac{\sqrt{5}}{3}$       C.  $\frac{\sqrt{5}}{3}$       D.  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$
- Câu 22.** Cho  $\sin \alpha = \frac{2}{3}$ . Tính giá trị  $\cos 2\alpha$ .
- A.  $\frac{1}{9}$       B.  $\frac{8}{9}$       C.  $-\frac{8}{9}$       D.  $-\frac{1}{9}$
- Câu 23.** Với các giá trị  $x$  thỏa mãn  $\frac{\sin x + \sin 2x}{1 + \cos x + \cos 2x} = m \cdot \tan x$  Tìm  $m$ .
- A. 1      B. 2      C. 3      D. 4
- Câu 24.** Cho biết  $\sin x - \cos x = \frac{1}{3}$ . Tính  $\sin 2x$ .
- A.  $\sin 2x = -\frac{2}{3}$       B.  $\sin 2x = \frac{8}{9}$       C.  $\sin 2x = -\frac{8}{9}$       D.  $\sin 2x = \frac{2}{3}$
- Câu 25.** Biết  $\cos \alpha = \frac{1}{5}$  và  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ . Giá trị của  $\tan 2\alpha$
- A.  $2\sqrt{6}$       B.  $-\frac{4\sqrt{6}}{23}$       C.  $-2\sqrt{6}$       D.  $\frac{4\sqrt{6}}{23}$
- Câu 26.** Biết  $\cos 2a = \frac{1}{3}$ . Giá trị của  $\cos 4a$  bằng
- A.  $-\frac{7}{9}$       B.  $\frac{7}{9}$       C.  $-\frac{1}{3}$       D.  $\frac{2}{3}$ .
- Câu 27.** Cho  $\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha = a + b \cos 4\alpha$ . Tính  $a + b$
- A. 2      B. 1      C. 0      D. -1
- Câu 28.** Biết  $\sin^6 x + \cos^6 x = a + b \cos 4x; (a; b \in \mathbb{Q})$ . Tính  $a + b$
- A. 2      B. 1      C. 0      D. -1
- Câu 29.** Cho  $\sin 2\alpha = -\frac{1}{2}$ , thì  $\tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha$  có giá trị bằng
- A. 18      B. 12      C. 14      D. 16.
- Câu 30.** Công thức nào sau đây là **sai**?
- A.  $\cos a + \cos b = 2 \cos \frac{a+b}{2} \cdot \cos \frac{a-b}{2}$ .      B.  $\cos a - \cos b = -2 \sin \frac{a+b}{2} \cdot \sin \frac{a-b}{2}$ .
- C.  $\sin a + \sin b = 2 \sin \frac{a+b}{2} \cdot \cos \frac{a-b}{2}$ .      D.  $\sin a - \sin b = 2 \sin \frac{a+b}{2} \cdot \cos \frac{a-b}{2}$ .
- Câu 31.** Cho  $\sin 2\alpha = \frac{3}{4}$ . Tính giá trị biểu thức  $A = \tan \alpha + \cot \alpha$
- A.  $A = \frac{4}{3}$       B.  $A = \frac{2}{3}$       C.  $A = \frac{8}{3}$       D.  $A = \frac{16}{3}$ .

**Câu 32.** Biết  $\cos x + \cos 3x + \cos 5x = \cos 3x(a \cos 2x + b)$ ,  $a, b \in \mathbb{N}$ . Khi đó  $a + b$  là

- A. 1                                      B. 2                                      C. 3                                      D. 4

**Câu 33.** Rút gọn biểu thức  $M = \frac{\sin x + \sin 3x}{2\cos x}$  (với giả thiết biểu thức có nghĩa).

- A.  $M = \sin 4x$ .                      B.  $M = \sin x$ .                      C.  $M = \sin 2x$ .                      D.  $M = \cos 2x$ .

**Câu 34.** Góc lượng giác  $x$  thỏa mãn  $0 < x < \frac{\pi}{4}$  và  $\frac{\sin x + \sin 2x + \sin 3x}{\cos x + \cos 2x + \cos 3x} = \tan mx$ . Giá trị  $\cos\left(\frac{150}{m}\right)^0$  bằng

- A.  $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2}$                       B.  $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$                       C.  $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$                       D.  $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2}$

**Câu 35.** Cho góc  $\alpha$  thỏa mãn  $\cos 2\alpha = -\frac{1}{3}$ . Tính  $P = \cos\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right)\cos\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right)$ .

- A.  $P = -\frac{5}{6}$                       B.  $P = -\frac{5}{12}$                       C.  $P = \frac{5}{12}$                       D.  $P = \frac{5}{6}$

**Câu 36.** Rút gọn biểu thức  $P = 2\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ .

- A.  $P = \frac{1}{2}(\sin 2x + 1)$                       B.  $P = \sin 2x + 1$                       C.  $P = \cos 2x$                       D.  $P = \frac{1}{2}\sin 2x$ .

**Câu 37.** Với  $a, b$  là các góc bất kì. Đẳng thức nào sau đây sai?

- A.  $\cos a \cdot \cos b = \frac{1}{2}[\cos(a - b) + \cos(a + b)]$ .                      B.  $\sin a \cdot \sin b = \frac{1}{2}[\cos(a - b) - \cos(a + b)]$ .  
C.  $\sin a \cdot \cos b = \frac{1}{2}[\sin(a - b) - \sin(a + b)]$ .                      D.  $\sin a \cdot \cos b = \frac{1}{2}[\sin(a - b) + \sin(a + b)]$ .

**Câu 38.** Biết  $\cos a = \frac{1}{3}$ ,  $\cos b = \frac{1}{5}$ . Giá trị  $\cos(a + b) \cdot \cos(a - b)$  bằng:

- A.  $-\frac{113}{225}$ .                      B.  $-\frac{111}{225}$ .                      C.  $-\frac{117}{144}$ .                      D.  $-\frac{191}{225}$ .

**Câu 39.** Cho  $a, b$  thỏa mãn  $\sin a = \frac{\sqrt{7}}{4}$  và  $\sin b = \frac{\sqrt{3}}{4}$ . Giá trị của  $\sin(a + b)\sin(a - b)$  là:

- A.  $\frac{1}{4}$                       B.  $-\frac{1}{4}$ .                      C.  $\frac{1}{2}$                       D.  $-\frac{1}{2}$

**Câu 40.** Cho  $\cos^2 a + \cos^2 b = \frac{2024}{2023}$ . Tính giá trị của biểu thức  $T = \cos(a + b) \cdot \cos(a - b)$ .

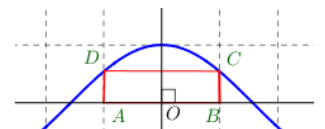
- A.  $T = \frac{2023}{2024}$                       B.  $T = \frac{1}{2024}$                       C.  $T = \frac{1}{2023}$                       D.  $T = \frac{2022}{2023}$

**Câu 41.** Cho các hàm số  $y = \cos x, y = \sin x, y = \tan x, y = \cot x$ . Trong các hàm số trên có bao nhiêu hàm số chẵn?

- A. 1.                                      B. 3.                                      C. 2.                                      D. 4.

**Câu 42.** Cho đồ thị hàm số  $y = \cos x$  và hình chữ nhật  $ABCD$  như hình vẽ bên

dưới. Biết  $AB = \frac{\pi}{3}$ , diện tích  $S$  của hình chữ nhật  $ABCD$  là



- A.  $S = \frac{\pi\sqrt{2}}{6}$ .                      B.  $S = \frac{\pi}{6}$ .                      C.  $S = \frac{\pi\sqrt{3}}{6}$ .                      D.  $S = \frac{\pi}{3}$ .

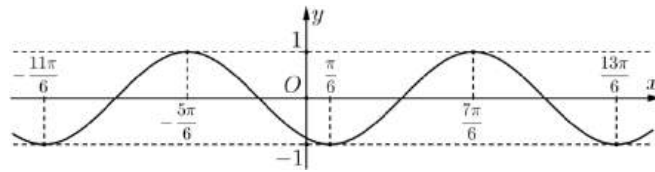
**Câu 43.** Tổng tất cả các nghiệm của phương trình  $\cos 2x - \cos x = 0$  trên khoảng  $(0; 2\pi)$  bằng  $T$ . Khi đó  $T$  có giá trị là:

- A.  $T = \frac{7\pi}{6}$ .                      B.  $T = 2\pi$ .                      C.  $T = \frac{4\pi}{3}$ .                      D.  $T = \pi$ .

**Câu 44.** Số nghiệm của phương trình  $\cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = 1$  với  $\pi \leq x \leq 5\pi$  là:

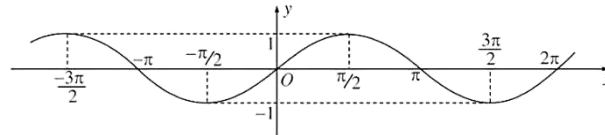
- A. 4                      B. 3                      C. 1                      D. 2

**Câu 45.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ. Chu kỳ  $T$  của hàm số là



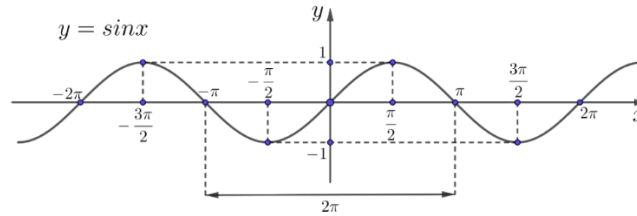
- A.  $T = \frac{\pi}{6}$ .                      B.  $T = \pi$ .                      C.  $T = 2\pi$ .                      D.  $T = 4\pi$ .

**Câu 46.** Cho hàm số  $y = \sin x$  có đồ thị như hình vẽ. Hàm số  $y = \sin x$  đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?



- A.  $\left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$ .                      B.  $(0; \pi)$ .                      C.  $\left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$ .                      D.  $(\pi; 2\pi)$ .

**Câu 47.** Biết rằng hàm số  $y = \sin x$  có đồ thị như hình bên dưới.

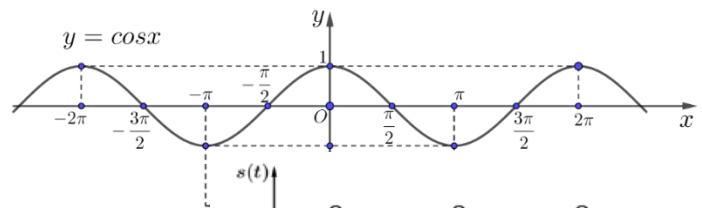


Số nghiệm của phương trình  $\sin x = \frac{1}{2}$  trên đoạn  $\left[-\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right]$  là

- A. 4                      B. 3                      C. 6                      D. 2

**Câu 48.** Từ đồ thị hàm số  $y = \cos x$ . Phương trình  $\cos x = 0$  có bao nhiêu nghiệm  $x \in \left(-\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right]$ ?

- A. 3.  
B. 4.  
C. 2.  
D. 5.

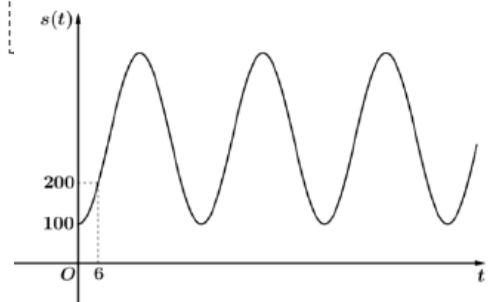


**Câu 49.** Người ta nghiên cứu sự sinh trưởng và phát triển của một loại sinh vật  $A$  trên một hòn đảo thì thấy sinh vật  $A$  phát triển theo quy luật

$s(t) = a - b \cos \frac{\pi t}{18}$ , với  $s(t)$  là số lượng sinh vật  $A$  sau  $t$  năm và

có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Hỏi số lượng sinh vật  $A$  được nhiều nhất bao nhiêu con?

- A. 700.                      B. 650.  
C. 500.                      D. 600.



**Câu 50.** Nghiệm của phương trình  $\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$  là:

- A.  $\begin{cases} x = k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$                       B.  $\begin{cases} x = k\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$   
C.  $\begin{cases} x = k\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$                       D.  $\begin{cases} x = k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

**Câu 51.** Số giờ ánh sáng mặt trời của một thành phố A ở vĩ độ  $40^0$  Bắc trong ngày thứ  $t$  của một năm không nhuận được cho bởi hàm số  $d(t) = 3\sin\left[\frac{\pi}{182}(t-80)\right] + 12$  với  $t \in \mathbb{N}^*$  và  $0 < t \leq 365$ . Hỏi trong năm không nhuận thì thành phố A có bao nhiêu ngày có 12 giờ ánh sáng mặt trời?  
**A.** 2 ngày                      **B.** 3 ngày                      **C.** 4 ngày                      **D.** 8 ngày

**Câu 52.** Số nghiệm phân biệt  $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \pi\right)$  của phương trình  $\frac{\cos^2 x - \cos x}{2\sin^2 x + \sin x} = 0$  là  
**A.** 4                      **B.** 1                      **C.** 2                      **D.** 3

**Câu 53.** Phương trình nào sau đây có nghiệm?

- A.**  $\sin 3x = \frac{2026}{2025}$                       **B.**  $\cos x = \pi$   
**C.**  $\sin\left(3x - \frac{\pi}{5}\right) = \frac{2009}{2025}$                       **D.**  $\sin x - \sqrt{3} \cos x = -\frac{5}{2}$ .

**Câu 54.** Phương trình  $2\sin x - 1 = 0$  có tập nghiệm là:

- A.**  $S = \left\{\frac{\pi}{6} + k2\pi; \frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$ .                      **B.**  $S = \left\{\frac{\pi}{3} + k2\pi; -\frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$ .  
**C.**  $S = \left\{\frac{\pi}{6} + k2\pi; -\frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$ .                      **D.**  $S = \left\{\frac{1}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$ .

**Câu 55.** Nghiệm của phương trình  $\sqrt{3} \tan 2x - 3 = 0$  là

- A.**  $x = \frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{2}, (k \in \mathbb{Z})$ .                      **B.**  $x = \frac{\pi}{6} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$ .  
**C.**  $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$ .                      **D.**  $x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2}, (k \in \mathbb{Z})$ .

**Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1.** Cho  $\alpha \in \left( \frac{47\pi}{2}; 24\pi \right)$ . Xét tính đúng sai các mệnh đề sau.

**a.**  $\sin \alpha > 0$ .

**b.** Khi  $\cot \alpha = -3$  thì  $\cos \alpha = -\frac{1}{\sqrt{10}}$ .

**c.** Nếu  $\sin \alpha \cdot \cos \alpha = -\frac{1}{4}$  thì  $\sin \alpha - \cos \alpha = -\frac{\sqrt{6}}{2}$

**d.** Nếu  $\sin^2 \alpha = \frac{9}{25}$  thì  $\frac{\tan \alpha + \cot \alpha - 1}{\tan \alpha - \cot \alpha + 1} = \frac{13}{5}$ .

**Câu 2.** Cho  $\sin x + \cos x = m$  và  $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$ . Xét tính đúng sai các mệnh đề sau.

**a.**  $m$  là một số thực âm.

**b.** Nếu  $m = -\frac{2}{3}$  thì  $\cos x = -\frac{2 + \sqrt{14}}{6}$ .

**c.** Nếu  $\tan x = \frac{1}{2}$  thì  $m = -\frac{1}{\sqrt{5}}$ .

**d.** Nếu  $T = \sin^6 x + \cos^6 x$  thì  $T = \frac{-3m^4 + 6m^2 + 1}{4}$ .

**Câu 3.** Cho  $\sin \alpha = \frac{3}{4}$ . Xét tính đúng sai các mệnh đề sau.

**a.**  $\cos 2\alpha = -\frac{1}{8}$ .

**b.** Nếu  $\alpha \in (0^\circ; 180^\circ)$  thì  $\sin \frac{\alpha}{2} + \cos \frac{\alpha}{2} = \frac{\sqrt{7}}{2}$ .

**c.** Nếu  $\alpha \in (90^\circ; 180^\circ)$  thì  $\tan 2\alpha = 3\sqrt{7}$ .

**d.**  $\cos 8\alpha = \frac{449}{512}$ .

**Câu 4.** Cho phương trình lượng giác  $\sin 2x = -\frac{1}{2}$  (\*). Xét tính đúng sai các mệnh đề sau.

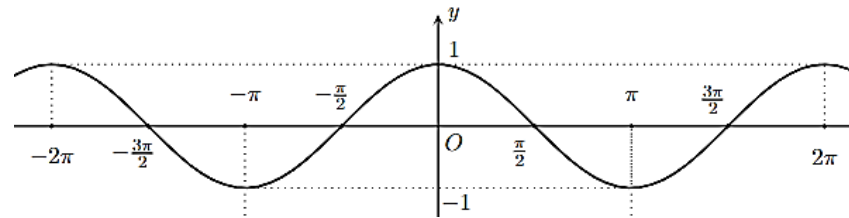
**a.** Phương trình (\*) tương đương  $\sin 2x = \sin \frac{\pi}{6}$ .

**b.** Trong khoảng  $(0; \pi)$  phương trình có 3 nghiệm

**c.** Tổng các nghiệm của phương trình trong khoảng  $(0; \pi)$  bằng  $\frac{3\pi}{2}$

**d.** Trong khoảng  $(0; \pi)$  phương trình có nghiệm lớn nhất bằng  $\frac{11\pi}{12}$ .

**Câu 5.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị là hình vẽ dưới đây. Xét tính đúng sai các mệnh đề sau.



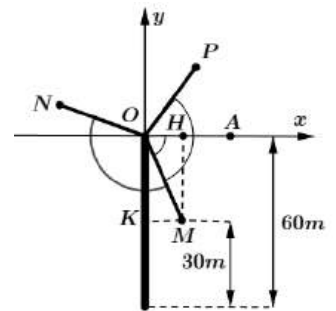
a. GTLN của hàm số trên đoạn  $[-\pi; \pi]$  là 1

b. Hàm số đồng biến trên khoảng  $\left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$

c. Chu kì của hàm số đã cho là  $T = 2\pi$

d. Khi  $x \in \left(-\frac{3\pi}{2}; -\pi\right)$  thì  $y < 0$

**Câu 6.** Trong hình vẽ dưới đây, ba điểm  $M, N, P$  nằm ở đầu các cánh quạt của tuabin gió. Biết các cánh quạt dài 31 m, độ cao của điểm  $M$  so với mặt đất là 30 m, góc giữa các cánh quạt là  $\frac{2\pi}{3}$  và số góc  $(OA, OM)$  là  $\alpha$ . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:



a)  $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{61}}{31}$

b) Giá trị sin của góc lượng giác  $(OA, ON)$  là một số âm

c) Chiều cao của các điểm  $N$  và  $P$  so với mặt đất (theo đơn vị mét) khoảng 89,76 m.

d) Chiều cao của các điểm  $P$  so với mặt đất (theo đơn vị mét) khoảng 52,87 m.

**Câu 7.** Xét tính đúng sai các mệnh đề sau.

a. Phương trình  $\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2}$  có nghiệm  $\begin{cases} x = \pi + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$ .

b. Phương trình  $\sin x = m - 1$  có nghiệm khi  $-1 \leq m \leq 1$

c. Tổng các nghiệm của phương trình  $\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = -\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$  trong khoảng  $(0; \pi)$  bằng  $\frac{7\pi}{6}$

d. Phương trình  $\cos 2x (\cos 4x - 1) = 0$  có nghiệm  $x = \frac{a\pi}{b}$  trong khoảng  $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ , với  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản. Khi đó,  $a + b = 5$

**Câu 8.** Cho  $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{15}}{4}$  với  $\frac{5\pi}{2} < \alpha < 3\pi$ .

a)  $\sin \alpha < 0$ .

b)  $\cos(\pi - \alpha) > 0$ .

c) Biết  $(\sin \alpha + 2\cos \alpha)^2 = \frac{a + b\sqrt{15}}{16}$  với  $a, b \in \mathbb{Z}$ . Giá trị  $a + b = 57$ .

d) Giá trị của biểu thức  $2\cos \alpha - 3\cos(\pi - \alpha) + 5\sin\left(\frac{7\pi}{2} - \alpha\right) + \cot\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right)$  bằng  $-\sqrt{15}$ .

### Phần III. Trả lời ngắn & Tự luận

**Câu 1.** Tính các giá trị lượng giác còn lại của góc  $\alpha$ , biết  $\cos \alpha = -\frac{1}{3}$  và  $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ .

**Câu 2.** Tính các giá trị lượng giác còn lại của góc  $\alpha$ , biết  $\tan \alpha = -2$  và  $\frac{5\pi}{2} < \alpha < 3\pi$ .

**Câu 3.** Cho  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ . Tính  $\tan \alpha$  biết  $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{1}{5}$ .

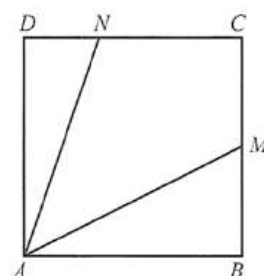
**Câu 4.** Bánh xe máy có đường kính kê cả lốp xe  $55\text{ cm}$ . Nếu xe chạy với vận tốc  $30\text{ km/h}$  thì trong một giây bánh xe quay được bao nhiêu vòng? (kết quả làm tròn tới hàng phần chục)

**Câu 5.** Một đồng hồ đang hoạt động. Lúc 8h kim giờ chỉ số 8, kim phút chỉ số 12. Hỏi bao nhiêu phút sau thì kim giờ và kim phút trùng nhau lần đầu tiên? (Làm tròn đến hàng phần chục)



**Câu 6.** Tìm số nghiệm của phương trình  $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 1$ , biết  $x \in \left(\frac{\pi}{4}; \frac{9\pi}{4}\right]$

**Câu 7.** Trên một mảnh đất hình vuông  $ABCD$ , anh Bi đặt một chiếc đèn pin tại vị trí  $A$  chiếu chùm sáng phân kì sang phía góc  $C$ . Anh Bi nhận thấy góc chiếu sáng của đèn pin giới hạn bởi hai tia  $AM$  và  $AN$ , ở đó các điểm  $M, N$  lần lượt thuộc các cạnh  $BC, CD$  sao cho  $BM = \frac{1}{2}BC, DN = \frac{1}{3}DC$



Hình 4

a) Tính  $\tan(BAM + DAN)$ .

b) Góc chiếu sáng của đèn pin bằng bao nhiêu độ?

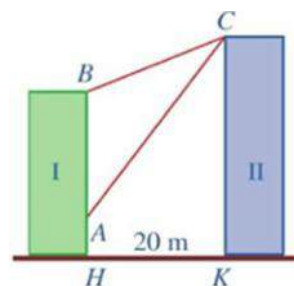
**Câu 8.** Cho  $(\cos^4 x - \sin^4 x)^2 = \frac{1}{3}$ . Tính các giá trị lượng giác sau:  $\sin\left(\frac{\pi}{2} - 4x\right)$ ,  $\cos 8x$

**Câu 9.** Cho  $\alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$  thỏa mãn  $\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha = \frac{41}{50}$ . Biết  $\sin \alpha - \cos \alpha = \frac{\sqrt{a}}{b}$  với  $a \in \mathbb{N}$  và  $b$  là số nguyên tố. Tổng của  $a + b$  bằng bao nhiêu?

**Câu 10.** Số giờ có ánh sáng mặt trời của hai thành phố A và B ở vĩ độ  $40^\circ$  Bắc trong ngày thứ  $t$  của một năm không nhuận được cho bởi các hàm số  $g(t) = 3\sin\left[\frac{\pi}{182}(t - 80)\right] + 12$  và  $h(t) = 3\sin\left[\frac{\pi}{186}(t - 74)\right] + 12$  (với  $t \in \mathbb{Z}, 1 \leq t \leq 365$ ). Hỏi vào ngày thứ bao nhiêu trong năm thì hai thành phố này có cùng số giờ có ánh sáng mặt trời?

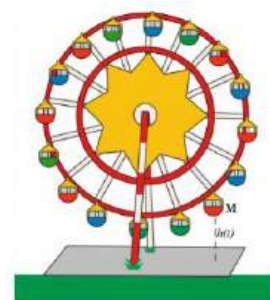
**Câu 11.** Giá trị lớn nhất của hàm số  $y = \cos 2x + \sin x + 1$  trên đoạn  $\left[-\frac{\pi}{4}; \pi\right]$  bằng bao nhiêu?

**Câu 12.** Có hai chung cư cao tầng xây cạnh nhau với khoảng cách giữa chúng là  $HK = 20\text{ m}$ . Để đảm bảo an ninh, trên nóc chung cư thứ hai người ta lắp camera ở vị trí C. Gọi A, B lần lượt là vị trí thấp nhất, cao nhất trên chung cư thứ nhất mà camera có thể quan sát được. Tính số đo góc  $ACB$  (phạm vi camera có thể quan sát được ở chung cư thứ nhất). Biết rằng chiều cao của chung cư thứ hai là  $CK = 32\text{ m}$ ,  $AH = 6\text{ m}$ ,  $BH = 24\text{ m}$  (làm tròn kết quả đến hàng phần chục, đơn vị độ).



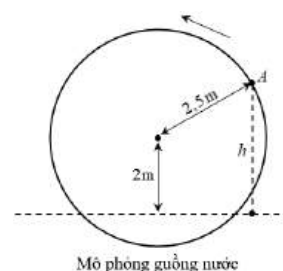
**Câu 13.** Cho tam giác  $ABC$ . Tính  $P = \frac{\sin^3\left(\frac{A+C}{2}\right)}{2\cos\frac{B}{2}} + \frac{\cos^3\left(\frac{A+C}{2}\right)}{2\sin\frac{B}{2}} + \frac{\sin(B+C)}{\cos A} \cdot \frac{\cot A}{2}$

**Câu 14.** Một vòng quay Mặt Trời quay quanh trục mỗi vòng hết 15 phút. Khi vòng quay quay đều, khoảng cách  $h(m)$  từ một cabin  $M$  trên vòng quay đến mặt đất được tính bởi công thức  $h(t) = a \sin\left(\frac{2\pi}{15}t - \frac{\pi}{2}\right) + b$ . Với  $t$  là thời gian quay của vòng quay tính bằng phút ( $t \geq 0$ ). Biết rằng khi lên đến vị trí cao nhất cabin  $M$  cách mặt đất 114,5 m và khi xuống đến vị trí thấp nhất cabin  $M$  cách mặt đất 0,5 m. Có bao nhiêu thời điểm cabin  $M$  đạt được chiều cao 86 m trong vòng quay đầu tiên tính từ thời điểm  $t = 0$  (phút).



**Câu 15.** Tổng các nghiệm của phương trình  $2\cos^2 x + \sqrt{3}\sin 2x = 3$  trên  $\left(0; \frac{5\pi}{2}\right]$

**Câu 16.** Một chiếc guồng nước có dạng hình tròn bán kính 2,5 m; trục của nó đặt cách mặt nước 2 m (hình bên). Khi guồng quay đều, khoảng cách  $h$  (mét) tính từ một chiếc gàu gắn tại điểm  $A$  trên guồng đến mặt nước là  $h = |y|$  trong đó  $y = 2 + 2,5\sin 2\pi\left(x - \frac{1}{4}\right)$  với  $x$  là thời gian quay của guồng ( $x \geq 0$ ), tính bằng phút; ta quy ước rằng  $y > 0$  khi gàu ở trên mặt nước và  $y < 0$  khi gàu ở dưới mặt nước. Chiếc gàu cách mặt nước 2 mét lần đầu tiên khi nào?



**Câu 17.** Phương trình  $\cot\left(\frac{5\pi}{2} + x\right) - \frac{\cos x}{1 + \sin x} = 2$  có bao nhiêu nghiệm trên đoạn  $[0; 2025\pi]$ ?

**Câu 18.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để phương trình  $\sin 2x - 2m\sin x - \cos x + m = 0$  có đúng 5 nghiệm thuộc đoạn  $\left[0; \frac{5\pi}{2}\right]$ .

**Câu 19.** Giải các phương trình sau

- a.  $(\sin x + \cos x)(2\sin x + 1) = 2 + 2\sin 2x$ .      b.  $\frac{1}{\tan x} + \frac{\sin x}{\cos x - 1} = 1 - 2\sin x$ .
- c.  $\sqrt{2}\sin 3x + \sin 5x + \sin x = 0$ .
- d.  $\frac{(1 + \cos 2x)\sin 2x}{1 - \sin x} = 2(\sin x + \sin 3x)(1 + \sin x)$ .

## CHƯƠNG II: DÃY SỐ, CẤP SỐ CỘNG, CẤP SỐ NHÂN

**Phần I: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1.** Cho dãy số có các số hạng đầu là 8, 15, 22, 29, 36,... Số hạng tổng quát của dãy số này là

- A.  $u_n = 7n + 7$ .      B.  $u_n = 7.n$ .      C.  $u_n = 7.n + 1$ .      D.  $u_n = n + 7$ .

**Câu 2.** Cho dãy số  $(u_n)$  có số hạng tổng quát  $u_n = \frac{2n+1}{n+2}$ . Số  $\frac{167}{85}$  là số hạng thứ mấy của dãy?

- A. 81.      B. 82.      C. 83.      D. 84.

**Câu 3.** Cho dãy số  $(u_n)$  với  $\begin{cases} u_1 = 5 \\ u_{n+1} = u_n + n \end{cases}$ . Số hạng tổng quát  $u_n$  của dãy số là số hạng nào dưới đây?

- A.  $u_n = \frac{(n-1)n}{2}$ .      B.  $u_n = 5 + \frac{(n-1)n}{2}$ .      C.  $u_n = 5 + \frac{(n+1)n}{2}$ .      D.  $u_n = 5 + \frac{(n+1)(n+2)}{2}$ .

**Câu 4.** Cho dãy số  $(u_n): u_n = \sin \frac{\pi}{n}$ . Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau đây.

- A. Dãy số  $(u_n)$  tăng.      B.  $u_{n+1} = \sin \frac{\pi}{n+1}$ .  
C. Dãy số  $(u_n)$  bị chặn.      D. Dãy số  $(u_n)$  không tăng, không giảm.

**Câu 5.** Trong các dãy  $(u_n)$  sau đây, dãy nào là dãy số bị chặn?

- A.  $u_n = \frac{n^2 - n + 1}{n^2 + 2n + 2}$ .      B.  $u_n = \frac{3n^2 - 1}{n - 5}$ .      C.  $u_n = -n^2 - n + 1$ .      D.  $u_n = n^3$ .

**Câu 6.** Cho dãy số  $(u_n)$ , với  $u_n = 5^{n+1}$ . Tìm số hạng  $u_{n-1}$ .

- A.  $u_{n-1} = 5^{n-1}$ .      B.  $u_{n-1} = 5^n$ .      C.  $u_{n-1} = 5.5^{n+1}$ .      D.  $u_{n-1} = 5.5^{n-1}$ .

**Câu 7.** Cho dãy số  $(u_n)$  có số hạng tổng quát là  $u_n = 2.3^n$  với  $n \in \mathbb{N}^*$ . Công thức truy hồi của dãy số là:

- A.  $\begin{cases} u_1 = 6 \\ u_n = 6u_{n-1}, n > 1 \end{cases}$       B.  $\begin{cases} u_1 = 6 \\ u_n = 3u_{n-1}, n > 1 \end{cases}$   
C.  $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_n = 3u_{n-1}, n > 1 \end{cases}$       D.  $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_n = 6u_{n-1}, n > 1 \end{cases}$

**Câu 8.** Dãy số nào sau đây là cấp số cộng?

- A. 1; 3; 6; 9; 12.      B. 1; 4; 7; 10; 14.      C. 1; 2; 4; 8; 16.      D. 0; 4; 8; 12; 16.

**Câu 9.** Trong các dãy sau đây, dãy nào là cấp số cộng?

- A.  $u_n = 3^n$ .      B.  $u_n = (-3)^{n+1}$ .      C.  $u_n = 3n + 1$ .      D.  $u_n = 5n^2 + n$ .

**Câu 10.** Viết ba số hạng xen giữa các số 2 và 22 để được một cấp số cộng có năm số hạng.

- A. 7; 12; 17,      B. 6; 10; 14.      C. 8; 13; 18.      D. 6; 12; 18.

**Câu 11.** Cho hai số -3 và 23. Xen kẽ giữa hai số đã cho  $n$  số hạng để tất cả các số đó tạo thành cấp số cộng có công sai  $d = 2$ . Tìm  $n$ .

- A.  $n = 12$ .      B.  $n = 13$ .      C.  $n = 14$ .      D.  $n = 15$ .

**Câu 12.** Cho 2 cấp số cộng hữu hạn 4; 7; 10; 13; 16;... và 1; 6; 11; 16; 21;...; mỗi cấp số cộng có 100 số hạng. Hỏi có tất cả bao nhiêu số giống nhau có mặt trong cả hai cấp số trên?

- A. 21.      B. 20.      C. 18.      D. 19

**Câu 13.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có các số hạng đầu lần lượt là 5; 9; 13; 17; ... . Tìm số hạng tổng quát  $u_n$  của cấp số cộng.

- A.  $u_n = 5n + 1$ .      B.  $u_n = 5n - 1$ .      C.  $u_n = 4n + 1$ .      D.  $u_n = 4n - 1$ .

**Câu 14.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = -3$  và  $d = \frac{1}{2}$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $u_n = -3 + \frac{1}{2}(n+1)$ .      B.  $u_n = -3 + \frac{1}{2}n - 1$ .      C.  $u_n = -3 + \frac{1}{2}(n-1)$ .      D.  $u_n = -3 + \frac{1}{4}(n-1)$ .

**Câu 15.** Số hạng tổng quát của một cấp số cộng là  $u_n = 3n + 4$  với  $n \in \mathbb{N}^*$ . Gọi  $S_n$  là tổng  $n$  số hạng đầu tiên của cấp số cộng đã cho. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.  $S_n = \frac{3^n - 1}{2}$ .      B.  $S_n = \frac{7(3^n - 1)}{2}$ .      C.  $S_n = \frac{3n^2 + 5n}{2}$ .      D.  $S_n = \frac{3n^2 + 11n}{2}$ .

**Câu 16.** Cấp số cộng  $(u_n)$  có  $S_6 = 18, S_{10} = 110$  thì tổng 20 số hạng đầu tiên là

- A. 620.      B. 280.      C. 360.      D. 153.

**Câu 17.** Xét các số nguyên dương chia hết cho 3. Tổng số 50 số nguyên dương đầu tiên đó bằng.

- A. 7650.      B. 7500.      C. 3900.      D. 3825.

**Câu 18.** Cho cấp số cộng có tổng  $n$  số hạng đầu là  $S_n = 3n^2 + 4n, n \in \mathbb{N}^*$ . Số hạng thứ 10 của cấp số cộng là

- A.  $u_{10} = 55$ .      B.  $u_{10} = 67$ .      C.  $u_{10} = 61$ .      D.  $u_{10} = 59$ .

**Câu 19.** Cho một cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = 1$  và tổng 100 số hạng đầu bằng 24850. Giá trị biểu thức

$$S = \frac{1}{u_1 u_2} + \frac{1}{u_2 u_3} + \dots + \frac{1}{u_{49} u_{50}}$$
 là

- A.  $S = \frac{9}{246}$ .      B.  $S = \frac{4}{23}$ .      C.  $S = 123$ .      D.  $S = \frac{49}{246}$ .

**Câu 20.** Trong các dãy số  $(u_n)$  cho bởi số hạng tổng quát  $u_n$  sau, dãy số nào là một cấp số nhân?

- A.  $u_n = 7 - 3n$ .      B.  $u_n = 7 - 3^n$ .      C.  $u_n = \frac{7}{3n}$ .      D.  $u_n = 7 \cdot 3^n$ .

**Câu 21.** Cho dãy số  $(u_n)$  là một cấp số nhân với  $u_n \neq 0, n \in \mathbb{N}^*$ . Dãy số nào sau đây không phải là cấp số nhân?

- A.  $u_1; u_3; u_5; \dots$       B.  $3u_1; 3u_2; 3u_3; \dots$       C.  $\frac{1}{u_1}; \frac{1}{u_2}; \frac{1}{u_3}; \dots$       D.  $u_1 + 2; u_2 + 2; u_3 + 2; \dots$

**Câu 22.** Nếu cấp số nhân  $(u_n)$  có  $u_1 = 3$  và công bội  $q = 3$  thì giá trị  $u_7$  là

- A.  $3^6$       B.  $3^7$       C. 21      D.  $3^8$

**Câu 23.** Một cấp số nhân có 6 số hạng, số hạng đầu bằng 2 và số hạng thứ sáu bằng 486. Tìm công bội  $q$  của cấp số nhân đã cho.

- A.  $q = 3$ .      B.  $q = -3$ .      C.  $q = 2$ .      D.  $q = -2$ .

**Câu 24.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có  $u_1 = -3$  và  $q = -2$ . Tính tổng 10 số hạng đầu tiên của cấp số nhân đã cho.

- A.  $S_{10} = -511$ .      B.  $S_{10} = -1025$ .      C.  $S_{10} = 1025$ .      D.  $S_{10} = 1023$ .

**Câu 25.** Trong một cấp số nhân có các số hạng đều dương, hiệu của số hạng thứ năm và thứ tư là 576, hiệu của số hạng thứ hai và số hạng đầu là 9. Tổng 5 số hạng đầu tiên của cấp số nhân đó bằng

- A. 768      B. 1024      C. 1023      D. 1061

**Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1.** Cho dãy số  $(u_n)$  có số hạng tổng quát  $u_n = \frac{1}{2^n}$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

| Mệnh đề |                                        | Đúng | Sai |
|---------|----------------------------------------|------|-----|
| a)      | Dãy số $(u_n)$ là dãy số giảm.         |      |     |
| b)      | Số thứ 8 của dãy số là $\frac{1}{128}$ |      |     |
| c)      | Số 64 thuộc dãy số $(u_n)$ .           |      |     |
| d)      | Dãy số $(u_n)$ là một dãy số bị chặn.  |      |     |

**Câu 2.** Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi  $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = u_n + 2 \end{cases}$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

| Mệnh đề |                                                                    | Đúng | Sai |
|---------|--------------------------------------------------------------------|------|-----|
| a)      | Số thứ 5 trong dãy số là 11.                                       |      |     |
| b)      | Dãy số $(u_n)$ là dãy số bị chặn.                                  |      |     |
| c)      | Dãy số $(u_n)$ là dãy số tăng.                                     |      |     |
| d)      | Công thức số hạng tổng quát của dãy số $(u_n)$ là $u_n = 2n + 1$ . |      |     |

**Câu 3.** Cho dãy số  $(u_n)$  có số hạng tổng quát  $u_n = \frac{n-1}{n+1}$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

| Mệnh đề |                                        | Đúng | Sai |
|---------|----------------------------------------|------|-----|
| a)      | $u_{n+1} - u_n = \frac{2}{(n+1)(n+2)}$ |      |     |
| b)      | $\frac{u_{2024}}{u_{2023}} < 1$        |      |     |
| c)      | Dãy số $(u_n)$ là dãy số giảm          |      |     |
| d)      | Dãy số $(u_n)$ là dãy số bị chặn       |      |     |

**Câu 4.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $\begin{cases} u_2 + u_5 = 42 \\ u_4 + u_9 = 66 \end{cases}$ .

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

| Mệnh đề |                                                 | Đúng | Sai |
|---------|-------------------------------------------------|------|-----|
| a)      | Số hạng $u_1 = 25$                              |      |     |
| b)      | Tổng $u_3 + u_{10} = 66$                        |      |     |
| c)      | Công sai của cấp số cộng bằng 4                 |      |     |
| d)      | Tổng 10 số hạng đầu tiên của cấp số cộng là 300 |      |     |

**Câu 5.** Các mệnh đề sau đúng hay sai?

| Mệnh đề |                                                                                                                                                         | Đúng | Sai |
|---------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|-----|
| a)      | Dãy số $(u_n)$ với $\frac{-2}{3}; \frac{-1}{3}; 0; \frac{1}{3}; \frac{2}{3}; 1; \frac{4}{3}$ là cấp số cộng với $u_1 = \frac{-2}{3}; d = \frac{1}{3}$ . |      |     |
| b)      | Dãy số $(u_n)$ với $u_n = 7 - 3n$ là cấp số cộng với $u_1 = 4; d = -3$ .                                                                                |      |     |
| c)      | Cho cấp số cộng $(u_n)$ có $u_1 + 2u_5 = 0$ và $S_4 = 14$ . Số hạng đầu $u_1$ và công sai $d$ của cấp số cộng là $u_1 = 8, d = -3$ .                    |      |     |
| d)      | Cho cấp số cộng $(u_n)$ có $u_1 = -1; d = 2; S_n = 483$ . Số các số hạng của CSC là 21                                                                  |      |     |

**Câu 6.** Các mệnh đề sau đúng hay sai?

|    | Mệnh đề                                                                                          | Đúng | Sai |
|----|--------------------------------------------------------------------------------------------------|------|-----|
| a) | Dãy số $4; 2; \frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \dots$ là một cấp số nhân với công bội $q = \frac{1}{2}$ |      |     |
| b) | Dãy số $(u_n)$ cho bởi số hạng tổng quát là một cấp số nhân với công bội $q = 3$                 |      |     |
| c) | Cấp số nhân $(u_n)$ với công bội $q < 0$ và $u_2 = 4, u_4 = 9$ . Khi đó $u_1 = -\frac{8}{3}$ .   |      |     |
| d) | Các số $2; 8; x; 128$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân. Khi đó $x = 32$ .                |      |     |

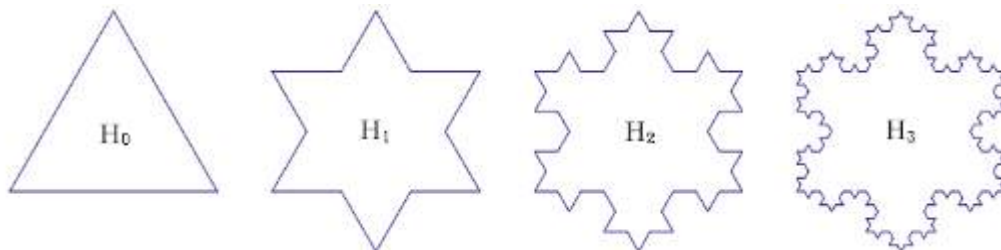
**Câu 7.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  thỏa mãn  $\begin{cases} u_4 - u_2 = 36 \\ u_5 - u_3 = 72 \end{cases}$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

|    | Mệnh đề                                                                  | Đúng | Sai |
|----|--------------------------------------------------------------------------|------|-----|
| a) | Công bội của cấp số nhân là $q = 3$                                      |      |     |
| b) | Số hạng thứ 6 của cấp số nhân là $u_6 = 192$                             |      |     |
| c) | Tổng 5 số hạng đầu tiên của cấp số nhân là 186.                          |      |     |
| d) | Công thức số hạng tổng quát của cấp số nhân là $u_n = 6 \cdot 3^{n-1}$ . |      |     |

**Câu 8.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có  $\begin{cases} u_4 + u_6 = -540 \\ u_3 + u_5 = 180 \end{cases}$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

|    | Mệnh đề                                                           | Đúng | Sai |
|----|-------------------------------------------------------------------|------|-----|
| a) | Công bội của cấp số nhân là $q = -3$                              |      |     |
| b) | Số 486 là số thứ 5 trong cấp số nhân.                             |      |     |
| c) | Tổng 10 số hạng đầu tiên của cấp số nhân là 1256                  |      |     |
| d) | Số hạng tổng quát của cấp số nhân là $u_n = 2 \cdot (-3)^{n-1}$ . |      |     |

**Câu 9.** Cho hình  $H_0$  là một tam giác đều cạnh  $a$ . Người ta lần lượt thực hiện các bước như sau:



\* Bước 1: Chia mỗi cạnh của hình  $H_0$  thành ba đoạn thẳng bằng nhau. Trên mỗi đoạn thẳng ở giữa, dựng một tam giác đều nằm ngoài hình  $H_0$ , sau đó xóa bỏ đoạn ở giữa, ta được hình  $H_1$  (tham khảo hình vẽ).

\* Bước 2: Tiếp tục lặp lại quá trình trên với mỗi cạnh của hình  $H_1$ , ta được hình  $H_2$ . Sau nhiều bước thực hiện như trên, ta được một hình giống như bông tuyết, gọi là bông tuyết Von Koch.

a) Độ dài mỗi cạnh của hình  $H_1$  là  $\frac{a}{3}$ .

b) Với mọi số tự nhiên  $n \geq 2$  thì độ dài mỗi cạnh của hình  $H_{n-1}$  gấp 3 lần độ dài mỗi cạnh của hình  $H_n$ .

c) Gọi  $H_1, H_2, \dots, H_n, \dots$  lần lượt là số cạnh của các hình  $H_1, H_2, \dots, H_n, \dots$ . Khi đó, dãy số  $H_1, H_2, \dots, H_n, \dots$  theo thứ tự lập thành một cấp số nhân có công bội  $q = 4$ .

d) Chu vi của hình bông tuyết Von Koch  $H_{16}$  lớn hơn 100 lần chu vi của hình  $H_0$ .

### Phần III. Trả lời ngắn & Tự luận

**Câu 1.** Cho dãy số  $(u_n)$  được xác định bởi  $u_n = \frac{n^2 + 3n + 7}{n + 1}$

a) Tìm số hạng thứ năm của dãy số  $(u_n)$ . b). Dãy số có bao nhiêu số hạng nhận giá trị nguyên?

**Câu 2.** Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi. 
$$\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_n = u_{n-1} + 3 \quad \forall n \geq 2 \end{cases}$$

a) Tìm số hạng thứ ba của dãy số  $(u_n)$ .

b) Tính tổng của 100 số hạng đầu của dãy số  $(u_n)$ .

**Câu 3.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  thỏa mãn 
$$\begin{cases} u_2 - u_3 + u_5 = 10 \\ u_4 + u_6 = 26 \end{cases}$$

a) Xác định công sai và công thức của số hạng tổng quát  $u_n$ .

b) Số 37 có thuộc cấp số cộng không? Nếu thuộc thì 37 là số hạng thứ mấy?

c) Tính  $S = u_1 + u_4 + u_7 + \dots + u_{2026}$ .

**Câu 4.** Cho một cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = 1$   $S_{100} = 14950$ . Tính  $P = \frac{1}{u_1 u_2} + \frac{1}{u_2 u_3} + \dots + \frac{1}{u_{70} u_{71}}$

**Câu 5.** Tìm bốn số hạng liên tiếp của một cấp số cộng biết tổng của chúng bằng 20 và tổng các bình phương của chúng bằng 120.

**Câu 6.** Xác định cấp số nhân  $(u_n)$  biết: a) 
$$\begin{cases} u_3 = 15 \\ u_5 = 135 \\ u_6 < 0 \end{cases}$$
 b) 
$$\begin{cases} u_1 + u_5 = 164 \\ u_2 + u_3 + u_4 = 78 \end{cases}$$

**Câu 7.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  thỏa mãn 
$$\begin{cases} u_4 = \frac{2}{27} \\ u_3 = 243u_8 \end{cases}$$

a) Viết năm số hạng đầu của cấp số. Số  $\frac{2}{6561}$  là số hạng thứ bao nhiêu của cấp số?

b) Tính tổng 10 số hạng đầu của cấp số.

**Câu 8.** Cho 3 số dương có tổng là 65 lập thành một cấp số nhân tăng. Nếu bớt một đơn vị ở số hạng thứ nhất và 19 đơn vị ở số hạng thứ ba ta được một cấp số cộng. Tìm 3 số đó

**Câu 9.** Một cầu thang bằng gạch có tổng cộng 30 bậc. Bậc dưới cùng cần 100 viên gạch. Mỗi bậc tiếp theo cần ít hơn hai viên gạch so với bậc ngay trước nó. Cần bao nhiêu viên gạch để xây cầu thang?



**Câu 10.** Bạn Bông tiết kiệm để mua một hộp trang điểm. Trong tuần đầu tiên, Bông để dành 42 đô la, và trong mỗi tuần tiếp theo, bạn đã thêm 8 đô la vào tài khoản tiết kiệm của mình. Hộp trang điểm Bông cần mua có giá 400 đô la. Hỏi bắt đầu từ tuần thứ bao nhiêu thì bạn ấy có đủ tiền để mua hộp trang điểm đó?

**Câu 11.** Một công ty tuyển một chuyên gia về công nghệ thông tin với mức lương năm đầu là 240 triệu đồng và cam kết sẽ tăng thêm 5% lương mỗi năm so với năm liền trước đó. Tính tổng số lương mà chuyên gia đó nhận được sau khi làm việc cho công ty 10 năm (làm tròn đến triệu đồng và chỉ điền số không điền đơn vị đi kèm).

**Câu 12.** Một loại vi khuẩn được nuôi cấy trong ống nghiệm, cứ 20 phút vi khuẩn đó lại phân đôi một lần. Nếu ban đầu có 20 vi khuẩn, tính số lượng vi khuẩn có trong ống nghiệm sau 2 giờ.

**Câu 13.** Quốc Khánh gửi 80 triệu đồng vào ngân hàng, kỳ hạn 1 năm với lãi suất 4,6% một năm theo hình thức lãi kép. Biết trong 3 năm, Quốc Khánh không rút tiền ra hoặc gửi thêm tiền. Sau 3 năm Quốc Khánh rút toàn bộ số tiền về. Tính số tiền Quốc Khánh nhận được. (đơn vị: triệu đồng, làm tròn kết quả đến hàng triệu).

(Sau một kỳ hạn gửi tiết kiệm, khách hàng sẽ nhận được một khoản tiền lãi. Nếu cộng số tiền lãi này vào số tiền gốc ban đầu để tiếp tục gửi tiết kiệm thì tiền lãi của kỳ hạn tiếp theo được gọi là lãi kép. Chu kỳ này lặp lại càng nhiều thì số tiền lãi càng cao. – nguồn: <https://techcombank.com/thong-tin/blog/lai-kep-ngan-hang>)

**Câu 14.** Trong một hội chợ đón xuân, một gian hàng sữa muốn xếp 900 hộp sữa theo quy luật là hàng trên cùng có 1 hộp sữa, mỗi hàng ngay phía dưới lần lượt được xếp nhiều hơn 2 hộp so với hàng trên nó. Hỏi hàng dưới cùng có bao nhiêu hộp sữa?

**Câu 15.** Số đo bốn góc của một tứ giác lập thành một cấp số nhân. Biết rằng số đo của góc lớn nhất bằng 8 lần số đo của góc nhỏ nhất. Tìm số đo các góc của tứ giác đó.

**Câu 16.** Một cấp số cộng có chẵn số hạng. Tổng các số hạng thứ lẻ là 24, tổng các số hạng thứ chẵn là 30. Biết rằng số hạng cuối lớn hơn số hạng đầu là  $\frac{21}{2}$ . Cấp số cộng đó có bao nhiêu số hạng?

## CHƯƠNG IV:

### BÀI 1 : ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẪNG TRONG KHÔNG GIAN.

**Phần I: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  đáy  $ABCD$  là hình bình hành tâm  $O$ , giao tuyến của mặt  $(SAC)$  và  $(SBD)$  là

- A. SC                                      B. SA                                      C. SB                                      D. SO

**Câu 2.** Cho tứ diện  $ABCD$ , gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $CD$  và  $AD$ ,  $G$  là trọng tâm tam giác  $ACD$ .  $BG$  là giao tuyến của hai mặt phẳng nào?

- A.  $(ABM)$  và  $(BCN)$     B.  $(ABM)$  và  $(BDM)$     C.  $(BCN)$  và  $(ABC)$     D.  $(BMN)$  và  $(ABD)$

**Câu 3.** Cho tứ diện  $ABCD$ .  $M, N$  là hai điểm lần lượt thuộc hai cạnh  $AB, AC$  sao cho  $MN$  cắt  $BC$  tại  $I$ . Khẳng định nào sau đây là đúng

- A. Đường thẳng  $MN$  cắt đường thẳng  $CD$                       B. Đường thẳng  $DN$  cắt đường thẳng  $AB$   
C. Đường thẳng  $AI$  cắt đường thẳng  $CD$                       D.  $(DMN) \cap (DBC) = DI$

**Câu 4.** Cho hình chóp  $S.ABCD$ . Gọi  $M$  là điểm trên cạnh  $AB$  ( $M$  khác  $A, B$ ),  $N$  là điểm trên cạnh  $SC$  ( $N$  khác  $S, C$ ). Giao điểm của  $MN$  và  $(SBD)$  là

- A. Giao điểm của đường thẳng  $MN$  với  $SB$   
B. Giao điểm của đường thẳng  $MN$  với  $SD$   
C. Giao điểm của đường thẳng  $MN$  với  $BD$   
D. Giao điểm của đường thẳng  $MN$  với đường thẳng  $SI$ , trong đó  $I$  là giao điểm của  $BD$  và  $CM$

**Câu 5.** Cho tứ diện  $ABCD$ ,  $M$  là trung điểm  $AB$ ;  $N$  thuộc cạnh  $AD$  sao cho  $DN = \frac{1}{3} \cdot AD$ . Mặt phẳng  $(CMN)$  cắt  $BD$  tại  $K$ . Tính tỉ số  $\frac{DK}{BK}$ .

- A.  $\frac{2}{5}$                                       B.  $\frac{1}{3}$                                       C.  $\frac{2}{3}$                                       D.  $\frac{1}{2}$

**Câu 6.** Chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành,  $M, N, P$  là trung điểm  $AB, AD, SC$ . Mặt phẳng  $(MNP)$  cắt  $SD$  tại  $Q$ . Tính tỉ số  $\frac{QD}{QS}$

- A.  $\frac{1}{3}$                                       B.  $\frac{1}{4}$                                       C.  $\frac{1}{5}$                                       D.  $\frac{2}{5}$

**Câu 7.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình thang ( $AB \parallel CD$ ). Gọi  $I, J$  lần lượt là trung điểm của  $AD$  và  $BC$ ,  $G$  là trọng tâm tam giác  $SAB$ . Giao tuyến của  $(SAB)$  và  $(IJG)$  là

- A. SC                                      B. đường thẳng qua  $S$  và song song với  $AB$   
C. đường thẳng qua  $G$  và song song với  $CD$                       D. đường thẳng  $GJ$

**Câu 8.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình bình hành. Giao tuyến của mặt phẳng  $(SAD)$  và mặt phẳng  $(SBC)$  là đường thẳng song song với đường thẳng nào sau đây

- A. AD                                      B. BD                                      C. AC                                      D. SC

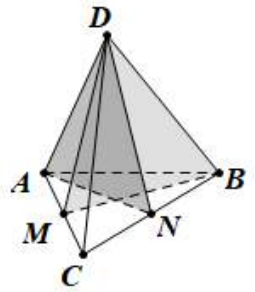
**Câu 9.** Cho tứ diện  $ABCD$ , gọi  $G$  và  $E$  lần lượt là trọng tâm của tam giác  $ABD$  và  $ABC$ . Và các mệnh đề

- (I)  $GE$  và  $CD$  chéo nhau  
(II)  $GE \parallel CD$   
(III)  $GE$  cắt  $AD$   
(IV)  $GE$  cắt  $AC$

Số mệnh đề đúng là:    A. 0                                      B. 1                                      C. 2                                      D. 3

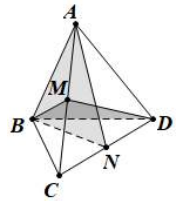
**Câu 10.** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $AC, BC$ . Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng  $(DAN)$  và  $(DBM)$ .

- A.  $(DAN) \cap (DBM) = DH$  ( $H$  là trực tâm tam giác  $ABC$ ).  
 B.  $(DAN) \cap (DBM) = DI$  ( $I$  là trung điểm  $MN$ ).  
 C.  $(DAN) \cap (DBM) = DG$  ( $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ ).  
 D.  $(DAN) \cap (DBM) = MN$ .



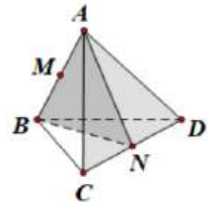
**Câu 11.** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AC, CD$ . Giao tuyến của hai mặt phẳng  $(MBD)$  và  $(ABN)$  là:

- A. Đường thẳng  $BN$   
 B. Đường thẳng  $BH$  ( $H$  là trực tâm tam giác  $ACD$ )  
 C. Đường thẳng  $BG$  ( $G$  là trọng tâm tam giác  $ACD$ )  
 D. Đường thẳng  $BM$



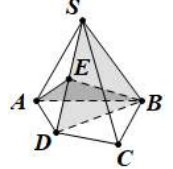
**Câu 12.** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm các cạnh  $AB, CD$ . Xác định giao tuyến của mặt phẳng  $(ABN)$  và  $(ACD)$

- A.  $BN$                                       B.  $MN$   
 C.  $AB$                                       D.  $AN$



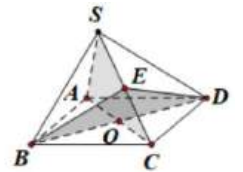
**Câu 13.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  và  $E$  là một điểm tùy ý trên cạnh  $SD$  như hình vẽ bên. Giao tuyến của mặt phẳng  $(ABE)$  và  $(SBD)$  là đường thẳng

- A.  $BE$                                       B.  $SB$   
 C.  $AE$                                       D.  $SA$



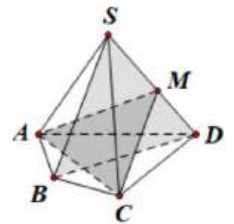
**Câu 14.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình bình hành  $ABCD$  tâm  $O$ . Gọi  $E$  là trung điểm của  $SC$ . Tìm giao tuyến của  $(BED)$  và  $(SAC)$ .

- A.  $SO$ .                                      B.  $OE$ .  
 C.  $OD$                                       D.  $CO$ .



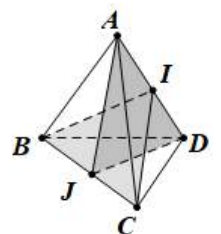
**Câu 15.** Cho hình chóp tứ giác  $S.ABCD$  và  $M$  là điểm bất kỳ trên cạnh  $SD$ . Giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SBD)$  và  $(MAC)$  là

- A.  $SO$  với  $O$  là giao điểm của  $AC$  và  $BD$   
 B.  $OM$  với  $O$  là giao điểm của  $MC$  và  $BD$   
 C.  $OM$  với  $O$  là giao điểm của  $AC$  và  $BD$   
 D.  $OM$  với  $O$  là giao điểm của  $SB$  và  $AC$



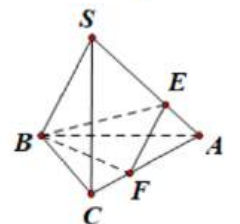
**Câu 16.** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $I, J$  lần lượt là trung điểm của  $AD$  và  $BC$  như hình vẽ. Giao tuyến của hai mặt phẳng  $(ADJ)$  và  $(BCI)$  là

- A.  $IP$                                       B.  $PQ$   
 C.  $PJ$                                       D.  $IJ$



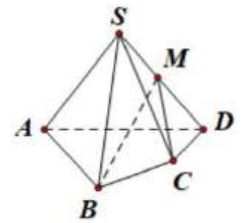
**Câu 17.** Cho hình chóp  $S.ABC$ . Các điểm  $E, F$  lần lượt thuộc các cạnh  $SA, AC$  sao cho  $\frac{SE}{SA} = \frac{2}{3}, \frac{AF}{AC} = \frac{2}{3}$ . Giao điểm của  $SC$  và mặt phẳng  $(BEF)$  là

- A. Giao điểm của  $SC$  và  $SA$   
 B. Giao điểm của  $SC$  và  $BE$   
 C. Giao điểm của  $SC$  và  $BF$   
 D. Giao điểm của  $SC$  và  $EF$



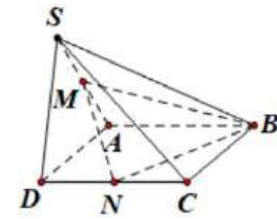
**Câu 18.** Cho hình chóp  $S.ABCD$ , đáy  $ABCD$  là tứ giác có các cặp cạnh đối không song song, điểm  $M$  là trung điểm  $SD$ . Tìm giao điểm của  $AD$  và mặt phẳng  $(MBC)$

- A. Giao điểm của  $AD$  và  $MC$
- B. Giao điểm của  $AD$  và  $BC$
- C. Giao điểm của  $AD$  và  $MB$
- D. Giao điểm của  $AD$  và  $SB$



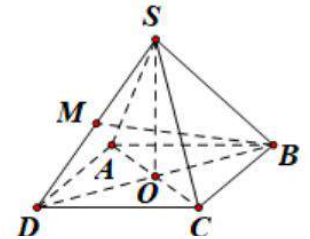
**Câu 19.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành tâm  $O$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $SA$  và  $CD$ . Tìm giao điểm của  $AD$  và mặt phẳng  $(BMN)$ .

- A. Giao điểm của  $AD$  và  $MB$
- B. Giao điểm của  $AD$  và  $MN$
- C. Giao điểm của  $AD$  và  $NB$
- D. Giao điểm của  $AD$  và  $MC$



**Câu 20.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành tâm  $O$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $SD$ . Giao điểm của đường thẳng  $BM$  và mặt phẳng  $(SAC)$  là

- A. Giao điểm của  $MB$  và  $SO$
- B. Giao điểm của  $MB$  và  $SA$
- C. Giao điểm của  $MB$  và  $SC$
- D. Giao điểm của  $MB$  và  $AC$



**Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1.** Cho tứ diện  $ABCD$ , gọi  $M$  và  $N$  lần lượt là trung điểm các cạnh  $AB$  và  $CD$ . Gọi  $G$  là trọng tâm tam giác  $BCD$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

|    | Mệnh đề                                                                       | Đúng | Sai |
|----|-------------------------------------------------------------------------------|------|-----|
| a) | Đường thẳng $AG$ cắt đường thẳng $MN$                                         |      |     |
| b) | Đường thẳng $MN$ nằm trong mặt phẳng $(MCD)$                                  |      |     |
| c) | Đường thẳng $AG$ nằm trong mặt phẳng $(ACD)$                                  |      |     |
| d) | Mặt phẳng $(ABG)$ cắt mặt phẳng $(ACD)$ theo giao tuyến là đường thẳng $AC$ . |      |     |

**Câu 2.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  với  $M$  là một điểm trên cạnh  $SC$ ,  $N$  là một điểm trên cạnh  $BC$ . Gọi  $O = AC \cap BD$  và  $K = AN \cap CD$ . Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

|    | Mệnh đề                                                                          | Đúng | Sai |
|----|----------------------------------------------------------------------------------|------|-----|
| a) | $SO$ là giao tuyến của hai mặt phẳng $(SAC)$ và $(SBD)$ .                        |      |     |
| b) | Giao điểm của đường thẳng $AM$ và mặt phẳng $(SBD)$ là điểm nằm trên cạnh $SO$ . |      |     |
| c) | $KM$ là giao tuyến của hai mặt phẳng $(AMN)$ và $(SCD)$ .                        |      |     |
| d) | Giao điểm của đường thẳng $SD$ và mặt phẳng $(AMN)$ là điểm nằm trên cạnh $KM$   |      |     |

**Câu 3.** Cho hình chóp  $S.ABCD$ . Mặt đáy là hình thang có cạnh đáy lớn  $AD$ ,  $AB$  cắt  $CD$  tại  $K$ , điểm  $M$  thuộc cạnh  $SD$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

|    | Mệnh đề                                                                                | Đúng | Sai |
|----|----------------------------------------------------------------------------------------|------|-----|
| a) | Giao tuyến của $(SAB)$ và $(SCD)$ là đường thẳng $SK$ .                                |      |     |
| b) | Giao tuyến $(d)$ của $(SAD)$ và $(SBC)$ là đường thẳng qua $S$ và song song với $AB$ . |      |     |
| c) | $KM$ cắt $SC$ tại $N$ , khi đó 3 đường thẳng $AM, KN, d$ đồng quy.                     |      |     |
| d) | Nếu $AD = 2BC$ và $M$ là trung điểm $SD$ thì $N$ là trung điểm $SC$ .                  |      |     |

**Câu 4.** Trong không gian cho ba đường thẳng  $a, b$  và  $c$  phân biệt. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

| Mệnh đề |                                                                                                                                                                  | Đúng | Sai |
|---------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|-----|
| a)      | Nếu hai đường thẳng cùng song song với đường thẳng thứ ba thì chúng song song với nhau.                                                                          |      |     |
| b)      | Nếu hai đường thẳng cùng chéo nhau với đường thẳng thứ ba thì chúng chéo nhau.                                                                                   |      |     |
| c)      | Nếu đường thẳng $a$ song song với đường thẳng $b$ , đường thẳng $b$ và đường thẳng $c$ chéo nhau thì đường thẳng $a$ và đường thẳng $c$ chéo nhau hoặc cắt nhau. |      |     |
| d)      | Nếu đường thẳng $a$ cắt $b$ , hai đường thẳng $b$ và $c$ chéo nhau thì $a$ và $c$ chéo nhau hoặc song song với nhau.                                             |      |     |

### Phần III. Trả lời ngắn & Tự luận

**Câu 1.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là tứ giác lồi. Lấy  $M, N, K$  lần lượt thuộc các cạnh  $AB, AD, SA$ .

- Xác định giao tuyến của 2 mặt phẳng  $(MNK)$  và  $(SAC)$ .
- Xác định giao điểm của  $MK$  và mặt phẳng  $(SBD)$ .

**Câu 2.** Cho tứ diện  $ABCD$ ,  $M$  là điểm thuộc miền trong tam giác  $ACD$ ;  $E$  là điểm thuộc  $BM$

- Xác định giao tuyến của 2 mặt phẳng  $(ABM)$  và  $(BCD)$ .
- Xác định giao điểm của  $DE$  và mặt phẳng  $(ABC)$ .

**Câu 3.** Cho hình chóp  $S.ABCD$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm  $SB, SD$ .

- Tìm giao điểm của  $SC$  và  $(AMN)$ .
- Tìm giao điểm của  $DM$  và  $(SAC)$ .
- Tìm giao tuyến của  $(AMN)$  và  $(ABCD)$ .

**Câu 4.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  và  $M$  là một điểm trên cạnh  $SC, N$  và  $P$  lần lượt là trung điểm của  $AB$  và  $AD$ . Tìm giao tuyến của mặt phẳng

- $(MNP)$  và  $(SBC)$
- $(MNP)$  và  $(SDC)$

**Câu 5.** Cho tứ diện  $ABCD$ . Lấy các điểm  $M$  thuộc cạnh  $AB, N$  thuộc cạnh  $AC$  sao cho  $MN$  cắt  $BC$ . Gọi  $I$  là điểm nằm bên trong tam giác  $BCD$ . Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng:

- $(MNI) \cap (ABD)$
- $(MNI) \cap (ACD)$

**Câu 6.** Cho hình chóp  $S.ABCD$ , đáy  $ABCD$  là tứ giác có các cặp cạnh đối không song song, điểm  $M$  là trung điểm  $SA$ . Tìm giao điểm của  $SD$  và  $(MBC)$

**Câu 7.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình bình hành  $ABCD$ . Gọi  $M, N, P$  lần lượt là trung điểm của cạnh  $SA, AD, BC$ . Xác định  $K$  là giao điểm của đường thẳng  $MP$  và mặt phẳng  $(SBN)$ .

**Câu 8.** Cho hình chóp  $S.ABC$ . Trên cạnh  $SA$  lấy điểm  $M$ , trên cạnh  $SC$  lấy điểm  $N$ , sao cho  $MN$  không song song với  $AC$ . Cho điểm  $O$  nằm trong tam giác  $ABC$ . Tìm giao điểm của mặt phẳng  $(OMN)$  với các đường thẳng  $AC, BC$  và  $AB$ .

**Câu 9.** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $M, N$  theo thứ tự là trung điểm của  $BC$  và  $AC$ ,  $K$  là điểm thay đổi trên cạnh  $AD$ .

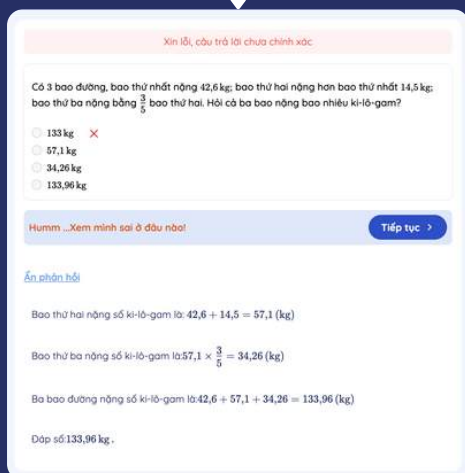
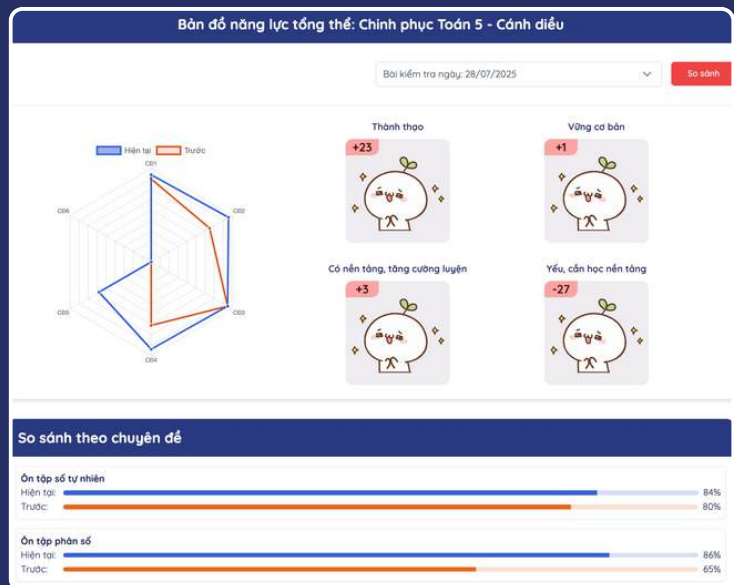
- Xác định  $Q$  là giao điểm của  $(MNK)$  và  $BD$ . Tìm vị trí của  $K$  để tứ giác  $MNKQ$  là hình bình hành.
- Khi điểm  $K$  không là trung điểm cạnh  $AD$ . Gọi  $I$  là giao điểm của  $BD$  và mặt phẳng  $(MNK)$ . Chứng minh  $NK, MI, CD$  đồng quy tại  $O$ .
- Gọi  $d$  là giao tuyến của 2 mặt phẳng  $(ABO)$  và  $(MNK)$ . Chứng minh  $d$  song song với mặt phẳng  $(ABC)$ .

**Câu 10.** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AB, CD$  và  $P$  là một điểm thuộc cạnh  $BC$  sao cho  $BP = \frac{1}{3}BC$ . Gọi  $J$  là giao điểm của  $AD$  và mặt phẳng  $(MNP)$ . Tìm  $k$ , biết  $\overrightarrow{AJ} = k \cdot \overrightarrow{DJ}$ .

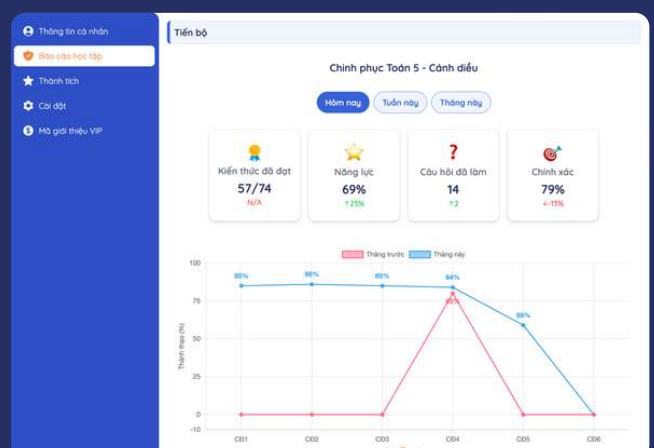
..... Hết .....

**Chương trình luyện Toán tăng cường tại nhà theo lộ trình cá nhân hóa dành cho học sinh lớp 4 đến lớp 12**

Tại website [navi.edu.vn](http://navi.edu.vn)



## Phát hiện kịp thời lỗi hỏng kiến thức trong quá trình luyện tập và củng cố kịp thời



**Báo cáo cập nhật liên tục, dễ dàng  
nắm bắt tình hình luyện tập của con**