

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn thi: TOÁN CHUYÊN

Ngày thi: 05/6/2025

Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian phát đề)

**Bài 1. (2,0 điểm)**

1. Giải phương trình  $2x^2 + \sqrt{x^2 - x + 3} = 2x + 15, (x \in \mathbb{R})$ .

2. Một hộp có 50 tấm thẻ được ghi số từ 1 đến 50, hai thẻ khác nhau được ghi hai số khác nhau. Rút ngẫu nhiên một thẻ trong hộp. Gọi biến cố  $A$ : "Rút được thẻ ghi số là  $c$  sao cho phương trình  $x^2 - 8x + c = 0$  có hai nghiệm phân biệt". Tính xác suất của biến cố  $A$ .

**Bài 2. (2,0 điểm)**

1. Cho các số thực  $a, b, c$  khác  $\pm\sqrt{5}$  thỏa mãn  $ab + bc + ca = -5$ .

Tính giá trị của biểu thức  $T = \frac{a-b}{c^2-5} + \frac{b-c}{a^2-5} + \frac{c-a}{b^2-5}$ .

2. Tìm tất cả cặp số nguyên  $(x, y)$  thỏa mãn phương trình  $x^2 - 9y^2 + 4x + 6y = 9$ .

**Bài 3. (2,0 điểm)**

1. Cho  $a, b, c$  là ba số dương thỏa mãn điều kiện  $3a + 11b + 4c = 8$ . Chứng minh ít nhất một trong hai phương trình:  $x^2 - 2(a+1)x + a^2 + 11abc + 1 = 0$  và  $x^2 - 2(b+2)x + b^2 + 6abc + 4 = 0$  có nghiệm.

2. Tìm tất cả cặp số nguyên tố  $(\alpha, \beta)$  sao cho  $\alpha^2 + 6\alpha\beta + \beta^2 + 45$  là một số chính phương.

**Bài 4. (3,0 điểm)**

Cho tam giác nhọn  $ABC (AB < AC)$  nội tiếp đường tròn  $(O)$ , các tiếp tuyến tại  $B, C$  của  $(O)$  cắt nhau tại  $T$ . Gọi  $M, N$  theo thứ tự là các điểm thuộc tia  $BT, CT$  sao cho  $BM = BC = CN$ . Đường thẳng  $MN$  cắt các đường thẳng  $CA, AB$  theo thứ tự tại  $E, F$ . Đường thẳng  $BE$  cắt  $CT$  tại  $P$ , đường thẳng  $CF$  cắt  $BT$  tại  $Q$ . Kẻ đường phân giác trong  $AD$  của tam giác  $ABC$ .

1. Chứng minh  $\widehat{FBM} = \widehat{ACB}$ .

2. Chứng minh  $QD$  song song với  $BF$  và  $CF \cdot BP = BE \cdot FQ$ .

3. Chứng minh  $DP + AP = DQ + AQ$ .

**Bài 5. (1,0 điểm)**

Cho 677 số nguyên dương  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{677}$  thỏa mãn  $1 \leq a_1 < a_2 < a_3 < \dots < a_{677} \leq 2025$ . Chứng minh rằng, có hai phần tử  $a_i, a_j$  trong số  $a_1, a_2, \dots, a_{677}$  sao cho  $675 < a_i - a_j < 1350$ .

----- HẾT -----