

ĐỀ ÔN KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ II

Môn: Toán 11 – Thời gian: 90 phút

ĐỀ SỐ 01 – MÃ ĐỀ: 111

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Giá trị của $27^{\frac{1}{3}}$ bằng

- A. 6. B. 81. C. 9. D. 3.

Câu 2: Tính giá trị biểu thức $3^{2\log_3 5}$

- A. 10. B. 25. C. 7. D. 20.

Câu 3: Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{2 - \ln x}$ là

- A. $(0; e^2]$. B. $(-\infty; e^2)$. C. $(-\infty; e^2]$. D. $[e^2; +\infty)$.

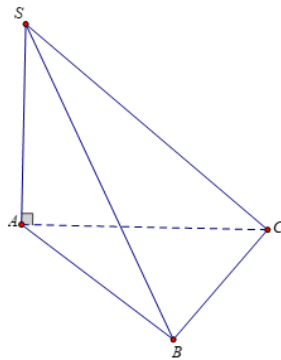
Câu 4: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng BA' và CD bằng

- A. 60° . B. 90° . C. 45° . D. 30° .

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và $SB \perp BC$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $SA \perp (ABCD)$. B. $SB \perp (ABCD)$. C. $BC \perp (SAC)$. D. $BC \perp (SAB)$.

Câu 6: Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$. Xác định hình chiếu của điểm S trên (ABC)



- A. A. B. B. C. C. D. D.

Câu 7: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông tâm O , các cạnh bên đều bằng nhau. Gọi M là trung điểm cạnh BC . Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ là góc

- A. $\widehat{SOM}$. B. $\widehat{SCO}$. C. $\widehat{SBO}$. D. $\widehat{SMO}$.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a và $SA \perp (ABCD)$, $SA = a$. Khoảng cách từ S đến mặt phẳng $(ABCD)$ là

- A. $a\sqrt{2}$. B. a . C. $\frac{a}{2}$. D. $\frac{3a}{4}$.

Câu 9: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

- A. $V = \frac{3}{4}a^3$. B. $V = a^3$. C. $V = 2a^3\sqrt{2}$. D. $V = \frac{1}{2}a^3$.

Câu 10: Câu lạc bộ cờ vua của một trường THPT có 20 thành viên ở ba khối, trong đó khối 10 có 3 nam và 2 nữ, khối 11 có 4 nam và 4 nữ, khối 12 có 5 nam và 2 nữ. Giáo viên chọn ngẫu nhiên một thành viên của câu lạc bộ để tham gia thi đấu giao hữu. Xét các biến cố sau:

A : “Thành viên được chọn là học sinh khối 11”;

B : “Thành viên được chọn là học sinh nam”.

Khi đó biến cố $A \cup B$ là

- A. “Thành viên được chọn là học sinh khối 11 và là học sinh nam”.
 B. “Thành viên được chọn là học sinh khối 11 và không là học sinh nam”.
 C. “Thành viên được chọn là học sinh khối 11 hoặc là học sinh nam”.
 D. “Thành viên được chọn không là học sinh khối 11 hoặc là học sinh nam”.

Câu 11: Biết rằng $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3} = 7$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $f'(3) = 3$. B. $f'(7) = 0$. C. $f'(7) = 3$. D. $f'(3) = 7$.

Câu 12: Tìm đạo hàm của hàm số $y = \pi^x$.

- A. $y' = x\pi^{x-1} \ln \pi$. B. $y' = \pi^x \ln \pi$. C. $y' = \frac{\pi^x}{\ln \pi}$. D. $y' = x\pi^{x-1}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, đáy là tam giác ABC vuông tại B , biết $SA = AB = BC = a$. Các phát biểu sau đúng hay sai?

- a) Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng $\frac{a^3}{3}$.
 b) Khoảng cách từ A đến (SBC) bằng $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.
 c) Khoảng cách từ B đến đường thẳng SC bằng $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.
 d) Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau AB và SC bằng $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 2: Một hộp đựng 30 tấm thẻ có đánh số từ 1 đến 30, hai tấm thẻ khác nhau đánh hai số khác nhau. Lấy ngẫu nhiên một tấm thẻ từ hộp, Gọi A là biến cố “Thẻ lấy được chia hết cho 4”, B là biến cố “Thẻ lấy được chia hết cho 3”.

a) A và B xung khắc

b) Xác suất để lấy được thẻ đánh số chia hết cho 4 bằng: $\frac{11}{30}$

c) Xác suất để lấy được thẻ đánh số chia hết cho 3 và chia hết cho 4 bằng: $\frac{1}{15}$

d) Xác suất để lấy được thẻ đánh số chia hết cho 3 hoặc 4 bằng: $\frac{1}{2}$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1: Số nghiệm nguyên thuộc $[-2024; 2024]$ của bất phương trình $\log_2(2^x + 1) > 2 + x$ là

Câu 2: Hình bên là hình chụp đền Kukulkan, là một kim tự tháp Trung Mỹ nằm ở khu di tích Chichen Itza, Mexico, được người Maya xây vào khoảng từ thế kỉ IX đến thế kỉ XII. Phần thân của đền, không bao gồm đền nằm phía trên, có dạng một khối chóp cụt tứ giác đều (không tính cầu thang và coi các mặt bên là phẳng) với độ dài đáy dưới là $55,3(m)$, chiều cao là $24(m)$, góc phẳng nhị diện tạo bởi mặt bên và mặt đáy là α . Tính thể tích của phần thân ngôi đền có dạng khối chóp cụt tứ giác đều đó theo đơn vị nghìn mét khối (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) biết rằng $\tan \alpha = \frac{320}{211}$.



(Nguồn: <https://shutterstock.com>)

Câu 3: Cho hàm số $f(x) = \frac{x}{x-1}$ có đồ thị là (H) . Biết tiếp tuyến của (H) song song với đường thẳng $d: y = -x$ có dạng $y = ax + b$. Tính $a + b$.

Câu 4: Trong loạt luân lưu của 1 trận đấu tại giải đấu cup Futsal, đội Thái Sơn Nam có 3 lượt đá với 3 tuyển thủ có tỉ lệ thành công lần lượt là $x, y, 0,6(x > y)$. Xác suất để cả 3 thành công là $0,336$ và xác suất để ít nhất 1 tuyển thủ thành công là $0,976$. Vì đối thủ đã thất bại trong hai pha luân lưu, để thắng thì Thái Sơn Nam cần có 2 cầu thủ thành công với xác suất là bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = \ln \frac{x+2}{x+3}$. Giá trị của biểu thức $P = f'(0) + f'(1) + f'(2) + \dots + f'(2022) = \frac{a}{b}$. Tính kết quả $b - a$?

Câu 2: Một bệnh truyền nhiễm có xác suất lây bệnh là 0,92 nếu tiếp xúc với người bệnh mà không đeo khẩu trang; là 0,15 nếu tiếp xúc với người bệnh mà có đeo khẩu trang. Bạn Nam tiếp xúc với một người bệnh hai lần, trong đó có một lần đeo khẩu trang và một lần không đeo khẩu trang. Tính xác suất bạn Nam bị lây bệnh từ người bệnh mà bạn Nam tiếp xúc đó (*kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*).

Câu 3: Kim tự tháp bằng kính tại bảo tàng Louvre ở Paris có dạng hình chóp tứ giác đều với chiều cao là 21 m và cạnh đáy dài 34 m. Góc nhị diện tạo bởi hai mặt bên có chung một cạnh của kim tự tháp có số đo bằng bao nhiêu độ (*làm tròn đến hàng đơn vị*)?



----- **HẾT** -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Giá trị của $27^{\frac{1}{3}}$ bằng

- A. 6. B. 81. C. 9. **D. 3.**

Lời giải

Ta có $27^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{27} = 3$.

Câu 2: Tính giá trị biểu thức $3^{2\log_3 5}$

- A. 10. B. 25. C. 7. D. 20.

Lời giải

Ta có $3^{2\log_3 5} = 3^{\log_3 5^2} = 5^2 = 25$.

Câu 3: Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{2 - \ln x}$ là

- A.** $(0; e^2]$. B. $(-\infty; e^2)$. C. $(-\infty; e^2]$. D. $[e^2; +\infty)$.

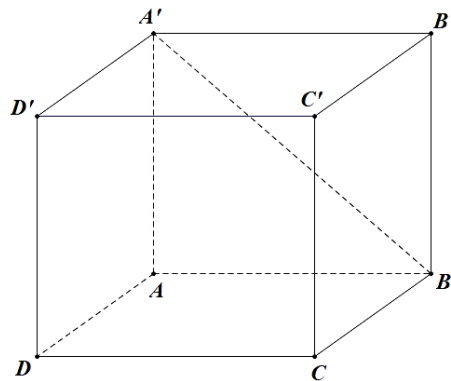
Lời giải

Hàm số xác định $\Leftrightarrow \begin{cases} 2 - \ln x \geq 0 \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \ln x \leq 2 \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq e^2 \\ x > 0 \end{cases}$. Vậy tập xác định $D = (0; e^2]$.

Câu 4: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng BA' và CD bằng

- A. 60° . B. 90° . **C.** 45° . D. 30° .

Lời giải



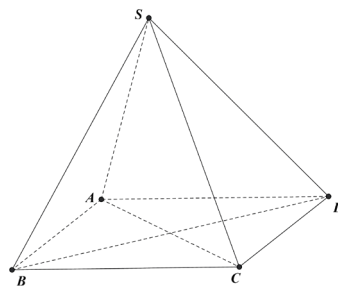
Ta có $AB \parallel CD$ nên $(\widehat{BA', CD}) = (\widehat{BA', AB})$.

Vì $ABB'A'$ là hình vuông nên $(\widehat{BA', AB}) = \widehat{ABA'} = 45^\circ$.

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và $SB \perp BC$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

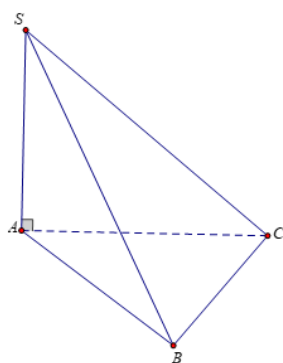
- A. $SA \perp (ABCD)$. B. $SB \perp (ABCD)$. C. $BC \perp (SAC)$. **D.** $BC \perp (SAB)$.

Lời giải



$$\left. \begin{array}{l} BC \perp SB, BC \perp AB \\ \text{Ta có: } SB \cap AB = \{B\} \\ SB, AB \subset (SAB) \end{array} \right\} \Rightarrow BC \perp (SAB).$$

Câu 6: Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$. Xác định hình chiếu của điểm S trên (ABC)



A. A .

B. B .

C. C .

D. D .

Lời giải

$SA \perp (ABC)$ nên hình chiếu vuông góc của điểm S trên (ABC) là điểm A .

Câu 7: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông tâm O , các cạnh bên đều bằng nhau. Gọi M là trung điểm cạnh BC . Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ là góc

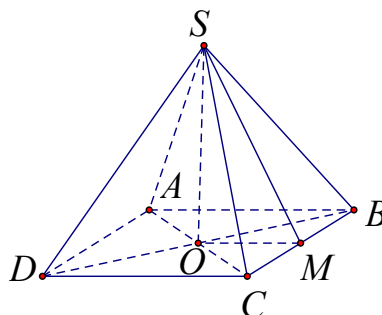
A. $\widehat{SOM}$.

B. $\widehat{SCO}$.

C. $\widehat{SBO}$.

D. $\widehat{SMO}$.

Lời giải



Ta có $(SBC) \cap (ABCD) = BC$.

Hai tam giác SBC và OBC cân đáy BC nên $SM \perp BC$, $OM \perp BC$.

Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ là góc giữa SM, OM hay chính là $\widehat{SMO}$.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a và $SA \perp (ABCD)$, $SA = a$. Khoảng cách từ S đến mặt phẳng $(ABCD)$ là

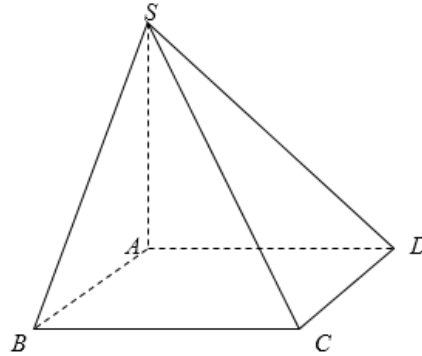
A. $a\sqrt{2}$.

B. a .

C. $\frac{a}{2}$.

D. $\frac{3a}{4}$.

Lời giải



Vì $SA \perp (ABCD)$ nên $d(S, (ABCD)) = SA = a$.

Câu 9: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{3}{4}a^3$.

B. $V = a^3$.

C. $V = 2a^3\sqrt{2}$.

D. $V = \frac{1}{2}a^3$.

Lời giải

$$V = \frac{1}{3}hS = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{3} \cdot (2a)^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = a^3.$$

Câu 10: Câu lạc bộ cờ vua của một trường THPT có 20 thành viên ở ba khối, trong đó khối 10 có 3 nam và 2 nữ, khối 11 có 4 nam và 4 nữ, khối 12 có 5 nam và 2 nữ. Giáo viên chọn ngẫu nhiên một thành viên của câu lạc bộ để tham gia thi đấu giao hữu. Xét các biến cố sau:

A : “Thành viên được chọn là học sinh khối 11”;

B : “Thành viên được chọn là học sinh nam”.

Khi đó biến cố $A \cup B$ là

A. “Thành viên được chọn là học sinh khối 11 và là học sinh nam”.

B. “Thành viên được chọn là học sinh khối 11 và không là học sinh nam”.

C. “Thành viên được chọn là học sinh khối 11 hoặc là học sinh nam”.

D. “Thành viên được chọn không là học sinh khối 11 hoặc là học sinh nam”.

Lời giải

Biến cố $A \cup B$ bao gồm việc chọn thành viên là học sinh khối 11 hoặc là học sinh nam.

Câu 11: Biết rằng $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3} = 7$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $f'(3) = 3$.

B. $f'(7) = 0$.

C. $f'(7) = 3$.

D. $f'(3) = 7$.

Lời giải

Vì $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3} = 7$ nên $f'(3) = 7$.

Câu 12: Tìm đạo hàm của hàm số $y = \pi^x$.

A. $y' = x\pi^{x-1} \ln \pi$.

B. $y' = \pi^x \ln \pi$.

C. $y' = \frac{\pi^x}{\ln \pi}$.

D. $y' = x\pi^{x-1}$.

Lời giải

Áp dụng $(a^x)' = a^x \cdot \ln a$ ($a > 0, a \neq 1$).

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, đáy là tam giác ABC vuông tại B , biết $SA = AB = BC = a$. Các phát biểu sau đúng hay sai?

a) Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng $\frac{a^3}{3}$.

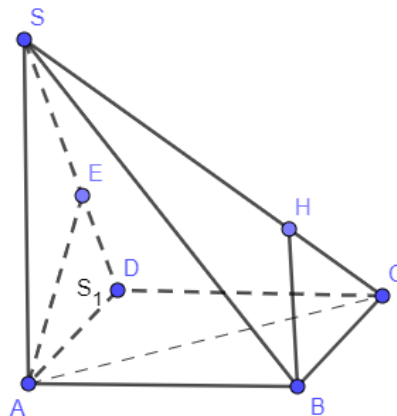
b) Khoảng cách từ A đến (SBC) bằng $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

c) Khoảng cách từ B đến đường thẳng SC bằng $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

d) Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau AB và SC bằng $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
--------	--------	---------	---------



a) Sai

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V = \frac{1}{3}.SA.S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3}.a.\frac{a^2}{2} = \frac{a^3}{6}$.

b) Sai

Gọi d là khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) .

$$\Rightarrow V = \frac{1}{3}d.S_{\Delta SBC}.$$

Lại có: $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB \Rightarrow \Delta SBC \text{ vuông tại } B.$

$$S_{\Delta SBC} = \frac{1}{2}.SB.BC = \frac{1}{2}a\sqrt{2}.a = \frac{a^2\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Vậy } d = \frac{3V}{S_{\Delta SBC}} = \frac{\frac{a^3}{2}}{\frac{a^2\sqrt{2}}{2}} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

c) Đúng

Trong mặt phẳng (SBC) , kẻ $BH \perp SC$ tại H , khi đó $d(B, SC) = BH$.

Xét tam giác vuông SBC ta có: $\frac{1}{BH^2} = \frac{1}{SB^2} + \frac{1}{BC^2} = \frac{1}{2a^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{3}{2a^2}$

$$\Rightarrow BH = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

d) Đúng

Dựng hình bình hành $ABCD$, vì tam giác ABC vuông cân tại B nên $ABCD$ là hình vuông.

Ta có $\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD).$

Lại có $CD \subset (SDC) \Rightarrow (SAD) \perp (SDC).$

Trong mặt phẳng (SAD) , dựng $AE \perp SD$ tại E . Suy ra $AE \perp (SDC)$. (1)

Ta có $AB \parallel CD \Rightarrow AB \parallel (SDC).$

$$d(AB, SC) = d(AB, (SCD)) = d(A, (SCD)). \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $d(AB, SC) = AE$.

$$\Delta SAD \text{ vuông cân tại } A \text{ nên } AE = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Câu 4: Một hộp đựng 30 tấm thẻ có đánh số từ 1 đến 30, hai tấm thẻ khác nhau đánh hai số khác nhau. Lấy ngẫu nhiên một tấm thẻ từ hộp, Gọi A là biến cố “Thẻ lấy được chia hết cho 4”, B là biến cố “Thẻ lấy được chia hết cho 3”.

a) A và B xung khắc

b) Xác suất để lấy được thẻ đánh số chia hết cho 4 bằng: $\frac{11}{30}$

c) Xác suất để lấy được thẻ đánh số chia hết cho 3 và chia hết cho 4 bằng: $\frac{1}{15}$

d) Xác suất để lấy được thẻ đánh số chia hết cho 3 hoặc 4 bằng: $\frac{1}{2}$

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
--------	--------	---------	---------

a) Sai

Ta có $A \cap B$ là biến cố: "Lấy được thẻ đánh số chia hết cho 3 và chia hết cho 4". Suy ra $A \cap B = \{12; 24\} \neq \emptyset$ nên A và B không xung khắc.

b) Sai

Có $n(A) = 10$ và $P(A) = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}$

c) Đúng

$$P(AB) = \frac{2}{30} = \frac{1}{15}$$

d) Đúng

Có $n(B) = 7$ và $P(B) = \frac{7}{30}$.

Xác suất để lấy được thẻ đánh số chia hết cho 3 hoặc 4 là:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = \frac{1}{3} + \frac{7}{30} - \frac{1}{15} = \frac{1}{2}$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1: Số nghiệm nguyên thuộc $[-2024; 2024]$ của bất phương trình $\log_2(2^x + 1) > 2 + x$ là

Lời giải

Trả lời: 2023

Điều kiện: $2^x + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

$$\log_2(2^x + 1) > 2 + x \Leftrightarrow \log_2(2^x + 1) > \log_2 2^{2+x}$$

$$\Leftrightarrow 2^x + 1 > 2^{2+x} \Leftrightarrow 1 > 3 \cdot 2^x \Leftrightarrow 2^x < \frac{1}{3} \Leftrightarrow x < \log_2\left(\frac{1}{3}\right)$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = \left(-\infty; \log_2\left(\frac{1}{3}\right)\right)$.

Số nghiệm nguyên thuộc $[-2024; 2024]$ của bất phương trình là $\{-2024; -2023; \dots; -2\}$, có 2023 số.

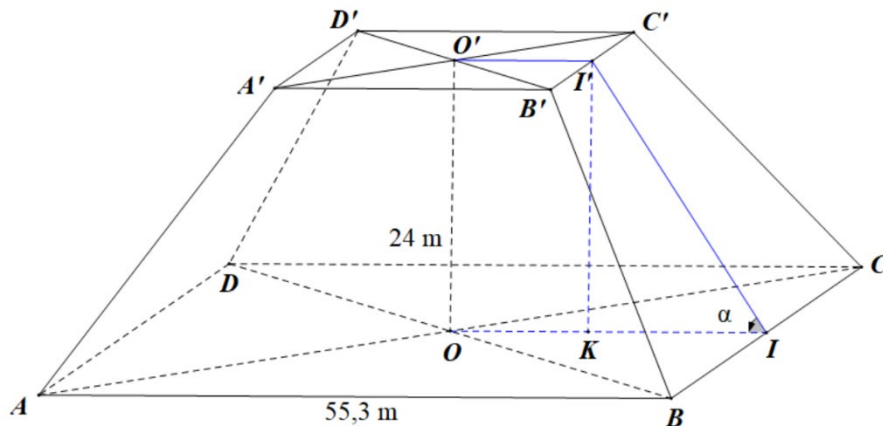
Câu 2: Hình bên là hình chụp đền Kukulcan, là một kim tự tháp Trung Mỹ nằm ở khu di tích Chichen Itza, Mexico, được người Maya xây vào khoảng từ thế kỉ IX đến thế kỉ XII. Phần thân của đền, không bao gồm đền nằm phía trên, có dạng một khối chóp cụt tứ giác đều (không tính cầu thang và coi các mặt bên là phẳng) với độ dài đáy dưới là $55,3(m)$, chiều cao là $24(m)$, góc phẳng nhị diện tạo bởi mặt bên và mặt đáy là α . Tính thể tích của phần thân ngôi đền có dạng khối chóp cụt tứ giác đều đó theo đơn vị nghìn mét khối (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) biết rằng $\tan \alpha = \frac{320}{211}$.



(Nguồn: <https://shutterstock.com>)

Lời giải

Trả lời: 39,4



Gọi I, I' lần lượt là trung điểm của $BC, B'C'$ và K là hình chiếu vuông góc của I' trên OI .

Ta có $OO' = I'K = 24 \text{ m}$, $OI = \frac{1}{2}AB = 27,65 \text{ m}$

Xét tam giác $I'KI$ vuông tại K có $\tan \alpha = \frac{I'K}{KI} = \frac{320}{211} \Rightarrow KI = \frac{211}{320} \cdot 24 = \frac{633}{40} = 15,825 \text{ m}$

$\Rightarrow OK = O'I' = OI - IK = 27,65 - \frac{633}{40} = 11,825 \text{ m} \Rightarrow A'B' = 23,65 \text{ m}$

Suy ra $S = S_{ABCD} = 55,3^2 = 3058,09 \text{ m}^2$, $S' = S_{A'B'C'D'} = 23,65^2 = 559,3225 \text{ m}^2$

Vậy thể tích của khối chóp cụt là: $V = \frac{1}{3}(S + \sqrt{S \cdot S'} + S') \cdot OO' = 39402,06 \text{ m}^3$

Câu 3: Cho hàm số $f(x) = \frac{x}{x-1}$ có đồ thị là (H) . Biết tiếp tuyến của (H) song song với đường thẳng $d: y = -x$ có dạng $y = ax + b$. Tính $a + b$.

Lời giải

Trả lời: 3

Ta có: $f'(x) = \frac{-1}{(x-1)^2}$ với mọi $x \neq 1$.

Gọi d' là tiếp tuyến của (H) tại tiếp điểm $M_0(x_0; f(x_0))$.

Vì d' song song với đường thẳng $d: y = -x$ nên ta có $f'(x_0) = -1$

$$\Leftrightarrow \frac{-1}{(x_0-1)^2} = -1 \Leftrightarrow (x_0-1)^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0-1=1 \\ x_0-1=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0=2 \\ x_0=0 \end{cases}.$$

Với $x_0 = 2$, phương trình tiếp tuyến tại $M_0(2; 2)$ có hệ số góc $f'(2) = -1$ là

$$y - f(2) = f'(2)(x - 2) \Leftrightarrow y - 2 = -1(x - 2) \Leftrightarrow y = -x + 4.$$

Với $x_0 = 0$, phương trình tiếp tuyến tại $N_0(0; 0)$ có hệ số góc $f'(0) = -1$ là

$$y - f(0) = f'(0)(x - 0) \Leftrightarrow y - 0 = -1(x - 0) \Leftrightarrow y = -x \text{ (loại vì trùng } d \text{)}.$$

Vậy tiếp tuyến của (H) song song với d' là $d: y = -x + 4$.

Tính được $a + b = -1 + 4 = 3$.

Câu 4: Trong loạt luân lưu của 1 trận đấu tại giải đấu cup Futsal, đội Thái Sơn Nam có 3 lượt đá với 3 tuyển thủ có tỉ lệ thành công lần lượt là $x, y, 0,6(x > y)$. Xác suất để cả 3 thành công là 0,336 và xác suất để ít nhất 1 tuyển thủ thành công là 0,976. Vì đối thủ đã thất bại trong hai pha luân lưu, để thắng thì Thái Sơn Nam cần có 2 cầu thủ thành công với xác suất là bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 0,45

Gọi A_i là biến cố: “người thứ i thành công” với $i = 1, 2, 3$.

Ta có các A_i độc lập với nhau và $P(A_1) = x; P(A_2) = y; P(A_3) = 0,6$.

Gọi A là biến cố: “Có ít nhất một cầu thủ thành công”

Gọi B là biến cố: “Cả ba cầu thủ thành công”

Gọi C là biến cố: “Có đúng hai cầu thủ thành công”

Theo giả thiết, ta có $P(B) = P(A_1 A_2 A_3) = P(A_1)P(A_2)P(A_3) = 0,6xy = 0,336 \Rightarrow xy = \frac{14}{25} \cdot (1)$

Ngoài ra, ta nhận thấy rằng nếu ta suy ra $P(A)$ theo chiều thuận sẽ rất phức tạp, vì vậy ta cần thông qua $P(\overline{A})$.

Vì các A_i độc lập với nhau nên $\overline{A} = \overline{A_1 A_2 A_3} \Rightarrow P(\overline{A}) = P(\overline{A_1})P(\overline{A_2})P(\overline{A_3}) = 0,4(1-x)(1-y)$.

$$\Rightarrow P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - 0,4(1-x)(1-y) = 0,976. \Rightarrow xy - x - y = -\frac{47}{50}. (2)$$

$$\text{Từ (1), (2) ta có hệ sau: } \begin{cases} xy - x - y = -\frac{47}{50} \\ xy = \frac{14}{25} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0,8 \\ y = 0,7 \end{cases} (x > y).$$

Khi đó, $P(C) = (1-x).y.0,6 + x(1-y).0,6 + x.y.0,4 = 0,452$.

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = \ln \frac{x+2}{x+3}$. Giá trị của biểu thức $P = f'(0) + f'(1) + f'(2) + \dots + f'(2022) = \frac{a}{b}$. Tính kết quả $b - a$?

Lời giải

$$\text{Ta có: } f'(x) = \left(\ln \frac{x+2}{x+3} \right)' = \left(\frac{x+2}{x+3} \right)' \cdot \frac{x+3}{x+2} = \frac{1}{(x+3)^2} \cdot \frac{x+3}{x+2} = \frac{1}{(x+3)(x+2)}.$$

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{1}{(x+2)} - \frac{1}{(x+3)}.$$

Mặt khác:

$$f'(0) = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}.$$

$$f'(1) = \frac{1}{3} - \frac{1}{4}.$$

$$f'(2) = \frac{1}{4} - \frac{1}{5}.$$

.....

$$f'(2022) = \frac{1}{2024} - \frac{1}{2025}.$$

Khi đó:

$$P = f'(0) + f'(1) + f'(2) + \dots + f'(2022) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2025} = \frac{2023}{4050}.$$

Suy ra $a = 2023, b = 4050$.

Kết quả $b - a = 4050 - 2023 = 2027$.

Câu 2: Một bệnh truyền nhiễm có xác suất lây bệnh là 0,92 nếu tiếp xúc với người bệnh mà không đeo khẩu trang; là 0,15 nếu tiếp xúc với người bệnh mà có đeo khẩu trang. Bạn Nam tiếp xúc với một người bệnh hai lần, trong đó có một lần đeo khẩu trang và một lần không đeo khẩu trang. Tính xác suất bạn Nam bị lây bệnh từ người bệnh mà bạn Nam tiếp xúc đó (*kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*).

Lời giải

Gọi A là biến cố “bạn Nam bị lây bệnh từ người bệnh nếu tiếp xúc với người bệnh mà không đeo khẩu trang”. $P(A) = 0,92$.

Gọi B là biến cố “bạn Nam bị lây bệnh từ người bệnh nếu tiếp xúc với người bệnh mà có đeo khẩu trang”. $P(B) = 0,15$.

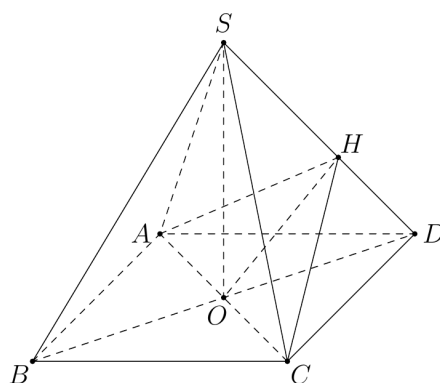
Vì A và B là 2 biến cố độc lập nên xác suất của biến cố “bạn Nam bị lây bệnh từ người bệnh mà bạn Nam tiếp xúc đó” là:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = 0,92 + 0,15 - 0,92 \cdot 0,15 = 0,932 \approx 0,93$$

Câu 3: Kim tự tháp bằng kính tại bảo tàng Louvre ở Paris có dạng hình chóp tứ giác đều với chiều cao là 21 m và cạnh đáy dài 34 m. Góc nhị diện tạo bởi hai mặt bên có chung một cạnh của kim tự tháp có số đo bằng bao nhiêu độ (làm tròn đến hàng đơn vị)?



Lời giải



Ta mô hình hóa kim tự tháp bằng một hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ như hình vẽ, khi đó $SO = 21$ và $AB = 34$.

Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$, H là hình chiếu vuông góc của O trên SD .

Khi đó $SD \perp (AHC)$ nên $\widehat{AHC} = [A, SD, C]$.

$$\text{Ta có } OD = \frac{CD\sqrt{2}}{2} = 17\sqrt{2} \text{ nên } OH = \frac{SO \cdot OD}{\sqrt{SO^2 + OD^2}} = \frac{21 \cdot 17\sqrt{2}}{\sqrt{21^2 + (17\sqrt{2})^2}} = \frac{357\sqrt{2}}{\sqrt{1019}}.$$

$$\text{Suy ra: } AH = CH = \sqrt{OH^2 + OC^2} = \sqrt{\frac{843880}{1019}}.$$

$$\text{Vậy } \cos \widehat{AHC} = \frac{AH^2 + CH^2 - AC^2}{2AH \cdot CH} = -\frac{289}{730}$$

$$\text{hay } [A, SD, C] \approx 113^\circ.$$

----- **HẾT** -----

ĐỀ ÔN KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ II

Môn: Toán 11 – Thời gian: 90 phút

ĐỀ SỐ 02 – MÃ ĐỀ: 211

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho a là số thực dương khác 1. Khi đó $\sqrt[4]{a^{\frac{2}{3}}}$ bằng

- A. $\sqrt[3]{a^2}$. B. $a^{\frac{8}{3}}$. C. $a^{\frac{3}{8}}$. D. $\sqrt[6]{a}$.

Câu 2: Cho $\log_a 3 = 5$. Tính $P = \log_a (3a^5)$.

- A. $P = 10$ B. $P = 25$ C. $P = 12$ D. $P = 125$

Câu 3: Tập xác định D của hàm số $y = \ln(1 - x)$ là

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$. B. $D = \mathbb{R}$. C. $D = (-\infty; 1)$. D. $D = (1; +\infty)$.

Câu 4: Trong hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh đều bằng nhau. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A. $BB' \perp BD$. B. $A'C' \perp BD$. C. $A'B \perp DC'$. D. $BC' \perp A'D$.

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình vuông. Từ A kẻ $AM \perp SB$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $AM \perp (SBD)$. B. $AM \perp (SBC)$ C. $BC \perp (SAD)$. D. $AM \perp (SAD)$.

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABC$, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Hình chiếu vuông góc của SB lên (ABC) là

- A. AC . B. BC . C. AB . D. SB .

Câu 7: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng $(DD'C'C)$ vuông góc với mặt phẳng nào sau đây?

- A. $(BCD'A')$. B. $(ABB'A')$. C. $(ADD'A')$. D. $(BB'D'D)$.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$. Tính khoảng cách từ điểm B đến mp (SAC) .

- A. $\frac{a}{2}$. B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$.

Câu 9: Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có AB , AC , AA' đôi một vuông góc với nhau. Biết $AB = a$, $AC = 2a$, $AA' = 3a$, tính theo a thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

- A. $V = a^3$. B. $V = 3a^3$. C. $V = 6a^3$. D. $V = 2a^3$.

Câu 10: Một xạ thủ bắn liên tục 4 phát đạn vào bia. Gọi A_k là các biến cố “xạ thủ bắn trúng lần thứ k ” với $k=1,2,3,4$. Hãy biểu diễn các biến cố “Bắn trúng bia ít nhất một lần” qua các biến cố A_1, A_2, A_3, A_4

A. $B = A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cap A_4$.

B. $B = A_1 \cap A_2 \cup A_3 \cup A_4$.

C. $B = A_1 \cup A_2 \cap A_3 \cup A_4$.

D. $B = A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4$.

Câu 11: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{4-\sqrt{9-x}}{2} & \text{khi } x \neq 0 \\ \frac{1}{2} & \text{khi } x = 0 \end{cases}$. Khi đó $f'(0)$ là kết quả nào sau đây?

A. $\frac{1}{4}$.

B. $\frac{1}{16}$.

C. $\frac{1}{32}$.

D. $\frac{1}{12}$.

Câu 12: Trên tập số thực $\mathbb{R}$, đạo hàm của hàm số $y = 3^{x^2-x}$ là:

A. $y' = (2x-1) \cdot 3^{x^2-x}$.

B. $y' = (2x-1) \cdot 3^{x^2-x} \cdot \ln 3$.

C. $y' = (x^2-x) \cdot 3^{x^2+x+1}$.

D. $y' = 3^{x^2-x-1}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với $(ABCD)$, tứ giác $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Gọi H là trung điểm của AB .

a) $SH \perp (ABCD)$.

b) $d(A, (SCD)) = d(H, (SCD))$.

c) Gọi E là trung điểm của CD , khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SCD) là độ dài đoạn thẳng AK (Với K là hình chiếu của H lên SE , K thuộc SE).

d) Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SCD) bằng $\frac{a\sqrt{21}}{7}$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x) = 2x^3 + 2$.

a) Đạo hàm của hàm số $y = f(x)$ tại điểm $x_0 = 1$ là $f'(1) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$.

b) Hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm có hoành độ $x_0 = 1$ là $f'(1) = 6$.

c) Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm có hoành độ $x_0 = 1$ là $y = 6x - 2$.

d) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hai tiếp tuyến vuông góc với nhau.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1: Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn $\log_a b = \frac{b}{8}$, $\log_2 a = \frac{16}{b}$. Tính giá trị của biểu thức $G = a + b$.

Câu 2: Trong một buổi dã ngoại, bạn Nam muốn dựng một cái lều hình kim tự tháp. Biết khoảng cách từ đỉnh lều tới một chân lều là 270 (cm) , góc nhị diện tạo bởi hai nửa mặt phẳng tương ứng chứa hai mái lều đối diện là 55° . Hỏi khoảng cách giữa hai chân lều liên tiếp Nam cần dựng bằng bao nhiêu milimet? (Làm tròn đến hàng đơn vị).



Câu 3: Nếu số lượng sản phẩm sản xuất được của một nhà máy là x (đơn vị: trăm sản phẩm) thì lợi nhuận sinh ra là $P(x) = -200x^2 + 12800x - 74000$ (nghìn đồng). Tính tốc độ thay đổi lợi nhuận của nhà máy đó khi sản xuất 1200 sản phẩm.

Câu 4: Một hộp đựng 40 viên bi trong đó có 20 viên bi đỏ, 10 viên bi xanh, 6 viên bi vàng, 4 viên bi trắng. Lấy ngẫu nhiên hai bi, xác suất biến cố A : “hai viên bi cùng màu” có dạng $P(A) = \frac{a}{b}$ là hai phân số tối giản. Tính $a + b$.

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng 3. Tam giác SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC bằng bao nhiêu? (làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 2: Cho hàm số $y = \frac{9}{x}$ có đồ thị là (C) . Biết tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm $M(3;3)$ tạo với hai trục toạ độ một tam giác. Tính diện tích tam giác đó?

Câu 3: Mai, Lan và 5 bạn cùng lớp xếp thành một hàng ngang theo thứ tự ngẫu nhiên. Tính xác suất của biến cố "Có ít nhất một trong hai bạn Mai và Lan đứng ở đầu hàng" (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho a là số thực dương khác 1. Khi đó $\sqrt[4]{a^{\frac{2}{3}}}$ bằng

A. $\sqrt[3]{a^2}$.

B. $a^{\frac{8}{3}}$.

C. $a^{\frac{3}{8}}$.

D. $\sqrt[6]{a}$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \sqrt[4]{a^{\frac{2}{3}}} = \left(a^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{1}{4}} = a^{\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4}} = a^{\frac{1}{6}} = \sqrt[6]{a}$$

Câu 2: Cho $\log_a 3 = 5$. Tính $P = \log_a (3a^5)$.

A. $P = 10$

B. $P = 25$

C. $P = 12$

D. $P = 125$

Lời giải

$$\text{Ta có: } \log_a (3a^5) = \log_a 3 + \log_a a^5 = 5 + 5 = 10.$$

Câu 3: Tập xác định D của hàm số $y = \ln(1-x)$ là

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

B. $D = \mathbb{R}$.

C. $D = (-\infty; 1)$.

D. $D = (1; +\infty)$.

Lời giải

$$\text{Hàm số xác định} \Leftrightarrow 1-x > 0 \Leftrightarrow x < 1.$$

Câu 4: Trong hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh đều bằng nhau. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

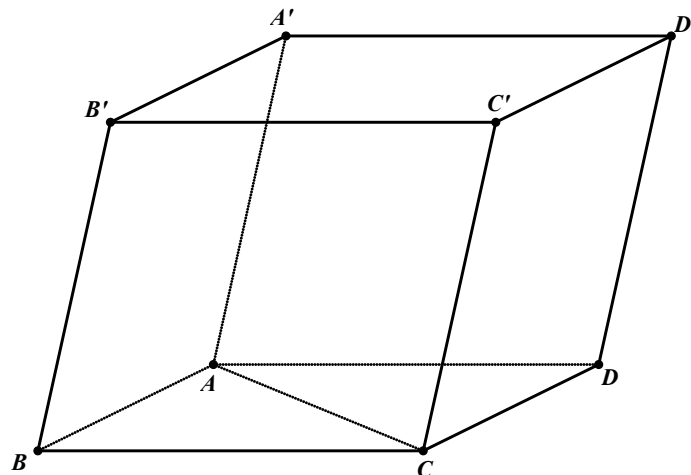
A. $BB' \perp BD$.

B. $A'C' \perp BD$.

C. $A'B \perp DC'$.

D. $BC' \perp A'D$.

Lời giải



Vì hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh đều bằng nhau nên các tứ giác $ABCD$, $A'B'BA$, $B'C'CB$ đều là hình thoi nên ta có

$$AC \perp BD \text{ mà } AC \parallel A'C' \Rightarrow A'C' \perp BD.$$

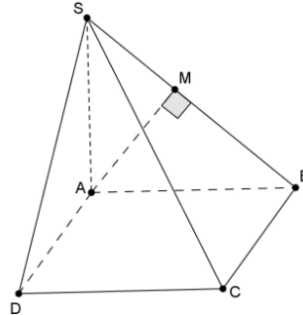
$A'B \perp AB'$ mà $AB' \parallel DC' \Rightarrow A'B \perp DC'$.

$BC' \perp B'C$ mà $B'C \parallel A'D \Rightarrow BC' \perp A'D$.

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình vuông. Từ A kẻ $AM \perp SB$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

- A.** $AM \perp (SBD)$. **B.** $AM \perp (SBC)$ **C.** $BC \perp (SAD)$. **D.** $AM \perp (SAD)$.

Lời giải



Ta có: $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \text{ (do } SA \perp (ABCD)) \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AM \Rightarrow AM \perp (SBC)$.

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABC$, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Hình chiếu vuông góc của SB lên (ABC) là

- A.** AC . **B.** BC . **C.** AB . **D.** SB .

Lời giải

Ta có $SA \perp (ABC)$ nên A là hình chiếu vuông góc của S trên (ABC) .

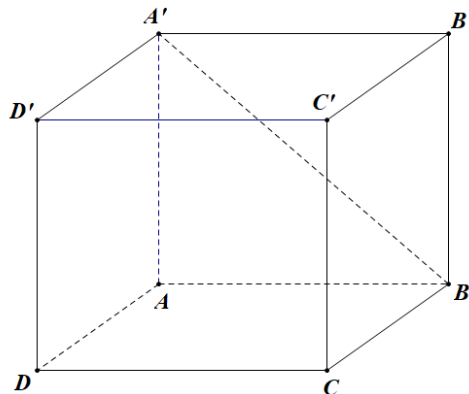
Do $B \in (ABC)$ nên B là hình chiếu vuông góc của chính nó trên (ABC) .

Suy ra hình chiếu vuông góc của SB lên (ABC) là AB .

Câu 7: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng $(DD'C'C)$ vuông góc với mặt phẳng nào sau đây?

- A.** $(BCD'A')$. **B.** $(ABB'A')$. **C.** $(ADD'A')$. **D.** $(BB'D'D)$.

Lời giải.

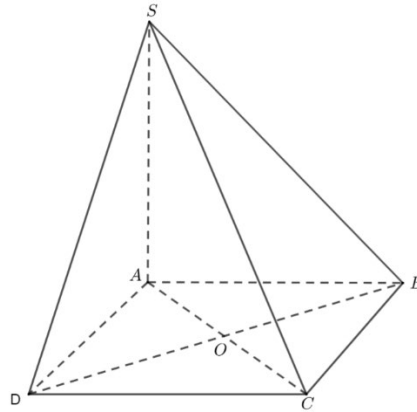


Ta có $AD \perp DC$; $AD \perp DD' \Rightarrow AD \perp (DD'C'C) \Rightarrow (ADD'A') \perp (DD'C'C)$.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$. Tính khoảng cách từ điểm B đến mp (SAC) .

- A. $\frac{a}{2}$. B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$.

Lời giải



Gọi $AC \cap BD = \{O\}$

Vì $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp BO$

Ta có:

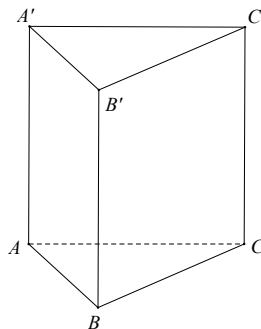
$$\left. \begin{array}{l} BO \perp SA, BO \perp AC \\ SA \subset (SAC), AC \subset (SAC) \\ SA \cap AC = \{A\} \end{array} \right\} \Rightarrow BO \perp (SAC)$$

$$\Rightarrow d(B, (SAC)) = BO = \frac{1}{2}BD = \frac{1}{2}\sqrt{AB^2 + AD^2} = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + a^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Câu 9: Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có AB , AC , AA' đôi một vuông góc với nhau. Biết $AB = a$, $AC = 2a$, $AA' = 3a$, tính theo a thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

- A. $V = a^3$. B. $V = 3a^3$. C. $V = 6a^3$. D. $V = 2a^3$.

Lời giải



$$V_{ABC.A'B'C'} = \frac{1}{2}AB.AC.AA' = 3a^3.$$

Câu 10: Một xạ thủ bắn liên tục 4 phát đạn vào bia. Gọi A_k là các biến cố “xạ thủ bắn trúng lần thứ k ” với $k=1,2,3,4$. Hãy biểu diễn các biến cố “Bắn trúng bia ít nhất một lần” qua các biến cố A_1, A_2, A_3, A_4

A. $B = A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cap A_4$.

B. $B = A_1 \cap A_2 \cup A_3 \cup A_4$.

C. $B = A_1 \cup A_2 \cap A_3 \cup A_4$.

D. $B = A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4$.

Lời giải

Gọi B là biến cố: “Bắn trúng bia ít nhất một lần”

$\overline{A_k}$ là biến cố lần thứ k ($k=1,2,3,4$) bắn không trúng bia.

Khi đó ta có $B = A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4$

Câu 11: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{4-\sqrt{9-x}}{2} & \text{khi } x \neq 0 \\ \frac{1}{2} & \text{khi } x = 0 \end{cases}$. Khi đó $f'(0)$ là kết quả nào sau đây?

A. $\frac{1}{4}$.

B. $\frac{1}{16}$.

C. $\frac{1}{32}$.

D. $\frac{1}{12}$.

Lời giải

Với $x \neq 0$ xét:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{4-\sqrt{9-x}}{2} - \frac{1}{2}}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3-\sqrt{9-x}}{2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{9-(9-x)}{2x(3+\sqrt{9-x})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{2(3+\sqrt{9-x})} = \frac{1}{12} \end{aligned}$$

Vậy $f'(0) = \frac{1}{12}$

Câu 12: Trên tập số thực $\mathbb{R}$, đạo hàm của hàm số $y = 3^{x^2-x}$ là:

A. $y' = (2x-1) \cdot 3^{x^2-x}$. **B.** $y' = (2x-1) \cdot 3^{x^2-x} \cdot \ln 3$.

C. $y' = (x^2-x) \cdot 3^{x^2-x+1}$. **D.** $y' = 3^{x^2-x-1}$

Lời giải

Ta có $y = 3^{x^2-x} \Rightarrow y' = (x^2-x)' \cdot 3^{x^2-x} \cdot \ln 3 = (2x-1) \cdot 3^{x^2-x} \cdot \ln 3$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với $(ABCD)$, tứ giác $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Gọi H là trung điểm của AB .

a) $SH \perp (ABCD)$.

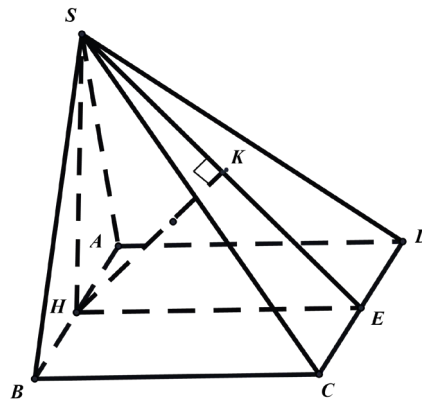
b) $d(A, (SCD)) = d(H, (SCD))$.

c) Gọi E là trung điểm của CD , khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SCD) là độ dài đoạn thẳng AK (Với K là hình chiếu của H lên SE , K thuộc SE).

d) Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SCD) bằng $\frac{a\sqrt{21}}{7}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------



a) **Đúng:** Do tam giác SAB đều và H là trung điểm của AB nên $SH \perp AB$.

$$\begin{cases} SH \perp AB \\ (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAB) \cap (ABCD) = AB \end{cases} \Rightarrow SH \perp (ABCD).$$

b) **Đúng:** Ta có: $AH \parallel CD \Rightarrow AH \parallel (SCD)$

$$\text{Vậy } d(A, (SCD)) = d(H, (SCD))$$

c) **Sai:** Ta có: $SH \perp (ABCD) \Rightarrow SH \perp CD$.

Do $ABCD$ là hình vuông nên gọi E là trung điểm CD thì $HE \perp CD$.

Vậy $CD \perp (SHE)$.

Mà $CD \subset (SCD)$ nên $(SCD) \perp (SHE)$.

Ta có $(SCD) \cap (SHE) = SE$.

Kẻ $HK \perp SE$ với $K \in SE$ nên $HK \perp (SCD)$.

Khi đó $d(A, (SCD)) = d(H, (SCD)) = HK$.

d) **Đúng:** Vì $AB = a$ nên $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Do $ABCD$ là hình vuông nên $HE = a$. Vì $SH \perp (ABCD) \Rightarrow SH \perp HE$.

Khi đó $\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HE^2} = \frac{7}{3a^2}$, nên $HK = \frac{a\sqrt{21}}{7}$.

Vậy $d(H, (SCD)) = \frac{a\sqrt{21}}{7}$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x) = 2x^3 + 2$.

a) Đạo hàm của hàm số $y = f(x)$ tại điểm $x_0 = 1$ là $f'(1) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$.

b) Hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm có hoành độ $x_0 = 1$ là $f'(1) = 6$.

c) Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm có hoành độ $x_0 = 1$ là $y = 6x - 2$.

d) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hai tiếp tuyến vuông góc với nhau.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------

a) Sai.

Đạo hàm của hàm số $y = f(x)$ tại điểm $x_0 = 1$ là $f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$.

b) Đúng.

Đạo hàm của hàm số $y = f(x)$ tại điểm $x_0 = 1$ là

$$f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(2x^3 + 2) - (2 \cdot 1^3 + 2)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2(x-1)(x^2 + x + 1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} 2(x^2 + x + 1) = 6.$$

Do đó hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm $x_0 = 1$ là $f'(1) = 6$.

c) Đúng.

Khi $x_0 = 1 \Rightarrow y_0 = 2 \cdot 1^3 + 2 = 4$. Do đó tiếp điểm là điểm $M(1; 4)$.

Hệ số góc của tiếp tuyến tại điểm $M(1; 4)$ là $f'(1) = 6$.

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $M(1; 4)$ là: $y = 6(x - 1) + 4$ hay $y = 6x - 2$.

d) Sai.

Với x_0 bất kì, ta có

$$f'(x_0) = 6x_0^2.$$

Gọi $A(x_A; y_A)$ và $B(x_B; y_B)$ là hai tiếp điểm của hai tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$.

Khi đó:

Hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm A là $f'(x_A) = 6x_A^2$.

Hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm B là $f'(x_B) = 6x_B^2$.

Để tiếp tuyến tại A và B vuông góc với nhau thì $f'(x_A) \cdot f'(x_B) = -1 \Leftrightarrow 6x_A^2 \cdot 6x_B^2 = -1$ (vô lý)

Vậy không tồn tại hai tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ vuông góc với nhau.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1: Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn $\log_a b = \frac{b}{8}$, $\log_2 a = \frac{16}{b}$. Tính giá trị của biểu thức $G = a + b$.

Lời giải

Trả lời: 20

Ta có: $\log_a b = \frac{b}{8}$ và $\log_2 a = \frac{16}{b} \Rightarrow \log_2 a \cdot \log_a b = \frac{16}{b} \cdot \frac{b}{8} \Leftrightarrow \log_2 b = 2 \Leftrightarrow b = 4$

$\Rightarrow \log_2 a = 4 \Leftrightarrow a = 16 \Rightarrow G = a + b = 16 + 4 = 20$.

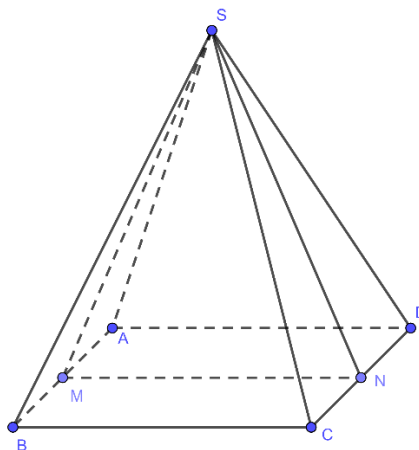
Câu 2: Trong một buổi dã ngoại, bạn Nam muốn dựng một cái lều hình kim tự tháp. Biết khoảng cách từ đỉnh lều tới một chân lều là 270 (cm) , góc nhị diện tạo bởi hai nửa mặt phẳng tương ứng chứa hai mái lều đối diện là 55° . Hỏi khoảng cách giữa hai chân lều liên tiếp Nam cần dựng bằng bao nhiêu milimet? (Làm tròn đến hàng đơn vị).



Lời giải

Trả lời: 2264

Cái lều cần dựng có hình dạng là hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ với $SA = 270 \text{ (cm)}$, góc nhị diện giữa hai nửa mặt phẳng (SAB) và (SCD) tương ứng chứa hai mái lều đối diện bằng 55° .



Khoảng cách giữa hai chân lều liên tiếp cần tìm là độ dài cạnh đáy hình chóp $S.ABCD$.

Đặt $AB = x(cm)$.

Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, CD .

Suy ra $\widehat{MSN} = 55^\circ, MN = x(cm), AM = \frac{x}{2}(cm)$.

Ta có $\triangle SAB$ cân tại S , M là trung điểm cạnh AB nên $\triangle SAM$ vuông tại M .

Suy ra: $SM = SN = \sqrt{SA^2 - AM^2} = \sqrt{270^2 - \frac{x^2}{4}}$.

$\triangle SMN$ có: $MN^2 = SM^2 + SN^2 - 2.SM.SN.\cos \widehat{MSN}$

$$\Rightarrow x^2 = 2.\left(270^2 - \frac{x^2}{4}\right) - 2.\left(270^2 - \frac{x^2}{4}\right).\cos 55^\circ$$

$$\Leftrightarrow x^2 \left(1 + \frac{1}{2} - \frac{\cos 55^\circ}{2}\right) = 2.270^2 (1 - \cos 55^\circ)$$

$$\Leftrightarrow x^2 = \frac{2.270^2 (1 - \cos 55^\circ)}{1 + \frac{1}{2} - \frac{\cos 55^\circ}{2}}$$

$$\Rightarrow x \approx 226,4(cm) \Rightarrow x \approx 2264(mm).$$

Câu 3: Nếu số lượng sản phẩm sản xuất được của một nhà máy là x (đơn vị: trăm sản phẩm) thì lợi nhuận sinh ra là $P(x) = -200x^2 + 12800x - 74000$ (nghìn đồng). Tính tốc độ thay đổi lợi nhuận của nhà máy đó khi sản xuất 1200 sản phẩm.

Lời giải

Trả lời: 8000

Ta có $P'(x) = -2.200x + 12800 = -400x + 12800$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Tốc độ thay đổi lợi nhuận của nhà máy đó khi sản xuất 1200 sản phẩm là

$$P'(12) = -400.12 + 12800 = 8000.$$

Câu 4: Một hộp đựng 40 viên bi trong đó có 20 viên bi đỏ, 10 viên bi xanh, 6 viên bi vàng, 4 viên bi trắng. Lấy ngẫu nhiên hai bi, xác suất biến cố A : “hai viên bi cùng màu” có dạng $P(A) = \frac{a}{b}$ là hai phân số tối giản. Tính $a + b$.

Lời giải

Trả lời: 259

Ta có: $n(\Omega) = C_{40}^2$

Gọi các biến cố D : “lấy được 2 viên bi đỏ” ta có: $n(D) = C_{20}^2 = 190$;

X : “lấy được 2 viên bi xanh” ta có: $n(X) = C_{10}^2 = 45$;

V : “lấy được 2 viên bi vàng” ta có: $n(V) = C_6^2 = 15$;

T : “lấy được 2 bi màu trắng” ta có: $n(T) = C_4^2 = 6$.

Ta có D, X, V, T là các biến cố đôi một xung khắc và $A = D \cup X \cup V \cup T$

$$P(A) = P(D) + P(X) + P(V) + P(T) = \frac{256}{C_{40}^2} = \frac{64}{195}.$$

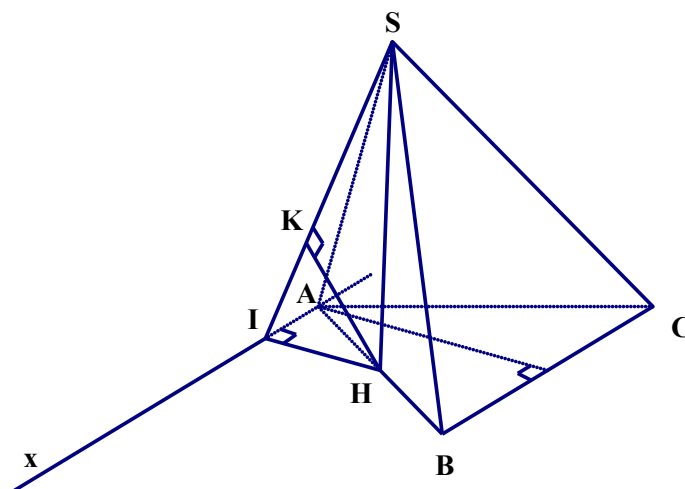
Ta có D, X, V, T là các biến cố đôi một xung khắc và $A = D \cup X \cup V \cup T$

$$P(A) = P(D) + P(X) + P(V) + P(T) = \frac{256}{C_{40}^2} = \frac{64}{195} = \frac{a}{b} \Rightarrow a + b = 259.$$

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng 3. Tam giác SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC bằng bao nhiêu? (làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải



Gọi H là trung điểm của đoạn thẳng AB . Tam giác SAB đều nên $SH \perp AB$.

Ta có :

$$\left. \begin{array}{l} (SAB) \perp (ABC) \\ (SAB) \cap (ABC) = AB \\ SH \perp AB \end{array} \right\} \Rightarrow SH \perp (ABC)$$

Kẻ $Ax \parallel BC$, suy ra $BC \parallel (SA, Ax)$.

$$d(BC, SA) = d(BC, (SA, Ax)) = d(B, (SA, Ax)) = 2d(H, (SA, Ax))$$

Kẻ $HI \perp Ax, I \in Ax$, kẻ $HK \perp SI, K \in SI$. Ta có $d(H, (SA, Ax)) = HK$.

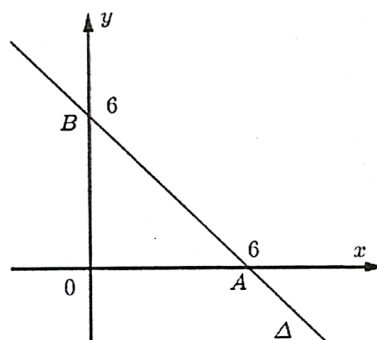
$$\text{Ta có: } IH = AH \cdot \sin 60^\circ = \frac{3\sqrt{3}}{4}, SH = \frac{3\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Tam giác } SHI \text{ có: } \frac{1}{HK^2} = \frac{1}{HI^2} + \frac{1}{HS^2} \Rightarrow HK = \frac{3\sqrt{15}}{10}.$$

$$\text{Vậy } d(BC, SA) = 2HK = \frac{3\sqrt{15}}{5} \approx 2,32.$$

Câu 2: Cho hàm số $y = \frac{9}{x}$ có đồ thị là (C) . Biết tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm $M(3;3)$ tạo với hai trục tọa độ một tam giác. Tính diện tích tam giác đó?

Lời giải



Ta có $y' = -\frac{9}{x^2}$, hệ số góc của tiếp tuyến tại điểm M là $y'(3) = -\frac{9}{3^2} = -1$.

Phương trình tiếp tuyến (Δ) với (C) tại tiếp điểm M là

$$y - 3 = -1(x - 3) \Leftrightarrow y = -x + 6$$

Biết (Δ) cắt trục hoành và trục tung lần lượt tại hai điểm $A(6;0), B(0;6)$ nên diện tích tam giác OAB vuông tại O bằng

$$S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2} OA \cdot OB = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 6 = 18 \quad (\text{đơn vị diện tích}).$$

Câu 3: Mai, Lan và 5 bạn cùng lớp xếp thành một hàng ngang theo thứ tự ngẫu nhiên. Tính xác suất của biến cố "Có ít nhất một trong hai bạn Mai và Lan đứng ở đầu hàng" (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

Lời giải

Số cách xếp 7 người thành một hàng ngang là $7!$.

Gọi A là biến cố "Mai đứng ở đầu hàng", B là biến cố "Lan đứng ở đầu hàng".

Xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{2 \cdot 6!}{7!} = \frac{2}{7}$.

Xác suất của biến cố B là $P(B) = \frac{2 \cdot 6!}{7!} = \frac{2}{7}$.

Xác suất của biến cố "Hai bạn Lan và Mai đứng ở hai đầu hàng" là:

$$P(AB) = \frac{2 \cdot 5!}{7!} = \frac{1}{21}.$$

Xác suất của biến cố "Có ít nhất một trong hai bạn Mai và Lan đứng ở đầu hàng" là:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = \frac{2}{7} + \frac{2}{7} - \frac{1}{21} = \frac{11}{21}$$

----- **HẾT** -----

ĐỀ ÔN KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ II

Môn: Toán 11 – Thời gian: 90 phút

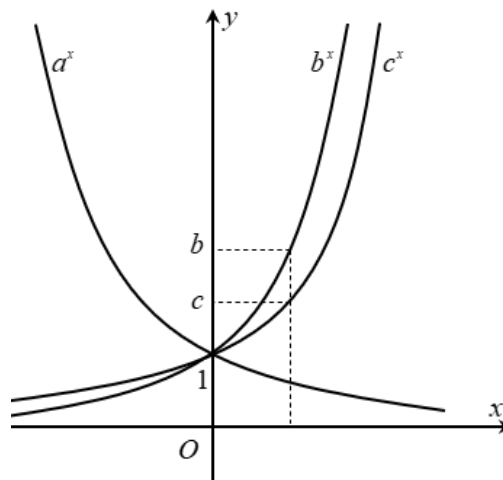
ĐỀ SỐ 03 – MÃ ĐỀ: 311

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho a, b là các số thực dương thỏa $a^{\frac{1}{3}} > a^{\frac{1}{6}}$ và $b^{\sqrt{3}} > b^{\sqrt{5}}$. Khẳng định nào sau đây đúng?
A. $a < 1; 0 < b < 1$. **B.** $a > 1; b < 1$. **C.** $0 < a < 1; b < 1$ **D.** $a > 1; 0 < b < 1$.

Câu 2: Tính giá trị biểu thức $\log_2(2\sqrt{2})$
A. -2 . **B.** $\frac{3}{2}$. **C.** 3 . **D.** -3 .

Câu 3: Cho a, b, c là ba số thực dương khác 1. Đồ thị hàm số $y = a^x, y = b^x, y = c^x$ được cho ở hình vẽ dưới đây. Mệnh nào nào sau đây đúng?



A. $a < b < c$. **B.** $b < c < a$. **C.** $c < a < b$. **D.** $a < c < b$.

Câu 4: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a; AA' = a\sqrt{3}$. Góc giữa hai đường thẳng AB' và CC' bằng
A. 30° . **B.** 60° . **C.** 45° . **D.** 90° .

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và $SA \perp (ABCD)$. Mệnh đề nào sau đây sai?
A. $BC \perp (SAB)$ **B.** $CD \perp (SAD)$ **C.** $BD \perp (SAC)$. **D.** $AC \perp (SBD)$

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và SA vuông góc với mặt đáy. Hình chiếu vuông góc của tam giác SCD lên mặt phẳng $(ABCD)$ là
A. $\triangle ACD$. **B.** $\triangle BCD$. **C.** $\triangle BAD$. **D.** $\triangle ABC$.

Câu 7: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O , cạnh bên SA vuông góc với đáy. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
A. $(SBC) \perp (SOA)$. **B.** $(SBD) \perp (SAC)$. **C.** $(SCD) \perp (SOA)$. **D.** $(SCD) \perp (SAD)$.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a . SA vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng CB và SA .

- A. $\frac{a}{2}$. B. $2a$. C. $a\sqrt{2}$. D. a .

Câu 9: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a, AD = 2a, SA$ vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

- A. $\frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$. B. $4\sqrt{3}a^3$. C. $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. D. $2\sqrt{3}a^3$.

Câu 10: Theo thống kê, lớp 11 A có 70% số bạn thích môn bóng đá, 50% số bạn thích môn bóng rổ và 30% số bạn thích cả hai môn. Tính tỉ lệ học sinh không thích cả hai môn bóng đá và bóng rổ của lớp 11 A.

- A. 20%. B. 25%. C. 15%. D. 10%.

Câu 11: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại giao điểm với đường thẳng $y = -2$.

- A. $y = -9x + 7; y = -2$. B. $y = -2$. C. $y = 9x + 7; y = -2$. D. $y = 9x + 7; y = 2$.

Câu 12: Trên khoảng $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$, đạo hàm của hàm số $y = \log(2x - 1)$ là

- A. $y' = \frac{1}{(2x-1)\ln 10}$. B. $y' = \frac{2}{(2x-1)\ln 10}$.
C. $y' = \frac{2}{2x-1}$. D. $y' = \frac{1}{2x-1}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho phương trình $\log_3(7 - 3^x) = 2 - x$.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Điều kiện xác định của phương trình là $x > \log_3 7$.		
b)	Mũ hóa cơ số 3 hai vế ta có phương trình tương đương $7 - 3^x = \frac{9}{3^x}$		
c)	Phương trình có hai nghiệm là $x_1 = \log_3(7 - \sqrt{13})$ và $x_2 = \log_3(7 + \sqrt{13})$		
d)	Tổng hai nghiệm x_1, x_2 của phương trình $x_1 + x_2 = 2$		

- Câu 2:** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 2. Gọi O, O' là tâm của hai đáy $ABCD$ và $A'B'C'D'$, I là giao điểm của BO' và DB' .
- Khoảng cách giữa hai mặt $(ABCD)$ và $(A'B'C'D')$ bằng 2.
 - Khoảng cách từ C đến $(BB'D'D)$ bằng đoạn CO .
 - Khoảng cách giữa hai đường thẳng AD' và DC' lớn hơn 2.
 - Khoảng cách từ B đến (CDI) bằng đoạn $2\sqrt{2}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

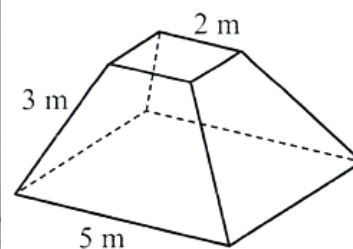
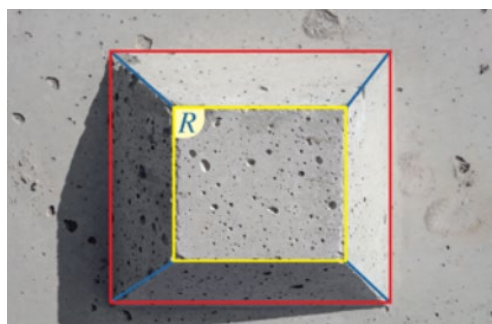
- Câu 1:** Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_2(x^2 - 3x + 2) \leq 1$ là
- Câu 2:** Cho biết kim tự tháp Memphis tại bang Tennessee (Mỹ) có dạng hình chóp tứ giác đều với chiều cao $98m$ và cạnh đáy $180m$. Số đo góc nhị diện tạo bởi mặt bên và mặt đáy bằng bao nhiêu độ (kết quả làm tròn đến một chữ số sau dấu phẩy)?



- Câu 3:** Cho hàm số $y = 4\sin^2 x \cdot \cos^3 x$, Tính giá trị $y'\left(\frac{\pi}{2}\right)$?
- Câu 4:** Tại giải Đua xe công thức 1 (F1) được tổ chức tại Abu Dhabi, giải đấu quy tụ 11 tay đua đến từ các đội đua xe nổi tiếng trên thế giới. Trong đó có 2 ứng cử viên cho chức vô địch là L.Hamilton (Mercedes) và M.Verstappen (Red Bull) với tỉ lệ vô địch lần lượt là 0.72 và 0.79. Tom cùng bố đi xem và đặt cược buổi ăn sáng, anh đặt Verstappen sẽ vô địch. Tính xác suất để Tom thắng được buổi sáng (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

PHẦN IV. Tự luận

- Câu 1:** Người ta xây dựng một chân tháp bằng bê tông có dạng khối chóp cụt tứ giác đều (Hình 46). Cạnh đáy dưới dài $5m$, cạnh đáy trên dài $2m$, cạnh bên dài $3m$. Biết rằng chân tháp được làm bằng bê tông tươi với giá tiền là $1.500.000$ đồng/ m^3 . Tính số tiền để mua bê tông tươi làm chân tháp theo đơn vị triệu đồng (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).



Hình 46

- Câu 2:** Cho hàm số $f(x) = \sqrt{x^3 - 2x^2 + x + 1}$. Tính tổng các nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ (làm tròn tới hàng phần trăm).
- Câu 3:** Một cửa hàng bán quần áo thống kê. Hãng A có 70% khách mua, hãng B có 50% khách mua và có 30% khách mua cả hai hãng đó. Chọn ngẫu nhiên một người mua hàng. Tính xác suất để người đó mua ít nhất một nhãn hàng?

----- **HẾT** -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

- Câu 1:** Cho a, b là các số thực dương thỏa $a^{\frac{1}{3}} > a^{\frac{1}{6}}$ và $b^{\sqrt{3}} > b^{\sqrt{5}}$. Khẳng định nào sau đây đúng?
- A. $a < 1; 0 < b < 1$. B. $a > 1; b < 1$. C. $0 < a < 1; b < 1$ **D. $a > 1; 0 < b < 1$.**

Lời giải

Ta có: $\frac{1}{3} > \frac{1}{6}$, lại có $a^{\frac{1}{3}} > a^{\frac{1}{6}} \Rightarrow a > 1$.

Ta có: $\sqrt{3} < \sqrt{5}$, lại có $b^{\sqrt{3}} > b^{\sqrt{5}} \Rightarrow 0 < b < 1$.

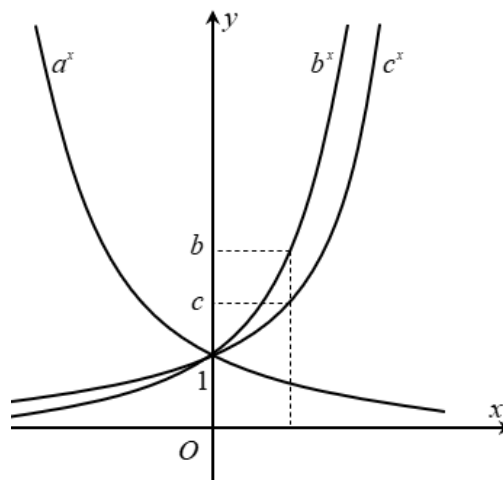
- Câu 2:** Tính giá trị biểu thức $\log_2(2\sqrt{2})$

- A. -2 . **B. $\frac{3}{2}$.** C. 3 . D. -3 .

Lời giải

Ta có $\log_2(2\sqrt{2}) = \log_2\left(2 \cdot 2^{\frac{1}{2}}\right) = \log_2\left(2^{\frac{3}{2}}\right) = \frac{3}{2}$.

- Câu 3:** Cho a, b, c là ba số thực dương khác 1. Đồ thị hàm số $y = a^x, y = b^x, y = c^x$ được cho ở hình vẽ dưới đây. Mệnh đề nào sau đây đúng?



- A. $a < b < c$. B. $b < c < a$. C. $c < a < b$. **D. $a < c < b$.**

Lời giải

Dựa vào đồ thị, dễ thấy $\begin{cases} 0 < a < 1 \\ b, c > 1 \end{cases}$.

Đường thẳng $x = 1$ cắt hai đồ thị $y = b^x, y = c^x$ lần lượt tại b, c và ta thấy $b > c$.

Vậy $a < c < b$.

- Câu 4:** Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a; AA' = a\sqrt{3}$. Góc giữa hai đường thẳng AB' và CC' bằng

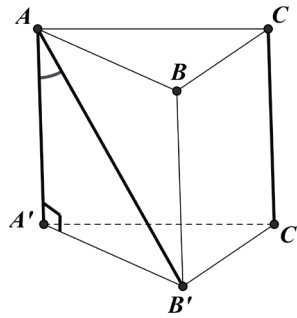
A. 30^0 .

B. 60^0 .

C. 45^0 .

D. 90^0 .

Lời giải



Vì $AA' // CC'$ nên góc giữa CC' và AB' bằng góc giữa AA' và AB' và bằng góc $\widehat{A'AB'}$

Với $AB = a$; $AA' = a\sqrt{3}$ thì $\tan \widehat{A'AB'} = \frac{A'B'}{AA'} = \frac{a}{a\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \widehat{A'AB'} = 30^0$

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và $SA \perp (ABCD)$. Mệnh đề nào sau đây sai?

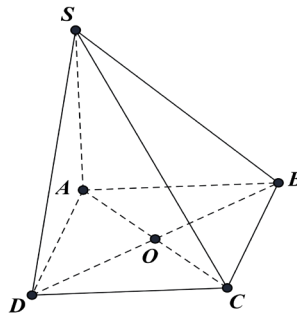
A. $BC \perp (SAB)$

B. $CD \perp (SAD)$

C. $BD \perp (SAC)$.

D. $AC \perp (SBD)$

Lời giải



Ta có: $BC \perp AB, BC \perp SA \Rightarrow BC \perp (SAB)$

Mặt khác: $CD \perp DA, CD \perp SA \Rightarrow CD \perp (SAD)$

Từ đó suy ra $BD \perp SO, BD \perp SA \Rightarrow BD \perp (SAC)$

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và SA vuông góc với mặt đáy. Hình chiếu vuông góc của tam giác SCD lên mặt phẳng $(ABCD)$ là

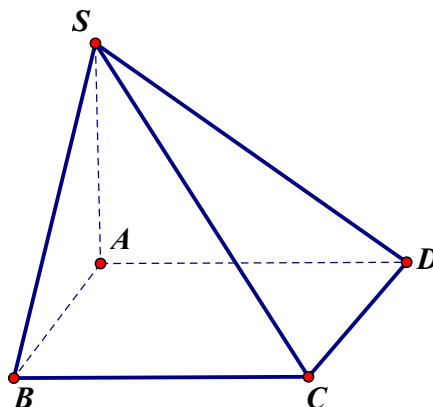
A. $\triangle ACD$.

B. $\triangle BCD$.

C. $\triangle BAD$.

D. $\triangle ABC$.

Lời giải



Ta có:

$$SA \perp (ABCD) (gt)$$

$$SD \cap (ABCD) = \{D\}$$

$$SC \cap (ABCD) = \{C\}$$

Hình chiếu vuông góc của của tam giác SCD lên mặt phẳng $(ABCD)$ là $\triangle ACD$.

Câu 7: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O , cạnh bên SA vuông góc với đáy. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** $(SBC) \perp (SOA)$. **B.** $(SBD) \perp (SAC)$. **C.** $(SCD) \perp (SOA)$. **D.** $(SCD) \perp (SAD)$.

Lời giải

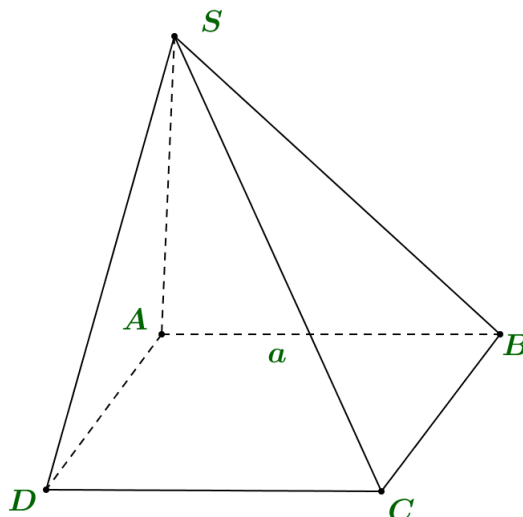
$$\text{Ta có } \begin{cases} BD \perp SA, BD \perp AC \\ SA, AC \subset (SAC) \\ SA \cap AC = A \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC).$$

$$\text{Mà } BD \subset (SBD) \Rightarrow (SBD) \perp (SAC).$$

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a . SA vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng CB và SA .

- A.** $\frac{a}{2}$. **B.** $2a$. **C.** $a\sqrt{2}$. **D.** a .

Lời giải

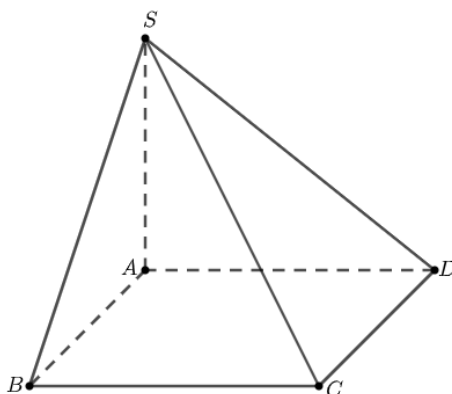


Ta có do $ABCD$ là hình vuông nên $AB \perp BC$. Mặt khác $SA \perp (ABCD)$ nên $SA \perp AB$.
 Từ đó ta có AB là đoạn vuông góc chung của 2 đường thẳng CB và SA .
 Vậy $d(BC, SA) = a$.

Câu 9: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a, AD = 2a, SA$ vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

- A. $\frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$. B. $4\sqrt{3}a^3$. C. $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. D. $2\sqrt{3}a^3$.

Lời giải



Thể tích khối chóp: $V = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{3} \cdot a \cdot 2a = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 10: Theo thống kê, lớp 11 A có 70% số bạn thích môn bóng đá, 50% số bạn thích môn bóng rổ và 30% số bạn thích cả hai môn. Tính tỉ lệ học sinh không thích cả hai môn bóng đá và bóng rổ của lớp 11 A.

- A. 20%. B. 25%. C. 15%. D. 10%.

Lời giải

Gọi A là biến cố học sinh thích bóng đá của lớp, B là biến cố học sinh thích bóng rổ của lớp.
 Khi đó $P(A) = 0,7$; $P(B) = 0,5$; $P(AB) = 0,3$.

Tỉ lệ học sinh thích một trong hai môn là

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = 0,7 + 0,5 - 0,3 = 0,9.$$

Tỉ lệ học sinh không thích cả hai môn bóng đá và bóng rổ là

$$P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0,9 = 0,1.$$

Câu 11: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại giao điểm với đường thẳng $y = -2$.

- A.** $y = -9x + 7$; $y = -2$. **B.** $y = -2$. **C.** $y = 9x + 7$; $y = -2$. **D.** $y = 9x + 7$; $y = 2$.

Lời giải

$$\text{Phương trình hoành độ giao điểm : } y = x^3 - 3x^2 + 2 = -2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}.$$

$$\text{Với } x = -1 \rightarrow \begin{cases} y = -2 \\ k = y'(-1) = 9 \end{cases}. \text{ Suy ra phương trình tiếp tuyến cần tìm là: } y = 9x + 7.$$

$$\text{Với } x = 2 \rightarrow \begin{cases} y = -2 \\ k = y'(2) = 0 \end{cases}. \text{ suy ra phương trình tiếp tuyến cần tìm là: } y = -2.$$

Câu 12: Trên khoảng $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$, đạo hàm của hàm số $y = \log(2x - 1)$ là

- A.** $y' = \frac{1}{(2x-1)\ln 10}$. **B.** $y' = \frac{2}{(2x-1)\ln 10}$.
C. $y' = \frac{2}{2x-1}$. **D.** $y' = \frac{1}{2x-1}$.

Lời giải

$$\text{Trên khoảng } \left(\frac{1}{2}; +\infty\right), \text{ ta có } y = \log(2x - 1) \Rightarrow y' = \frac{(2x-1)'}{(2x-1)\ln 10} = \frac{2}{(2x-1)\ln 10}.$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho phương trình $\log_3(7 - 3^x) = 2 - x$.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Điều kiện xác định của phương trình là $x > \log_3 7$.		
b)	Mũ hóa cơ số 3 hai vế ta có phương trình tương đương $7 - 3^x = \frac{9}{3^x}$		
c)	Phương trình có hai nghiệm là $x_1 = \log_3(7 - \sqrt{13})$ và $x_2 = \log_3(7 + \sqrt{13})$		
d)	Tổng hai nghiệm x_1, x_2 của phương trình $x_1 + x_2 = 2$		

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

a) Sai

Điều kiện xác định của phương trình là $x > \log_3 7$.

Điều kiện xác định của phương trình là $7 - 3^x > 0 \Leftrightarrow 3^x < 7 \Leftrightarrow x < \log_3 7$.

b) Đúng

Mũ hóa cơ số 3 hai vế ta có phương trình tương đương $7 - 3^x = \frac{9}{3^x}$

Mũ hóa cơ số 3 hai vế ta có $\log_3 (7 - 3^x) = 2 - x \Leftrightarrow 7 - 3^x = 3^{2-x} \Leftrightarrow 7 - 3^x = \frac{9}{3^x}$.

c) Sai

Phương trình có hai nghiệm là $x_1 = \log_3 (7 - \sqrt{13})$ và $x_2 = \log_3 (7 + \sqrt{13})$

Đặt $t = 3^x$, với $0 < t < 7$ suy ra $x = \log_3 t$.

Ta có phương trình $t^2 - 7t - 9 = 0$ có hai nghiệm $t_1 = \frac{7 - \sqrt{13}}{2}$ và $t_2 = \frac{7 + \sqrt{13}}{2}$.

Vậy có hai nghiệm x_1, x_2 là $x_1 = \log_3 \left(\frac{7 - \sqrt{13}}{2} \right)$ và $x_2 = \log_3 \left(\frac{7 + \sqrt{13}}{2} \right)$

d) Đúng

Tổng hai nghiệm x_1, x_2 của phương trình $x_1 + x_2 = 2$

Ta có $x_1 + x_2 = \log_3 t_1 + \log_3 t_2 = \log_3 t_1 t_2$

Theo định lý Vi-ét ta có $t_1 t_2 = 9$ nên $x_1 + x_2 = \log_3 9 = 2$.

Vậy $x_1 + x_2 = 2$.

Câu 2: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 2. Gọi O, O' là tâm của hai đáy $ABCD$ và $A'B'C'D'$, I là giao điểm của BO' và DB' .

a) Khoảng cách giữa hai mặt $(ABCD)$ và $(A'B'C'D')$ bằng 2.

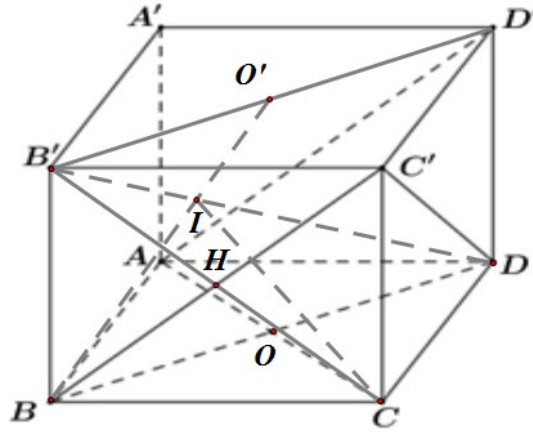
b) Khoảng cách từ C đến $(BB'D'D)$ bằng đoạn CO .

c) Khoảng cách giữa hai đường thẳng AD' và DC' lớn hơn 2.

d) Khoảng cách từ B đến (CDI) bằng đoạn $2\sqrt{2}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------



a) **Đúng:** Ta có $\begin{cases} AA' \perp (ABCD) \\ AA' \perp (A'B'C'D') \end{cases} \Rightarrow d((ABCD), (A'B'C'D')) = AA' = 2.$

b) **Đúng:** Ta có $\begin{cases} CO \perp BD \\ CO \perp BB' \end{cases} \Rightarrow CO \perp (BB'D'D) \Rightarrow d(C, (BB'D'D)) = CO.$

c) **Sai:** Ta có $AD' \parallel BC' \Rightarrow AD' \parallel (BDC') \Rightarrow d(AD', DC') = d(AD', (BDC')) = d(A, (BDC')) = d(C, (BDC')).$

$$\text{Mà } \frac{1}{d^2(C, (BDC'))} = \frac{1}{CB^2} + \frac{1}{CD^2} + \frac{1}{CC'^2} = \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^2} = \frac{3}{4} \Rightarrow d(C, (BDC')) = \frac{2\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{Vậy } d(AD', DC') = \frac{2\sqrt{3}}{3} < 2.$$

d) **Sai:** Ta có $I \in DB' \Rightarrow (CDI) \equiv (CDB') \Rightarrow d(B, (CDI)) = d(B, (CDB')).$

$$\text{Gọi } BC' \cap CB' = H \Rightarrow \begin{cases} BH \perp CB' \\ BH \perp CD \end{cases} \Rightarrow BH \perp (CDB') \Rightarrow d(B, (CDB')) = BH.$$

$$\text{Vậy } d(B, (CDI)) = BH = \frac{BC'}{2} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}.$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_2(x^2 - 3x + 2) \leq 1$ là

Lời giải

Trả lời: 2

$$\log_2(x^2 - 3x + 2) \leq 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3x + 2 > 0 \\ \log_2(x^2 - 3x + 2) \leq \log_2 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3x + 2 > 0 \\ x^2 - 3x + 2 \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3x + 2 > 0 \\ x^2 - 3x \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1 \\ x > 2 \\ 0 \leq x \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq x < 1 \\ 2 < x \leq 3 \end{cases}.$$

Tập nghiệm của bất phương trình là $S = [0;1) \cup (2;3]$

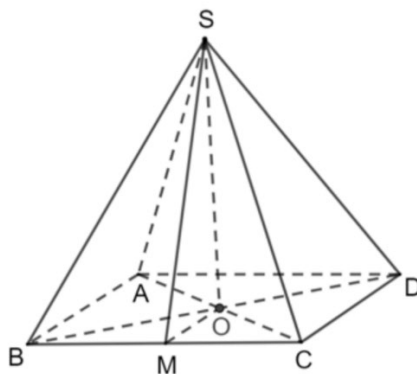
Số nghiệm nguyên của phương trình là 2.

Câu 2: Cho biết kim tự tháp Memphis tại bang Tennessee (Mỹ) có dạng hình chóp tứ giác đều với chiều cao $98m$ và cạnh đáy $180m$. Số đo góc nhị diện tạo bởi mặt bên và mặt đáy bằng bao nhiêu độ (kết quả làm tròn đến một chữ số sau dấu phẩy)?



Lời giải

Trả lời: 47,4



Mô hình hóa kim tự tháp bằng hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ với O là tâm đáy.

$SO = 98m, AB = 180m$.

Gọi M là trung điểm của BC . Khi đó $SM \perp BC, OM \perp BC$.

$$[(SBC), BC, (ABCD)] = [S, BC, O] = \widehat{SMO}.$$

$$OM = \frac{1}{2} AB = 90.$$

$$\tan \widehat{SMO} = \frac{SO}{MO} = \frac{98}{90} = \frac{49}{45} \Rightarrow \widehat{SMO} = 47,4^\circ.$$

Câu 3: Cho hàm số $y = 4 \sin^2 x \cdot \cos^3 x$, Tính giá trị $y' \left(\frac{\pi}{2} \right)$?

Lời giải

Trả lời: 0

$$\text{Có } y = 4 \sin^2 x \cdot \cos^3 x = (2 \cdot \sin x \cdot \cos x)^2 \cdot \cos x = \sin^2 2x \cdot \cos x$$

$$\Rightarrow y' = (\sin^2 2x)' \cdot \cos x + \sin^2 2x \cdot (\cos x)' = 2 \cdot \sin 2x \cdot 2 \cdot \cos 2x \cdot \cos x + \sin^2 2x \cdot (-\sin x)$$

$$\Rightarrow y' = 2.\sin 4x.\cos x - \sin^2 2x.\sin x \Rightarrow y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2.\sin\left(4.\frac{\pi}{2}\right).\cos\frac{\pi}{2} - \sin^2\left(2.\frac{\pi}{2}\right).\sin\frac{\pi}{2} = 0.$$

Câu 4: Tại giải Đua xe công thức 1 (F1) được tổ chức tại Abu Dhabi, giải đấu quy tụ 11 tay đua đến từ các đội đua xe nổi tiếng trên thế giới. Trong đó có 2 ứng cử viên cho chức vô địch là L.Hamilton (Mercedes) và M.Verstappen (Red Bull) với tỉ lệ vô địch lần lượt là 0.72 và 0.79. Tom cùng bố đi xem và đặt cược buổi ăn sáng, anh đặt Verstappen sẽ vô địch. Tính xác suất để Tom thắng được buổi sáng (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Trả lời: 0,22

Gọi A là biến cố: “Hamilton vô địch giải đua F1”

Gọi B là biến cố: “Verstappen vô địch giải đua F1”.

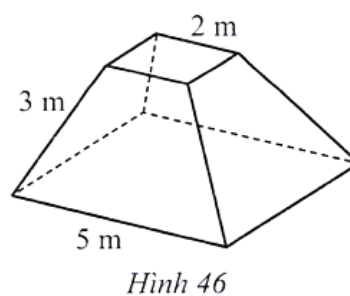
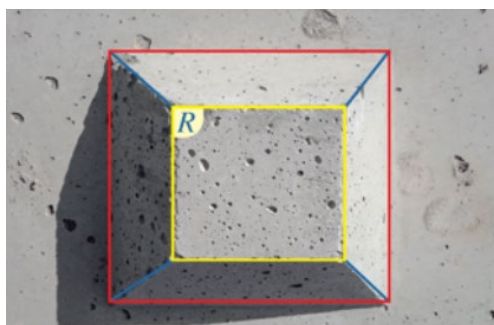
Ta thấy A và B là hai biến cố độc lập

$$\text{Theo giả thiết, ta có } \begin{cases} P(A) = 0,72 \Rightarrow P(\bar{A}) = 0,28. \\ P(B) = 0,79. \end{cases}$$

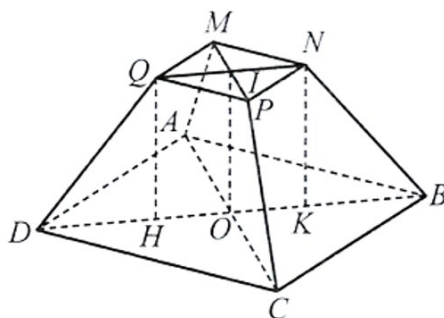
Khi đó, Tom sẽ thắng khi Verstappen vô địch, xác suất của biến cố này là $P(\bar{A}B) = P(\bar{A}).P(B) = 0,28.0,79 = 0,2212$.

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Người ta xây dựng một chân tháp bằng bê tông có dạng khối chóp cụt tứ giác đều (Hình 46). Cạnh đáy dưới dài 5 m, cạnh đáy trên dài 2 m, cạnh bên dài 3 m. Biết rằng chân tháp được làm bằng bê tông tươi với giá tiền là 1.500.000 đồng/m³. Tính số tiền để mua bê tông tươi làm chân tháp theo đơn vị triệu đồng (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).



Lời giải



Giả sử chân tháp là khối chóp cụt tứ giác đều $ABCD.MNPQ$ với $ABCD$ là hình vuông cạnh $5m$, $MNPQ$ là hình vuông cạnh $2m$, $AM = BN = CP = DQ = 3m$.

Vì DQ, NB cắt nhau nên D, Q, N, B đồng phẳng. Mà $(ABCD) // (MNPQ)$ nên $NQ // BD$

Gọi I là giao điểm của MP và NQ , O là giao điểm của AC và BD . Khi đó $IO \perp (MNPQ), IO \perp (ABCD)$.

Xét hình thang $QNBD$, gọi H là hình chiếu của Q trên BD , K là hình chiếu của N trên BD . Vì $IO \perp BD, QH \perp BD, NK \perp BD$ trong $(QNBD)$ nên $IO // QH // NK$.

Suy ra $QH \perp (MNPQ), QH \perp (ABCD)$ nên QH bằng chiều cao của khối chóp cụt đều.

Ngoài ra, ta có $QH = NK = IO$ và $QD = NB$. Suy ra $\triangle QHD = \triangle NKB$ nên ta có $HD = BK$

Bên cạnh đó, $QNKH$ là hình chữ nhật nên $QN = HK$. Từ đó ta có:

$$HD = \frac{BD - HK}{2} = \frac{\sqrt{AD^2 + AB^2} - \sqrt{MN^2 + MQ^2}}{2} = \frac{\sqrt{5^2 + 5^2} - \sqrt{2^2 + 2^2}}{2} = \frac{3\sqrt{2}}{2}(m)$$

$$\text{Xét tam giác } QHD \text{ vuông tại } H \text{ có: } QH = \sqrt{QD^2 - HD^2} = \sqrt{3^2 - \left(\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{3\sqrt{2}}{2}(m).$$

Diện tích của hai đáy là: $S_{ABCD} = AB^2 = 5^2 = 25(m^2), S_{MNPQ} = MN^2 = 2^2 = 4(m^2)$.

Suy ra thể tích của khối chóp cụt đều là:

$$V = \frac{1}{3}QH(S_{ABCD} + \sqrt{S_{ABCD} \cdot S_{MNPQ}} + S_{MNPQ}) = \frac{1}{3} \cdot \frac{3\sqrt{2}}{2}(25 + \sqrt{25 \cdot 4} + 4) = \frac{39\sqrt{2}}{2}(m^3).$$

Số tiền để mua bê tông tươi làm chân tháp là: $1500000 \cdot \frac{39\sqrt{2}}{2} \approx 41,365747$ (triệu đồng).

Câu 2: Cho hàm số $f(x) = \sqrt{x^3 - 2x^2 + x + 1}$. Tính tổng các nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ (làm tròn tới hàng phần trăm).

Lời giải

$$f(x) = \sqrt{x^3 - 2x^2 + x + 1} \Rightarrow f'(x) = \frac{3x^2 - 4x + 1}{2\sqrt{x^3 - 2x^2 + x + 1}}$$

$$\text{Xét } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{3x^2 - 4x + 1}{2\sqrt{x^3 - 2x^2 + x + 1}} = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^3 - 2x^2 + x + 1 > 0 \\ 3x^2 - 4x + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 1(tm) \\ x_2 = \frac{1}{3}(tm) \end{cases}$$

Vậy tổng các nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ là $x_1 + x_2 = \frac{4}{3} \approx 1,33$

Câu 3: Một cửa hàng bán quần áo thông kê. Hãng A có 70% khách mua, hãng B có 50% khách mua và có 30% khách mua cả hai hãng đó. Chọn ngẫu nhiên một người mua hàng. Tính xác suất để người đó mua ít nhất một nhãn hàng?

Lời giải

Gọi C là biến cố người khách mua nhãn hàng A,

D là biến cố người khách mua nhãn hàng **B**.

Xác suất để người đó mua ít nhất một nhãn hàng là.

$$P(C \cup D) = P(C) + P(D) - P(C \cap D) = \frac{7}{10} + \frac{1}{2} - \frac{3}{10} = \frac{9}{10} = 0,9.$$

----- **HẾT** -----

ĐỀ ÔN KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ II

Môn: Toán 11 – Thời gian: 90 phút

ĐỀ SỐ 04 – MÃ ĐỀ: 411

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho biểu thức $P = x^{-\frac{3}{4}} \cdot \sqrt{\sqrt{x^5}}$, $x > 0$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

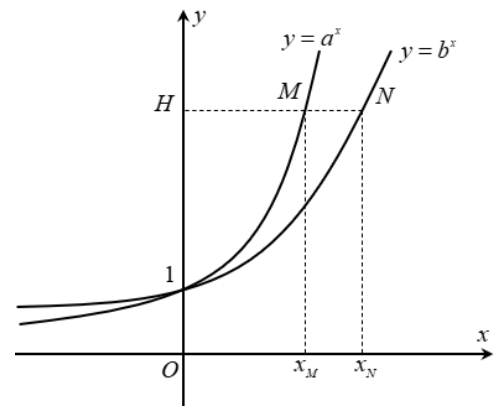
- A. $P = x^{-2}$ B. $P = x^{-\frac{1}{2}}$ C. $P = x^{\frac{1}{2}}$ D. $P = x^2$

Câu 2: Với mọi số thực a dương, $\log_2 \frac{a}{2}$ bằng

- A. $\frac{1}{2} \log_2 a$. B. $\log_2 a + 1$. C. $\log_2 a - 1$. D. $\log_2 a - 2$.

Câu 3: Cho a, b là các số thực dương khác 1, đường thẳng d song song trục hoành cắt trục tung, đồ thị hàm số $y = a^x$, đồ thị hàm số $y = b^x$ lần lượt tại H, M, N (như hình bên). Biết $HM = 3MN$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $4a = 3b$. B. $b^4 = a^3$.
C. $b^3 = a^4$. D. $3a = 4b$.



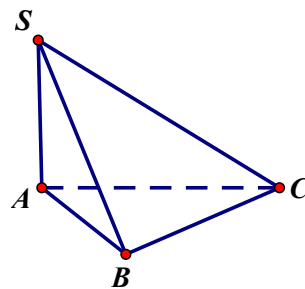
Câu 4: Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Góc giữa hai đường thẳng AC và DA_1 bằng

- A. 60° . B. 90° . C. 45° . D. 120° .

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bên và cạnh đáy bằng nhau và $ABCD$ là hình vuông tâm O . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng ?

- A. $SA \perp (ABCD)$ B. $SO \perp (ABCD)$ C. $AB \perp (SBC)$ D. $AC \perp (SBC)$

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $SA = 2a$, tam giác ABC vuông cân tại B và $AB = \sqrt{2}a$.



Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng

- A. 30° . B. 60° . C. 90° . D. 45°

- Câu 7:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O , $SA = SB = SC \neq SD$. Chọn khẳng định đúng.
A. $(SBD) \perp (ABCD)$. **B.** $(SAC) \perp (ABCD)$. **C.** $SO \perp (ABCD)$. **D.** $(SAD) \perp (SAB)$.
- Câu 8:** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Khoảng cách từ điểm A tới mặt phẳng $(A'BD)$ bằng
A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.
- Câu 9:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật có $AB = 2a\sqrt{3}$; $AD = 2a$. Mặt bên (SAB) là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Thể tích khối chóp $S.ABD$ là
A. $4\sqrt{3}a^3$. **B.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}a^3$. **C.** $4a^3$. **D.** $2\sqrt{3}a^3$.
- Câu 10:** Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên từ 1 đến 20. Xét các biến cố A : “Số được chọn chia hết cho 3”; B : “Số được chọn chia hết cho 4”. Khi đó biến cố $A \cap B$ là
A. $\{3; 4; 12\}$. **B.** $\{3; 4; 6; 8; 9; 12; 15; 16; 18; 20\}$.
C. $\{12\}$. **D.** $\{3; 6; 9; 12; 15; 18\}$.
- Câu 11:** Hàm số $f(x) = x^2 - 5x$ có đạo hàm tại $x = 2$ là
A. $f'(2) = -1$. **B.** $f'(2) = 9$. **C.** $f'(2) = -6$. **D.** $f'(2) = 10$.
- Câu 12:** Đạo hàm của hàm số $y = \ln \frac{x}{x+1}$
A. $-\frac{1}{x(x+1)}$. **B.** $\frac{x}{x+1}$. **C.** $\frac{x+1}{x}$. **D.** $\frac{1}{x(x+1)}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

- Câu 1:** Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a và góc nhị diện $[A', BC, A]$ bằng 30° .
a) Góc nhị diện $[A', BC, A]$ bằng góc $\widehat{A'MA}$, với M là trung điểm của BC .
b) Diện tích đáy của hình lăng trụ là $S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.
c) Chiều cao của hình lăng trụ bằng a .
d) Thể tích khối lăng trụ bằng $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

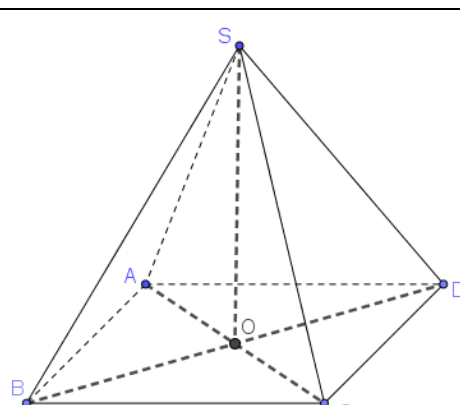
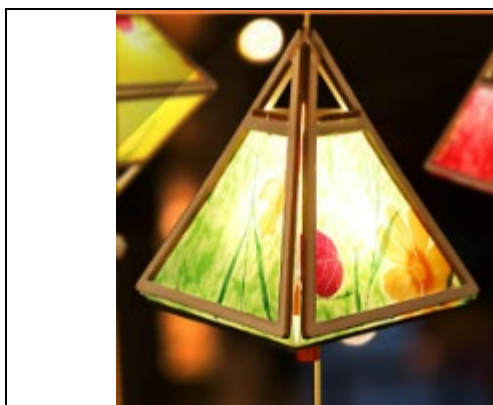
Câu 2: Có ba xạ thủ độc lập bắn mỗi người một viên đạn vào một bia. Gọi A là biến cố "người thứ nhất bắn trúng". B là biến cố "người thứ hai bắn trúng". C là biến cố "người thứ ba bắn trúng". Xác suất bắn trúng bia của người thứ nhất là $0,6$. Xác suất bắn trúng bia của người thứ hai là $0,5$. Xác suất bắn trúng bia của người thứ ba là $0,8$.

- Các biến cố $A, \bar{B}, \bar{C}$ là các biến cố độc lập.
- Biến cố "Có đúng một người bắn trúng bia" là $X = \bar{A}\bar{B}C \cup \bar{A}B\bar{C} \cup A\bar{B}\bar{C}$.
- Xác suất của biến cố có đúng một người bắn trúng bia là $0,26$.
- Xác suất của biến cố có ít nhất một người bắn trúng bia là $0,76$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1: Bất phương trình $\log_2(x^2 - x - 2) \geq \log_{0,5}(x - 1) + 1$ có bao nhiêu nghiệm nguyên thuộc $[0; 2023]$?

Câu 2: Bạn An muốn làm một chiếc đèn lồng bằng gỗ hình chóp tứ giác đều, có tất cả các cạnh bên và cạnh đáy đều bằng 20 cm như hình vẽ, được mô hình hóa bởi hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$. Để tạo nét độc đáo cho chiếc đèn, bạn An muốn trang trí một đoạn ruy băng nối từ một điểm trên cạnh BD đến một điểm trên cạnh bên SC . Chiều dài ngắn nhất của đoạn ruy băng là a (cm). Tìm a .



Câu 3: Một vật chuyển động có quãng đường được xác định bởi phương trình $s(t) = 2t^2 + 5t + 2$, trong đó s tính bằng mét và t là thời gian tính bằng giây. Tính vận tốc tức thời của vật tại thời điểm $t = 4$.

Câu 4: Một nhà máy sản xuất được hai lô hàng. Người ta lấy ngẫu nhiên từ mỗi lô hàng một sản phẩm. Xác suất để lấy được sản phẩm chất lượng tốt ở từng lô hàng lần lượt là $0,5$ và $0,8$. Tính xác suất để trong hai sản phẩm được lấy ra có đúng một sản phẩm có chất lượng tốt. (làm tròn đến hàng đơn vị).

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B có $AB = a, BC = a\sqrt{3}$. Biết $SA = 2a$ và $SA \perp (ABC)$.

a) Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) .

b) Gọi M là trung điểm của AC . Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBM)

Câu 2: Cho parabol (P) có phương trình $y = x^2$. Tìm hệ số góc tiếp tuyến của parabol (P) tại điểm A là giao điểm của (P) với đường thẳng $d: y = -3x + 2$, biết A có hoành độ dương, (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

Câu 3: Một tổ 10 người sẽ được chơi hai môn thể thao là cầu lông và bóng bàn. Có 5 bạn đăng ký chơi cầu lông, 4 bạn đăng ký chơi bóng bàn, có 2 bạn đăng ký chơi cả hai môn. Hỏi xác suất chọn được một bạn đăng ký chơi thể thao là bao nhiêu?

----- **HẾT** -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho biểu thức $P = x^{-\frac{3}{4}} \cdot \sqrt{\sqrt{x^5}}$, $x > 0$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $P = x^{-2}$ B. $P = x^{-\frac{1}{2}}$ C. $P = x^{\frac{1}{2}}$ D. $P = x^2$

Lời giải

$$\text{Ta có } P = x^{-\frac{3}{4}} \cdot \sqrt{\sqrt{x^5}} = x^{-\frac{3}{4}} \cdot x^{\frac{5}{4}} = x^{-\frac{3}{4} + \frac{5}{4}} = x^{\frac{1}{2}}.$$

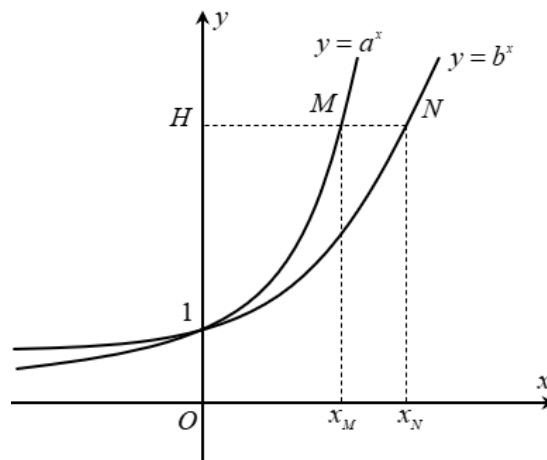
Câu 2: Với mọi số thực a dương, $\log_2 \frac{a}{2}$ bằng

- A. $\frac{1}{2} \log_2 a$. B. $\log_2 a + 1$. C. $\log_2 a - 1$. D. $\log_2 a - 2$.

Lời giải

$$\text{Có } \log_2 \frac{a}{2} = \log_2 a - \log_2 2 = \log_2 a - 1.$$

Câu 3: Cho a, b là các số thực dương khác 1, đường thẳng d song song trục hoành cắt trục tung, đồ thị hàm số $y = a^x$, đồ thị hàm số $y = b^x$ lần lượt tại H , M , N (như hình bên). Biết $HM = 3MN$. Mệnh đề nào sau đây đúng?



- A. $4a = 3b$. B. $b^4 = a^3$. C. $b^3 = a^4$. D. $3a = 4b$.

Lời giải

Đường thẳng d cắt đồ thị hàm số $y = a^x$ tại điểm $M(x_M; y_M) \Rightarrow y_M = a^{x_M}$.

Đường thẳng d cắt đồ thị hàm số $y = b^x$ tại điểm $N(x_N; y_N) \Rightarrow y_N = b^{x_N}$.

Mà $y_M = y_N \Rightarrow a^{x_M} = b^{x_N}$.

$$\text{Ta có: } HM = 3MN \Rightarrow HM = \frac{3}{4}HN \Rightarrow x_M = \frac{3}{4}x_N \Rightarrow a^{\frac{3}{4}x_N} = b^{x_N} \Leftrightarrow a^{\frac{3}{4}} = b \Leftrightarrow a^3 = b^4.$$

Câu 4: Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Góc giữa hai đường thẳng AC và DA_1 bằng

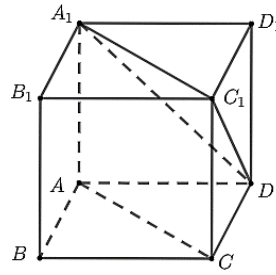
A. 60° .

B. 90° .

C. 45° .

D. 120° .

Lời giải



Ta có $AC \parallel A_1C_1$, do đó góc giữa $(AC, DA_1) = (A_1C_1, DA_1)$, bằng góc DA_1C_1 .

Do DA_1, A_1C_1, DC_1 là các đường chéo hình vuông nên bằng nhau. Vậy $\triangle DA_1C_1$ đều,

Vậy góc DA_1C_1 bằng 60° .

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bên và cạnh đáy bằng nhau và $ABCD$ là hình vuông tâm O . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng ?

A. $SA \perp (ABCD)$

B. $SO \perp (ABCD)$

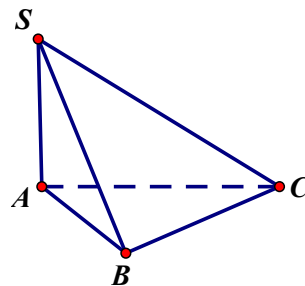
C. $AB \perp (SBC)$

D. $AC \perp (SBC)$

Lời giải

Hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bên và cạnh đáy bằng nhau suy ra $SO \perp (ABCD)$

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $SA = 2a$, tam giác ABC vuông cân tại B và $AB = \sqrt{2}a$.



Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng

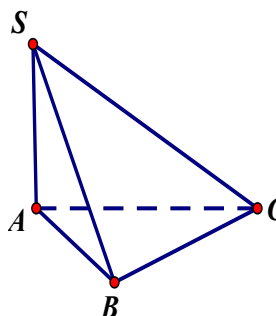
A. 30° .

B. 60° .

C. 90° .

D. 45°

Lời giải



Ta có: $\begin{cases} SC \cap (ABC) = \{C\} \\ SA \perp (ABC) \end{cases} \Rightarrow (\widehat{SC, (ABC)}) = (\widehat{SC, AC}) = \widehat{SCA}.$

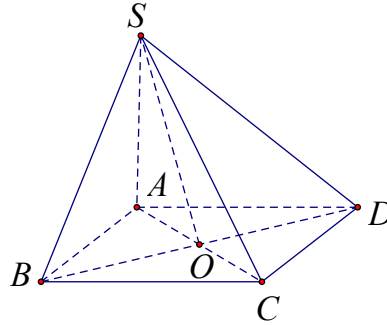
Mà: $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{2a^2 + 2a^2} = 2a = SA.$

Vì $\triangle SAC$ vuông cân tại A nên ta có $\widehat{SCA} = 45^\circ.$

Câu 7: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O , $SA = SB = SC \neq SD$. Chọn khẳng định đúng.

A. $(SBD) \perp (ABCD).$ **B.** $(SAC) \perp (ABCD).$ **C.** $SO \perp (ABCD).$ **D.** $(SAD) \perp (SAB).$

Lời giải

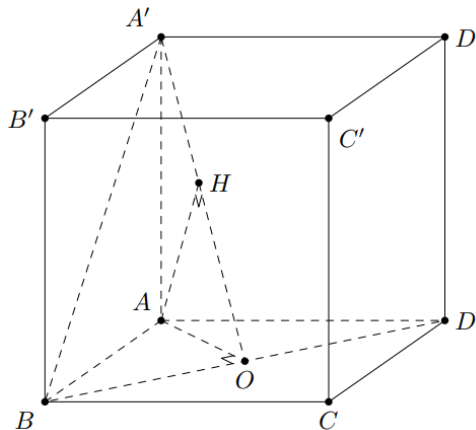


Ta có $AC \perp BD, AC \perp SO \Rightarrow AC \perp (SBD)$. Do $AC \subset (ABCD)$ nên $(ABCD) \perp (SBD)$.

Câu 8: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Khoảng cách từ điểm A tới mặt phẳng $(A'BD)$ bằng

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}.$ **B.** $\frac{a\sqrt{2}}{3}.$ **C.** $\frac{a\sqrt{6}}{3}.$ **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}.$

Lời giải



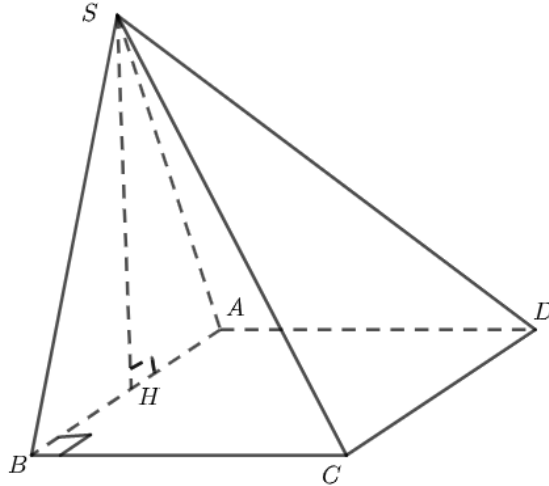
Có $OA = \frac{\sqrt{2}}{2}$. Khi đó $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{A'A^2} + \frac{1}{OA^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$

Vậy $d(A; (A'BD)) = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$

Câu 9: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật có $AB = 2a\sqrt{3}$; $AD = 2a$. Mặt bên (SAB) là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Thể tích khối chóp $S.ABD$ là

- A. $4\sqrt{3}a^3$. B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}a^3$. C. $4a^3$. D. $2\sqrt{3}a^3$.

Lời giải



Gọi H là trung điểm của đoạn thẳng AB suy ra SH là đường cao của tam giác SAB
 $\Rightarrow SH \perp AB$.

Mà $(SAB) \perp (ABCD) \Rightarrow SH \perp (ABCD)$

Vì tam giác SAB đều cạnh $2a\sqrt{3}$ nên $SH = AB \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 3a$.

Diện tích tam giác ABD : $S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2} AB \cdot AD = \frac{1}{2} \cdot 2a\sqrt{3} \cdot 2a = 2a^2\sqrt{3}$.

Thể tích khối chóp $S.ABD$: $V_{S.ABD} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABD} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot 2a^2\sqrt{3} \cdot 3a = 2\sqrt{3}a^3$.

Câu 10: Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên từ 1 đến 20. Xét các biến cố A : “Số được chọn chia hết cho 3”; B : “Số được chọn chia hết cho 4”. Khi đó biến cố $A \cap B$ là

- A. $\{3; 4; 12\}$. B. $\{3; 4; 6; 8; 9; 12; 15; 16; 18; 20\}$.
 C. $\{12\}$. D. $\{3; 6; 9; 12; 15; 18\}$.

Lời giải

Các phần tử của biến cố $A \cap B$ là số tự nhiên từ 1 đến 20 thỏa mãn vừa chia hết cho 3, vừa chia hết cho 4, tức là số đó chia hết cho 12.

Câu 11: Hàm số $f(x) = x^2 - 5x$ có đạo hàm tại $x = 2$ là

- A. $f'(2) = -1$. B. $f'(2) = 9$. C. $f'(2) = -6$. D. $f'(2) = 10$.

Lời giải

Ta có: $f(x) - f(2) = x^2 - 5x + 6 = (x-2)(x-3)$

Với $x \neq 2$, $\frac{f(x) - f(2)}{x-2} = \frac{(x-2)(x-3)}{x-2} = x-3$

Tính giới hạn: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} (x-3) = -1$

Vậy $f'(2) = -1$.

Câu 12: Đạo hàm của hàm số $y = \ln \frac{x}{x+1}$

A. $-\frac{1}{x(x+1)}$.

B. $\frac{x}{x+1}$.

C. $\frac{x+1}{x}$.

D. $\frac{1}{x(x+1)}$.

Lời giải

$$y' = \left(\ln \frac{x}{x+1} \right)' = \frac{\frac{1}{\frac{x}{x+1}}}{\frac{x}{x+1}} = \frac{1}{x(x+1)}.$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a và góc nhị diện $[A', BC, A]$ bằng 30° .

a) Góc nhị diện $[A', BC, A]$ bằng góc $\widehat{A'MA}$, với M là trung điểm của BC .

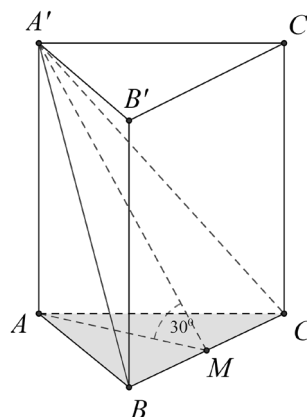
b) Diện tích đáy của hình lăng trụ là $S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

c) Chiều cao của hình lăng trụ bằng a .

d) Thể tích khối lăng trụ bằng $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------



a) **Đúng:** Góc nhị diện $[A', BC, A]$ là góc giữa hai nửa mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) cạnh BC .

Gọi M là trung điểm của BC .

Vì tam giác ABC đều nên $AM \perp BC$.

Lại có $AA' \perp BC$ nên $BC \perp A'M$.

Suy ra góc nhị diện $[A', BC, A]$ là góc $\widehat{A'MA} = 30^\circ$.

b) **Đúng:** Diện tích tam giác đều ABC là: $S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

c) **Sai:** Vì tam giác ABC đều cạnh a nên $AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Xét tam giác vuông $A'AM$ có $\tan \widehat{A'MA} = \frac{AA'}{AM} \Leftrightarrow AA' = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \tan 30^\circ = \frac{a}{2}$.

d) **Sai:** Thể tích khối lăng trụ là: $V = S_{ABC} \cdot AA' = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Câu 2: Có ba xạ thủ độc lập bắn mỗi người một viên đạn vào một bia. Gọi A là biến cố "người thứ nhất bắn trúng". B là biến cố "người thứ hai bắn trúng". C là biến cố "người thứ ba bắn trúng". Xác suất bắn trúng bia của người thứ nhất là $0,6$. Xác suất bắn trúng bia của người thứ hai là $0,5$. Xác suất bắn trúng bia của người thứ ba là $0,8$.

a) Các biến cố $A, \overline{B}, \overline{C}$ là các biến cố độc lập.

b) Biến cố "Có đúng một người bắn trúng bia" là $X = \overline{A}\overline{B}C \cup \overline{A}B\overline{C} \cup A\overline{B}\overline{C}$.

c) Xác suất của biến cố có đúng một người bắn trúng bia là $0,26$.

d) Xác suất của biến cố có ít nhất một người bắn trúng bia là $0,76$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
----------------	----------------	----------------	---------------

a) **Đúng.**

Do A, B, C độc lập nên các biến cố $A, \overline{B}, \overline{C}$ cũng độc lập.

b) **Đúng.**

Xét 3 trường hợp:

+ TH 1: Người thứ nhất bắn trúng bia, người thứ hai và người thứ ba không bắn trúng bia.

+ TH 2: Người thứ hai bắn trúng bia, người thứ nhất và người thứ ba không bắn trúng bia.

+ TH 3: Người thứ ba bắn trúng bia, người thứ nhất và người thứ hai không bắn trúng bia.

Vì cả 3 trường hợp trên không đồng thời xảy ra nên biến cố có đúng một người bắn trúng bia là $X = \overline{A}\overline{B}C \cup \overline{A}B\overline{C} \cup A\overline{B}\overline{C}$.

c) **Đúng**

Vì các biến cố $A, \bar{B}, \bar{C}; \bar{A}, B, \bar{C}; \bar{A}, \bar{B}, C$ độc lập và các biến cố $\overline{ABC}, \overline{ABC}, \overline{ABC}$ xung khắc nên ta có

$$P(X) = P(\overline{ABC}) + P(\overline{ABC}) + P(\overline{ABC})$$

$$P(X) = P(A)P(\bar{B})P(\bar{C}) + P(\bar{A})P(B)P(\bar{C}) + P(\bar{A})P(\bar{B})P(C)$$

$$P(X) = 0,6 \times 0,5 \times 0,2 + 0,4 \times 0,5 \times 0,2 + 0,4 \times 0,5 \times 0,8 = 0,26.$$

d) Sai.

Gọi T là biến cố "Có ít nhất 1 người bắn trúng bia", suy ra $\bar{T}$ là biến cố "Cả 3 người không bắn trúng bia". $P(T) = 1 - P(\bar{T}) = 1 - 0,4 \times 0,5 \times 0,2 = 0,96$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1: Bất phương trình $\log_2(x^2 - x - 2) \geq \log_{0,5}(x - 1) + 1$ có bao nhiêu nghiệm nguyên thuộc $[0; 2023]$?

Lời giải

Trả lời: 2021

Ta có: $\log_2(x^2 - x - 2) \geq \log_{0,5}(x - 1) + 1$

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x - 1 > 0 \\ x^2 - x - 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x < -1 \Leftrightarrow x > 2 \\ x > 2 \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } \log_2(x^2 - x - 2) \geq \log_{0,5}(x - 1) + 1 \Leftrightarrow \log_2(x^2 - x - 2) \geq -\log_2(x - 1) + 1$$

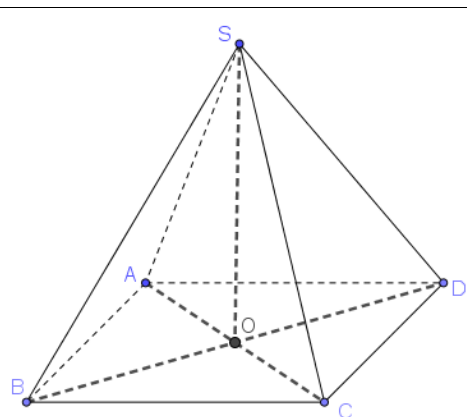
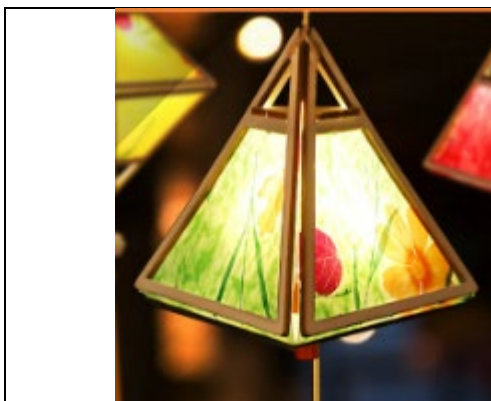
$$\Leftrightarrow \log_2(x^2 - x - 2)(x - 1) \geq 1 \Leftrightarrow (x^2 - x - 2)(x - 1) \geq 2 \Leftrightarrow x^3 - 2x^2 - x \geq 0$$

$$\Leftrightarrow x \in [1 - \sqrt{2}; 0] \cup [1 + \sqrt{2}; +\infty)$$

$$\text{So với điều kiện } \Rightarrow x \in [1 + \sqrt{2}; +\infty)$$

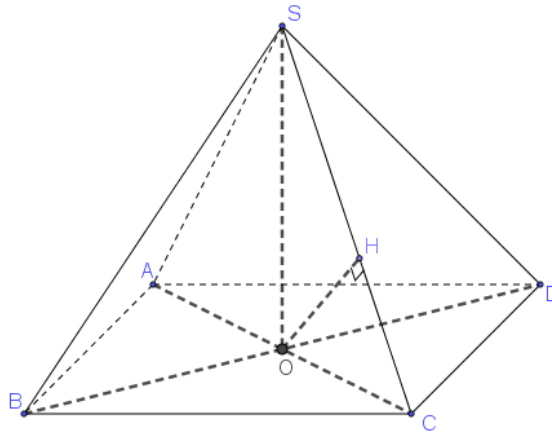
Vậy có 2021 nghiệm nguyên x thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 2: Bạn An muốn làm một chiếc đèn lồng bằng gỗ hình chóp tứ giác đều, có tất cả các cạnh bên và cạnh đáy đều bằng 20 cm như hình vẽ, được mô hình hóa bởi hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$. Để tạo nét độc đáo cho chiếc đèn, bạn An muốn trang trí một đoạn ruy băng nổi từ một điểm trên cạnh BD đến một điểm trên cạnh bên SC . Chiều dài ngắn nhất của đoạn ruy băng là a (cm). Tìm a .



Lời giải

Trả lời: 10



+ Do đèn lồng có dạng hình chóp tứ giác đều được mô hình hóa bởi hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ nên $ABCD$ là hình vuông và $SO \perp (ABCD)$.

+ Vì BD và SC chéo nhau nên đoạn ruy băng nối từ một điểm trên cạnh BD đến một điểm trên cạnh bên SC ngắn nhất chính là đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng BD và SC .

+ $SO \perp (ABCD) \Rightarrow SO \perp BD$. Lại có $BD \perp AC$. Do đó $BD \perp (SAC)$ tại O .

Kẻ $OH \perp SC$ tại H . Vì $\begin{cases} BD \perp (SAC) \\ OH \subset (SAC) \end{cases} \Rightarrow BD \perp OH$ tại O .

Do đó $d(BD; SC) = OH$.

+ Vì $ABCD$ là hình vuông cạnh 20 cm nên $OC = 10\sqrt{2}$ cm;
 $SO = \sqrt{SC^2 - OC^2} = \sqrt{20^2 - (10\sqrt{2})^2} = 10\sqrt{2}$ cm

Tam giác HCO đồng dạng với tam giác OCS nên ta có

$$OH = \frac{SO \cdot CO}{SC} = \frac{10\sqrt{2} \cdot 10\sqrt{2}}{20} = 10 \text{ cm.}$$

Vậy chiều dài ngắn nhất của đoạn ruy băng là 10 cm.

Câu 3: Một vật chuyển động có quãng đường được xác định bởi phương trình $s(t) = 2t^2 + 5t + 2$, trong đó s tính bằng mét và t là thời gian tính bằng giây. Tính vận tốc tức thời của vật tại thời điểm $t = 4$.

Lời giải

Trả lời: 21

Ta có: vận tốc của vật tại thời điểm t là $v(t) = s'(t) = 4t + 5$.

Vận tốc tức thời của vật tại thời điểm $t = 4$ là $v(4) = 4 \cdot 4 + 5 = 21 \text{ m/s}$.

Câu 4: Một nhà máy sản xuất được hai lô hàng. Người ta lấy ngẫu nhiên từ mỗi lô hàng một sản phẩm. Xác suất để lấy được sản phẩm chất lượng tốt ở từng lô hàng lần lượt là 0,5 và 0,8. Tính xác suất để trong hai sản phẩm được lấy ra có đúng một sản phẩm có chất lượng tốt. (làm tròn đến hàng đơn vị).

Lời giải

Trả lời: 0,5

Gọi các biến cố A : “ Lấy được sản phẩm tốt từ lô hàng thứ nhất ” và B : “ Lấy được sản phẩm tốt từ lô hàng thứ hai ”.

Gọi biến cố X : “ trong hai sản phẩm lấy ra có đúng một sản phẩm có chất lượng tốt ”.

Ta có: $X = \overline{A}.B \cup A.\overline{B}$

Vì $\overline{A}.B$ và $A.\overline{B}$ xung khắc đồng thời các cặp biến cố $(\overline{A}, B)$ và $(A, \overline{B})$ độc lập nên ta có

$$P(X) = P(\overline{A}.B \cup A.\overline{B}) = P(\overline{A}.B) + P(A.\overline{B}) = P(\overline{A}).P(B) + P(A).P(\overline{B})$$

$$= (1 - 0,5).0,8 + (1 - 0,8).0,5 = 0,5.$$

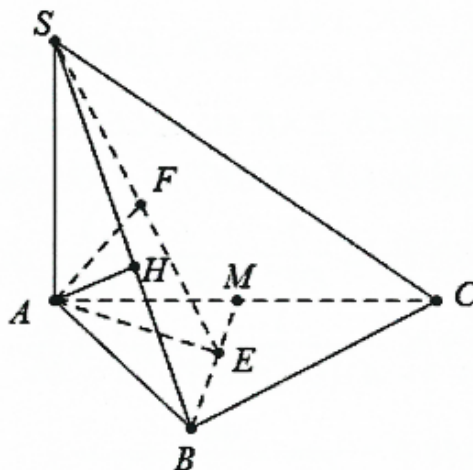
PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B có $AB = a, BC = a\sqrt{3}$. Biết $SA = 2a$ và $SA \perp (ABC)$.

a) Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) .

b) Gọi M là trung điểm của AC . Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBM)

Lời giải



a) Ta có: $AB \perp BC$, mặt khác $BC \perp SA \Rightarrow BC \perp (SAB)$.

$$\text{Dựng } AH \perp SB \Rightarrow \begin{cases} AH \perp SB \\ AH \perp BC \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBC).$$

$$\text{Khi đó } d(A; (SBC)) = AH = \frac{SA \cdot AB}{\sqrt{SA^2 + AB^2}} = \frac{2a}{\sqrt{5}}$$

b) Dựng $AE \perp BM, AF \perp SE$ ta có: $\begin{cases} AE \perp BM \\ SA \perp BM \end{cases} \Rightarrow BM \perp (SAE) \Rightarrow BM \perp AF$

Khi đó: $\begin{cases} AF \perp SE \\ AF \perp BM \end{cases} \Rightarrow AF \perp (SBM)$

Ta có: $AB = a, AC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = 2a$. Do BM là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền nên $BM = \frac{1}{2}AC = AM = AB = a \Rightarrow \triangle ABM$ đều cạnh $a \Rightarrow AE = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Khi đó $d(A; (SBM)) = \frac{AE \cdot SA}{\sqrt{AE^2 + SA^2}} = \frac{2a\sqrt{57}}{19}$

Câu 2: Cho parabol (P) có phương trình $y = x^2$. Tìm hệ số góc tiếp tuyến của parabol (P) tại điểm A là giao điểm của (P) với đường thẳng $d: y = -3x + 2$, biết A có hoành độ dương, (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

Lời giải

Ta có $f'(x) = 2x$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và d là:

$$x^2 = -3x + 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-3 + \sqrt{17}}{2} (n) \\ x = \frac{-3 - \sqrt{17}}{2} (l) \end{cases}$$

Suy ra $x_A = \frac{-3 + \sqrt{17}}{2}$, từ đó tính được hệ số góc tiếp tuyến tại điểm A là

$$k_A = f'(x_A) = f'\left(\frac{-3 + \sqrt{17}}{2}\right) = -3 + \sqrt{17} \approx 1,1.$$

Câu 3: Một tổ 10 người sẽ được chơi hai môn thể thao là cầu lông và bóng bàn. Có 5 bạn đăng ký chơi cầu lông, 4 bạn đăng ký chơi bóng bàn, có 2 bạn đăng ký chơi cả hai môn. Hỏi xác suất chọn được một bạn đăng ký chơi thể thao là bao nhiêu?

Lời giải

Gọi A là biến cố "Chọn được học sinh chơi cầu lông".

Gọi B là biến cố "Chọn được học sinh chơi bóng bàn".

Để chọn được học sinh đăng ký chơi thể thao (tức là, học sinh đó đăng ký bóng bàn, hoặc cầu lông, hoặc đăng ký cả hai môn), biến cố thể hiện điều đó là $A \cup B$.

Vì A và B là hai biến cố không độc lập (có học sinh chọn chơi cả hai môn) nên

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = \frac{5 + 4 - 2}{10} = \frac{7}{10} = 0,7$$

----- **HẾT** -----

ĐỀ ÔN KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ II

Môn: Toán 11 – Thời gian: 90 phút

ĐỀ SỐ 05 – MÃ ĐỀ: 511

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

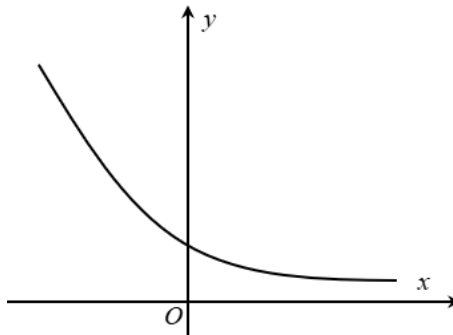
Câu 1: Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A. $\left(\frac{3}{7}\right)^{\sqrt{3}} > \left(\frac{5}{8}\right)^{\sqrt{3}}$. B. $\left(\frac{1}{2}\right)^{-\pi} < \left(\frac{1}{3}\right)^{-\pi}$. C. $3^{-\sqrt{2}} < \left(\frac{1}{5}\right)^{\sqrt{2}}$. D. $\left(\frac{1}{4}\right)^{-50} < (\sqrt{2})^{100}$.

Câu 2: Cho a, b, c là các số thực dương, trong đó $a, b > 1$ và thỏa mãn $\log_a c = 3$, $\log_b c = 4$. Tính giá trị biểu thức $P = \log_{ab} c$?

- A. $P = \frac{12}{7}$. B. $P = \frac{7}{12}$. C. $P = \frac{1}{12}$. D. $P = 12$.

Câu 3: Đường cong trong hình bên là của đồ thị hàm số nào sau đây?

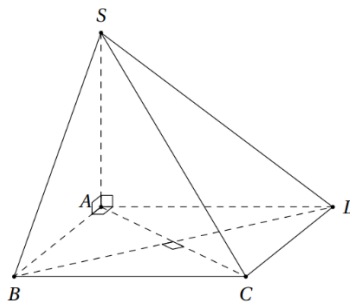


- A. $y = \log_2 x$. B. $y = (0,8)^x$. C. $y = \log_{0,4} x$. D. $y = (\sqrt{2})^x$.

Câu 4: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Số đo góc giữa hai đường thẳng SA và CD bằng

- A. 30° . B. 90° . C. 60° . D. 45° .

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông và SA vuông góc với đáy. Khẳng định nào sau đây đúng?



- A. $AC \perp (SCD)$. B. $BD \perp (SAD)$. C. $AC \perp (SBD)$. D. $BD \perp (SAC)$.

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông tại B , I là trung điểm AC và $SA = SB = SC$. Hình chiếu của điểm S trên mặt phẳng (ABC) là

- A. B . B. D . C. A . D. I .

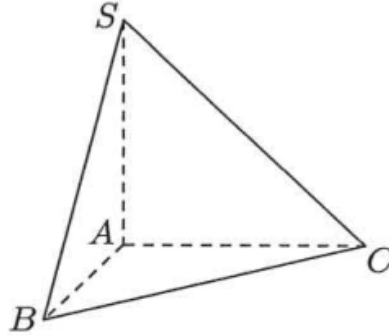
Câu 7: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Góc phẳng nhị diện $[S, BC, A]$ là

- A. $\widehat{SBA}$. B. $\widehat{SCA}$. C. $\widehat{ASC}$. D. $\widehat{ASB}$.

Câu 8: Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$, biết $AB = AA' = a$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng

- A. $a\sqrt{3}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. D. a .

Câu 9: Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại A , $AB = 2$; SA vuông góc với đáy và $SA = 3$ (tham khảo hình vẽ).



Thể tích khối chóp đã cho bằng

- A. 12. B. 2. C. 6. D. 4.

Câu 10: Hai xạ thủ cùng bắn vào bia. Xác suất người thứ nhất bắn trúng là 80%. Xác suất người thứ hai bắn trúng là 70%. Xác suất để cả hai người cùng bắn trúng là

- A. 50%. B. 32,6%. C. 60%. D. 56%.

Câu 11: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $y = -\frac{1}{45}x$.

- A. $y = 45x - 173$; $y = 45x + 83$. B. $y = 45x - 173$.
C. $y = 45x + 173$; $y = 45x - 83$. D. $y = 45x - 83$.

Câu 12: Tính đạo hàm của hàm số $f(x) = e^{2x-3}$.

- A. $f'(x) = 2.e^{2x-3}$. B. $f'(x) = e^{2x-3}$. C. $f'(x) = -2.e^{2x-3}$. D. $f'(x) = 2.e^{x-3}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có $AB = a$, $SA = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

- a) Chiều cao của khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{a\sqrt{6}}{6}$.
b) Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.
c) Số đo góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 30° .
d) Côsin của số đo góc nhị diện $[S, CD, B]$ bằng $\frac{\sqrt{15}}{15}$.

Câu 2: Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$ có đồ thị (C)

- a) Hàm số không có đạo hàm tại $x_0 = 2$.
- b) Đạo hàm của hàm số tại $x_0 = 1$ là $f'(1) = 3$.
- c) Tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm M có hoành độ $x_0 = 1$ có hệ số góc là $k = -3$.
- d) Phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm M có hoành độ $x_0 = 1$ là $y = -3x - 1$.

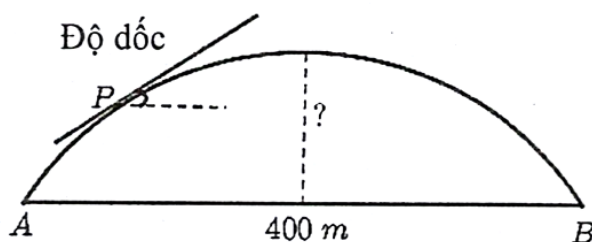
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1: Giả sử số lượng một bầy ruồi tại thời điểm t được tính theo công thức là $N(t) = N_0 \cdot e^{kt}$, trong đó N_0 là số lượng bầy ruồi tại thời điểm $t = 0$ và k là hằng số tăng trưởng của bầy ruồi. Biết số lượng bầy ruồi tăng lên gấp đôi sau 9 ngày và biết $N_0 = 100$ con. Hỏi sau bao nhiêu ngày bầy ruồi có 800 con?

Câu 2: Kim tự tháp Kheops ở Ai Cập có dạng là hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy dài 262 mét, cạnh bên dài 230 mét. Khi xây dựng kim tự tháp người Ai Cập cổ đại đã tính toán xây dựng một đường hầm lấy sáng tự nhiên từ một mặt bên đến tâm đáy ngắn nhất. Khoảng cách xây đường hầm đó là bao nhiêu? (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).



Câu 3: Người ta xây dựng một cây cầu vượt giao thông hình parabol nối hai điểm có khoảng cách là 400m. Độ dốc của mặt cầu không vượt quá 10° (độ dốc tại một điểm được xác định bởi góc giữa phương tiếp xúc với mặt cầu và phương ngang). Tính chiều cao giới hạn từ đỉnh cầu đến mặt đường (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



Câu 4: Hai xạ thủ An và Bình cùng bắn độc lập vào một mục tiêu. Xác suất để xạ thủ An và Bình bắn trúng mục tiêu lần lượt là $\frac{4}{5}$ và $\frac{9}{10}$. Xác suất để có đúng một xạ thủ bắn trúng mục tiêu bằng $\frac{a}{b}$ (phân số tối giản). Khi đó tổng $a + b$ bằng bao nhiêu?

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $SA = a$. Tam giác ABC vuông cân tại A , $BC = a\sqrt{2}$. Gọi M là trung điểm của AB . Tính khoảng cách từ M đến mặt phẳng (SBC) .

Câu 2: Cho hàm số $f(x) = \log_2(x^2 + 1)$, tính $f'(1)$

Câu 3: Một lớp học 42 học sinh gồm có 12 học sinh giỏi Toán, 20 học sinh giỏi Văn và 8 học sinh giỏi cả Văn lẫn Toán. Chọn ngẫu nhiên một học sinh. Tính xác suất để chọn được một sinh giỏi Toán hoặc một sinh giỏi Văn? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

----- **HẾT** -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A.** $\left(\frac{3}{7}\right)^{\sqrt{3}} > \left(\frac{5}{8}\right)^{\sqrt{3}}$. **B.** $\left(\frac{1}{2}\right)^{-\pi} < \left(\frac{1}{3}\right)^{-\pi}$. **C.** $3^{-\sqrt{2}} < \left(\frac{1}{5}\right)^{\sqrt{2}}$. **D.** $\left(\frac{1}{4}\right)^{-50} < (\sqrt{2})^{100}$.

Lời giải

Ta có:

$$\left(\frac{3}{7}\right) < \left(\frac{5}{8}\right) \Rightarrow \left(\frac{3}{7}\right)^{\sqrt{3}} < \left(\frac{5}{8}\right)^{\sqrt{3}}. \text{ Phương án A Sai.}$$

$$\frac{1}{2} > \frac{1}{3} \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{-\pi} < \left(\frac{1}{3}\right)^{-\pi}. \text{ Phương án B Đúng.}$$

$$3 < 5 \Rightarrow 3^{-\sqrt{2}} > 5^{-\sqrt{2}} \Rightarrow 3^{-\sqrt{2}} > \left(\frac{1}{5}\right)^{\sqrt{2}}. \text{ Phương án C Sai.}$$

$$\left(\frac{1}{4}\right)^{-50} < (\sqrt{2})^{100} \Rightarrow (2^{-2})^{-50} < (2)^{100} \Rightarrow 2^{100} < 2^{100}. \text{ Phương án D Sai.}$$

Câu 2: Cho a, b, c là các số thực dương, trong đó $a, b > 1$ và thỏa mãn $\log_a c = 3$, $\log_b c = 4$. Tính giá trị biểu thức $P = \log_{ab} c$?

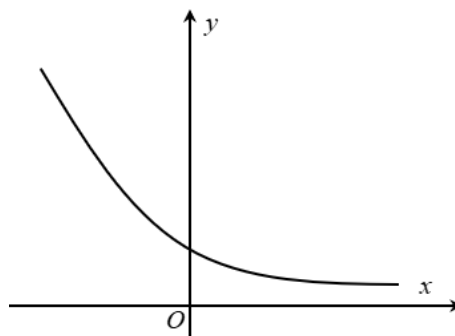
- A.** $P = \frac{12}{7}$. **B.** $P = \frac{7}{12}$. **C.** $P = \frac{1}{12}$. **D.** $P = 12$.

Lời giải

$$\text{Từ giả thiết ta suy ra } c \neq 1 \text{ và } \log_c a = \frac{1}{\log_a c} = \frac{1}{3}; \log_c b = \frac{1}{\log_b c} = \frac{1}{4}.$$

$$\text{Khi đó, } P = \log_{ab} c = \frac{1}{\log_c(ab)} = \frac{1}{\log_c a + \log_c b} = \frac{1}{\frac{1}{3} + \frac{1}{4}} = \frac{12}{7}.$$

Câu 3: Đường cong trong hình bên là của đồ thị hàm số nào sau đây?



- A.** $y = \log_2 x$. **B.** $y = (0,8)^x$. **C.** $y = \log_{0,4} x$. **D.** $y = (\sqrt{2})^x$.

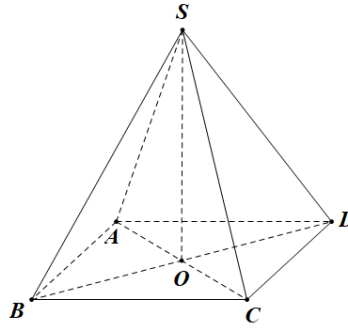
Lời giải

Dựa vào đồ thị, ta có hàm số có tập xác định $\mathbb{R}$ và hàm số nghịch biến suy ra $y = (0,8)^x$.

Câu 4: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Số đo góc giữa hai đường thẳng SA và CD bằng

- A.** 30° . **B.** 90° . **C.** 60° . **D.** 45° .

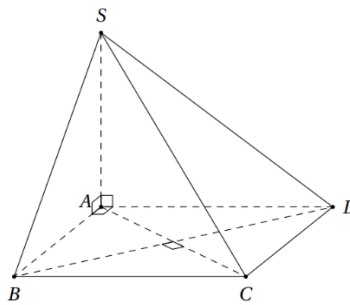
Lời giải



Vì $AB \parallel CD \Rightarrow \widehat{(SA, CD)} = \widehat{(SA, AB)}$.

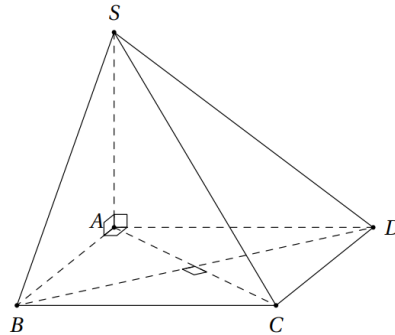
Tam giác SAB đều cạnh $a \Rightarrow \widehat{SAB} = 60^\circ$. Vậy $\widehat{(SA, CD)} = 60^\circ$.

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông và SA vuông góc với đáy. Khẳng định nào sau đây đúng?



- A.** $AC \perp (SCD)$. **B.** $BD \perp (SAD)$. **C.** $AC \perp (SBD)$. **D.** $BD \perp (SAC)$.

Lời giải



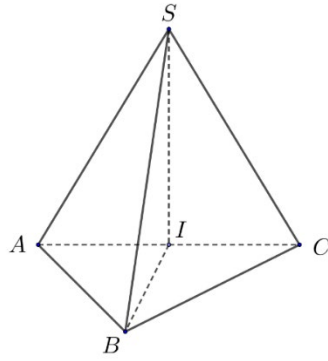
Vì $ABCD$ là hình vuông nên $BD \perp AC$ và $SA \perp (ABCD)$ nên $BD \perp SA$.

Vậy $BD \perp (SAC)$.

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông tại B , I là trung điểm AC và $SA = SB = SC$. Hình chiếu của điểm S trên mặt phẳng (ABC) là

- A.** B . **B.** D . **C.** A . **D.** I .

Lời giải



Gọi I là trung điểm $AC \Rightarrow IA = IB = IC$

Ta có: $IA = IB, SA = SB \Rightarrow SI$ nằm trên mặt phẳng trung trực của cạnh $AB \Rightarrow SI \perp AB$

Tương tự: $SI \perp BC$.

Suy ra: $SI \perp (ABC) \Rightarrow$ hình chiếu của điểm S trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm I của cạnh AC .

Câu 7: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Góc phẳng nhị diện $[S, BC, A]$ là

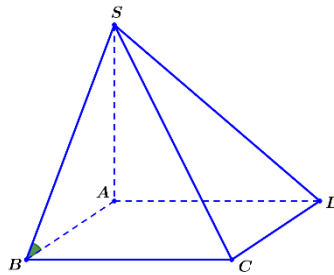
A. $\widehat{SBA}$.

B. $\widehat{SCA}$.

C. $\widehat{ASC}$.

D. $\widehat{ASB}$.

Lời giải



Ta có: $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SB \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB$.

Khi đó: $\begin{cases} (SBC) \cap (ABC) = BC \\ SB \perp BC \\ AB \perp BC \end{cases} \Rightarrow [S, BC, A] = \widehat{SBA}$.

Câu 8: Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$, biết $AB = AA' = a$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng

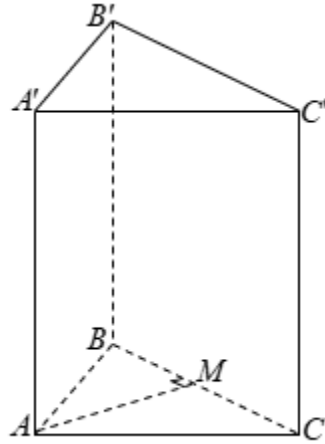
A. $a\sqrt{3}$.

B. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

D. a .

Lời giải



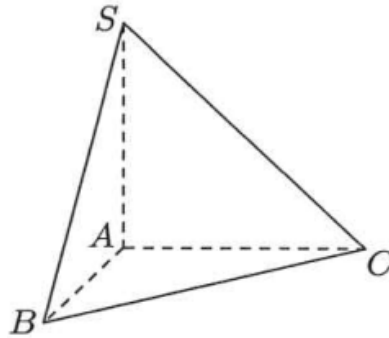
Gọi M là trung điểm $BC \Rightarrow AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ (đường cao trong tam giác đều cạnh a)

Ta có: $AM \perp BC$ (do $\triangle ABC$ đều)

Mặt khác: $AM \perp BB'$ (do lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ đều)

Suy ra $AM \perp (BCC'B') \Rightarrow d(A, (BCC'B')) = AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 9: Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại A , $AB = 2$; SA vuông góc với đáy và $SA = 3$ (tham khảo hình vẽ).



Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. 12.

B. 2.

C. 6.

D. 4.

Lời giải

Thể tích khối chóp đã cho $V = \frac{1}{3}B.h = \frac{1}{3}S_{\triangle ABC}.SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}AB.AC.SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2$.

Câu 10: Hai xạ thủ cùng bắn vào bia. Xác suất người thứ nhất bắn trúng là 80%. Xác suất người thứ hai bắn trúng là 70%. Xác suất để cả hai người cùng bắn trúng là

A. 50%.

B. 32,6%.

C. 60%.

D. 56%.

Lời giải

Gọi A_i là biến cố người thứ i bắn trúng ($i = 1; 2$)

A là biến cố cả hai người cùng bắn trúng. Lúc đó: $A = A_1 \cap A_2$.

Vì A_1, A_2 là hai biến cố độc lập nên:

$P(A) = P(A_1 \cap A_2) = P(A_1).P(A_2) = 0,8.0,7 = 0,56 = 56\%$.

Câu 11: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $y = -\frac{1}{45}x$.

A. $y = 45x - 173$; $y = 45x + 83$.

B. $y = 45x - 173$.

C. $y = 45x + 173$; $y = 45x - 83$.

D. $y = 45x - 83$.

Lời giải

Gọi $M(x_0; y_0)$ là tọa độ tiếp điểm.

Ta tính được $k = y'(x_0) = 3x_0^2 - 6x_0$. Do tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $y = -\frac{1}{45}x$ nên

$$\text{có } k \cdot \left(-\frac{1}{45}\right) = -1 \Leftrightarrow k = 45 \Leftrightarrow 3x_0^2 - 6x_0 = 45 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 5 \\ x_0 = -3 \end{cases}.$$

Với $x_0 = 5 \rightarrow \begin{cases} y_0 = 52 \\ k = 45 \end{cases}$. Phương trình tiếp tuyến cần tìm là: $y = 45x - 173$.

Với $x_0 = -3 \rightarrow \begin{cases} y_0 = -52 \\ k = 45 \end{cases}$. Phương trình tiếp tuyến cần tìm là: $y = 45x + 83$.

Câu 12: Tính đạo hàm của hàm số $f(x) = e^{2x-3}$.

A. $f'(x) = 2.e^{2x-3}$.

B. $f'(x) = e^{2x-3}$.

C. $f'(x) = -2.e^{2x-3}$.

D. $f'(x) = 2.e^{x-3}$.

Lời giải

Ta có $f'(x) = (2x-3)'e^{2x-3} = 2.e^{2x-3}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có $AB = a$, $SA = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

a) Chiều cao của khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{a\sqrt{6}}{6}$.

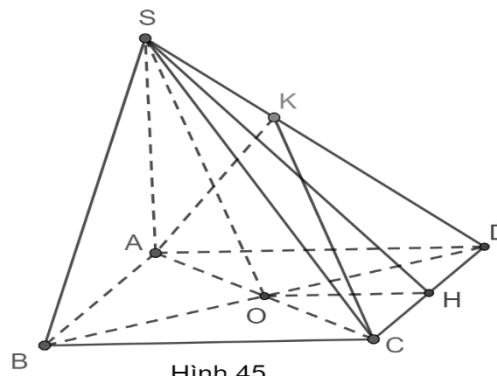
b) Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

c) Số đo góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 30° .

d) Cosin của số đo góc nhị diện $[S, CD, B]$ bằng $\frac{\sqrt{15}}{15}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------



Hình 45

a) **Đúng:** Gọi O là giao điểm của AC và BD .

Vì $ABCD$ là hình vuông nên $OA = OB = OC = OD$, suy ra O là tâm đường tròn ngoại tiếp $ABCD$ nên O là chân đường cao của khối chóp $S.ABCD$.

Khi đó, chiều cao của khối chóp $S.ABCD$ bằng SO .

Trong hình vuông $ABCD$, ta có: $AO = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}\sqrt{AB^2 + BC^2} = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + a^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Xét tam giác SAO vuông tại O có: $SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{6}}{3}\right)^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{6}}{6}$

Vậy chiều cao của khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{a\sqrt{6}}{6}$.

b) Sai: Diện tích đáy $ABCD$ là: $S_{ABCD} = a^2$. Suy ra thể tích khối chóp $S.ABCD$ là:

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD}.SO = \frac{1}{3}a^2 \cdot \frac{a\sqrt{6}}{6} = \frac{a^3\sqrt{6}}{18}.$$

c) Đúng: Vì $SO \perp (ABCD)$ nên OA là hình chiếu của SA trên $(ABCD)$. Khi đó góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng $(ABCD)$ là góc $\widehat{SAO}$.

Xét tam giác SAO vuông tại O có: $\cos \widehat{SAO} = \frac{AO}{SA} = \frac{a\sqrt{2}}{2} : \frac{a\sqrt{6}}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Suy ra $\widehat{SAO} = 30^\circ$. Vậy góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 30° .

d) Sai: Gọi H là hình chiếu của O trên CD . Vì OCD là tam giác vuông cân tại O nên H là trung điểm CD . Mà tam giác SCD cân tại S nên $SH \perp CD$.

Suy ra $\widehat{SHO}$ là góc phẳng nhị diện của góc nhị diện $[S, CD, B]$.

Xét tam giác DBC có OH là đường trung bình nên $OH = \frac{1}{2}BC = \frac{a}{2}$.

Xét tam giác SOH vuông tại O có: $SH = \sqrt{SO^2 + OH^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{6}}{6}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{15}}{6}$.

Suy ra $\cos \widehat{SHO} = \frac{OH}{SH} = \frac{a}{2} : \frac{a\sqrt{15}}{6} = \frac{\sqrt{15}}{5}$.

Vậy cosin của số đo góc nhị diện $[S, CD, B]$ bằng $\frac{\sqrt{15}}{5}$.

Câu 2: Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$ có đồ thị (C)

a) Hàm số không có đạo hàm tại $x_0 = 2$.

b) Đạo hàm của hàm số tại $x_0 = 1$ là $f'(1) = 3$.

c) Tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm M có hoành độ $x_0 = 1$ có hệ số góc là $k = -3$.

d) Phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm M có hoành độ $x_0 = 1$ là $y = -3x - 1$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

a) Do hàm số không xác định tại $x_0 = 2$ nên hàm số không có đạo hàm tại $x_0 = 2$. Suy ra mệnh đề đúng.

b) Ta có $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\frac{x+1}{x-2} + 2}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3(x-1)}{(x-1)(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3}{x-2} = -3$

Vậy $f'(1) = -3$. Suy ra mệnh đề **sai**.

c) Do $f'(1) = -3$ nên tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm M có hoành độ $x_0 = 1$ có hệ số góc là $k = -3$. Suy ra mệnh đề **đúng**.

d) Ta có $M(1; -2)$

Hệ số góc tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm M có hoành độ $x_0 = 1$ là $k = -3$

Vậy phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm M là $y = -3(x-1) - 2 \Leftrightarrow y = -3x + 1$. Suy ra mệnh đề **sai**.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1: Giả sử số lượng một bầy ruồi tại thời điểm t được tính theo công thức là $N(t) = N_0 \cdot e^{kt}$, trong đó N_0 là số lượng bầy ruồi tại thời điểm $t = 0$ và k là hằng số tăng trưởng của bầy ruồi. Biết số lượng bầy ruồi tăng lên gấp đôi sau 9 ngày và biết $N_0 = 100$ con. Hỏi sau bao nhiêu ngày bầy ruồi có 800 con?

Lời giải

Trả lời: 27

Ta có: $2N_0 = N_0 \cdot e^{9k} \Leftrightarrow k = \frac{\ln 2}{9}$

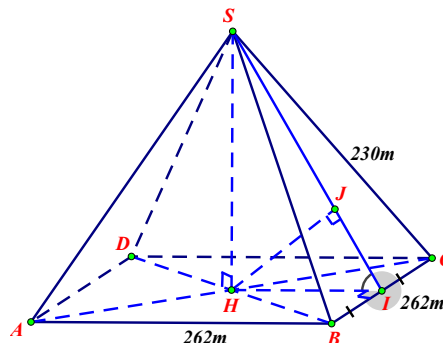
Để được 800 con ruồi, ta có: $800 = 100 \cdot e^{t \cdot \frac{\ln 2}{9}} \Leftrightarrow t = \frac{\ln 8}{\ln 2} \cdot 9 = 27$ ngày.

Câu 2: Kim tự tháp Kheops ở Ai Cập có dạng là hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy dài 262 mét, cạnh bên dài 230 mét. Khi xây dựng kim tự tháp người Ai Cập cổ đại đã tính toán xây dựng một đường hầm lấy sáng tự nhiên từ một mặt bên đến tâm đáy ngắn nhất. Khoảng cách xây đường hầm đó là bao nhiêu? (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).



Lời giải

Trả lời: 94,5



Ta giả sử các cạnh và đỉnh của kim tự tháp như hình vẽ. Vì $S.ABCD$ hình chóp tứ giác đều nên $SH \perp (ABCD)$ ($H = AC \cap BD$).

Xét ABC vuông tại A , ta có: $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{262^2 + 262^2} = 262\sqrt{2}$ (m)

$$\Rightarrow HC = \frac{AC}{2} = 131\sqrt{2} \text{ (m)}$$

Xét SHC vuông tại H , ta có: $SH = \sqrt{SC^2 - HC^2} = \sqrt{230^2 - (131\sqrt{2})^2} = \sqrt{18578}$ (m).

Kẻ HJ vuông góc với SI , suy ra HI là đoạn đường ngắn nhất.

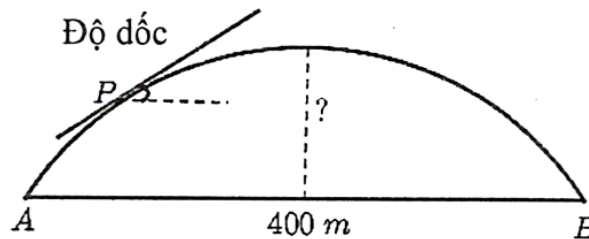
$$\text{Có: } SI^2 = SC^2 - IC^2 = 230^2 - 131^2 = 35739$$

$$HI^2 = SI^2 - SH^2 = 35739 - 18578 = 17161$$

Trong tam giác SHI vuông tại H , ta có: $\frac{1}{HJ^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HI^2} = \frac{1}{18578} + \frac{1}{17161} = \frac{35739}{18578 \cdot 17161}$

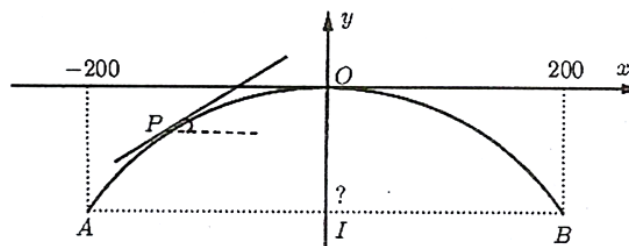
$$\Rightarrow HJ^2 = \frac{18578 \cdot 17161}{35739} \Rightarrow HJ \approx 94,5(m).$$

Câu 3: Người ta xây dựng một cây cầu vượt giao thông hình parabol nối hai điểm có khoảng cách là $400m$. Độ dốc của mặt cầu không vượt quá 10° (độ dốc tại một điểm được xác định bởi góc giữa phương tiếp xúc với mặt cầu và phương ngang). Tính chiều cao giới hạn từ đỉnh cầu đến mặt đường (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



Lời giải

Trả lời: 17,6



Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ, sao cho đỉnh cầu là gốc tọa độ và mặt cắt của cây cầu có hình dạng parabol $y = -ax^2$ (với a là hằng số dương).

Hệ số góc của tiếp tuyến của parabol bằng $k = y'(x_0) = -2ax_0, -200 \leq x_0 \leq 200$.

Hệ số góc xác định độ dốc của mặt cầu (độ dốc dương) là $|k| = 2a|x_0| \leq 400a$.

Vì độ dốc của mặt cầu không vượt quá 10° nên ta có:

$$400a \leq \tan 10^\circ \Leftrightarrow a \leq \frac{4,408174518}{10000}.$$

Chiều cao giới hạn từ đỉnh cầu đến mặt đường là đoạn OI , cũng chính là độ lớn của tung độ điểm B khi a đạt giá trị lớn nhất.

$$\text{Do đó, } OI = |-a \cdot 200^2| = 17,6(m).$$

Vậy chiều cao giới hạn từ đỉnh cầu đến mặt đường là $17,6m$.

Câu 4: Hai xạ thủ An và Bình cùng bắn độc lập vào một mục tiêu. Xác suất để xạ thủ An và Bình bắn trúng mục tiêu lần lượt là $\frac{4}{5}$ và $\frac{9}{10}$. Xác suất để có đúng một xạ thủ bắn trúng mục tiêu bằng $\frac{a}{b}$ (phân số tối giản). Khi đó tổng $a+b$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: 63

+) Gọi A là biến cố “Xạ thủ An bắn trúng mục tiêu”, ta có $P(A) = \frac{4}{5} \Rightarrow P(\bar{A}) = \frac{1}{5}$.

+) Gọi B là biến cố “Xạ thủ Bình bắn trúng mục tiêu”, ta có $P(B) = \frac{9}{10} \Rightarrow P(\bar{B}) = \frac{1}{10}$.

+) Gọi C là biến cố “Có đúng một xạ thủ bắn trúng mục tiêu”. Khi đó $C = A\bar{B} \cup \bar{A}B$, trong đó $A\bar{B}$ và $\bar{A}B$ là hai biến cố xung khắc, các cặp $A, \bar{B}$ và $\bar{A}, B$ là các cặp biến cố độc lập.

Do đó ta có: $P(C) = P(A\bar{B} \cup \bar{A}B) = P(A\bar{B}) + P(\bar{A}B) = P(A).P(\bar{B}) + P(\bar{A}).P(B)$

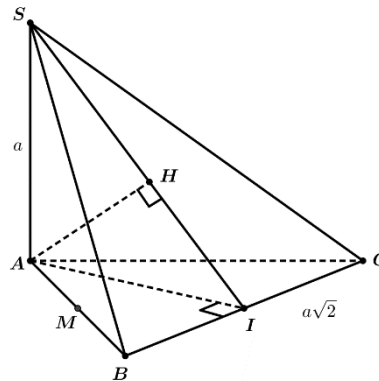
$$= \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{10} + \frac{9}{10} \cdot \frac{1}{5} = \frac{13}{50}.$$

Vậy tổng $a+b = 13+50 = 63$.

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $SA = a$. Tam giác ABC vuông cân tại A , $BC = a\sqrt{2}$. Gọi M là trung điểm của AB . Tính khoảng cách từ M đến mặt phẳng (SBC) .

Lời giải



Gọi I là trung điểm của BC . Vì tam giác ABC vuông cân tại A nên $AI \perp BC$.

Theo giả thiết $SA \perp (ABC) \Rightarrow BC \perp SA$. Do đó $BC \perp (SAI)$.

Trong mặt phẳng (SAI) , kẻ $AH \perp SI$ (1). Mà $BC \perp (SAI) \Rightarrow BC \perp AH$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $AH \perp (SBC) \Rightarrow d(A, (SBC)) = AH$.

$$\text{Ta có } AI = \frac{BC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}; \quad AH = \frac{AI \cdot AS}{\sqrt{AI^2 + AS^2}} = \frac{a \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{a^2 + \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2}} = \frac{a\sqrt{3}}{6}.$$

Vì M là trung điểm của BC nên $d(M, (SBC)) = \frac{1}{2} d(A, (SBC)) = \frac{1}{2} AH = \frac{a\sqrt{3}}{12}$.

Câu 2: Cho hàm số $f(x) = \log_2(x^2 + 1)$, tính $f'(1)$

Lời giải

TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

$$f'(x) = \frac{2x}{(x^2 + 1) \cdot \ln 2} \Rightarrow f'(1) = \frac{1}{\ln 2}.$$

Câu 3: Một lớp học 42 học sinh gồm có 12 học sinh giỏi Toán, 20 học sinh giỏi Văn và 8 học sinh giỏi cả Văn lẫn Toán. Chọn ngẫu nhiên một học sinh. Tính xác suất để chọn được một sinh giỏi Toán hoặc một sinh giỏi Văn? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Gọi A là biến cố: “Chọn được học sinh giỏi Toán”;

B là biến cố: “Chọn được học sinh giỏi Văn”.

Khi đó $A \cup B$ là biến cố: “Chọn được một sinh giỏi Toán hoặc một học sinh giỏi Văn”.

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = 42$

Ta có: $n(A) = 12$, $n(B) = 20$, $n(A \cap B) = 8$.

$$\text{Suy ra: } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{12}{42} = \frac{2}{7}; \quad P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{20}{42} = \frac{10}{21}; \quad P(A \cap B) = \frac{8}{42} = \frac{4}{21}.$$

$$\text{Vậy xác suất cần tính là: } P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{2}{7} + \frac{10}{21} - \frac{4}{21} = \frac{4}{7} \approx 0,57.$$

----- **HẾT** -----

ĐỀ ÔN KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ II

Môn: Toán 11 – Thời gian: 90 phút

ĐỀ SỐ 06 – MÃ ĐỀ: 611

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

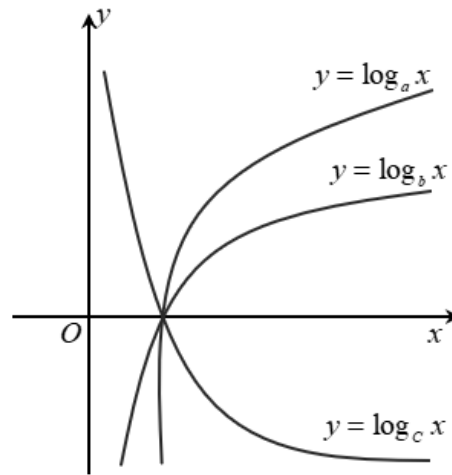
Câu 1: Biết $4^x + 4^{-x} = 14$, tính giá trị của biểu thức $P = 2^x + 2^{-x}$.

- A. 4. B. 16. C. $\sqrt{17}$. D. ± 4 .

Câu 2: Cho $\log_a b = 2$ và $\log_a c = 3$. Tính $P = \log_a (b^2 c^3)$.

- A. $P = 13$ B. $P = 31$ C. $P = 30$ D. $P = 108$

Câu 3: Cho a, b, c là ba số dương khác 1. Đồ thị các hàm số $y = \log_a x, y = \log_b x, y = \log_c x$ như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề **đúng**?



- A. $a < b < c$. B. $b < c < a$. C. $c < a < b$. D. $c < b < a$.

Câu 4: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Đường thẳng nào sau đây vuông góc với đường thẳng $D'D$?

- A. $A'D$. B. $A'C'$. C. BB' . D. AD' .

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $BA \perp (SAC)$. B. $BA \perp (SBC)$. C. $BA \perp (SAD)$. D. $BA \perp (SCD)$.

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại C , $AC = a$, $BC = \sqrt{2}a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy bằng

- A. 60° B. 90° C. 30° D. 45°

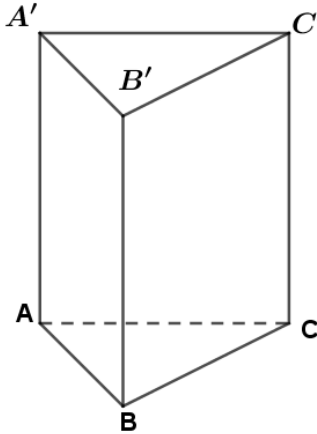
Câu 7: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$. Mặt phẳng $(ABCD)$ vuông góc với mặt phẳng nào dưới đây?

- A. (SBC) . B. (SAC) . C. (SAD) . D. (SCD) .

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AB = 2a, BC = a$, tam giác đều SAB nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Khoảng cách giữa BC và SD là

- A. $\frac{\sqrt{5}}{5}a$. B. $\frac{2\sqrt{5}}{5}a$. C. $\frac{\sqrt{3}}{2}a$. D. $a\sqrt{3}$.

Câu 9: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB = AC = a, AA' = a\sqrt{2}, \widehat{BAC} = 45^\circ$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho



- A. $\frac{a^3}{4}$. B. $\frac{\sqrt{2}a^3}{4}$. C. $\frac{a^3}{2}$. D. $\frac{a^3}{6}$.

Câu 10: Một hộp có 30 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 30. Lấy ngẫu nhiên một tấm thẻ từ hộp. Xét các biến cố sau:

P : “Số ghi trên thẻ được lấy là số chia hết cho 2”.

Q : “Số ghi trên thẻ được lấy là số chia hết cho 4”.

Khi đó biến cố $P \cap Q$ là

- A. “Số ghi trên thẻ được lấy là số chia hết cho 8”.
 B. “Số ghi trên thẻ được lấy là số chia hết cho 2”.
 C. “Số ghi trên thẻ được lấy là số chia hết cho 6”.
 D. “Số ghi trên thẻ được lấy là số chia hết cho 4”.

Câu 11: Phương trình tiếp tuyến của hàm số $y = \frac{x+1}{2x-1}$ tại điểm có hoành độ $x = 2$ là

- A. $y = \frac{1}{3}x + \frac{4}{3}$. B. $y = -\frac{1}{3}x + \frac{5}{3}$. C. $y = \frac{2}{3}x - \frac{4}{3}$. D. $y = -\frac{2}{3}x - \frac{4}{3}$.

Câu 12: Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_2(3x)$

- A. $y' = \frac{1}{x \ln 4}$. B. $y' = \frac{3}{x \ln 2}$. C. $y' = \frac{1}{x \ln 2}$. D. $y' = \frac{3}{x \ln 4}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $a\sqrt{3}$, H là tâm của đáy, góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng 60° , I là trung điểm BC .

a) Khoảng cách từ S đến mặt phẳng $(ABCD)$ bằng SH .

b) Khoảng cách giữa SH và BC là $\frac{a}{2}$.

c) Khoảng cách từ H đến mặt phẳng (SBC) là $\frac{3a}{4}$.

d) Khoảng cách giữa SI và AD là $\frac{3a}{2}$.

Câu 2: Một hộp đựng 20 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 20, hai tấm thẻ khác nhau đánh hai số khác nhau. Rút ngẫu nhiên một tấm thẻ, gọi A là biến cố: "Rút được thẻ đánh số chia hết cho 2", gọi B là biến cố: "Rút được thẻ đánh số chia hết cho 3".

a) Các biến cố A và B là các biến cố xung khắc.

b) Biến cố rút được thẻ mang số chia hết cho 2 hoặc 3 là $A \cup B$.

c) $P(A) = \frac{1}{2}$ và $P(B) = \frac{3}{10}$.

d) Xác suất để rút được thẻ mang số chia hết cho 2 hoặc 3 bằng $\frac{4}{5}$.

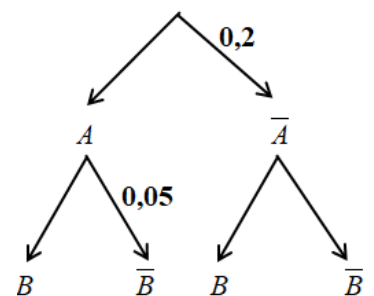
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1: Tổng các nghiệm thực của phương trình $2^{x^2-3x+4} = 4^{2x-3}$ bằng

Câu 2: Người ta dự định đào một hầm rượu có dạng hình chóp cắt đều cá hai cạnh đáy là 7m và 5m. Mặt bên tạo với đáy nhỏ thành một góc nhị diện có số đo bằng 120° . Tính số mét khối đất cần phải di chuyển ra khỏi hầm (đơn vị m, kết quả làm tròn đến hàng phần mười)

Câu 3: Tàu cao tốc CRH380A Hexie bắt đầu chuyển động thẳng từ ga theo phương trình chuyển động là $S(t) = -t^3 + 15t^2 + 60t$ (m) (với thời gian t tính bằng giây) cho tới khi tàu đạt vận tốc tối đa thì tàu chuyển động đều với vận tốc tối đa đó. Hỏi sau một phút tàu đã chuyển động được quãng đường bằng bao nhiêu mét?

Câu 4: Bài thực hành môn Công nghệ, Bạn An gieo 1 hạt cà phê và 1 hạt sầu riêng vào 2 chậu khác nhau (mỗi chậu 1 hạt). Gọi A là biến cố "Hạt cà phê nảy mầm" và B là biến cố "Hạt sầu riêng nảy mầm". Sơ đồ hình cây về xác suất của hai biến cố A và B như sau:

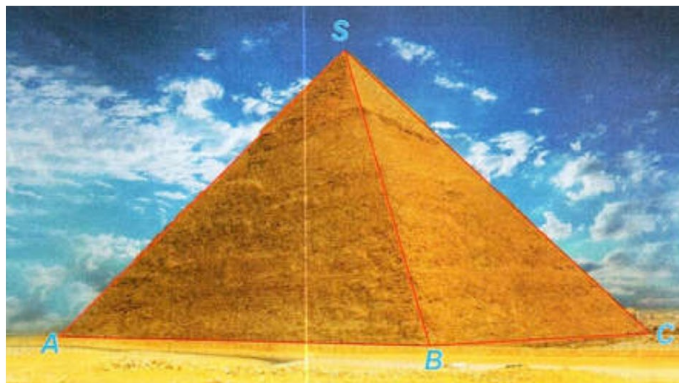


Xác suất để cả 2 hạt cà phê và sầu riêng đều nảy mầm là $\frac{a}{b}$ (phân

số tối giản). Khi đó tích $a.b$ bằng bao nhiêu?

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Kim tự tháp Kê - ôp là kim tự tháp lớn nhất trong các kim tự tháp ở Ai Cập, được xây dựng vào thế kỉ 26 trước Công nguyên và là một trong bảy kì quan của thế giới cổ đại (hình 7.4). Kim tự tháp có dạng hình chóp với đáy là hình vuông có cạnh dài khoảng 230m, các cạnh bên bằng nhau và dài khoảng 219m (kích thước hiện nay). Tính số đo góc tạo bởi cạnh bên và mặt đáy? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)



Hình 7.4

Câu 2: Cho hàm số $y = \log_{\sqrt{2}} x + \log_{\sqrt[3]{2}} x + \log_{\sqrt[4]{2}} x + \dots + \log_{\sqrt[100]{2}} x$. Giá trị của $x \cdot \ln 2 \cdot y'$ bằng

Câu 3: Hai xạ thủ mỗi người một viên đạn bắn vào bia với xác suất bắn trúng của người thứ nhất là 0,8 và của người thứ hai là 0,7. Tính xác suất để có ít nhất 1 viên đạn bắn trúng đích. (Làm tròn đến hàng phần trăm).

----- **HẾT** -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Biết $4^x + 4^{-x} = 14$, tính giá trị của biểu thức $P = 2^x + 2^{-x}$.

A. 4.

B. 16.

C. $\sqrt{17}$.

D. ± 4 .

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Ta có } 4^x + 4^{-x} = 14 &\Leftrightarrow (2^x)^2 + (2^{-x})^2 + 2 = 16 \Leftrightarrow (2^x + 2^{-x})^2 = 16 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x + 2^{-x} = 4 \\ 2^x + 2^{-x} = -4 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow 2^x + 2^{-x} = 4. \end{aligned}$$

Vậy $P = 4$.

Câu 2: Cho $\log_a b = 2$ và $\log_a c = 3$. Tính $P = \log_a (b^2 c^3)$.

A. $P = 13$

B. $P = 31$

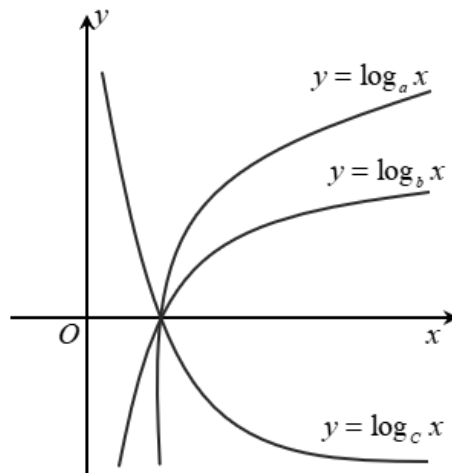
C. $P = 30$

D. $P = 108$

Lời giải

$$\text{Ta có: } \log_a (b^2 c^3) = 2 \log_a b + 3 \log_a c = 2.2 + 3.3 = 13.$$

Câu 3: Cho a, b, c là ba số dương khác 1. Đồ thị các hàm số $y = \log_a x, y = \log_b x, y = \log_c x$ như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề **đúng**?



A. $a < b < c$.

B. $b < c < a$.

C. $c < a < b$.

D. $c < b < a$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị, ta có $0 < c < 1; a > 1; b > 1$ và $\forall x > 1; \log_a x > \log_b x$ nên $1 < a < b$.

Vậy $c < a < b$.

Câu 4: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Đường thẳng nào sau đây vuông góc với đường thẳng $D'D$?

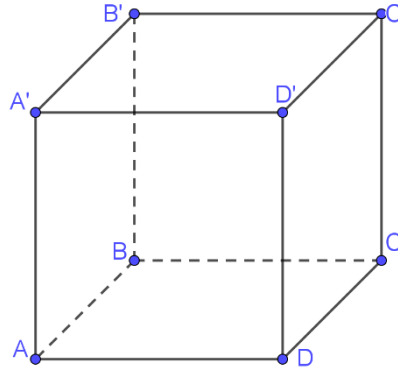
A. $A'D$.

B. $A'C'$.

C. BB' .

D. AD' .

Lời giải

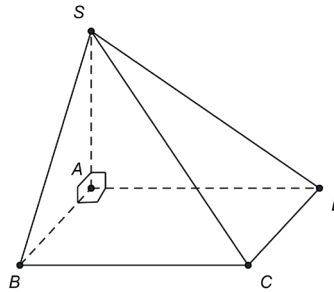


Ta có: $A'D // B'C$, $B'C \perp BC' \Rightarrow A'D \perp BC'$

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** $BA \perp (SAC)$. **B.** $BA \perp (SBC)$. **C.** $BA \perp (SAD)$. **D.** $BA \perp (SCD)$.

Lời giải

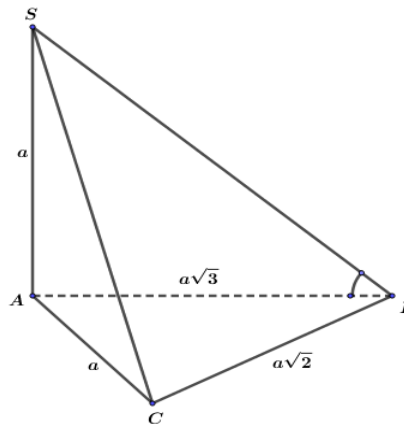


Ta có: $\begin{cases} SA \perp AB \\ DA \perp AB \end{cases} \rightarrow BA \perp (SAD)$.

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại C , $AC = a$, $BC = \sqrt{2}a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy bằng

- A.** 60° **B.** 90° **C.** 30° **D.** 45°

Lời giải



Có $SA \perp (ABC)$ nên AB là hình chiếu của SA trên mặt phẳng (ABC) .

$$\Rightarrow (\widehat{SB, (ABC)}) = (\widehat{SB, AB}) = \widehat{SBA}.$$

Mặt khác có ΔABC vuông tại C nên $AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = a\sqrt{3}$.

Khi đó $\tan \widehat{SBA} = \frac{SA}{AB} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ nên $(\widehat{SB, (ABC)}) = 30^\circ$.

Câu 7: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$. Mặt phẳng $(ABCD)$ vuông góc với mặt phẳng nào dưới đây?

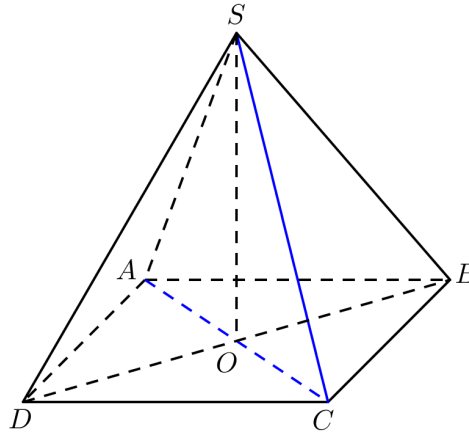
A. (SBC) .

B. (SAC) .

C. (SAD) .

D. (SCD) .

Lời giải



Gọi $O = AC \cap BD$. Do $S.ABCD$ là hình chóp đều nên $SO \perp (ABCD)$.

Mà $SO \subset (SAC) \Rightarrow (SAC) \perp (ABCD)$.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AB = 2a, BC = a$, tam giác đều SAB nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Khoảng cách giữa BC và SD là

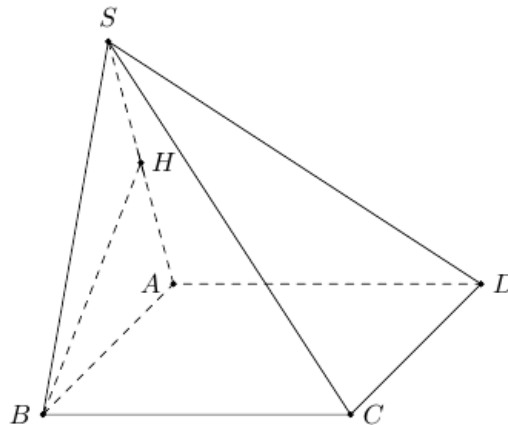
A. $\frac{\sqrt{5}}{5}a$.

B. $\frac{2\sqrt{5}}{5}a$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}a$.

D. $a\sqrt{3}$.

Lời giải



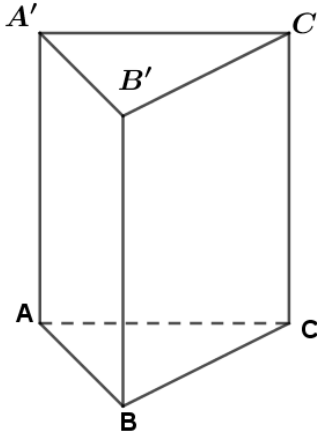
Ta có $\begin{cases} BC \parallel AD \\ AD \subset (SAD) \Rightarrow BC \parallel (SAD), \text{ do đó } d(BC, SD) = d(BC, (SAD)) = d(B, (SAD)). \\ BC \not\subset (SAD) \end{cases}$

Tam giác SAB đều, gọi H là trung điểm SA thì $BH \perp SA$ (1).

Ta có $\begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ AD \perp AB \end{cases} \Rightarrow AD \perp (SAB) \Rightarrow (SAB) \perp (SAD)$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $BH \perp (SAD)$, do đó $d(B, (SAD)) = BH = \frac{2a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$.

Câu 9: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB = AC = a$, $AA' = a\sqrt{2}$, $\widehat{BAC} = 45^\circ$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho



A. $\frac{a^3}{4}$.

B. $\frac{\sqrt{2}a^3}{4}$.

C. $\frac{a^3}{2}$.

D. $\frac{a^3}{6}$.

Lời giải

Thể tích khối lăng trụ $V = S_{ABC} \cdot AA' = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin \widehat{BAC} \cdot AA' = \frac{a^3}{2}$.

Câu 10: Một hộp có 30 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 30. Lấy ngẫu nhiên một tấm thẻ từ hộp. Xét các biến cố sau:

P : “Số ghi trên thẻ được lấy là số chia hết cho 2”.

Q : “Số ghi trên thẻ được lấy là số chia hết cho 4”.

Khi đó biến cố $P \cap Q$ là

A. “Số ghi trên thẻ được lấy là số chia hết cho 8”.

B. “Số ghi trên thẻ được lấy là số chia hết cho 2”.

C. “Số ghi trên thẻ được lấy là số chia hết cho 6”.

D. “Số ghi trên thẻ được lấy là số chia hết cho 4”.

Lời giải

Biến cố $P \cap Q$: “Số ghi trên thẻ được lấy là số chia hết cho cả 2 và 4”, tức là chia hết cho 4.

Câu 11: Phương trình tiếp tuyến của hàm số $y = \frac{x+1}{2x-1}$ tại điểm có hoành độ $x = 2$ là

A. $y = \frac{1}{3}x + \frac{4}{3}$.

B. $y = -\frac{1}{3}x + \frac{5}{3}$.

C. $y = \frac{2}{3}x - \frac{4}{3}$.

D. $y = -\frac{2}{3}x - \frac{4}{3}$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\frac{x+1}{2x-1} - 1}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{-x+2}{(x-2)(2x-1)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{-1}{(2x-1)} = -\frac{1}{3}$$

Hệ số góc của tiếp tuyến tại điểm có hoành độ $x = 2$ là $-\frac{1}{3}$; $y(2) = 1$.

Phương trình tiếp tuyến của hàm số tại điểm có hoành độ $x = 2$ là:

$$y = -\frac{1}{3}(x-2) + 1 \Leftrightarrow y = -\frac{1}{3}x + \frac{5}{3}.$$

Câu 12: Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_2(3x)$

A. $y' = \frac{1}{x \ln 4}.$

B. $y' = \frac{3}{x \ln 2}.$

C. $y' = \frac{1}{x \ln 2}.$

D. $y' = \frac{3}{x \ln 4}.$

Lời giải

$$\text{Ta có: } y' = (\log_2(3x))' = \frac{(3x)'}{3x \ln 2} = \frac{1}{x \ln 2}.$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $a\sqrt{3}$, H là tâm của đáy, góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng 60° , I là trung điểm BC .

a) Khoảng cách từ S đến mặt phẳng $(ABCD)$ bằng SH .

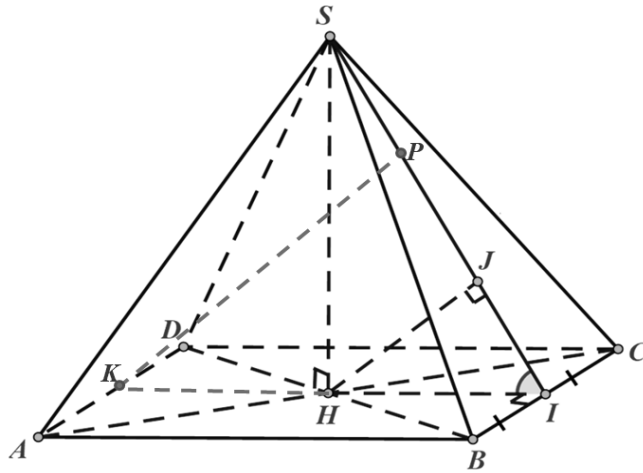
b) Khoảng cách giữa SH và BC là $\frac{a}{2}$.

c) Khoảng cách từ H đến mặt phẳng (SBC) là $\frac{3a}{4}$.

d) Khoảng cách giữa SI và AD là $\frac{3a}{2}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
----------------	---------------	----------------	----------------



a) Đúng: Theo tính chất hình chóp đều ta có $SH \perp (ABCD)$

Suy ra khoảng cách từ S đến mặt phẳng $(ABCD)$ bằng SH .

b) Sai: $S.ABCD$ là hình chóp đều nên $S.ABCD$ là hình vuông $\Rightarrow HI \perp BC$
mà $SH \perp (ABCD)$, $HI \subset (ABCD) \Rightarrow HI \perp SH$

$$\Rightarrow \text{Khoảng cách giữa } SH \text{ và } BC \text{ bằng } HI = \frac{1}{2}AB = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

c) Đúng: Dựng $HJ \perp SI \Rightarrow HJ \perp (SBC) \Rightarrow d(H, (SBC)) = HJ$

Theo giả thiết, góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng $60^\circ \Rightarrow \widehat{SIH} = 60^\circ$

$$\text{Tam giác } HJI \text{ vuông tại } J, \text{ nên } HJ = HI \cdot \sin \widehat{SIH} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3a}{4}.$$

d) Đúng: Ta có, $AD \parallel (SBC)$, $SI \subset (SBC) \Rightarrow d(SI, AD) = d(AD, (SBC)) = d(K, (SBC))$

K là trung điểm, $K = IH \cap AD$; $KP \perp SI \Rightarrow KP \perp (SBC) \Rightarrow KP = d(K, (SBC))$

$$\text{Có } H \text{ là trung điểm } IK \text{ nên } KP = 2HJ = 2 \cdot \frac{3a}{4} = \frac{3a}{2}.$$

$$\text{Vậy } d(SI, AD) = \frac{3a}{2}.$$

Câu 2: Một hộp đựng 20 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 20, hai tấm thẻ khác nhau đánh hai số khác nhau. Rút ngẫu nhiên một tấm thẻ, gọi A là biến cố: "Rút được thẻ đánh số chia hết cho 2", gọi B là biến cố: "Rút được thẻ đánh số chia hết cho 3".

a) Các biến cố A và B là các biến cố xung khắc.

b) Biến cố rút được thẻ mang số chia hết cho 2 hoặc 3 là $A \cup B$.

$$\text{c) } P(A) = \frac{1}{2} \text{ và } P(B) = \frac{3}{10}.$$

d) Xác suất để rút được thẻ mang số chia hết cho 2 hoặc 3 bằng $\frac{4}{5}$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------

a) Sai.

Gọi A là biến cố: "Rút được thẻ đánh số chia hết cho 2", ta có:

$$A = \{2; 4; 6; 8; 10; 12; 14; 16; 18; 20\}$$

Gọi B là biến cố rút được thẻ đánh số chia hết cho 3, ta có:

$$B = \{3; 6; 9; 12; 15; 18\}$$

Có $A \cap B = \{6; 12; 18\} \neq \emptyset$ nên các biến cố A và B không xung khắc.

b) Đúng.

Biến cố rút được thẻ mang số chia hết cho 2 hoặc 3 là $A \cup B$.

c) Đúng

$$\text{Có: } P(A) = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}, P(B) = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}.$$

d) Sai.

$$\text{Có } P(A \cap B) = \frac{3}{20}.$$

Xác suất để rút được thẻ đánh số chia hết cho 2 hoặc 3 là

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = \frac{1}{2} + \frac{3}{10} - \frac{3}{20} = \frac{13}{20}$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1: Tổng các nghiệm thực của phương trình $2^{x^2-3x+4} = 4^{2x-3}$ bằng

Lời giải

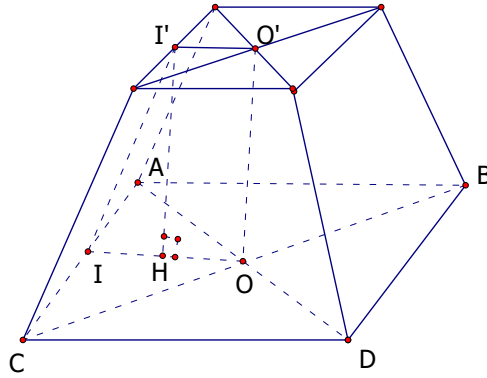
$$\text{Ta có: } 2^{x^2-3x+4} = 4^{2x-3} \Leftrightarrow 2^{x^2-3x+4} = 2^{2(2x-3)} \Leftrightarrow x^2 - 3x + 4 = 4x - 6$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 7x + 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = 2 \end{cases}. \text{ Tổng các nghiệm của phương trình là 7.}$$

Câu 2: Người ta dự định đào một hầm rượu có dạng hình chóp cụt đều cá hai cạnh đáy là 7m và 5m. Mặt bên tạo với đáy nhỏ thành một góc nhị diện có số đo bằng 120° . Tính số mét khối đất cần phải di chuyển ra khỏi hầm (đơn vị m, kết quả làm tròn đến hàng phần mười)

Lời giải

Trả lời: 62,9



Gọi O, O', I, I' lần lượt là tâm hai đáy và trung điểm 2 cạnh đáy lớn và đáy nhỏ tương ứng.

Vẽ đường cao $I'H$ của hình thang vuông $OII'O'$. Ta có $\widehat{II'O'} = 120^\circ$, $\widehat{I'IO} = 60^\circ$

$$OO' = HI = (OI - O'I'). \tan \widehat{I'IO} = \left(\frac{7}{2} - \frac{5}{2} \right) \cdot \tan 60^\circ = \sqrt{3}$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot h \cdot (S + \sqrt{S \cdot S'} + S') = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{3} \cdot (7^2 + \sqrt{7^2 \cdot 5^2} + 5^2) = \frac{109}{3} \cdot \sqrt{3}. \text{ hay } V \approx 62,9 (m^3)$$

Vậy phải chuyển ra khỏi hầm khoảng $62,9 (m^3)$ đất

Câu 3: Tàu cao tốc CRH380A Hexie bắt đầu chuyển động thẳng từ ga theo phương trình chuyển động là $S(t) = -t^3 + 15t^2 + 60t$ (m) (với thời gian t tính bằng giây) cho tới khi tàu đạt vận tốc tối đa thì tàu chuyển động đều với vận tốc tối đa đó. Hỏi sau một phút tàu đã chuyển động được quãng đường bằng bao nhiêu mét?

Lời giải

Trả lời: 7975

Do phương trình chuyển động $S(t) = -t^3 + 15t^2 + 60t$ (m) nên vận tốc lúc đầu của tàu cao tốc CRH380A Hexie là: $V(t) = S'(t) = -3t^2 + 30t + 60$ (m/s).

Tàu cao tốc CRH380A Hexie đạt tốc độ tối đa khi $V(t) = S'(t) = -3t^2 + 30t + 60$ (m/s) đạt giá trị lớn nhất.

$$\text{Ta có: } V(t) = -3t^2 + 30t + 60 = -3(t-5)^2 + 135 \leq 135 \text{ (m/s)}$$

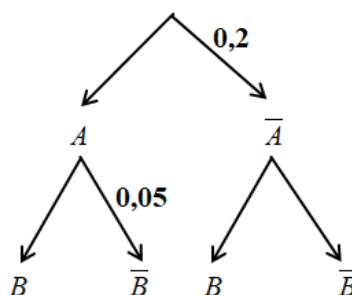
Vậy vận tốc tối đa của tàu cao tốc CRH380A Hexie đạt được là $135 (m/s)$ tại thời điểm 5 giây sau khi xuất phát.

Quãng đường mà tàu cao tốc CRH380A Hexie đi được trong thời gian 5 giây đầu là: $S(5) = -5^3 + 15 \cdot 5^2 + 60 \cdot 5 = 550$ (m)

Quãng đường mà tàu cao tốc CRH380A Hexie đi được trong thời gian 1 phút đầu là: $S = 550 + 55 \cdot 135 = 7975$ (m).

Vậy số cần tìm là: 7975.

Câu 4: Bài thực hành môn Công nghệ, Bạn An gieo 1 hạt cà phê và 1 hạt sầu riêng vào 2 chậu khác nhau (mỗi chậu 1 hạt). Gọi A là biến cố “Hạt cà phê nảy mầm” và B là biến cố “Hạt sầu riêng nảy mầm”. Sơ đồ hình cây về xác suất của hai biến cố A và B như sau:



Xác suất để cả 2 hạt cà phê và sầu riêng đều nảy mầm là $\frac{a}{b}$ (phân số tối giản). Khi đó tích $a.b$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: 475

+) Từ sơ đồ suy ra: $P(A) = 1 - 0,2 = 0,8$; $P(B) = 1 - 0,05 = 0,95$.

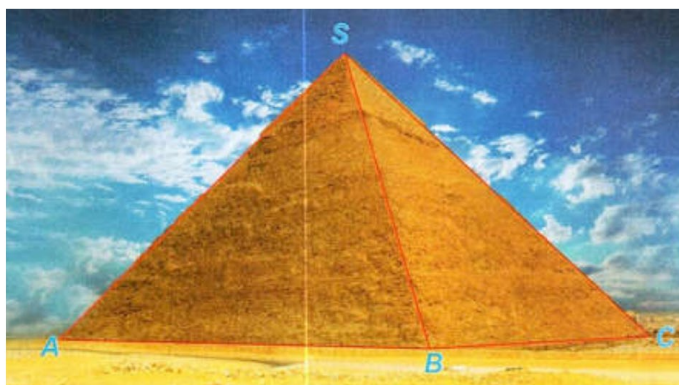
+) Gọi C là biến cố “Cả hạt cà phê và hạt sầu riêng đều nảy mầm”.

Khi đó $C = A \cap B$, mà A, B là hai biến cố độc lập nên $P(C) = P(AB) = P(A).P(B) = \frac{19}{25}$.

Vậy tích $a.b = 19.25 = 475$.

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Kim tự tháp Kê - ôp là kim tự tháp lớn nhất trong các kim tự tháp ở Ai Cập, được xây dựng vào thế kỉ 26 trước Công nguyên và là một trong bảy kì quan của thế giới cổ đại (hình 7.4). Kim tự tháp có dạng hình chóp với đáy là hình vuông có cạnh dài khoảng 230m, các cạnh bên bằng nhau và dài khoảng 219m (kích thước hiện nay). Tính số đo góc tạo bởi cạnh bên và mặt đáy? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

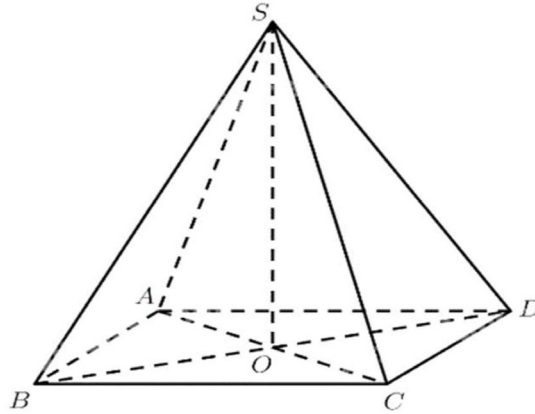


Hình 7.4

Lời giải

Trả lời: 42

Theo giả thiết, kim tự tháp Kê - ôp là một hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$.



Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$. Khi đó $SO \perp (ABCD) \Rightarrow (SA, (ABCD)) = \widehat{SAO}$.

$$\text{Ta có: } AC = AB\sqrt{2} = 230\sqrt{2} \Rightarrow AO = \frac{AC}{2} = 115\sqrt{2}.$$

$$\text{Xét tam giác vuông SOA có: } \cos \widehat{SAO} = \frac{AO}{SA} = \frac{115\sqrt{2}}{219} \Rightarrow \widehat{SAO} \approx 42^\circ.$$

Câu 2: Cho hàm số $y = \log_{\sqrt{2}} x + \log_{\sqrt[4]{2}} x + \log_{\sqrt[8]{2}} x + \dots + \log_{\sqrt[100]{2}} x$. Giá trị của $x \cdot \ln 2 \cdot y'$ bằng

Lời giải

Trả lời: 2550

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } y &= \log_{\sqrt{2}} x + \log_{\sqrt[4]{2}} x + \log_{\sqrt[8]{2}} x + \dots + \log_{\sqrt[100]{2}} x = \log_{\frac{1}{2^{\frac{1}{2}}}} x + \log_{\frac{1}{2^{\frac{1}{4}}}} x + \log_{\frac{1}{2^{\frac{1}{8}}}} x + \dots + \log_{\frac{1}{2^{\frac{1}{100}}}} x \\ &= 2\log_2 x + 4\log_2 x + 6\log_2 x + \dots + 100\log_2 x = (2 + 4 + 6 + \dots + 100)\log_2 x. \end{aligned}$$

Ta có dãy $2; 4; 6; \dots; 100$ là một cấp số cộng với $u_1 = 2; d = 2$ và 100 là số hạng thứ 50.

$$\text{Do đó } 2 + 4 + 6 + \dots + 100 = \frac{50 \cdot (2 + 100)}{2} = 2550 \Rightarrow y = 2550\log_2 x.$$

$$y' = \frac{2550}{x \ln 2} \Rightarrow x \cdot \ln 2 \cdot y' = x \cdot \ln 2 \cdot \frac{2550}{x \ln 2} = 2550.$$

Câu 3: Hai xạ thủ mỗi người một viên đạn bắn vào bia với xác suất bắn trúng của người thứ nhất là 0,8 và của người thứ hai là 0,7. Tính xác suất để có ít nhất 1 viên đạn bắn trúng đích. (Làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

$$\text{Gọi } A: \text{“Xạ thủ thứ nhất bắn trúng bia.”} \Rightarrow P(A) = 0,8.$$

$$B: \text{“Xạ thủ thứ hai bắn trúng bia.”} \Rightarrow P(B) = 0,7.$$

$$\text{Khi đó: } \overline{A}: \text{“Xạ thủ thứ nhất bắn không trúng bia.”} \Rightarrow P(\overline{A}) = 0,2.$$

$$\overline{B}: \text{“Xạ thủ thứ hai bắn không trúng bia.”} \Rightarrow P(\overline{B}) = 0,3.$$

Gọi biến cố X : “có ít nhất 1 viên đạn bắn trúng đích”, suy ra $X = \overline{A} \cdot B \cup A \cdot \overline{B} \cup A \cdot B$

Vì A, B độc lập nên ta có

$$\begin{aligned}P(X) &= P(\overline{A}.B \cup A.\overline{B} \cup A.B) = P(\overline{A}.B) + P(A.\overline{B}) + P(A.B) \\&= P(\overline{A}).P(B) + P(A).P(\overline{B}) + P(A).P(B) \\&= 0,2.0,7 + 0,8.0,3 + 0,8.0,7 \\&= 0,94.\end{aligned}$$

----- **HẾT** -----

ĐỀ ÔN KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ II

Môn: Toán 11 – Thời gian: 90 phút

ĐỀ SỐ 07 – MÃ ĐỀ: 711

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Biểu thức $P = \sqrt[3]{-4} \cdot \sqrt[3]{8}$ có giá trị bằng

- A. $4\sqrt{2}$. B. -2 . C. 2 . D. $-4\sqrt{2}$.

Câu 2: Cho $\log 2 = a$. Tính $A = \log \frac{125}{4}$ theo a ?

- A. $6 + 7a$ B. $2(a + 5)$ C. $4(1 + a)$ D. $3 - 5a$

Câu 3: Ông An gửi 500 triệu vào ngân hàng theo hình thức lãi kép trong một thời gian khá lâu với lãi suất ổn định trong suốt thời gian tiết kiệm là 10% 1 năm. Tết năm nay do dịch bệnh nên ông rút hết tiền trong ngân hàng ra để gia đình chi tiêu. Sau khi rút cả vốn lẫn lãi, ông trích ra 20 triệu để sắm sửa đồ Tết thì ông còn 860 triệu. Hỏi ông đã gửi tiết kiệm trong bao nhiêu năm?

- A. 9 năm. B. 20 năm. C. 12 năm. D. 6 năm.

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O và $SA = SC$, $SB = SD$. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào **sai**?

- A. $AC \perp SD$. B. $BD \perp AC$. C. $BD \perp SA$. D. $AC \perp SA$.

Câu 5: Cho tứ diện $OABC$ có OA , OB , OC đôi một vuông góc với nhau. Kẻ OH vuông góc với mặt phẳng (ABC) tại H . Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A. $BC \perp (AHO)$. B. $OA \perp (OBC)$. C. $AH \perp BC$. D. $AH \perp (OBC)$.

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC$. Gọi O là hình chiếu của S trên mặt phẳng (ABC) . Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) là

- A. $\widehat{SAC}$. B. $\widehat{SCO}$. C. $\widehat{SOD}$. D. $\widehat{SOC}$.

Câu 7: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác cân tại B , cạnh bên SA vuông góc với đáy, I là trung điểm AC , H là hình chiếu của I lên SC . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $(BIH) \perp (SBC)$. B. $(SAC) \perp (SAB)$. C. $(SBC) \perp (ABC)$. D. $(SAC) \perp (SBC)$.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B , $AB = 1$; $SA \perp (ABC)$, $SA = 1$. Khoảng cách từ điểm A đến mp (SBC) bằng

- A. $\sqrt{2}$. B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. C. 1 . D. $\frac{1}{2}$.

Câu 9: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A, B . Biết SA vuông góc với đáy, $AB = BC = 2a$; $AD = 4a$; góc giữa (SCD) và đáy bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

- A. $\frac{8\sqrt{6}a^3}{3}$. B. $\frac{4\sqrt{6}a^3}{3}$. C. $\frac{8\sqrt{6}a^3}{15}$. D. $4\sqrt{6}a^3$.

Câu 10: Một xạ thủ bắn liên tục 4 phát đạn vào bia. Gọi A_k là các biến cố “xạ thủ bắn trúng lần thứ k ” với $k = 1, 2, 3, 4$. Hãy biểu diễn các biến cố “Lần thứ tư mới bắn trúng bia” qua các biến cố A_1, A_2, A_3, A_4

- A. $A = \overline{A_1} \cap \overline{A_2} \cap A_3 \cap A_4$. B. $A = A_1 \cap \overline{A_2} \cap \overline{A_3} \cap A_4$.
C. $A = \overline{A_1} \cap A_2 \cap \overline{A_3} \cap A_4$. D. $A = \overline{A_1} \cap \overline{A_2} \cap \overline{A_3} \cap A_4$.

Câu 11: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $y = 9x + 7$.

- A. $y = 9x + 7$; $y = 9x - 25$. B. $y = 9x - 25$.
C. $y = 9x - 7$; $y = 9x + 25$. D. $y = 9x + 25$.

Câu 12: Đạo hàm của hàm số $y = e^{3x}$ là

- A. $y' = e^{3x}$. B. $y' = e^{3x} \cdot \ln 3$. C. $y' = 3e^{3x}$. D. $y' = \frac{e^{3x}}{3}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Một bà mẹ Việt Nam anh hùng được hưởng số tiền là 4 triệu đồng mỗi tháng (chuyển vào tài khoản ngân hàng của mẹ ở ngân hàng vào đầu mỗi tháng). Tháng 12 năm 2023 về trước, mẹ đã rút hết tiền hàng tháng. Từ tháng 1 năm 2024, mẹ không đi rút tiền mà để lại ngân hàng và được tính lãi 1% /tháng vào ngày mùng 1 đầu tháng trên tổng số tiền gốc và lãi có của tháng liền trước đó.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Đến ngày 29 tháng 2 năm 2024, mẹ đi rút tiền thì tổng số tiền nhận được bằng 8080000 đồng.		
b)	Đến ngày 02 tháng 3 năm 2024, mẹ đi rút tiền gốc và lãi của tháng 1, tháng 2 và tiền tháng 3, thì tổng số tiền nhận được bằng 12 120 400 đồng.		
c)	Đến ngày 05 tháng 01 năm 2025, mẹ đi rút tiền thì số tiền nhận được bằng 50 triệu 730 nghìn đồng (làm tròn đến hàng nghìn).		
d)	Để nhận được số tiền hơn 100 triệu đồng thì mẹ phải đi rút tiền trong tháng 12 năm 2025.		

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$ cạnh a , cạnh bên $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{6}$.

a) Khoảng cách từ S đến đường thẳng AC bằng $2\sqrt{2}a$.

b) Khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SAD) bằng a .

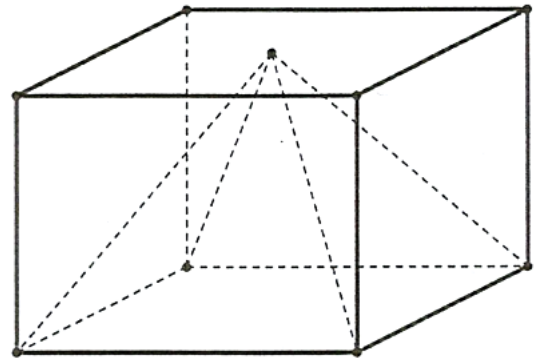
c) Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và CD bằng a .

d) Khoảng cách giữa hai đường thẳng SC và BD bằng $\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh 1, $SA \perp (ABCD)$, $SA = \sqrt{2}$. Tính khoảng cách giữa AD đến mặt phẳng (SBC) (làm tròn số thập phân đến hàng phần mười)

Câu 2: Một cái hộp hình lập phương, bên trong nó đựng một mô hình đồ chơi có dạng hình chóp tứ giác đều mà đỉnh của hình chóp đó trùng với tâm của một mặt chiếc hộp, giả sử hình vuông đáy của hình chóp trùng với một mặt của chiếc hộp (mặt này cùng với mặt chứa đỉnh hình chóp là hai mặt đối nhau). Biết cạnh của chiếc hộp bằng 30cm , hãy tính thể tích phần không gian bên trong chiếc hộp không bị chiếm bởi mô hình đồ chơi dạng hình chóp (mô hình đồ chơi được làm bởi chất liệu nhựa đặc bên trong) (đơn vị dm^3).



Câu 3: Cho hàm số $f(x) = \ln \frac{2025x}{x+1}$. Biết tổng $f'(1) + f'(2) + \dots + f'(2025) = \frac{a}{b}$ với a, b là các số tự nhiên và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $a + b$.

Câu 4: Có hai chiếc hộp giống nhau. Hộp I có 6 bi đỏ và 3 bi xanh, hộp II có 4 bi đỏ và 5 bi vàng. Bóc ngẫu nhiên một hộp rồi lấy một viên bi từ hộp đó. Tính xác suất để viên bi lấy được có màu đỏ? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Tích tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2(12 - 2^x) = 5 - x$ bằng

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 2024, $SA \perp (ABCD)$ và mặt bên (SCD) hợp với mặt đáy $(ABCD)$ một góc 60° . Tính khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SCD) ?

Câu 3: Trong lớp 10A có 41 học sinh, trong đó có 23 học sinh thích môn Toán, có 11 học sinh thích môn Văn, 4 học sinh thích môn Toán và Văn. Chọn ra ngẫu nhiên một học sinh trong lớp. Tính xác suất để học sinh đó thích môn Toán hoặc thích môn Văn (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Biểu thức $P = \sqrt[5]{-4} \cdot \sqrt[5]{8}$ có giá trị bằng

- A. $4\sqrt{2}$. B. **-2**. C. 2. D. $-4\sqrt{2}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } P = \sqrt[5]{-4} \cdot \sqrt[5]{8} = \sqrt[5]{(-32)} = -2.$$

Câu 2: Cho $\log 2 = a$. Tính $A = \log \frac{125}{4}$ theo a ?

- A. $6 + 7a$ B. $2(a + 5)$ C. $4(1 + a)$ D. **$3 - 5a$**

Lời giải

$$\begin{aligned} A &= \log \frac{125}{4} = \log 125 - \log 4 = \log 5^3 - \log 2^2 \\ &= 3\log 5 - 2\log 2 = \frac{3}{\log_5 10} - 2\log 2 = \frac{3}{\log_5 (5 \cdot 2)} - 2\log 2 = \frac{3}{\log_5 2 + 1} - 2\log_2 \end{aligned}$$

$$\text{Ta có: } \log 2 = \frac{1}{\log_2 10} = \frac{1}{\log_2 (2 \cdot 5)} = \frac{1}{1 + \log_2 5}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{1 + \log_2 5} = a \Leftrightarrow 1 + \log_2 5 = \frac{1}{a} \Leftrightarrow \log_2 5 = \frac{1-a}{a} \Rightarrow \log_5 2 = \frac{a}{1-a}$$

$$\Rightarrow A = \frac{3}{\frac{a}{1-a} + 1} - 2a = 3(1-a) - 2a = 3 - 5a$$

Câu 3: Ông An gửi 500 triệu vào ngân hàng theo hình thức lãi kép trong một thời gian khá lâu với lãi suất ổn định trong suốt thời gian tiết kiệm là 10% 1 năm. Tết năm nay do dịch bệnh nên ông rút hết tiền trong ngân hàng ra để gia đình chi tiêu. Sau khi rút cả vốn lẫn lãi, ông trích ra 20 triệu để sắm sửa đồ Tết thì ông còn 860 triệu. Hỏi ông đã gửi tiết kiệm trong bao nhiêu năm?

- A. 9 năm. B. 20 năm. C. 12 năm. D. **6 năm.**

Lời giải

Giả sử ông An đã gửi tiết kiệm trong n năm.

Số tiền ông đã nhận được là 880 triệu.

Theo công thức lãi suất kép, ta có

$$880 \cdot 10^6 = 500 \cdot 10^6 (1 + 0,1)^n \Leftrightarrow n = \log_{1,1} \frac{880}{500} \Leftrightarrow n \approx 5,93.$$

Vậy, ông A đã gửi tiết kiệm trong 6 năm.

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O và $SA = SC$, $SB = SD$. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào **sai**?

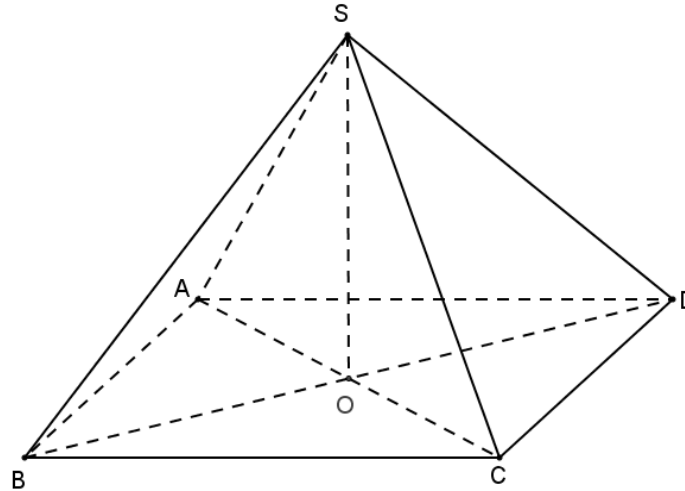
A. $AC \perp SD$.

B. $BD \perp AC$.

C. $BD \perp SA$.

D. $AC \perp SA$.

Lời giải



Ta có tam giác SAC cân tại S và SO là đường trung tuyến cũng đồng thời là đường cao.

Do đó $SO \perp AC$.

Trong tam giác vuông SOA thì AC và SA không thể vuông tại A .

Câu 5: Cho tứ diện $OABC$ có OA , OB , OC đôi một vuông góc với nhau. Kẻ OH vuông góc với mặt phẳng (ABC) tại H . Khẳng định nào sau đây là **sai**?

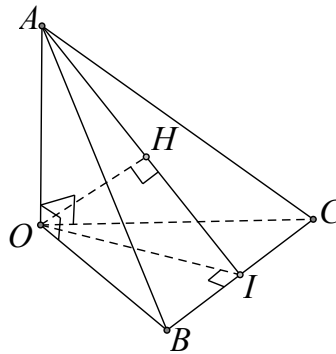
A. $BC \perp (AHO)$.

B. $OA \perp (OBC)$.

C. $AH \perp BC$.

D. $AH \perp (OBC)$.

Lời giải



Theo đề bài ta có $\begin{cases} OA \perp OB \\ OA \perp OC \end{cases} \Rightarrow OA \perp (OBC) \Rightarrow OA \perp BC$ (1). Vậy B đúng.

Ta lại có $OH \perp (ABC) \Rightarrow OH \perp BC$ (2). Từ (1) và (2) suy ra $BC \perp (AHO) \Rightarrow AH \perp BC$.

Giả sử $AH \perp (OBC)$ mà $OA \perp (OBC)$ suy ra $A; H; O$ thẳng hàng (vô lý)

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC$. Gọi O là hình chiếu của S trên mặt phẳng (ABC) . Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) là

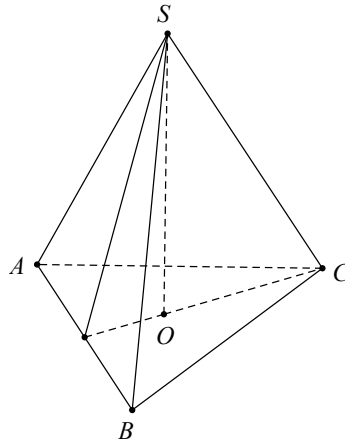
A. $\widehat{SAC}$.

B. $\widehat{SCO}$.

C. $\widehat{SOD}$.

D. $\widehat{SOC}$.

Lời giải



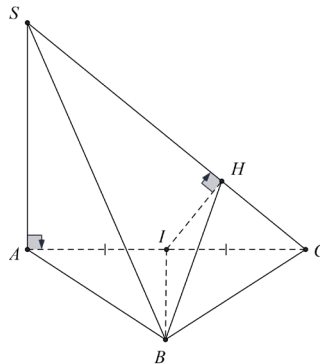
Ta có O là hình chiếu của S trên mặt phẳng (ABC) .

Suy ra OC là hình chiếu của SC trên mặt đáy, do đó góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) là $\widehat{SCO}$.

Câu 7: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác cân tại B , cạnh bên SA vuông góc với đáy, I là trung điểm AC , H là hình chiếu của I lên SC . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** $(BIH) \perp (SBC)$. **B.** $(SAC) \perp (SAB)$. **C.** $(SBC) \perp (ABC)$. **D.** $(SAC) \perp (SBC)$.

Lời giải



$$\text{Ta có: } \begin{cases} BI \perp AC (\text{gt}) \\ BI \perp SA (SA \perp (ABC)) \end{cases} \Rightarrow BI \perp (SAC) \supset SC \Rightarrow SC \perp BI \quad (1).$$

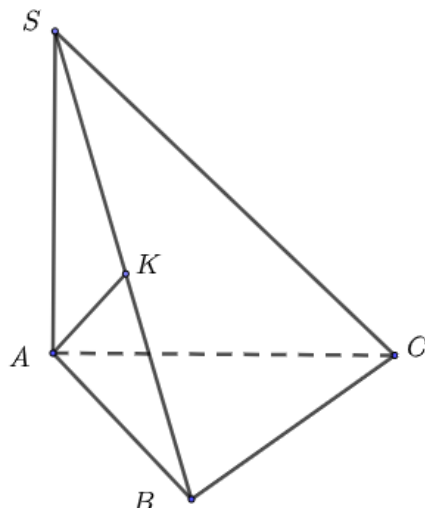
Theo giả thiết: $SC \perp IH \quad (2)$.

Từ (1) và (2) suy ra: $SC \perp (BIH)$. Mà $SC \subset (SBC)$ nên $(BIH) \perp (SBC)$.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B , $AB = 1$; $SA \perp (ABC)$, $SA = 1$. Khoảng cách từ điểm A đến mp (SBC) bằng

- A.** $\sqrt{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **C.** 1. **D.** $\frac{1}{2}$.

Lời giải



ΔSAB dựng $AK \perp SB$

Do $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp BC$

Có $BC \perp AB$, suy ra $BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AK$

Vậy $AK \perp (SBC), d(A, (SBC)) = AK$.

$$\text{Có } SA \cdot AB = AK \cdot SB \Rightarrow AK = \frac{SA \cdot AB}{SB} = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Câu 9: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A, B . Biết SA vuông góc với đáy, $AB = BC = 2a; AD = 4a$; góc giữa (SCD) và đáy bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

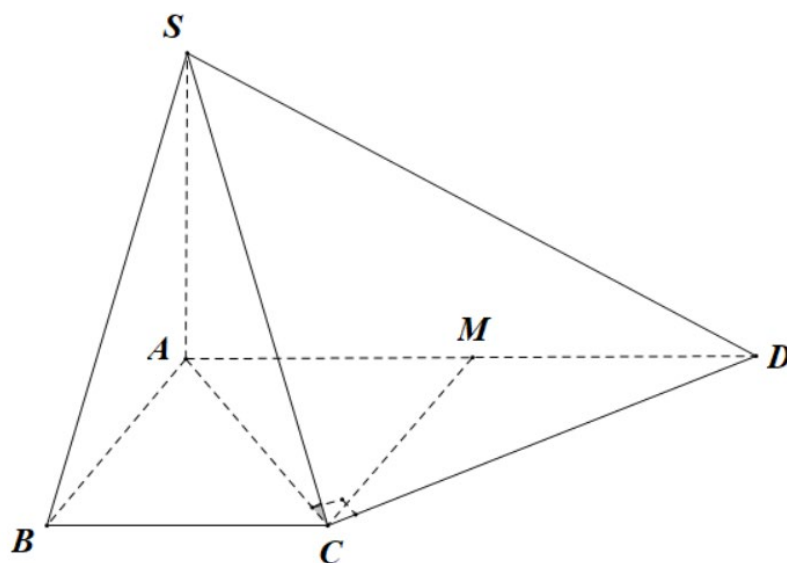
A. $\frac{8\sqrt{6}a^3}{3}$.

B. $\frac{4\sqrt{6}a^3}{3}$.

C. $\frac{8\sqrt{6}a^3}{15}$.

D. $4\sqrt{6}a^3$.

Lời giải



Tam giác ACD vuông tại $C \Rightarrow DC \perp AC, DC \perp SA \Rightarrow DC \perp (SAC) \Rightarrow DC \perp SC$

$$\Rightarrow ((SCD), (ABCD)) = \widehat{SCA} = 60^\circ$$

$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 2\sqrt{2}a \Rightarrow SA = AC \cdot \tan 60^\circ = 2\sqrt{6}a$$

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} 2\sqrt{6}a \cdot \frac{(4a+2a) \cdot 2a}{2} = 4\sqrt{6}a^3.$$

Câu 10: Một xạ thủ bắn liên tục 4 phát đạn vào bia. Gọi A_k là các biến cố “xạ thủ bắn trúng lần thứ k ” với $k=1,2,3,4$. Hãy biểu diễn các biến cố “Lần thứ tư mới bắn trúng bia” qua các biến cố A_1, A_2, A_3, A_4

A. $A = \overline{A_1} \cap \overline{A_2} \cap A_3 \cap A_4.$

B. $A = A_1 \cap \overline{A_2} \cap \overline{A_3} \cap A_4.$

C. $A = \overline{A_1} \cap A_2 \cap \overline{A_3} \cap A_4.$

D. $A = \overline{A_1} \cap \overline{A_2} \cap \overline{A_3} \cap A_4.$

Lời giải

Gọi A là biến cố: “Lần thứ tư mới bắn trúng bia”.

$\overline{A_k}$ là biến cố lần thứ k ($k=1,2,3,4$) bắn không trúng bia.

Khi đó ta có $A = \overline{A_1} \cap \overline{A_2} \cap \overline{A_3} \cap A_4$

Câu 11: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $y = 9x + 7$.

A. $y = 9x + 7; y = 9x - 25.$

B. $y = 9x - 25.$

C. $y = 9x - 7; y = 9x + 25.$

D. $y = 9x + 25.$

Lời giải

Gọi $M(x_0; y_0)$ là tọa độ tiếp điểm.

Ta tính được $k = y'(x_0) = 3x_0^2 - 6x_0$. Do tiếp tuyến song song với đường thẳng $y = 9x + 7$ nên có

$$k = 9 \Leftrightarrow 3x_0^2 - 6x_0 = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -1 \\ x_0 = 3 \end{cases}.$$

Với $x_0 = -1 \rightarrow \begin{cases} y_0 = -2 \\ k = 9 \end{cases}$. Phương trình tiếp tuyến cần tìm là: $y = 9x + 7$ (loại) (vì trùng với đường thẳng đã cho).

Với $x_0 = 3 \rightarrow \begin{cases} y_0 = 2 \\ k = 9 \end{cases}$. Phương trình tiếp tuyến cần tìm là: $y = 9x - 25$.

Câu 12: Đạo hàm của hàm số $y = e^{3x}$ là

A. $y' = e^{3x}.$

B. $y' = e^{3x} \cdot \ln 3.$

C. $y' = 3e^{3x}.$

D. $y' = \frac{e^{3x}}{3}.$

Lời giải

$$y' = (e^{3x})' = (3x)' \cdot e^{3x} = 3e^{3x}.$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Một bà mẹ Việt Nam anh hùng được hưởng số tiền là 4 triệu đồng mỗi tháng (chuyển vào tài khoản ngân hàng của mẹ ở ngân hàng vào đầu mỗi tháng). Tháng 12 năm 2023 về trước, mẹ đã rút hết tiền hàng tháng. Từ tháng 1 năm 2024, mẹ không đi rút tiền mà để lại ngân hàng và được tính lãi 1% /tháng vào ngày mùng 1 đầu tháng trên tổng số tiền gốc và lãi có của tháng liền trước đó.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Đến ngày 29 tháng 2 năm 2024, mẹ đi rút tiền thì tổng số tiền nhận được bằng 8080000 đồng.		
b)	Đến ngày 02 tháng 3 năm 2024, mẹ đi rút tiền gốc và lãi của tháng 1, tháng 2 và tiền tháng 3, thì tổng số tiền nhận được bằng 12 120 400 đồng.		
c)	Đến ngày 05 tháng 01 năm 2025, mẹ đi rút tiền thì số tiền nhận được bằng 50 triệu 730 nghìn đồng (làm tròn đến hàng nghìn).		
d)	Để nhận được số tiền hơn 100 triệu đồng thì mẹ phải đi rút tiền trong tháng 12 năm 2025.		

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------

a) Sai

Đến ngày 29 tháng 2 năm 2024, mẹ đi rút tiền thì tổng số tiền nhận được bằng 8080000 đồng.

Đến ngày 29 tháng 2 năm 2024, mẹ đi rút tiền thì số tiền nhận được bao gồm:

+ Tiền tháng 1 và Lãi

+ Cộng với tiền tháng 2 chưa có lãi, nên số tiền nhận được bằng:

$$4000000.(1+1\%)+4000000=8040000 \text{ đồng.}$$

b) Đúng

Đến ngày 02 tháng 3 năm 2024, mẹ đi rút tiền gốc và lãi của tháng 1, tháng 2 và tiền tháng 3, thì tổng số tiền nhận được bằng 12 120 400 đồng.

Đến ngày 02 tháng 3 năm 2024, mẹ đi rút tiền thì số tiền nhận được bao gồm tiền tháng 1, tháng 2 và lãi, cộng với tiền tháng 3 chưa có lãi, nên số tiền nhận được bằng:

$$(4000000.1,01+4000000).1,01+4000000=12120400 \text{ đồng.}$$

c) Đúng

Đến ngày 05 tháng 01 năm 2025, mẹ đi rút tiền thì số tiền nhận được bằng 50 triệu 730 nghìn đồng (làm tròn đến hàng nghìn).

Xét bài toán tổng quát:

Gọi số tiền mẹ nhận được gửi vào ngân hàng mỗi đầu hàng tháng là A đồng.

Lãi suất hàng tháng mẹ gửi tại ngân hàng là r %.

Đầu tháng thứ 2, số tiền của mẹ là: $A + A(1+r)$ đồng.

Đầu tháng thứ 3, số tiền của mẹ là: $A + [A + A(1+r)](1+r) = A + A(1+r) + A(1+r)^2$ đồng.

...

Đầu tháng thứ n , số tiền của mẹ là: $A + A(1+r) + A(1+r)^2 + \dots + A(1+r)^{n-1}$ đồng.

$$\text{Ta có } A + A(1+r) + A(1+r)^2 + \dots + A(1+r)^{n-1} = A \cdot 1 \cdot \frac{(1+r)^n - 1}{(1+r) - 1} = A \cdot \frac{(1+r)^n - 1}{r}.$$

Đến ngày 05 tháng 01 năm 2025 thì $n = 12$, với $A = 4\,000\,000$; $r = 1\% = 0,01$, số tiền nhận được bằng:

$$4\,000\,000 \cdot \frac{1,01^{12} - 1}{0,01} \approx 50\,730\,012 \text{ đồng, làm tròn là 50 triệu 730 nghìn đồng.}$$

d) Sai

Để nhận được số tiền hơn 100 triệu đồng thì mẹ phải đi rút tiền trong tháng 12 năm 2025.

Để nhận được số tiền hơn 100 triệu đồng thì

$$4\,000\,000 \cdot \frac{1,01^n - 1}{0,01} \geq 100\,000\,000 \Rightarrow 1,01^n \geq \frac{5}{4} \Rightarrow n \geq \log_{1,01} \frac{5}{4} \approx 22,4.$$

Vậy phải 23 tháng, tức là đến tháng 11 năm 2025 thì nhận được số tiền hơn 100 triệu đồng.

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$ cạnh a , cạnh bên $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{6}$.

a) Khoảng cách từ S đến đường thẳng AC bằng $2\sqrt{2}a$.

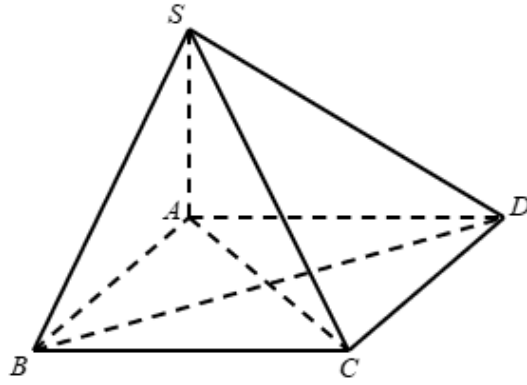
b) Khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SAD) bằng a .

c) Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và CD bằng a .

d) Khoảng cách giữa hai đường thẳng SC và BD bằng $\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------



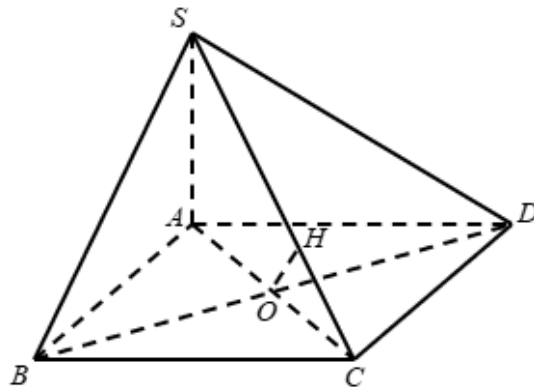
a) Sai: Ta có $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp AC$. Vậy $d(S, AC) = SA = a\sqrt{6}$.

b) Đúng: Ta có $\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD)$. Vậy $d(C, (SAD)) = CD = a$.

c) Đúng: Ta có $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB$. Mặt khác $BC \perp CD$.

$\Rightarrow BC$ là đoạn vuông góc chung của SB và CD . Vậy $d(SB, CD) = BC = a$.

d) Sai:



Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$.

Ta có $\begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp SA \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC)$ tại O .

Trong mặt phẳng (SAC) : từ O kẻ $OH \perp SC$ tại H .

Ta có $OH \perp SC$ và $OH \perp BD$ (do $BD \perp (SAC), OH \subset (SAC)$). Vậy OH là đoạn vuông góc chung của SC và BD .

$$\text{Ta có } \sin \widehat{ACS} = \frac{SA}{SC} = \frac{OH}{OC} \Rightarrow OH = \frac{OC \cdot SA}{SC} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot a\sqrt{6}}{2\sqrt{2}a} = \frac{a\sqrt{6}}{4}.$$

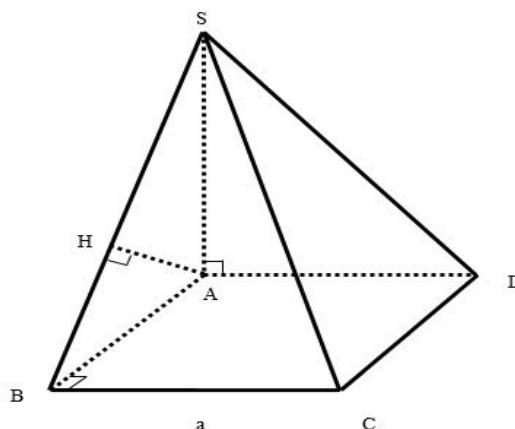
$$\text{Vậy } d(SC, BD) = OH = \frac{a\sqrt{6}}{4}.$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh 1, $SA \perp (ABCD)$, $SA = \sqrt{2}$. Tính khoảng cách giữa AD đến mặt phẳng (SBC) (làm tròn số thập phân đến hàng phần mười)

Lời giải

Trả lời: 0,8



- Vì $ABCD$ là hình vuông nên $AD \parallel BC \Rightarrow AD \parallel (SBC)$

Khi đó, $d(AD; (SBC)) = d(A; (SBC))$

- Kẻ $AH \perp SB$ tại H

- Ta có: $\left. \begin{array}{l} BC \perp SA \\ BC \perp BA \end{array} \right\}$

$\Rightarrow BC \perp (SAB)$

$\Rightarrow BC \perp AH$

- Vì $AH \perp SB$ và $AH \perp BC$ nên $AH \perp (SBC)$

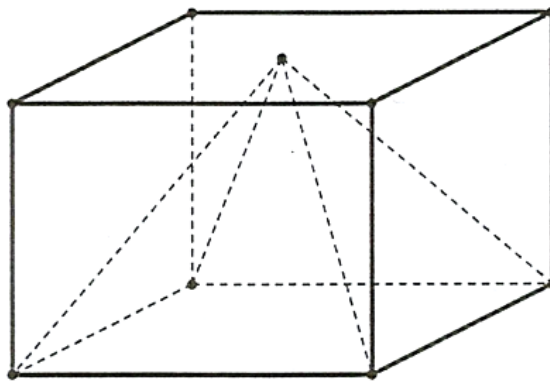
$\Rightarrow d(AD; (SBC)) = d(A; (SBC)) = AH$

- Xét tam giác vuông SAB , có

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2} = \frac{1}{(\sqrt{2})^2} + \frac{1}{1^2}$$

$$\Rightarrow AH = \frac{\sqrt{6}}{3} \approx 0,8$$

Câu 2: Một cái hộp hình lập phương, bên trong nó đựng một mô hình đồ chơi có dạng hình chóp tứ giác đều mà đỉnh của hình chóp đó trùng với tâm của một mặt chiếc hộp, giả sử hình vuông đáy của hình chóp trùng với một mặt của chiếc hộp (mặt này cùng với mặt chứa đỉnh hình chóp là hai mặt đối nhau). Biết cạnh của chiếc hộp bằng 30 cm , hãy tính thể tích phần không gian bên trong chiếc hộp không bị chiếm bởi mô hình đồ chơi dạng hình chóp (mô hình đồ chơi được làm bởi chất liệu nhựa đặc bên trong) (đơn vị dm^3).



Lời giải

Trả lời: 18

Thể tích cái hộp (khối lập phương) là: $V_1 = 30^3 = 27000 (cm^3)$.

Xét đồ chơi có dạng hình chóp tứ giác đều, chiều cao của hình chóp bằng với một cạnh của hình lập phương, hay $h = 30 cm$, đáy của hình chóp có diện tích $S = 30^2 = 900 cm^2$.

Thể tích khối đồ chơi (khối chóp tứ giác đều) là:

$$V_2 = \frac{1}{3}Sh = \frac{1}{3} \cdot 900 \cdot 30 = 9000 (cm^3).$$

Thể tích phần không gian bên trong chiếc hộp không bị chiếm bởi mô hình đồ chơi dạng hình chóp: $V = V_1 - V_2 = 27000 - 9000 = 18000 (cm^3) = 18 (dm^3)$.

Câu 3: Cho hàm số $f(x) = \ln \frac{2025x}{x+1}$. Biết tổng $f'(1) + f'(2) + \dots + f'(2025) = \frac{a}{b}$ với a, b là các số tự nhiên và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $a + b$.

Lời giải

Trả lời: 4051

$$\text{Ta có: } f'(x) = \left(\ln \frac{2025x}{x+1} \right)' = \frac{1}{\frac{2025x}{x+1}} \cdot \left(\frac{2025x}{x+1} \right)' = \frac{x+1}{2025x} \cdot \frac{2025}{(x+1)^2} = \frac{1}{x \cdot (x+1)} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}.$$

$$f'(1) + f'(2) + \dots + f'(2025) = \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2025} - \frac{1}{2026} = 1 - \frac{1}{2026} = \frac{2025}{2026}.$$

Vậy $a + b = 2025 + 2026 = 4051$.

Câu 4: Có hai chiếc hộp giống nhau. Hộp I có 6 bi đỏ và 3 bi xanh, hộp II có 4 bi đỏ và 5 bi vàng. Bóc ngẫu nhiên một hộp rồi lấy một viên bi từ hộp đó. Tính xác suất để viên bi lấy được có màu đỏ? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Trả lời: 0,56

+) Gọi C_1 là biến cố “Bóc được hộp I”; C_i là biến cố “Bóc được bi đỏ từ hộp I”

+) Gọi C_2 là biến cố “Bóc được hộp II”; C_{ii} là biến cố “Bóc được bi đỏ từ hộp II”

Ta có $P(C_1) = P(C_2) = \frac{1}{2}; P(C_i) = \frac{6}{9}; P(C_{ii}) = \frac{4}{9}$.

+) Gọi C là biến cố “Viên bi lấy được trong hộp đã bốc có màu đỏ”.

Khi đó $C = (C_1 \cap C_i) \cup (C_2 \cap C_{ii})$.

Do các biến cố $C_1 \cap C_i, C_2 \cap C_{ii}$ xung khắc và các cặp C_1, C_i và C_2, C_{ii} là các cặp biến cố độc lập, nên ta có: $P(C) = P(C_1.C_i) + P(C_2.C_{ii}) = P(C_1).P(C_i) + P(C_2).P(C_{ii})$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{6}{9} + \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{9} = \frac{5}{9} \approx 0,56.$$

Vậy xác suất lấy được viên bi có màu đỏ là 0,56.

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Tính tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2(12 - 2^x) = 5 - x$ bằng

Lời giải

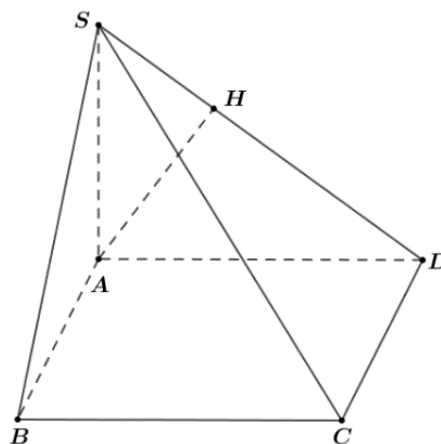
$$\text{Ta có: } \log_2(12 - 2^x) = 5 - x \Leftrightarrow \begin{cases} 12 - 2^x > 0 \\ 12 - 2^x = 2^{5-x} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < \log_2 12 \\ (2^x)^2 - 12 \cdot 2^x + 32 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x < \log_2 12 \\ 2^x = 8 \\ 2^x = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < \log_2 12 \\ x = 3 \\ x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Do đó tích các nghiệm của phương trình là $P = 3.2 = 6$.

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 2024, $SA \perp (ABCD)$ và mặt bên (SCD) hợp với mặt đáy $(ABCD)$ một góc 60° . Tính khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SCD) ?

Lời giải



$$\text{Ta có: } \begin{cases} (SCD) \cap (ABCD) = CD \\ AD \perp CD \\ SD \perp CD \end{cases} \Rightarrow ((SCD), (ABCD)) = (\widehat{AD, SD}) = \widehat{SDA} = 60^\circ$$

Vì $BA \parallel (SCD)$ nên $d(B, (SCD)) = d(A, (SCD))$.

Từ A kẻ $AH \perp SD$ thì $AH \perp CD$ (do $CD \perp SA, CD \perp AD$).

$$\text{Do đó } d(A, (SCD)) = AH = AD \cdot \sin \widehat{SDA} = 2024 \cdot \sin 60^\circ = \frac{2024\sqrt{3}}{2}.$$

$$\Rightarrow d(B, (SCD)) = d(A, (SCD)) = 1012\sqrt{3}.$$

Câu 3: Trong lớp 10A có 41 học sinh, trong đó có 23 học sinh thích môn Toán, có 11 học sinh thích môn Văn, 4 học sinh thích môn Toán và Văn. Chọn ra ngẫu nhiên một học sinh trong lớp. Tính xác suất để học sinh đó thích môn Toán hoặc thích môn Văn (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Lời giải

Gọi A là biến cố “Học sinh đó thích môn Toán”;

B là biến cố “Học sinh đó thích môn Văn”;

$$\text{Khi đó, } P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = \frac{23}{41} + \frac{11}{41} - \frac{4}{41} = \frac{30}{41} \approx 0,73.$$

----- HẾT -----

ĐỀ ÔN KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ II

Môn: Toán 11 – Thời gian: 90 phút

ĐỀ SỐ 08 – MÃ ĐỀ: 811

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Với a là số thực dương tùy ý, $\sqrt{\frac{1}{a^3}}$ bằng?

- A. a^{-3} . B. $a^{\frac{3}{2}}$. C. $a^{\frac{1}{6}}$. D. $a^{\frac{3}{2}}$.

Câu 2: Cho a và b là các số thực dương tùy ý. Nếu $a^{\frac{1}{2}} > a^{\frac{1}{3}}$ và $\log_b\left(\frac{1}{3}\right) < \log_b\left(\frac{1}{4}\right)$ thì

- A. $a > 1, 0 < b < 1$. B. $0 < a < 1, 0 < b < 1$. C. $a > 1, b > 1$. D. $0 < a < 1, b > 1$.

Câu 3: Cường độ một trận động đất M (Richte) được cho bởi công thức $M = \log A - \log A_0$, với A là biên độ rung chấn tối đa và A_0 là một biên độ chuẩn (hằng số). Đầu thế kỷ 20, một trận động đất ở San Francisco có cường độ 8 độ Richter. Trong cùng năm đó, trận động đất khác ở Nhật Bản có cường độ đo được 6 độ Richter. Hỏi trận động đất ở San Francisco có biên độ gấp bao nhiêu lần biên độ trận động đất ở Nhật Bản.

- A. $\frac{1}{100}$. B. $\frac{4}{3}$. C. 2. D. 100.

Câu 4: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Đường thẳng nào sau đây vuông góc với đường thẳng BB' ?

- A. $A'D$. B. $A'D'$. C. BB' . D. AD' .

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi AE, AF lần lượt là đường cao của tam giác SAB và tam giác SAD . Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A. $SC \perp (AFB)$. B. $SC \perp (AEF)$. C. $SC \perp (AEC)$. D. $SC \perp (AED)$.

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và SA vuông góc với đáy. Khẳng định nào sau đây là khẳng định sai?

- A. A là hình chiếu của S trên $(ABCD)$. B. A là hình chiếu của B trên (SAD) .
C. A là hình chiếu của C trên (SAB) . D. A là hình chiếu của D trên (SAB) .

Câu 7: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông có tâm O , SA vuông góc với đáy. Khi đó góc nào sau đây là góc phẳng của góc nhị diện $[S, BD, A]$?

- A. $\widehat{BAD}$. B. $\widehat{BDS}$. C. $\widehat{SOA}$. D. $\widehat{SBA}$.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $\triangle ABC$ là tam giác đều cạnh bằng a . Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB) bằng

- A. $\frac{\sqrt{3}a}{2}$. B. a . C. $2a$. D. $\frac{\sqrt{3}a}{3}$.

Câu 9: Cho hình chóp $SABC$, đáy là tam giác ABC vuông tại B , có $AB = a\sqrt{3}$; $BC = a$. Tam giác SAC cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, $mp(SBC)$ tạo với đáy một góc 60° . Thể tích khối chóp $SABC$ là

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{a^3}{4}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $2a^3$.

Câu 10: Cho A, B là hai biến cố xung khắc. Biết $P(A) = \frac{1}{5}$, $P(B) = \frac{1}{3}$. Tính $P(A \cup B)$.

- A. $\frac{3}{5}$. B. $\frac{8}{15}$. C. $\frac{2}{15}$. D. $\frac{1}{15}$.

Câu 11: Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$ tại $x_0 = 1$

- A. Không tồn tại. B. 0 C. -1. D. -3.

Câu 12: Đạo hàm của hàm số $y = (x^2 - 2x + 2)e^x$ là

- A. $y' = (2x - 2)e^x$. B. $y' = x^2e^x$. C. $y' = (x^2 + 2)e^x$. D. $y' = -2xe^x$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a . Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy.

- a) Chiều cao hình chóp bằng a .
b) Thể tích khối chóp bằng $\frac{\sqrt{3}}{6}a^3$.
c) Khoảng cách giữa đường thẳng CD và mặt phẳng (SAB) bằng a .
d) Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và CD bằng $\sqrt{2}a$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 1$.

a) Đạo hàm của hàm số $y = f(x)$ tại điểm $x_0 = 2$ là $f'(2) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$.

b) Hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm có hoành độ $x_0 = 2$ là $f'(2) = 12$.

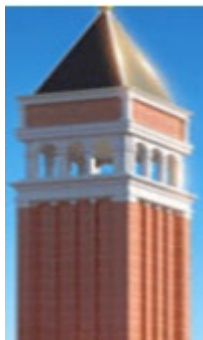
c) Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm có hoành độ $x_0 = 2$ là $y = 12x - 17$.

d) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hai tiếp tuyến vuông góc với nhau.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1: Dân số thế giới được ước tính theo công thức $P_n = P_0 \cdot e^{nr}$, trong đó P_0 là dân số của năm lấy làm mốc, P_n là dân số sau n năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm. Biết rằng năm 2001 dân số Việt Nam là 76.685.800 người và tỉ lệ tăng dân số năm đó là 1,7%. Hỏi cứ tăng dân số với tỉ lệ như vậy thì đến năm nào dân số nước ta ở mức 115 triệu người

Câu 2: Một chiếc tháp có phần dưới có dạng hình hộp chữ nhật, đáy là hình vuông có cạnh dài 5 m. chiều cao của hình hộp chữ nhật là 12 m. Phần trên của tháp có dạng hình chóp đều, các mặt bên là các tam giác cân chung đỉnh (hình vẽ). Mỗi cạnh bên của hình chóp dài 8 m. Tính thể tích của tháp đồng hồ này? (Làm tròn đến hàng đơn vị).



Câu 3: Một tài xế đang lái xe ô tô trên đoạn đường có giới hạn tốc độ tối đa cho phép là 80 km/h , ngay khi phát hiện có vật cản phía trước đã phanh gấp lại nhưng vẫn xảy ra va chạm (do lái xe chạy quá tốc độ cho phép). Chiếc ô tô để lại vết trượt dài $30,1 \text{ m}$ (được tính từ lúc bắt đầu đạp phanh đến khi xảy ra va chạm). Trong quá trình đạp phanh, ô tô chuyển động theo phương trình $s(t) = 25t - \frac{5}{2}t^2$, $s(t)$ có đơn vị mét là độ dài quãng đường đi được tại thời điểm t giây sau khi phanh ($0 \leq t \leq 5$). Gọi $v_0 \text{ (km/h)}$ là vận tốc tức thời của ô tô ngay khi đạp phanh và $v_1 \text{ (km/h)}$ là vận tốc tức thời của ô tô ngay khi xảy ra va chạm. Giá trị $(v_0 - v_1) \text{ (km/h)}$ bằng

Câu 4: Cô Hồng muốn đi làm sổ tiết kiệm tại ngân hàng A, trong khi đợi hoàn thành thủ tục tại quầy thì cô được nhân viên ngân hàng mời kẹo. Biết rằng, vào buổi sáng, nhân viên ấy bỏ vào đó 10 viên kẹo dâu, 9 viên kẹo sữa và 8 viên kẹo chocolate. Tính xác suất để cô Hồng lấy được cả 3 vị trong 3 lần bốc. (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh 1, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = \frac{\sqrt{6}}{2}$. Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)

Câu 2: Cho hàm số $y = \frac{5x+1}{x-2}$ có đồ thị (C) . Biết $y = ax + b$ là phương trình tiếp tuyến của (C) có hệ số góc nhỏ nhất trong các tiếp tuyến có hoành độ tiếp điểm là số nguyên dương. Tính $3a + b$.

Câu 3: Trong một cái hộp đựng 20 cái thẻ đánh số từ 1 đến 20. Chọn ngẫu nhiên 1 cái thẻ. Gọi A là biến cố chọn được thẻ đánh số chia hết cho 6, B là biến cố chọn được thẻ đánh số chia hết cho 5. Xác suất để chọn được thẻ đánh số chia hết cho 6 hoặc chia hết cho 5 có dạng $\frac{a}{b} (a, b \in \mathbb{N}^*)$,

$\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Khi đó $a + b$ bằng

----- **HẾT** -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Với a là số thực dương tùy ý, $\sqrt{\frac{1}{a^3}}$ bằng?

- A. a^{-3} . B. $a^{\frac{3}{2}}$. C. $a^{\frac{1}{6}}$. **D. $a^{-\frac{3}{2}}$.**

Lời giải

$$\text{Ta có: } \sqrt{\frac{1}{a^3}} = \left(\frac{1}{a^3}\right)^{\frac{1}{2}} = (a^{-3})^{\frac{1}{2}} = a^{-\frac{3}{2}}.$$

Câu 2: Cho a và b là các số thực dương tùy ý. Nếu $a^{\frac{1}{2}} > a^{\frac{1}{3}}$ và $\log_b\left(\frac{1}{3}\right) < \log_b\left(\frac{1}{4}\right)$ thì

- A. $a > 1, 0 < b < 1$.** B. $0 < a < 1, 0 < b < 1$. C. $a > 1, b > 1$. D. $0 < a < 1, b > 1$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \frac{1}{2} > \frac{1}{3} \text{ mà } a^{\frac{1}{2}} > a^{\frac{1}{3}} \text{ nên } a > 1$$

$$\text{Mặt khác: } \frac{1}{3} > \frac{1}{4} \text{ mà } \log_b\left(\frac{1}{3}\right) < \log_b\left(\frac{1}{4}\right) \text{ nên } 0 < b < 1.$$

Câu 3: Cường độ một trận động đất M (Richte) được cho bởi công thức $M = \log A - \log A_0$, với A là biên độ rung chấn tối đa và A_0 là một biên độ chuẩn (hằng số). Đầu thế kỷ 20, một trận động đất ở San Francisco có cường độ 8 độ Richtre. Trong cùng năm đó, trận động đất khác ở Nhật Bản có cường độ đo được 6 độ Richtre. Hỏi trận động đất ở San Francisco có biên độ gấp bao nhiêu lần biên độ trận động đất ở Nhật Bản.

- A. $\frac{1}{100}$.** B. $\frac{4}{3}$. C. 2. **D. 100.**

Lời giải

Trận động đất ở San Francisco có cường độ 8 độ Richtre khi đó áp dụng công thức

$$M_1 = \log A_1 - \log A_0 \Rightarrow 8 = \log A_1 - \log A_0 \quad (1).$$

Trận động đất ở Nhật có cường độ 6 độ Richtre khi đó áp dụng công thức là:

$$M_2 = \log A_1 - \log A_0 \Rightarrow 6 = \log A_2 - \log A_0 \quad (2).$$

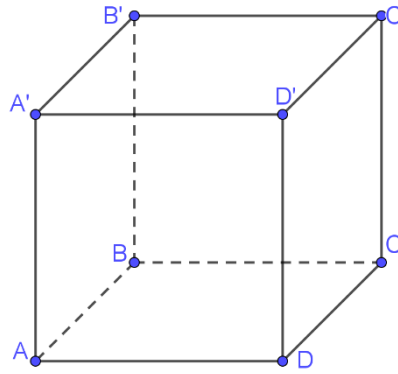
$$\text{Lấy } (1) - (2) \text{ về với về ta được: } 2 = \log A_1 - \log A_2 \Leftrightarrow 2 = \log \frac{A_1}{A_2} \Leftrightarrow \frac{A_1}{A_2} = 100 \Leftrightarrow A_1 = 100 A_2.$$

Vậy trận động đất ở San Francisco có biên độ gấp 100 lần biên độ trận động đất ở Nhật bản.

Câu 4: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Đường thẳng nào sau đây vuông góc với đường thẳng BB' ?

- A. $A'D$.** **B. $A'D'$.** C. BB' . D. AD' .

Lời giải

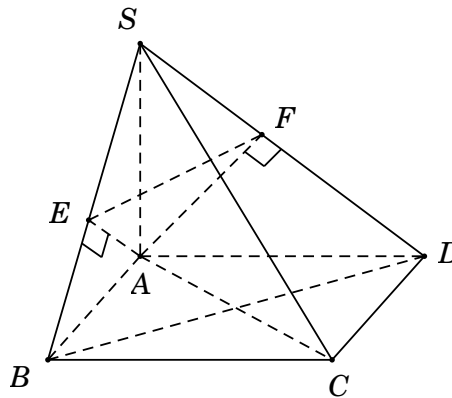


Ta có: $A'D \parallel B'C$, $B'C \perp BC' \Rightarrow A'D \perp BC'$

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi AE , AF lần lượt là đường cao của tam giác SAB và tam giác SAD . Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A.** $SC \perp (AFB)$. **B.** $SC \perp (AEF)$. **C.** $SC \perp (AEC)$. **D.** $SC \perp (AED)$.

Lời giải



Vì SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD) \Rightarrow SA \perp BC$.

Mà $AB \perp BC$ nên suy ra $BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AE \subset (SAB)$.

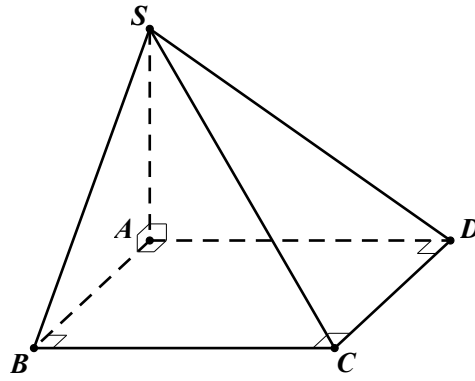
Tam giác SAB có đường cao $AE \Rightarrow AE \perp SB$ mà $AE \perp BC \Rightarrow AE \perp (SBC) \Rightarrow AE \perp SC$.

Tương tự, ta chứng minh được $AF \perp SC$. Do đó $SC \perp (AEF)$.

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và SA vuông góc với đáy. Khẳng định nào sau đây là khẳng định sai?

- A.** A là hình chiếu của S trên $(ABCD)$. **B.** A là hình chiếu của B trên (SAD) .
C. A là hình chiếu của C trên (SAB) . **D.** A là hình chiếu của D trên (SAB) .

Lời giải



Ta có BC vuông góc với hai đường thẳng AB và SA , nên $BC \perp (SAB)$, do đó B là hình chiếu của C trên (SAB) .

Câu 7: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông có tâm O , SA vuông góc với đáy. Khi đó góc nào sau đây là góc phẳng của góc nhị diện $[S, BD, A]$?

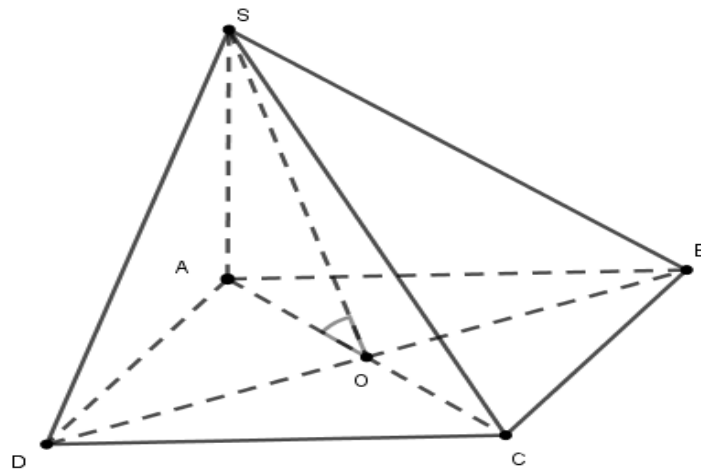
A. $\widehat{BAD}$.

B. $\widehat{BDS}$.

C. $\widehat{SOA}$.

D. $\widehat{SBA}$.

Lời giải



$$\text{Vì } \begin{cases} BD \perp AO \\ BD \perp SA \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC) \text{ nên } BD \perp SO$$

Do đó $\widehat{SOA}$ là góc phẳng của góc nhị diện $[S, BD, A]$.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $\triangle ABC$ là tam giác đều cạnh bằng a . Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB) bằng

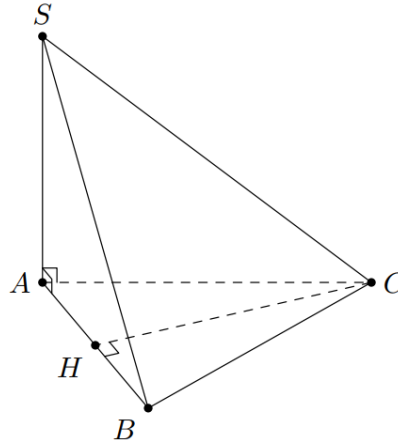
A. $\frac{\sqrt{3}a}{2}$.

B. a .

C. $2a$.

D. $\frac{\sqrt{3}a}{3}$.

Lời giải



Gọi H là trung điểm AB . Ta có $CH \perp (SAB)$ nên $d(C, (SAB)) = CH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 9: Cho hình chóp $SABC$, đáy là tam giác ABC vuông tại B , có $AB = a\sqrt{3}$; $BC = a$. Tam giác SAC cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, $mp(SBC)$ tạo với đáy một góc 60° . Thể tích khối chóp $SABC$ là

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{a^3}{4}$.

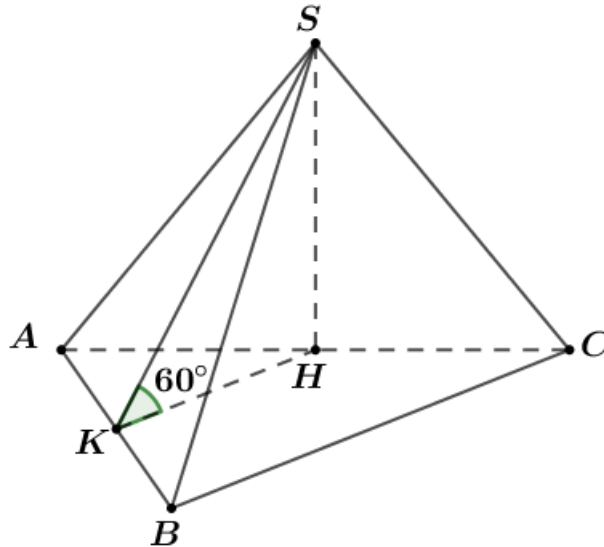
C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

D. $2a^3$.

Lời giải

Theo giả thiết, trong tam giác SAC kẻ đường cao $SH \perp AC \Rightarrow SH \perp (ABC)$.

Khi đó $V_{SABC} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{\Delta ABC}$.



Ta có $S_{ABC} = \frac{1}{2} a\sqrt{3} \cdot a = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Trong tam giác ABC kẻ $HK \perp AB \Rightarrow \widehat{SKH} = 60^\circ$; $HK = \frac{BC}{2} = \frac{a}{2}$.

Xét tam giác SKH , ta có $SH = \tan 60^\circ \cdot HK = \sqrt{3} \cdot \frac{a}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

$$\text{Vậy } V_{SABC} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3}{4}.$$

Câu 10: Cho A, B là hai biến cố xung khắc. Biết $P(A) = \frac{1}{5}$, $P(B) = \frac{1}{3}$. Tính $P(A \cup B)$.

A. $\frac{3}{5}$.

B. $\frac{8}{15}$.

C. $\frac{2}{15}$.

D. $\frac{1}{15}$.

Lời giải

Cho A, B là hai biến cố xung khắc

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{1}{3} + \frac{1}{5} = \frac{8}{15}.$$

Câu 11: Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$ tại $x_0 = 1$

A. Không tồn tại.

B. 0

C. -1.

D. -3.

Lời giải

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\frac{x+1}{x-2} - 2}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3(x-1)}{(x-1)(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3}{x-2} = -3. \text{ Vậy } f'(1) = -3$$

Câu 12: Đạo hàm của hàm số $y = (x^2 - 2x + 2)e^x$ là

A. $y' = (2x - 2)e^x$.

B. $y' = x^2 e^x$.

C. $y' = (x^2 + 2)e^x$.

D. $y' = -2xe^x$.

Lời giải

$$y = (x^2 - 2x + 2)e^x$$

$$\Rightarrow y' = (2x - 2)e^x + (x^2 - 2x + 2)e^x = x^2 e^x$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a . Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy.

a) Chiều cao hình chóp bằng a .

b) Thể tích khối chóp bằng $\frac{\sqrt{3}}{6}a^3$.

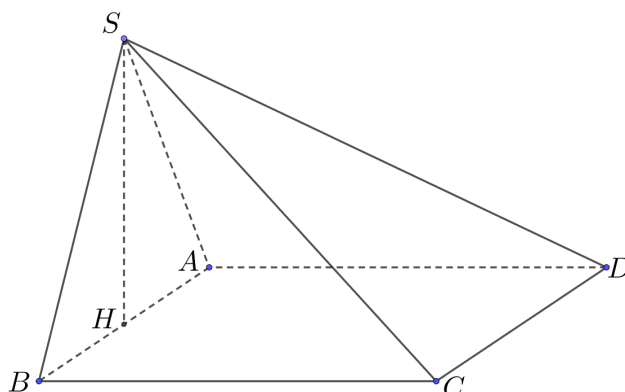
c) Khoảng cách giữa đường thẳng CD và mặt phẳng (SAB) bằng a .

d) Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và CD bằng $\sqrt{2}a$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------

a) SAI	b) ĐÚNG	c) ĐÚNG	d) SAI
--------	---------	---------	--------



a) Sai

Gọi H là trung điểm của AB . Khi đó $SH \perp AB$ và $SH = \frac{\sqrt{3}}{2}a$.

Lại có $(SAB) \perp (ABCD)$ nên $SH \perp (ABCD)$. Vậy chiều cao hình chóp là $SH = \frac{\sqrt{3}}{2}a$

b) Đúng

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SH.S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}a \cdot a^2 = \frac{\sqrt{3}}{6}a^3$.

c) Đúng

Ta có $CD \parallel AB \Rightarrow CD \parallel (SAB) \Rightarrow d(CD, (SAB)) = d(C, (SAB))$.

$(SAB) \perp (ABCD), CB \perp AB \Rightarrow CB \perp (SAB) \Rightarrow d(C, (SAB)) = CB = a$.

Vậy $d(CD, (SAB)) = a$

d) Sai

Mặt phẳng (SAB) chứa SA và song song với CD nên $d(CD, SA) = d(CD, (SAB)) = a$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 1$.

a) Đạo hàm của hàm số $y = f(x)$ tại điểm $x_0 = 2$ là $f'(2) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$.

b) Hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm có hoành độ $x_0 = 2$ là $f'(2) = 12$.

c) Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm có hoành độ $x_0 = 2$ là $y = 12x - 17$.

d) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hai tiếp tuyến vuông góc với nhau.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------

a) Sai.

Đạo hàm của hàm số $y = f(x)$ tại điểm $x_0 = 2$ là $f'(2) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$.

b) Đúng.

Đạo hàm của hàm số $y = f(x)$ tại điểm $x_0 = 2$ là

$$f'(2) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x^3 - 1) - (2^3 - 1)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - 2)(x^2 + 2x + 4)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} (x^2 + 2x + 4) = 12$$

Do đó hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm $x_0 = 2$ là $f'(2) = 12$.

c) Đúng.

Khi $x_0 = 2 \Rightarrow y_0 = 2^3 - 1 = 7$. Do đó tiếp điểm là điểm $M(2; 7)$.

Hệ số góc của tiếp tuyến tại điểm $M(2; 7)$ là $f'(2) = 12$.

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $M(2; 7)$ là: $y = 12(x - 2) + 7$ hay $y = 12x - 17$.

d) Sai.

Với x_0 bất kì ta có

$$f'(x_0) = 3x_0^2$$

Gọi $A(x_A; y_A)$ và $B(x_B; y_B)$ là hai tiếp điểm của hai tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$.

Khi đó:

Hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm A là $f'(x_A) = 3x_A^2$.

Hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm B là $f'(x_B) = 3x_B^2$.

Để tiếp tuyến tại A và B vuông góc với nhau thì $f'(x_A) \cdot f'(x_B) = -1 \Leftrightarrow 3x_A^2 \cdot 3x_B^2 = -1$ (vô lý)

Vậy không tồn tại hai tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ vuông góc với nhau.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1: Dân số thế giới được ước tính theo công thức $P_n = P_0 \cdot e^{nr}$, trong đó P_0 là dân số của năm lấy làm mốc, P_n là dân số sau n năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm. Biết rằng năm 2001 dân số Việt Nam là 76.685.800 người và tỉ lệ tăng dân số năm đó là 1,7%. Hỏi cứ tăng dân số với tỉ lệ như vậy thì đến năm nào dân số nước ta ở mức 115 triệu người

Lời giải

Trả lời: 2025

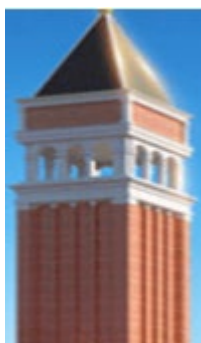
Theo bài ra ta xét phương trình:

$$P_n = 115.10^6 \Leftrightarrow P_0.e^{nr} = 115.10^6 \Leftrightarrow \ln P_0 + nr = \ln(115.10^6)$$

$$\text{Suy ra } n = \frac{\ln(115.10^6) - \ln P_0}{r} \approx 23,8.$$

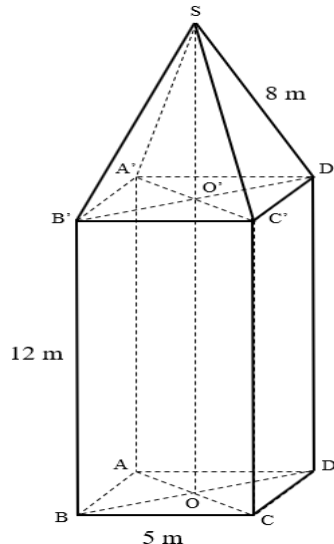
Như vậy đến năm 2025 dân số nước ta sẽ ở mức 115 triệu người.

Câu 2: Một chiếc tháp có phần dưới có dạng hình hộp chữ nhật, đáy là hình vuông có cạnh dài 5 m. chiều cao của hình hộp chữ nhật là 12 m. Phần trên của tháp có dạng hình chóp đều, các mặt bên là các tam giác cân chung đỉnh (hình vẽ). Mỗi cạnh bên của hình chóp dài 8 m. Tính thể tích của tháp đồng hồ này? (Làm tròn đến hàng đơn vị).



Lời giải

Trả lời: 360



$$\text{Xét hình vuông } A'B'C'D' \text{ có: } B'D' = \sqrt{B'C'^2 + C'D'^2} = \sqrt{5^2 + 5^2} = 5\sqrt{2} \Rightarrow O'D' = \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{Chiều cao phần trên của tháp: } SO' = \sqrt{SD'^2 - O'D'^2} = \sqrt{8^2 - \left(\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{206}}{2}$$

$$\text{Chiều cao của tháp là: } 12 + \frac{\sqrt{206}}{2} \approx 19,2m$$

Thể tích phần dưới của tháp: $V_1 = S_{ABCD} \cdot OO' = 5^2 \cdot 12 = 300 (m^3)$

Thể tích phần trên của tháp: $V_2 = \frac{1}{3} S_{A'B'C'D'} \cdot SO' = \frac{1}{3} \cdot 5^2 \cdot \frac{\sqrt{206}}{2} = \frac{25\sqrt{206}}{6} (m^3)$

Thể tích tháp: $V_1 + V_2 = 300 + \frac{25\sqrt{206}}{6} \approx 360 (m^3)$

Câu 3: Một tài xế đang lái xe ô tô trên đoạn đường có giới hạn tốc độ tối đa cho phép là $80 km/h$, ngay khi phát hiện có vật cản phía trước đã phanh gấp lại nhưng vẫn xảy ra va chạm (do lái xe chạy quá tốc độ cho phép). Chiếc ô tô để lại vết trượt dài $30,1m$ (được tính từ lúc bắt đầu đạp phanh đến khi xảy ra va chạm). Trong quá trình đạp phanh, ô tô chuyển động theo phương trình $s(t) = 25t - \frac{5}{2}t^2$, $s(t)$ có đơn vị mét là độ dài quãng đường đi được tại thời điểm t giây sau khi phanh ($0 \leq t \leq 5$). Gọi $v_0 (km/h)$ là vận tốc tức thời của ô tô ngay khi đạp phanh và $v_1 (km/h)$ là vận tốc tức thời của ô tô ngay khi xảy ra va chạm. Giá trị $(v_0 - v_1) (km/h)$ bằng

Lời giải

Trả lời: 25,2

Vận tốc tức thời của ô tô tại thời điểm $t(s)$: $v(t) = s'(t) = 25 - 5t, 0 \leq t \leq 5$.

Vận tốc tức thời của ô tô tại thời điểm ngay khi đạp phanh là: $v_0 = s'(0) = 25 m/s = 90 km/h$.

Khi xảy ra va chạm, ô tô đi được quãng đường $30,1m$ kể từ khi đạp phanh nên ta có:

$$25t - \frac{5}{2}t^2 = 30,1 \Leftrightarrow \frac{5}{2}t^2 - 25t + 30,1 = 0 \Leftrightarrow t_1 = 1,4(n); t_2 = 8,6(l).$$

Vận tốc tức thời ô tô ngay khi xảy ra va chạm (ứng với $t = 1,4(s)$) là:

$$v_1 = v(1,4) = 18 m/s = 64,8 km/h.$$

Vậy $v_0 - v_1 = 25,2$.

Câu 4: Cô Hồng muốn đi làm sô tiết kiệm tại ngân hàng A, trong khi đợi hoàn thành thủ tục tại quầy thì cô được nhân viên ngân hàng mời kẹo. Biết rằng, vào buổi sáng, nhân viên ấy bỏ vào đó 10 viên kẹo dâu, 9 viên kẹo sữa và 8 viên kẹo chocolate. Tính xác suất để cô Hồng lấy được cả 3 vị trong 3 lần bốc. (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 0,44

Trước hết, ta có không gian mẫu $n(\Omega) = 27.26.25$

Gọi A là biến cố: “ Cô Hồng lấy được cả 3 vị kẹo trong 3 lần bốc”

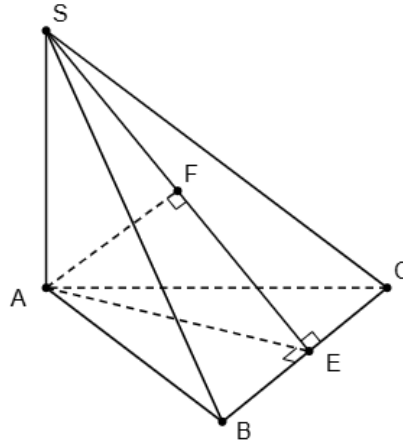
Không mất tính tổng quát, xác suất của biến cố A là:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{10.9.8}{27.26.25} = \frac{8}{195}.$$

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh 1, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = \frac{\sqrt{6}}{2}$. Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)

Lời giải



Gọi E là trung điểm BC thì $BC \perp AE$ vì $\triangle ABC$ đều.

Dựng $AF \perp SE$ (1) tại F .

Ta có: $BC \perp SA, BC \perp AE \Rightarrow BC \perp (SAE) \Rightarrow BC \perp AF$ (2).

Từ (1) và (2), suy ra: $AF \perp (SBC)$.

Vậy $d(A, (SBC)) = AF$.

Xét tam giác SAE vuông tại A , ta có: $\frac{1}{AF^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AE^2} = 2 \Rightarrow AF = \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0,71$.

Câu 2: Cho hàm số $y = \frac{5x+1}{x-2}$ có đồ thị (C) . Biết $y = ax + b$ là phương trình tiếp tuyến của (C) có hệ số góc nhỏ nhất trong các tiếp tuyến có hoành độ tiếp điểm là số nguyên dương. Tính $3a + b$.

Lời giải

Ta có $y' = f'(x) = \frac{-11}{(x-2)^2}$.

Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm $M(x_0; y_0) \in (C)$ có dạng $y = f'(x_0)(x - x_0) + y_0$.

Ta có $f'(x_0) = \frac{-11}{(x_0-2)^2}$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $(x_0-2)^2$ đạt giá trị nhỏ nhất mà x_0 phải là số nguyên dương khác 2 nên $x_0 = 3$ thỏa mãn yêu cầu.

Với $x_0 = 3 \Rightarrow y_0 = 16$

Khi đó phương trình tiếp tuyến là: $y = -11(x-3)+16 \Leftrightarrow y = -11x+49$.

$$\Rightarrow a = -11; b = 49 \Rightarrow 3a + b = 3.(-11) + 49 = 16$$

Câu 3: Trong một cái hộp đựng 20 cái thẻ đánh số từ 1 đến 20. Chọn ngẫu nhiên 1 cái thẻ. Gọi A là biến cố chọn được thẻ đánh số chia hết cho 6, B là biến cố chọn được thẻ đánh số chia hết cho 5. Xác suất để chọn được thẻ đánh số chia hết cho 6 hoặc chia hết cho 5 có dạng $\frac{a}{b} (a, b \in \mathbb{N}^*)$, $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Khi đó $a+b$ bằng

Lời giải

Biến cố: A " chọn được 1 thẻ đánh số chia hết cho 6" $\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{3}{20}$.

Biến cố B : " chọn được 1 thẻ đánh số chia hết cho 5" $\Rightarrow P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{4}{20}$.

Biến cố $A \cup B$: " chọn được 1 thẻ đánh số chia hết cho 6 hoặc chia hết cho 5".

Ta có $A \cap B = \emptyset$

Khi đó $P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{3}{20} + \frac{4}{20} = \frac{7}{20} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{7}{20} \Rightarrow \begin{cases} a = 7 \\ b = 20 \end{cases} \Rightarrow a + b = 27$.

----- **HẾT** -----

ĐỀ ÔN KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ II

Môn: Toán 11 – Thời gian: 90 phút

ĐỀ SỐ 09 – MÃ ĐỀ: 911

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Rút gọn biểu thức $Q = a^{\frac{7}{3}} : \sqrt[3]{a}$ với $a > 0$

- A. $Q = a^{\frac{4}{3}}$. B. $Q = a^2$. C. $Q = a^{\frac{8}{3}}$. D. $Q = a^4$.

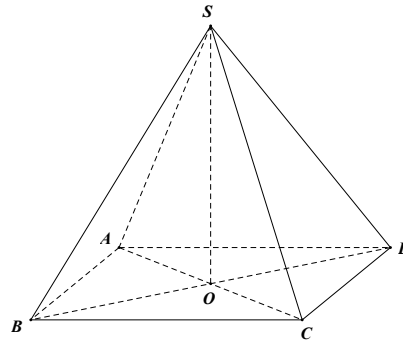
Câu 2: Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $a^3 b^2 = 32$. Giá trị của $3\log_2 a + 2\log_2 b$ bằng

- A. 4. B. 5. C. 2. D. 32.

Câu 3: Tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{\log_2 x - 1}$ là

- A. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$. B. $(0; +\infty)$. C. $(0; +\infty) \setminus \{2\}$. D. $(0; +\infty) \setminus \{1\}$.

Câu 4: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a



Góc giữa hai đường thẳng SC và BD bằng

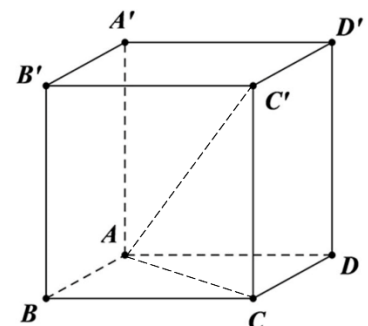
- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O và $SO \perp (ABCD)$. Khi đó đường thẳng AC vuông góc với mặt phẳng nào sau đây?

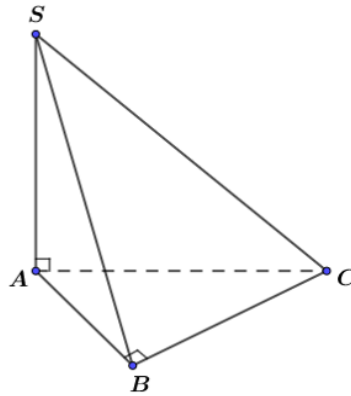
- A. (SAB) . B. (SAD) . C. (SCD) . D. (SBD) .

Câu 6: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Giá trị sin của góc giữa đường thẳng AC' và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.
C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{6}}{3}$.



Câu 7: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , cạnh bên SA vuông góc với (ABC) .



Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** $(SBC) \perp (ABC)$. **B.** $(SAC) \perp (SAB)$. **C.** $(SAC) \perp (ABC)$. **D.** $(SBC) \perp (SAC)$.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Cạnh bên $SA = a\sqrt{3}$ và vuông góc với mặt đáy (ABC) . Khoảng cách d từ A đến mặt phẳng (SBC) là.

- A.** $d = \frac{a\sqrt{5}}{5}$. **B.** $d = a$. **C.** $d = \frac{a\sqrt{15}}{5}$. **D.** $d = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 9: Cho hình lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng a . Biết mặt phẳng $(A'BC)$ tạo với đáy một góc 60° . Thể tích khối lăng trụ đã cho là

- A.** $\frac{2a^2\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **C.** $\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$. **D.** $\frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 10: Gieo một đồng xu cân đối và đồng chất liên tiếp ba lần. Gọi A là biến cố “Có ít nhất hai liên tiếp xuất hiện mặt sấp” và B là biến cố “Kết quả ba lần gieo là như nhau”. Xác định biến cố $A \cup B$.

- A.** $A \cup B = \{SSS, SSN, NSS, SNS, NNN\}$. **B.** $A \cup B = \{SSS, NNN\}$.
C. $A \cup B = \{SSS, SSN, NSS, NNN\}$. **D.** $A \cup B = \Omega$.

Câu 11: Một chất điểm chuyển động có phương trình $S(t) = 4t^2 + 2$, với t tính bằng giây (s) và S là được tính bằng mét (m). Vận tốc tức thời của chất điểm tại thời điểm $t_0 = 4(s)$.

- A.** $v(4) = 32 \text{ m/s}$. **B.** $v(4) = 34 \text{ m/s}$. **C.** $v(4) = 36 \text{ m/s}$. **D.** $v(4) = 8 \text{ m/s}$.

Câu 12: Đạo hàm của hàm số $y = \log_4(2x^2 - 3)$ là

- A.** $y' = \frac{4x}{(2x^2 - 3)\ln 2}$. **B.** $y' = \frac{4x}{2x^2 - 3}$. **C.** $y' = \frac{1}{(2x^2 - 3)\ln 4}$. **D.** $y' = \frac{2x}{(2x^2 - 3)\ln 2}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$ cạnh a , cạnh bên $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{6}$.

- a) Khoảng cách từ S đến đường thẳng AC bằng $2\sqrt{2}a$.
- b) Khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SAD) bằng a .
- c) Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và CD bằng a .
- d) Khoảng cách giữa hai đường thẳng SC và BD bằng $\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Câu 2: Lớp 11B1 gồm 45 học sinh trong đó có 15 học sinh học lực giỏi, 20 học sinh xếp hạnh kiểm tốt và 10 học sinh vừa có học lực giỏi vừa có hạnh kiểm tốt. Giáo viên chủ nhiệm chọn ngẫu nhiên đồng thời hai học sinh. Gọi A là biến cố “Hai học sinh được chọn có học lực giỏi”, B là biến cố “Hai học sinh được chọn có hạnh kiểm tốt”, C là biến cố “Hai học sinh được chọn cùng có học lực giỏi hoặc cùng hạnh kiểm tốt”.

a) Số cách chọn hai học sinh trong lớp 11B1 là 990 cách.

b) Xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{5}{41}$

c) Xác suất của biến cố $A \cap B$ là $P(A \cap B) = \frac{1}{22}$

d) $P(C) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{25}{99}$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1: Bất phương trình $3^{x^2+3} < 81^x$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

Câu 2: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có ba kích thước $AB = 3$, $AD = 4$, $AA' = 5$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (BDA') bằng bao nhiêu (kết quả lấy gần đúng đến hàng phần trăm).

Câu 3: Một xưởng sản xuất xác định rằng tổng chi phí của họ để sản xuất x mặt hàng là $C(x) = \sqrt{3x^2 + 20}$ (triệu đồng) và xưởng lên kế hoạch nâng sản lượng trong t tuần kể từ nay theo hàm số $x(t) = 5t + 8$. Chi phí sẽ tăng nhanh thế nào sau 2 tuần kể từ khi xưởng thực hiện kế hoạch đó (làm tròn đến hàng phần trăm, đơn vị: triệu đồng)?

Câu 4: Trong một hộp có 5 bi đỏ và 6 bi xanh. Lấy ngẫu nhiên 2 viên bi trong hộp. Tính xác suất để hai viên bi được chọn có cùng màu. (Đáp số làm tròn tới hàng phần trăm)

PHẦN IV. Tự luận

- Câu 1:** Gọi $N(t)$ là số phần trăm cacbon 14 còn lại trong một bộ phận của một cây sinh trưởng từ t năm trước đây thì ta có công thức $N(t) = 100 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{A}}$ (%) với A là hằng số. Biết rằng một mẫu gỗ có tuổi khoảng 3754 năm thì lượng cacbon 14 còn lại là 65%. Phân tích mẫu gỗ từ một công trình kiến trúc cổ, người ta thấy lượng cacbon 14 còn lại trong mẫu gỗ là 79%. Hãy xác định tuổi của mẫu gỗ được lấy từ công trình đó.
- Câu 2:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$ cạnh a và $SA \perp (ABCD)$. Biết mặt phẳng (SBC) tạo với đáy một góc 60° . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và SC .
- Câu 3:** Cho hàm số $f(x) = \frac{x}{x-1}$ có đồ thị là (H) . Biết tiếp tuyến của (H) song song với đường thẳng $d: y = -x$ có dạng $y = ax + b$. Tính $a + b$.

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Rút gọn biểu thức $Q = a^{\frac{7}{3}} : \sqrt[3]{a}$ với $a > 0$

A. $Q = a^{\frac{4}{3}}$.

B. $Q = a^2$.

C. $Q = a^{\frac{8}{3}}$.

D. $Q = a^4$.

Lời giải

Ta có: $Q = a^{\frac{7}{3}} : \sqrt[3]{a} = a^{\frac{7}{3}} : a^{\frac{1}{3}} = a^{\frac{7-1}{3}} = a^2$.

Câu 2: Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $a^3 b^2 = 32$. Giá trị của $3\log_2 a + 2\log_2 b$ bằng

A. 4.

B. 5.

C. 2.

D. 32.

Lời giải

Ta có: $\log_2 a^3 b^2 = \log_2 32 \Leftrightarrow 3\log_2 a + 2\log_2 b = 5$

Câu 3: Tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{\log_2 x - 1}$ là

A. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.

B. $(0; +\infty)$.

C. $(0; +\infty) \setminus \{2\}$.

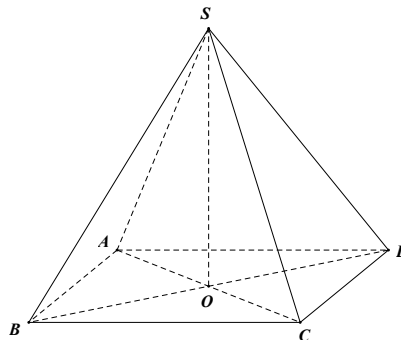
D. $(0; +\infty) \setminus \{1\}$.

Lời giải

Hàm số xác định khi $\begin{cases} x > 0 \\ \log_2 x - 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \log_2 x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \neq 2 \end{cases}$.

Vậy tập xác định $D = (0; +\infty) \setminus \{2\}$.

Câu 4: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a



Góc giữa hai đường thẳng SC và BD bằng

A. 30° .

B. 45° .

C. 60° .

D. 90° .

Lời giải

Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$.

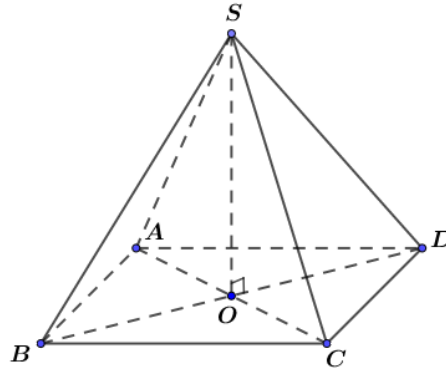
Ta có $S.ABCD$ là chóp đều $\Rightarrow SO \perp (ABCD) \Rightarrow SO \perp BD$. Mà $BD \perp AC$ nên $BD \perp (SAC) \Rightarrow BD \perp SC$.

Vậy góc giữa hai đường thẳng SC và BD bằng 90° .

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O và $SO \perp (ABCD)$. Khi đó đường thẳng AC vuông góc với mặt phẳng nào sau đây?

- A. (SAB) . B. (SAD) . C. (SCD) . D. (SBD) .

Lời giải

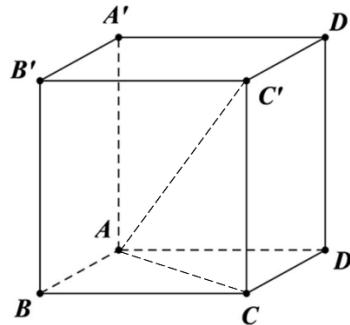


Ta có: $SO \perp (ABCD) \Rightarrow AC \perp SO, SO \subset (SBD)$.

Mặt khác: $ABCD$ là hình thoi $\Rightarrow AC \perp BD, BD \subset (SBD)$.

Suy ra: $SO \cap BD = O \Rightarrow AC \perp (SBD)$.

Câu 6: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Giá trị sin của góc giữa đường thẳng AC' và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng



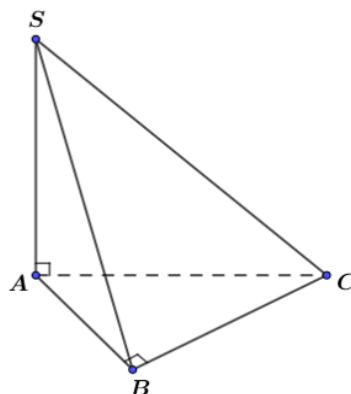
- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải

- Ta có AC' là đường chéo hình lập phương $ABCD.A'B'C'D' \Rightarrow AC' = AB.\sqrt{3}$

$$\begin{cases} CC' \perp (ABCD) \\ AC' \cap (ABCD) = A \end{cases} \Rightarrow \widehat{(AC', (ABCD))} = \widehat{C'AC}, \sin \widehat{C'AC} = \frac{CC'}{AC'} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

Câu 7: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , cạnh bên SA vuông góc với (ABC) .



Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $(SBC) \perp (ABC)$. B. $(SAC) \perp (SAB)$. C. $(SAC) \perp (ABC)$. D. $(SBC) \perp (SAC)$.

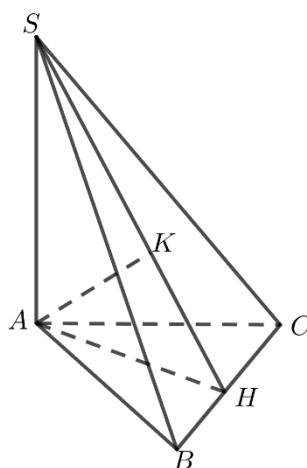
Lời giải

Vì $SA \perp (ABC)$ nên $(SAC) \perp (ABC)$.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Cạnh bên $SA = a\sqrt{3}$ và vuông góc với mặt đáy (ABC) . Khoảng cách d từ A đến mặt phẳng (SBC) là.

- A. $d = \frac{a\sqrt{5}}{5}$. B. $d = a$. C. $d = \frac{a\sqrt{15}}{5}$. D. $d = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải



Vẽ $AH \perp BC$ tại $H \Rightarrow BC \perp (SAH)$.

Vẽ $AK \perp SH$ tại K mà $AK \perp BC \Rightarrow AK \perp (SBC)$ tại K .

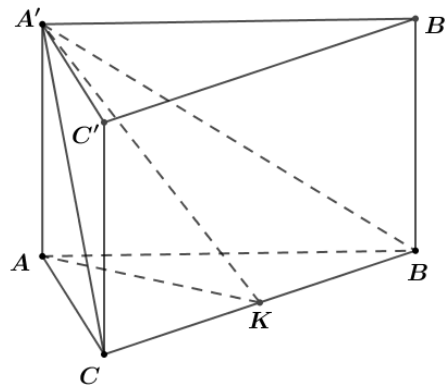
Do đó $AK = d(A, (SBC))$. Do H là trung điểm của BC nên $AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

$$\text{Vậy } AK = \frac{SA \cdot AH}{\sqrt{SA^2 + AH^2}} = \frac{a\sqrt{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{(a\sqrt{3})^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2}} = \frac{a\sqrt{15}}{5}.$$

Câu 9: Cho hình lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng a . Biết mặt phẳng $(A'BC)$ tạo với đáy một góc 60° . Thể tích khối lăng trụ đã cho là

- A. $\frac{2a^2\sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. C. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$. D. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải



Do đáy ABC đều nên các cạnh $A'B = A'C$. Kẻ $A'K \perp BC \Rightarrow \widehat{AKA'} = 60^\circ$ và $AK = \frac{a\sqrt{3}}{2}$;

$$S_{\triangle ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}. \text{ Xét } \triangle A'AK: AA' = \tan 60^\circ \cdot AK = \sqrt{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{3a}{2}.$$

$$\text{Khi đó } V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{3a}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3a^3\sqrt{3}}{8}.$$

Câu 10: Gieo một đồng xu cân đối và đồng chất liên tiếp ba lần. Gọi A là biến cố “Có ít nhất hai liên tiếp xuất hiện mặt sấp” và B là biến cố “Kết quả ba lần gieo là như nhau”. Xác định biến cố $A \cup B$.

- A. $A \cup B = \{SSS, SSN, NSS, SNS, NNN\}$. B. $A \cup B = \{SSS, NNN\}$.
C. $A \cup B = \{SSS, SSN, NSS, NNN\}$. D. $A \cup B = \Omega$.

Lời giải

$$A = \{SSS, SSN, NSS\}, B = \{SSS, NNN\}. \text{ Suy ra } A \cup B = \{SSS, SSN, NSS, NNN\}.$$

Câu 11: Một chất điểm chuyển động có phương trình $S(t) = 4t^2 + 2$, với t tính bằng giây (s) và S là được tính bằng mét (m). Vận tốc tức thời của chất điểm tại thời điểm $t_0 = 4$ (s).

- A. $v(4) = 32 \text{ m/s}$. B. $v(4) = 34 \text{ m/s}$. C. $v(4) = 36 \text{ m/s}$. D. $v(4) = 8 \text{ m/s}$.

Lời giải

Vận tốc tức thời của chất điểm tại thời điểm $t_0 = 4(s)$ là

$$v(4) = S'(4) = \lim_{t \rightarrow 4} \frac{S(t) - S(4)}{t - 4} = \lim_{t \rightarrow 4} \frac{4t^2 + 2 - 66}{t - 4} = \lim_{t \rightarrow 4} \frac{4(t^2 - 16)}{t - 4} = \lim_{t \rightarrow 4} 4(t + 4) = 32.$$

Câu 12: Đạo hàm của hàm số $y = \log_4(2x^2 - 3)$ là

A. $y' = \frac{4x}{(2x^2 - 3)\ln 2}$. B. $y' = \frac{4x}{2x^2 - 3}$. C. $y' = \frac{1}{(2x^2 - 3)\ln 4}$. **D. $y' = \frac{2x}{(2x^2 - 3)\ln 2}$.**

Lời giải

Ta có $y' = \frac{4x}{(2x^2 - 3)\ln 4} = \frac{4x}{(2x^2 - 3)2\ln 2} = \frac{2x}{(2x^2 - 3)\ln 2}$.

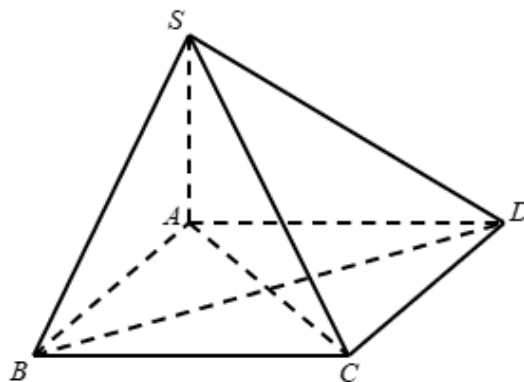
PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$ cạnh a , cạnh bên $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{6}$.

- a) Khoảng cách từ S đến đường thẳng AC bằng $2\sqrt{2}a$.
 b) Khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SAD) bằng a .
 c) Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và CD bằng a .
 d) Khoảng cách giữa hai đường thẳng SC và BD bằng $\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------

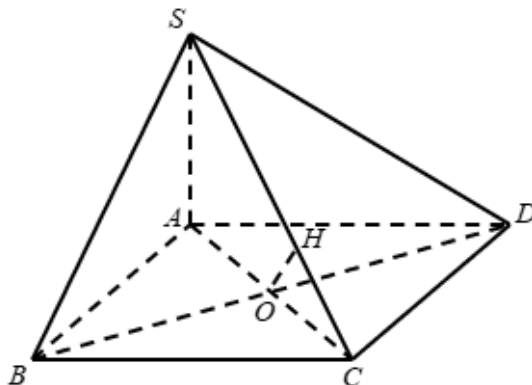


- a) Sai: Ta có $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp AC$. Vậy $d(S, AC) = SA = a\sqrt{6}$.
 b) Đúng: Ta có $\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD)$. Vậy $d(C, (SAD)) = CD = a$.

c) Đúng: Ta có $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB$. Mặt khác $BC \perp CD$.

$\Rightarrow BC$ là đoạn vuông góc chung của SB và CD . Vậy $d(SB, CD) = BC = a$.

d) Sai:



Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$.

Ta có $\begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp SA \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC)$ tại O .

Trong mặt phẳng (SAC) : từ O kẻ $OH \perp SC$ tại H .

Ta có $OH \perp SC$ và $OH \perp BD$ (do $BD \perp (SAC), OH \subset (SAC)$). Vậy OH là đoạn vuông góc chung của SC và BD .

$$\text{Ta có } \sin \widehat{ACS} = \frac{SA}{SC} = \frac{OH}{OC} \Rightarrow OH = \frac{OC \cdot SA}{SC} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot a\sqrt{6}}{2\sqrt{2}a} = \frac{a\sqrt{6}}{4}.$$

$$\text{Vậy } d(SC, BD) = OH = \frac{a\sqrt{6}}{4}.$$

Câu 2: Lớp 11B1 gồm 45 học sinh trong đó có 15 học sinh học lực giỏi, 20 học sinh xếp hạnh kiểm tốt và 10 học sinh vừa có học lực giỏi vừa có hạnh kiểm tốt. Giáo viên chủ nhiệm chọn ngẫu nhiên đồng thời hai học sinh. Gọi A là biến cố “Hai học sinh được chọn có học lực giỏi”, B là biến cố “Hai học sinh được chọn có hạnh kiểm tốt”, C là biến cố “Hai học sinh được chọn cùng có học lực giỏi hoặc cùng hạnh kiểm tốt”.

a) Số cách chọn hai học sinh trong lớp 11B1 là 990 cách.

b) Xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{5}{41}$

c) Xác suất của biến cố $A \cap B$ là $P(A \cap B) = \frac{1}{22}$

d) $P(C) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{25}{99}$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

a) Số cách chọn hai học sinh trong lớp 11B1 là $C_{45}^2 = 990$

b) Số cách chọn hai học sinh có học lực giỏi là $n(A) = C_{15}^2$

$$\text{Xác suất của biến cố } A: P(A) = \frac{C_{15}^2}{C_{45}^2} = \frac{7}{66}$$

c) $A \cap B$ là biến cố: “Hai học sinh được chọn vừa có học lực giỏi và vừa có hạnh kiểm tốt”

$$n(A \cap B) = C_{10}^2 = 45; P(A \cap B) = \frac{45}{990} = \frac{1}{22}$$

d) Ta có: $C = A \cup B$, theo quy tắc cộng xác suất ta có:

$$P(C) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{C_{15}^2}{C_{45}^2} + \frac{C_{20}^2}{C_{45}^2} - \frac{C_{10}^2}{C_{45}^2} = \frac{25}{99}.$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1: Bất phương trình $3^{x^2+3} < 81^x$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

Lời giải

Trả lời: 1

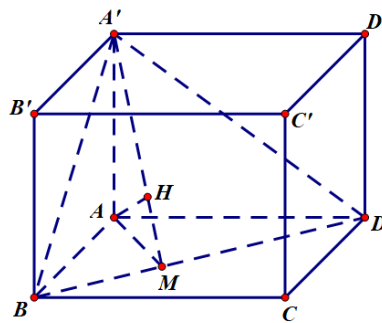
$$\text{Ta có: } 3^{x^2+3} < 81^x \Leftrightarrow 3^{x^2+3} < 3^{4x} \Leftrightarrow x^2 + 3 < 4x \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 < 0 \Leftrightarrow 1 < x < 3$$

Vậy nghiệm nguyên của bất phương trình đã cho là $x = 2$.

Câu 2: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có ba kích thước $AB = 3, AD = 4, AA' = 5$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (BDA') bằng bao nhiêu (kết quả lấy gần đúng đến hàng phần trăm).

Lời giải

Trả lời: 2,16



$$\text{Trong tam giác } ABD, \text{ dựng } AM \perp BD \Rightarrow \frac{1}{AM^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AD^2} = \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} = \frac{25}{144}.$$

$$\text{Trong tam giác } AMA', \text{ dựng } AH \perp A'M \Rightarrow \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AM^2} + \frac{1}{AA'^2} = \frac{25}{144} + \frac{1}{5^2} = \frac{769}{3600}.$$

$$\Rightarrow AH = \sqrt{\frac{3600}{769}} \approx 2,16.$$

Vậy $d(A, (BDA')) \approx 2,16$.

Câu 3: Một xưởng sản xuất xác định rằng tổng chi phí của họ để sản xuất x mặt hàng là $C(x) = \sqrt{3x^2 + 20}$ (triệu đồng) và xưởng lên kế hoạch nâng sản lượng trong t tuần kể từ nay theo hàm số $x(t) = 5t + 8$. Chi phí sẽ tăng nhanh thế nào sau 2 tuần kể từ khi xưởng thực hiện kế hoạch đó (làm tròn đến hàng phần trăm, đơn vị: triệu đồng)?

Lời giải

Trả lời: 8,57

Tốc độ tăng chi phí theo thời gian là:

$$C'(t) = C'(x) \cdot x'(t).$$

Ta có:

$$C'(x) = \frac{(3x^2 + 20)'}{2\sqrt{3x^2 + 20}} = \frac{3x}{\sqrt{3x^2 + 20}}; \quad x'(t) = 5$$

$$\Rightarrow C'(t) = 5 \cdot \frac{3(5t + 8)}{\sqrt{3(5t + 8)^2 + 20}} = \frac{15(5t + 8)}{\sqrt{3(5t + 8)^2 + 20}}.$$

Tốc độ tăng chi phí của xưởng sau 2 tuần kể từ khi thực hiện kế hoạch đó là:

$$C(2) = \frac{15(5 \cdot 2 + 8)}{\sqrt{3(5 \cdot 2 + 8)^2 + 20}} \approx 8,57.$$

Câu 4: Trong một hộp có 5 bi đỏ và 6 bi xanh. Lấy ngẫu nhiên 2 viên bi trong hộp. Tính xác suất để hai viên bi được chọn có cùng màu. (Đáp số làm tròn tới hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 0,45

Gọi A là biến cố: "Cả hai viên bi có màu đỏ".

B là biến cố: "Cả hai viên bi có màu xanh".

C là biến cố: "Cả hai viên bi có cùng màu".

Ta có: $n(\Omega) = C_{11}^2 = 55$; $n(A) = C_5^2 = 10$; $n(B) = C_6^2 = 15$.

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{10}{55} = \frac{2}{11}; \quad P(B) = \frac{15}{55} = \frac{3}{11}.$$

Ta thấy C là biến cố hợp của A và B. Do A và B là hai biến cố xung khắc nên

$$P(C) = P(A) + P(B) = \frac{2}{11} + \frac{3}{11} = \frac{5}{11}.$$

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Gọi $N(t)$ là số phần trăm cacbon 14 còn lại trong một bộ phận của một cây sinh trưởng từ t năm

trước đây thì ta có công thức $N(t) = 100 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{A}} (\%)$ với A là hằng số. Biết rằng một mẫu gỗ có

tuổi khoảng 3754 năm thì lượng cacbon 14 còn lại là 65%. Phân tích mẫu gỗ từ một công trình kiến trúc cổ, người ta thấy lượng cacbon 14 còn lại trong mẫu gỗ là 79%. Hãy xác định tuổi của mẫu gỗ được lấy từ công trình đó.

Lời giải

Trả lời: 2054

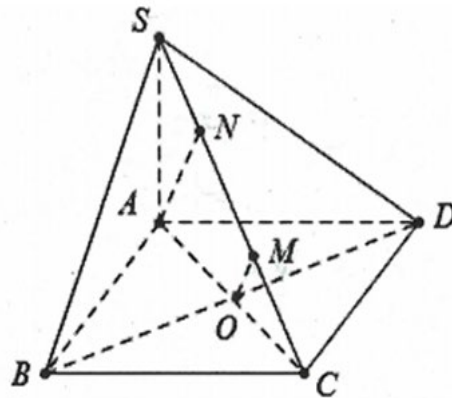
$$\text{Theo bài ta có } 65 = 100 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{3754}{A}} \Leftrightarrow 0,65 = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{3754}{A}} \Leftrightarrow \frac{3754}{A} = \log_{\frac{1}{2}} 0,65 \Leftrightarrow A = \frac{3754}{\log_{\frac{1}{2}} 0,65}$$

$$\text{Do mẫu gỗ còn 79\% lượng Cacbon 14 nên ta có: } 79 = 100 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{A}} \Leftrightarrow 0,79 = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{A}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{t}{A} = \log_{\frac{1}{2}} 0,79 \Leftrightarrow t = A \cdot \log_{\frac{1}{2}} 0,79 = \frac{3754}{\log_{\frac{1}{2}} 0,65} \cdot \log_{\frac{1}{2}} 0,79 \approx 2054.$$

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$ cạnh a và $SA \perp (ABCD)$. Biết mặt phẳng (SBC) tạo với đáy một góc 60° . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và SC .

Lời giải



$$\text{Do } \begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB). \text{ Do đó } \widehat{((SBC); (ABCD))} = \widehat{SBA} = 60^\circ$$

$$\text{Suy ra } SA = AB \tan 60^\circ = a\sqrt{3}.$$

$$\text{Gọi } O \text{ là tâm hình vuông } ABCD \text{ ta có: } \begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp SA \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC)$$

Dựng $OM \perp SC$ khi đó OM là đường vuông góc chung của BD và SC .

$$\text{Ta có: } \triangle CAS \sim \triangle CMO (g - g) \Rightarrow \frac{SC}{CO} = \frac{SA}{MO} \Rightarrow OM = \frac{SA \cdot OC}{SC} = \frac{a\sqrt{3} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{SA^2 + AC^2}} = \frac{a\sqrt{6}}{2\sqrt{5}} = \frac{a\sqrt{30}}{10}.$$

Câu 3: Cho hàm số $f(x) = \frac{x}{x-1}$ có đồ thị là (H) . Biết tiếp tuyến của (H) song song với đường thẳng $d: y = -x$ có dạng $y = ax + b$. Tính $a + b$.

Lời giải

Trả lời: 3

Ta có: $f'(x) = \frac{-1}{(x-1)^2}$ với mọi $x \neq 1$.

Gọi d' là tiếp tuyến của (H) tại tiếp điểm $M_0(x_0; f(x_0))$.

Vì d' song song với đường thẳng $d: y = -x$ nên ta có $f'(x_0) = -1$

$$\Leftrightarrow \frac{-1}{(x_0-1)^2} = -1 \Leftrightarrow (x_0-1)^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0-1=1 \\ x_0-1=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0=2 \\ x_0=0 \end{cases}.$$

Với $x_0 = 2$, phương trình tiếp tuyến tại $M_0(2; 2)$ có hệ số góc $f'(2) = -1$ là

$$y - f(2) = f'(2)(x - 2) \Leftrightarrow y - 2 = -1(x - 2) \Leftrightarrow y = -x + 4.$$

Với $x_0 = 0$, phương trình tiếp tuyến tại $N_0(0; 0)$ có hệ số góc $f'(0) = -1$ là

$$y - f(0) = f'(0)(x - 0) \Leftrightarrow y - 0 = -1(x - 0) \Leftrightarrow y = -x \text{ (loại vì trùng } d \text{)}.$$

Vậy tiếp tuyến của (H) song song với d' là $d: y = -x + 4$.

Tính được $a + b = -1 + 4 = 3$.

----- **HẾT** -----

ĐỀ ÔN KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ II

Môn: Toán 11 – Thời gian: 90 phút

ĐỀ SỐ 10 – MÃ ĐỀ: 011

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Viết biểu thức $P = \sqrt[3]{x \cdot \sqrt[4]{x}}$ ($x > 0$) dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỷ.

A. $P = x^{\frac{5}{4}}$.

B. $P = x^{\frac{5}{12}}$.

C. $P = x^{\frac{1}{7}}$.

D. $P = x^{\frac{1}{12}}$.

Câu 2: Cho số thực $a > 0$; $a \neq 1$, $a \neq \frac{1}{27}$ và số thực x thỏa mãn $\log_a 3 = x$. Tính $\log_{27a} 9$ theo x .

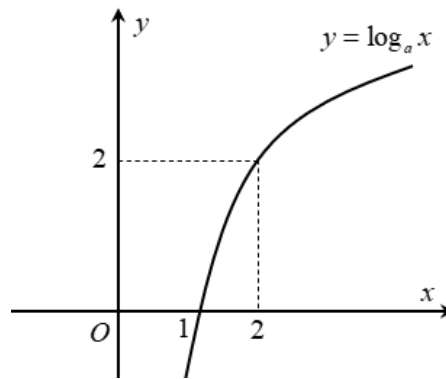
A. $\frac{2x}{x+3}$.

B. $\frac{2x}{3x+1}$.

C. $2(3x+1)$.

D. $\frac{2}{3x+1}$.

Câu 3: Tìm a để đồ thị hàm số $y = \log_a x$ ($0 < a \neq 1$) có đồ thị là hình bên.



A. $a = \sqrt{2}$.

B. $a = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

C. $a = \frac{1}{2}$.

D. $a = 2$.

Câu 4: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Đường thẳng nào sau đây vuông góc với đường thẳng BC' ?

A. $A'D$.

B. AC .

C. BB' .

D. AD' .

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với mặt đáy, tứ giác $ABCD$ là hình vuông. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $SB \perp (ABCD)$.

B. $SC \perp (ABCD)$.

C. $BC \perp (SAC)$.

D. $BD \perp (SAC)$.

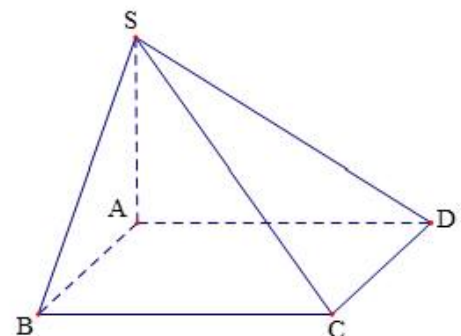
Câu 6: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, $SA \perp (ABCD)$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ là góc nào?

A. $\widehat{SCA}$.

B. $\widehat{SBA}$.

C. $\widehat{SAC}$.

D. $\widehat{SDA}$.



Câu 7: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a$. Góc giữa hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) bằng

- A. 45° . B. 30° . C. 60° . D. 90° .

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $\sqrt{3}a$, cạnh bên $SD = \sqrt{6}a$ và SD vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và CD bằng

- A. $\sqrt{3}a$. B. $\sqrt{2}a$. C. $2a$. D. a .

Câu 9: Cho khối lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = a$; $AD = a\sqrt{3}$. Mặt phẳng $(A'BD)$ tạo với đáy một góc 60° . Thể tích của khối lăng trụ đã cho là:

- A. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{3a^3}{2}$. C. $\frac{a^3}{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 10: Hai xạ thủ cùng bắn mỗi người một viên đạn vào bia một cách độc lập với nhau. Xác suất bắn trúng bia của hai xạ thủ lần lượt là $\frac{1}{2}$ và $\frac{1}{3}$. Tính xác suất của biến cố có ít nhất một xạ thủ không bắn trúng bia.

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{5}{6}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{2}{3}$.

Câu 11: Cho hàm số $y = \sqrt{x-1}$. Hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ $x_0 = 2$ là?

- A. $k = \frac{1}{4}$. B. $k = 2$. C. $k = \frac{1}{2}$. D. $k = \frac{1}{3}$.

Câu 12: Đạo hàm của hàm số $y = \frac{\ln x}{x}$ là

- A. $y = -4$. B. $y' = \frac{1+\ln x}{x^2}$. C. $y' = -\frac{1}{x^3}$. D. $y' = \frac{1-\ln x}{x^2}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

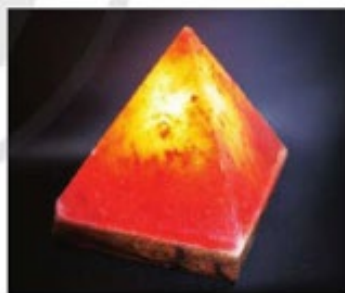
Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a\sqrt{2}$, $AC = a\sqrt{3}$. Cạnh bên $SA = 2a$ và vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$. Khi đó:

- a) Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.
b) Khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$.
c) Kẻ $AK \perp SD$, $K \in SD$, khi đó AK là đường vuông góc chung của hai đường thẳng SD, AB .
d) Khoảng cách giữa hai đường thẳng SD, AB bằng: $\frac{a\sqrt{5}}{5}$

- Câu 2:** Một viên đạn được bắn lên cao theo phương thẳng đứng có phương trình chuyển động $s(t) = 2 + 196t - 4,9t^2$, trong đó $t \geq 0$, $t(s)$ là thời gian chuyển động, $s(m)$ là độ cao so với mặt đất.
- Sau 20s kể từ khi bắn thì viên đạn đạt được độ cao 1962 m.
 - Vận tốc tức thời của viên đạn ngay khi viên đạn được bắn ra là 196 m/s.
 - Vận tốc tức thời của viên đạn khi viên đạn đạt được độ cao 1962 m là 5 m/s.
 - Tại thời điểm viên đạn đạt vận tốc tức thời bằng 98 m/s thì viên đạn đang ở độ cao 1472 m so với mặt đất.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

- Câu 1:** Nếu $9^x - 12^2 = 0$ thì biểu thức $P = \frac{1}{3^{-x-1}} - 8.9^{\frac{x-1}{2}} + 19$ có giá trị bằng
- Câu 2:** Một loại đèn đá muối có dạng khối chóp tứ giác đều (hình bên dưới). Tính theo thể tích của đèn đá muối đó, giả sử các cạnh đáy và các cạnh bên đều bằng 5 (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).



- Câu 3:** Sau khi phát hiện một dịch bệnh, các chuyên gia y tế ước tính số người nhiễm bệnh kể từ ngày xuất hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ t là $f(t) = 35t^2 - \frac{5}{3}t^3$ (kết quả khảo sát trong 12 tháng liên tục). Nếu xem $f'(t)$ là tốc độ truyền bệnh (người/ngày) tại thời điểm t thì tốc độ truyền bệnh lớn nhất bằng bao nhiêu người một ngày?
- Câu 4:** Một đội văn nghệ gồm 8 học sinh khối 10 và 10 học sinh khối 11. Chọn ra ngẫu nhiên 3 học sinh trong đội. Tính xác suất của biến cố “Cả 3 học sinh được chọn cùng khối” (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

PHẦN IV. Tự luận

- Câu 1:** Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a , góc tạo bởi cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng 30° . Hình chiếu H của điểm A trên mặt phẳng $(A'B'C')$ thuộc đoạn thẳng $B'C'$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và $B'C'$ là $\frac{a\sqrt{m}}{n}$, trong đó $m, n \in \mathbb{N}$, m là số nguyên tố. Tính tổng $m + n$.

Câu 2: Người ta dựng trên mặt đất bằng phẳng một chiếc lều từ một tấm bạt hình chữ nhật có chiều dài 12m và chiều rộng 6m bằng cách: Gập đôi tấm bạt lại theo đoạn nối trung điểm hai cạnh là chiều rộng của tấm bạt sao cho hai mép chiều dài còn lại của tấm bạt sát đất và cách nhau $x(m)$, hai đầu hồi của lều được thiết kế cửa ra, vào và có thể khép kín (tham khảo hình vẽ dưới đây). Thể tích không gian phía trong lều lớn nhất bằng bao nhiêu?

Câu 3: Trên đồ thị của hàm số $y = \frac{1}{x-1}$ có điểm M sao cho tiếp tuyến tại đó cùng với các trục tọa độ tạo thành một tam giác có diện tích bằng 2. Khi đó M có tung độ là

----- **HẾT** -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Viết biểu thức $P = \sqrt[3]{x \cdot \sqrt[4]{x}}$ ($x > 0$) dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỷ.

- A.** $P = x^{\frac{5}{4}}$. **B.** $P = x^{\frac{5}{12}}$. **C.** $P = x^{\frac{1}{7}}$. **D.** $P = x^{\frac{1}{12}}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } P = \left(x \cdot x^{\frac{1}{4}} \right)^{\frac{1}{3}} = \left(x^{\frac{5}{4}} \right)^{\frac{1}{3}} = x^{\frac{5}{12}}.$$

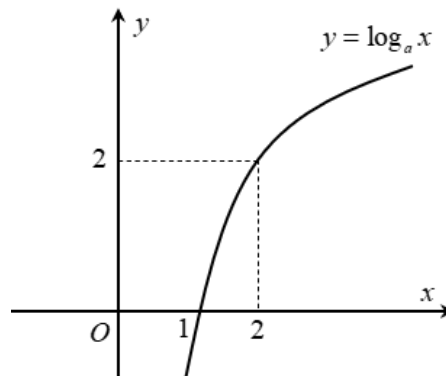
Câu 2: Cho số thực $a > 0$; $a \neq 1$, $a \neq \frac{1}{27}$ và số thực x thỏa mãn $\log_a 3 = x$. Tính $\log_{27a} 9$ theo x .

- A.** $\frac{2x}{x+3}$. **B.** $\frac{2x}{3x+1}$. **C.** $2(3x+1)$. **D.** $\frac{2}{3x+1}$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \log_{27a} 9 = \frac{\log_3 9}{\log_3 27a} = \frac{2}{\log_3 27 + \log_3 a} = \frac{2}{3 + \log_3 a} = \frac{2}{\frac{1}{\log_a 3} + 3} = \frac{2}{\frac{1}{x} + 3} = \frac{2x}{3x+1}.$$

Câu 3: Tìm a để đồ thị hàm số $y = \log_a x$ ($0 < a \neq 1$) có đồ thị là hình bên.



- A.** $a = \sqrt{2}$. **B.** $a = \frac{1}{\sqrt{2}}$. **C.** $a = \frac{1}{2}$. **D.** $a = 2$

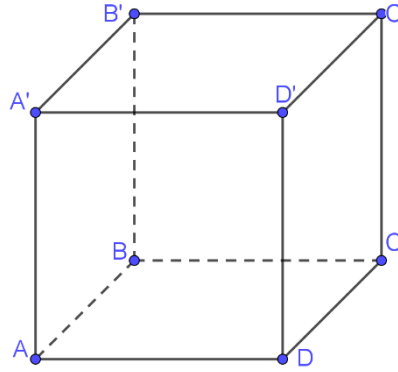
Lời giải

Do đồ thị hàm số đi qua điểm $(2; 2)$ nên $2 = \log_a 2 \Leftrightarrow a = \sqrt{2}$.

Câu 4: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Đường thẳng nào sau đây vuông góc với đường thẳng BC' ?

- A.** $A'D$. **B.** AC . **C.** BB' . **D.** AD' .

Lời giải

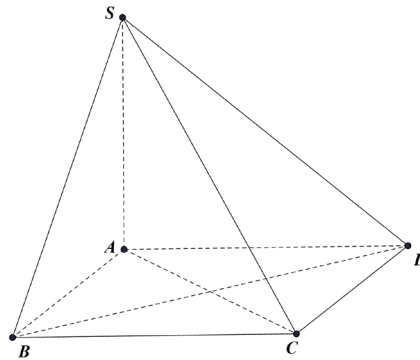


Ta có: $A'D // B'C$, $B'C \perp BC' \Rightarrow A'D \perp BC'$

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với mặt đáy, tứ giác $ABCD$ là hình vuông. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A.** $SB \perp (ABCD)$. **B.** $SC \perp (ABCD)$. **C.** $BC \perp (SAC)$. **D.** $BD \perp (SAC)$.

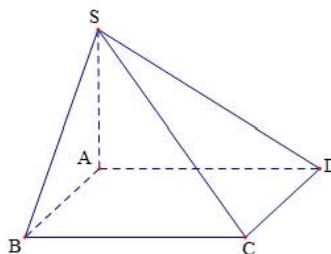
Lời giải



Ta có: $BD \perp AC$ (do $ABCD$ là hình vuông), $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp BD$. Suy ra

$$\left. \begin{array}{l} BD \perp AC, BD \perp SA \\ SA \cap AC = \{A\} \\ SA, AC \subset (SAC) \end{array} \right\} \Rightarrow BD \perp (SAC).$$

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, $SA \perp (ABCD)$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ là góc nào?



- A.** $\widehat{SCA}$. **B.** $\widehat{SBA}$. **C.** $\widehat{SAC}$. **D.** $\widehat{SDA}$.

Lời giải

Ta có $SA \perp (ABCD)$ tại A nên AC là hình chiếu vuông góc của SC trên mặt phẳng $(ABCD)$.

Do đó góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ là $(SC, (ABCD)) = (SC, AC) = \widehat{SCA}$.

Câu 7: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a$. Góc giữa hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) bằng

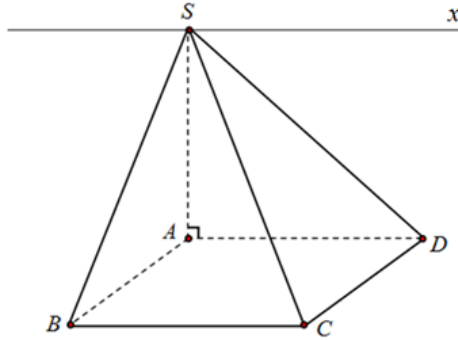
A. 45° .

B. 30° .

C. 60° .

D. 90°

Lời giải



Ta có: $(SBC) \cap (SAD) = Sx \parallel BC \parallel AD$

Ta dễ dàng chứng minh được $BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB \Rightarrow Sx \perp SB$

Lại có: $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp AD \Rightarrow SA \perp Sx$

Vậy góc giữa mặt phẳng (SBC) và (SAD) là góc $\widehat{BSA} = 45^\circ$.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $\sqrt{3}a$, cạnh bên $SD = \sqrt{6}a$ và SD vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và CD bằng

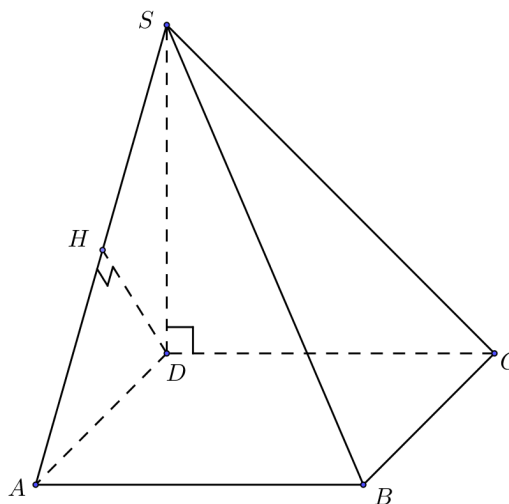
A. $\sqrt{3}a$.

B. $\sqrt{2}a$.

C. $2a$.

D. a .

Lời giải



$$\text{Ta có } \begin{cases} AB \perp SD \\ AB \perp AD \\ SD \cap AD = D \text{ trong } (SAD) \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SAD)$$

Vẽ $DH \perp SA$ tại H trong mặt phẳng (SAD)

$$\text{Ta có } \begin{cases} DH \perp AB \\ DH \perp SA \\ AB \cap SA = A \text{ trong } (SAB) \end{cases} \Rightarrow DH \perp (SAB)$$

Vì $CD \parallel (SAB)$ nên $d(SB; CD) = d((SAB); CD) = d((SAB); D) = DH$.

$$\triangle SAD \text{ vuông tại } D \text{ với đường cao } DH \text{ có } DH = \frac{SD \cdot DA}{\sqrt{SD^2 + DA^2}} = \frac{3\sqrt{2}a^2}{3a} = a\sqrt{2}$$

Câu 9: Cho khối lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = a$; $AD = a\sqrt{3}$. Mặt phẳng $(A'BD)$ tạo với đáy một góc 60° . Thể tích của khối lăng trụ đã cho là:

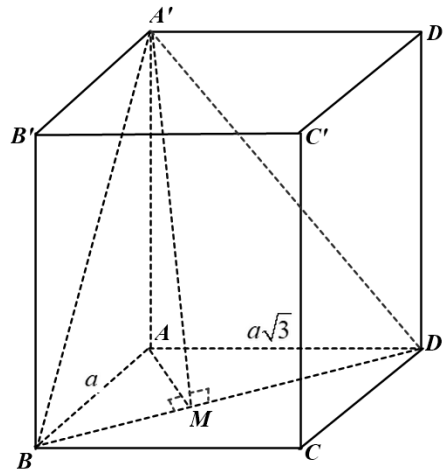
A. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{3a^3}{2}$.

C. $\frac{a^3}{3}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải



Trong $(ABCD)$ gọi M là hình chiếu vuông góc của A lên cạnh BD

$$\text{Ta có } \begin{cases} BD \perp AA' \\ BD \perp AM \end{cases} \Rightarrow BD \perp (A'AM) \Rightarrow BD \perp A'M$$

Do đó $((A'BD); (ABCD)) = (A'M; AM) = \widehat{A'MA} = 60^\circ$

$$\text{Ta có } AM = \frac{AB \cdot AD}{\sqrt{AB^2 + AD^2}} = \frac{a \cdot a\sqrt{3}}{\sqrt{a^2 + (a\sqrt{3})^2}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Xét tam giác $A'AM$ vuông tại A :

$$\tan \widehat{A'MA} = \tan 60^\circ = \frac{AA'}{AM} \Rightarrow AA' = AM \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{3} = \frac{3a}{2}$$

$$\text{Vậy } V_{ABCD.A'B'C'D'} = AA' \cdot S_{ABCD} = \frac{3a}{2} \cdot a \cdot a\sqrt{3} = \frac{3a^3\sqrt{3}}{2}.$$

Câu 10: Hai xạ thủ cùng bắn mỗi người một viên đạn vào bia một cách độc lập với nhau. Xác suất bắn trúng bia của hai xạ thủ lần lượt là $\frac{1}{2}$ và $\frac{1}{3}$. Tính xác suất của biến cố có ít nhất một xạ thủ không bắn trúng bia.

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{5}{6}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải

Giả sử ta có hai xạ thủ A, B.

Ta có: Xác suất bắn trúng mục tiêu của xạ thủ A, B tương ứng là $P(A), P(B)$

Gọi biến cố D: "có ít nhất một xạ thủ không bắn trúng bia"

$\bar{D}$: "Cả hai xạ thủ đều bắn trúng bia", khi đó $\bar{D} = A \cap B$

$$\text{Suy ra } P(\bar{D}) = P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6} \Rightarrow P(D) = 1 - P(\bar{D}) = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}.$$

Câu 11: Cho hàm số $y = \sqrt{x-1}$. Hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ $x_0 = 2$ là?

- A. $k = \frac{1}{4}$. B. $k = 2$. C. $k = \frac{1}{2}$. D. $k = \frac{1}{3}$.

Lời giải

$$\text{Xét } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x-1} - 1}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 2}{(x - 2)(\sqrt{x-1} + 1)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{\sqrt{x-1} + 1} = \frac{1}{2}.$$

Vậy hệ số góc của tiếp tuyến là $k = \frac{1}{2}$.

Câu 12: Đạo hàm của hàm số $y = \frac{\ln x}{x}$ là

- A. $y' = -4$. B. $y' = \frac{1 + \ln x}{x^2}$. C. $y' = -\frac{1}{x^3}$. D. $y' = \frac{1 - \ln x}{x^2}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } y' = \left(\frac{\ln x}{x} \right)' = \frac{(\ln x)' \cdot x - x' \cdot \ln x}{x^2} = \frac{1 - \ln x}{x^2}$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

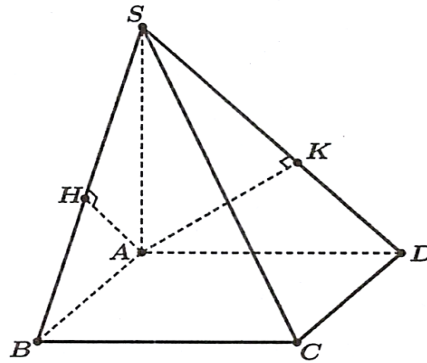
Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a\sqrt{2}$, $AC = a\sqrt{3}$. Cạnh bên $SA = 2a$ và vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$. Khi đó:

a) Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

- b) Khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$.
- c) Kẻ $AK \perp SD$, $K \in SD$, khi đó AK là đường vuông góc chung của hai đường thẳng SD, AB .
- d) Khoảng cách giữa hai đường thẳng SD, AB bằng: $\frac{a\sqrt{5}}{5}$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------



a) Trong mặt phẳng (SAB) , kẻ $AH \perp SB$ tại H . (1)

Ta có: $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow AH \perp BC$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $AH \perp (SBC)$ hay $d(A, (SBC)) = AH$.

Tam giác SAB vuông tại A có đường cao AH nên:

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2} \Rightarrow AH = \frac{SA \cdot AB}{\sqrt{SA^2 + AB^2}} = \frac{2a \cdot a\sqrt{2}}{\sqrt{4a^2 + 2a^2}} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{Vậy } d(A, (SBC)) = AH = \frac{2a\sqrt{3}}{3}.$$

b) Ta có: $AD \parallel BC \Rightarrow AD \parallel (SBC) \Rightarrow d(D, (SBC)) = d(A, (SBC)) = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

c) Trong mặt phẳng (SAD) , kẻ $AK \perp SD$ tại K . (3)

Ta có: $\begin{cases} AB \perp SA \\ AB \perp AD \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SAD) \Rightarrow AB \perp AK$. (4)

Từ (3) và (4) suy ra AK là đường vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau AB, SD .

d) Vì AK là đường vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau AB, SD

Nên suy ra $d(AB, SD) = AK$.

Tam giác ACD vuông tại D nên $AD = \sqrt{AC^2 - CD^2} = \sqrt{3a^2 - 2a^2} = a$.

Tam giác SAD vuông tại A có đường cao AK nên

$$\frac{1}{AK^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AD^2} \Rightarrow AK = \frac{SA \cdot AD}{\sqrt{SA^2 + AD^2}} = \frac{2a \cdot a}{\sqrt{4a^2 + a^2}} = \frac{2a\sqrt{5}}{5}.$$

$$\text{Vậy } d(AB, SD) = AK = \frac{2a\sqrt{5}}{5}.$$

Câu 2: Một viên đạn được bắn lên cao theo phương thẳng đứng có phương trình chuyển động $s(t) = 2 + 196t - 4,9t^2$, trong đó $t \geq 0$, $t(s)$ là thời gian chuyển động, $s(m)$ là độ cao so với mặt đất.

- a) Sau 20s kể từ khi bắn thì viên đạn đạt được độ cao 1962 m.
 b) Vận tốc tức thời của viên đạn ngay khi viên đạn được bắn ra là 196 m/s.
 c) Vận tốc tức thời của viên đạn khi viên đạn đạt được độ cao 1962 m là 5 m/s.
 d) Tại thời điểm viên đạn đạt vận tốc tức thời bằng 98 m/s thì viên đạn đang ở độ cao 1472 m so với mặt đất.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

a) Đúng. Khi viên đạn đạt được độ cao 1962 m, ta có phương trình:

$$1962 = 2 + 196t - 4,9t^2 \Leftrightarrow 4,9t^2 - 196t + 1960 = 0 \Leftrightarrow t = 20.$$

Vậy sau 20s kể từ lúc bắn thì viên đạn đạt được độ cao 1962 m.

b) Đúng. Vận tốc tức thời của viên đạn tại thời điểm t là: $v(t) = s'(t) = 196 - 9,8t$.

Vận tốc tức thời của viên đạn ngay khi viên đạn được bắn ra ($t = 0(s)$) là:

$$v(0) = 196(m/s).$$

c) Sai. Viên đạn đạt được độ cao 1962 m vào thời điểm $t = 20(s)$ kể từ lúc bắn, khi đó vận tốc tức thời của viên đạn là: $v(20) = 196 - 9,8 \cdot 20 = 0(m/s)$.

d) Đúng. Viên đạn có vận tốc tức thời bằng 98 m/s thì ta có phương trình:

$$v(t) = 196 - 9,8t = 98 \Leftrightarrow t = 10.$$

Khi đó viên đạn đang ở độ cao là: $s(10) = 1472(m)$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1: Nếu $9^x - 12^2 = 0$ thì biểu thức $P = \frac{1}{3^{-x-1}} - 8 \cdot 9^{\frac{x-1}{2}} + 19$ có giá trị bằng

Lời giải

Trả lời: 23

$$\text{Ta có } 9^x - 12^2 = 0 \Leftrightarrow 3^x = 12$$

$$P = \frac{1}{3^{-x-1}} - 8.9^{\frac{x-1}{2}} + 19 = 3^{x+1} - 8.3^{x-1} + 19 = 23$$

Câu 2: Một loại đèn đá muối có dạng khối chóp tứ giác đều (hình bên dưới). Tính theo thể tích của đèn đá muối đó, giả sử các cạnh đáy và các cạnh bên đều bằng 5 (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).



Lời giải

Trả lời: 29,5

Mô hình hoá đèn đá muối bằng hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$.

Gọi O là tâm của đáy.

$$\Delta SAC \text{ cân tại } S \Rightarrow SO \perp AC$$

$$\Delta SBD \text{ cân tại } S \Rightarrow SO \perp BD$$

$$\Rightarrow SO \perp (ABCD)$$

$$ABCD \text{ là hình vuông} \Rightarrow AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 5\sqrt{2} \Rightarrow AO = \frac{1}{2}AC = \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

$$\Delta SAO \text{ vuông tại } O \Rightarrow SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

$$S_{ABCD} = AB^2 = 5^2$$

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SO = \frac{5^3 \sqrt{2}}{6} \approx 29,5$$

Câu 3: Sau khi phát hiện một dịch bệnh, các chuyên gia y tế ước tính số người nhiễm bệnh kể từ ngày xuất hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ t là $f(t) = 35t^2 - \frac{5}{3}t^3$ (kết quả khảo sát trong 12 tháng liên tục). Nếu xem $f'(t)$ là tốc độ truyền bệnh (người/ngày) tại thời điểm t thì tốc độ truyền bệnh lớn nhất bằng bao nhiêu người một ngày?

Lời giải

Trả lời: 735

$$\text{Ta có } f(t) = 35t^2 - \frac{5}{3}t^3 \Rightarrow f'(t) = -5t^2 + 70t; (t > 0)$$

Vì hàm số $y = f'(t)$ là hàm số bậc hai có đồ thị là một parabol có bề lõm quay xuống nên đạt giá trị lớn nhất tại $t = -\frac{70}{2(-5)} = 7$.

Vậy vào ngày thứ 7 thì tốc độ truyền bệnh là nhanh nhất và tốc độ truyền bệnh lớn nhất bằng $f'(7) = -5 \cdot 7^2 + 70 \cdot 7 = 735$ (người/ngày) hay $a = 735$.

Câu 4: Một đội văn nghệ gồm 8 học sinh khối 10 và 10 học sinh khối 11. Chọn ra ngẫu nhiên 3 học sinh trong đội. Tính xác suất của biến cố “Cả 3 học sinh được chọn cùng khối” (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Lời giải

Trả lời: 0,22

Gọi A là biến cố “Cả 3 học sinh được chọn đều thuộc khối 10”;

B là biến cố “Cả 3 học sinh được chọn đều thuộc khối 11”;

$A \cup B$ là biến cố “Cả 3 học sinh được chọn cùng khối”.

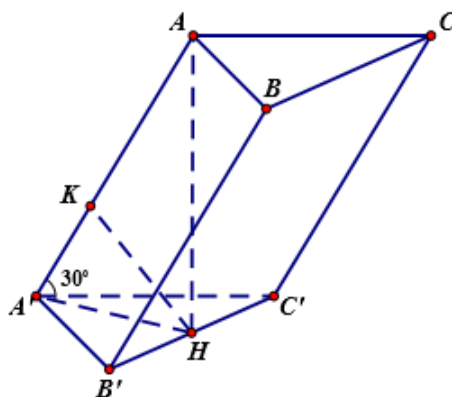
Khi đó, $P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{C_8^3}{C_{18}^3} + \frac{C_{10}^3}{C_{18}^3} = \frac{11}{51} \approx 0,22$.

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a , góc tạo bởi cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng 30° . Hình chiếu H của điểm A trên mặt phẳng $(A'B'C')$ thuộc đoạn thẳng $B'C'$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và $B'C'$ là $\frac{a\sqrt{m}}{n}$, trong đó $m, n \in \mathbb{N}$, m là số nguyên tố. Tính tổng $m + n$.

Lời giải

Trả lời: 7



Ta có $A'H$ là hình chiếu của AA' lên mặt phẳng $(A'B'C')$ nên $\widehat{AA'H} = 30^\circ$.

Xét tam giác vuông AHA' ta có:

$$AH = AA' \sin 30^\circ = \frac{a}{2}; \quad A'H = AA' \cos 30^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Mà tam giác $A'B'C'$ đều nên H là trung điểm của $B'C'$.

Vẽ đường cao HK của tam giác AHA' .

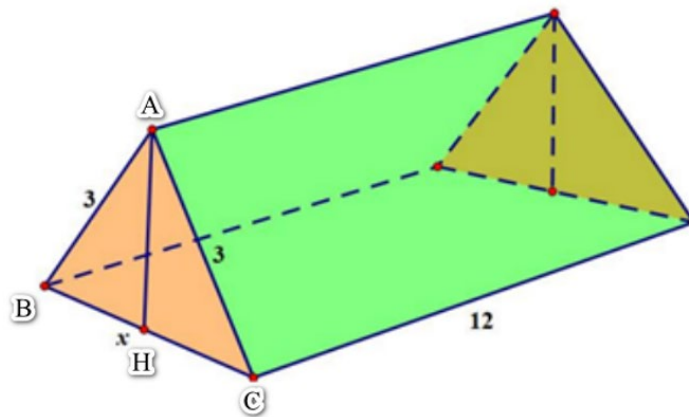
Ta có $B'C' \perp (AHA')$ nên $B'C' \perp HK$.

Suy ra $d(AA', B'C') = HK = \frac{AH \cdot A'H}{AA'} = \frac{a\sqrt{3}}{4}$. Vậy $m = 3, n = 4$.

Câu 2: Người ta dựng trên mặt đất bằng phẳng một chiếc lều từ một tấm bạt hình chữ nhật có chiều dài 12m và chiều rộng 6m bằng cách: Gập đôi tấm bạt lại theo đoạn nối trung điểm hai cạnh là chiều rộng của tấm bạt sao cho hai mép chiều dài còn lại của tấm bạt sát đất và cách nhau $x(m)$, hai đầu hồi của lều được thiết kế cửa ra, vào và có thể khép kín (tham khảo hình vẽ dưới đây). Thể tích không gian phía trong lều lớn nhất bằng bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: 54



Xét hình lăng trụ đứng $ABC \cdot A'B'C'$ có đáy là tam giác cân với hai cạnh bên có độ dài bằng 3m, chiều cao bằng 12m.

Gọi H là trung điểm BC thì $AH \perp BC$, $AH = \sqrt{3^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{36 - x^2}}{2}$.

Do đó diện tích tam giác ABC là $S_{ABC} = \frac{1}{2} AH \cdot BC = \frac{x\sqrt{36 - x^2}}{4}$.

Suy ra thể tích của lều là $V = 12 \cdot \frac{x\sqrt{36 - x^2}}{4} = 3x \cdot \sqrt{36 - x^2}$.

Để không gian phía trong lều lớn nhất thì $V_{\max}$.

Ta có $V = 3x \cdot \sqrt{36 - x^2} \leq 3 \cdot \frac{x^2 + 36 - x^2}{2} = 54(m^3)$ với mọi $x \in (0; 6)$.

Dấu " $=$ " xảy ra khi $x = \sqrt{36 - x^2} \Leftrightarrow x = 3\sqrt{2}$.

Câu 3: Trên đồ thị của hàm số $y = \frac{1}{x-1}$ có điểm M sao cho tiếp tuyến tại đó cùng với các trục tọa độ tạo thành một tam giác có diện tích bằng 2. Khi đó M có tung độ là

Lời giải

Ta có $y' = -\frac{1}{(x-1)^2}$.

Gọi $M\left(x_o; \frac{1}{x_o-1}\right)$, $x_o \neq 1$.

Suy ra phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại M : $y - \frac{1}{x_o-1} = -\frac{1}{(x_o-1)^2}(x - x_o)$.

Cho $x = 0 \Rightarrow y = \frac{1}{x_o-1} + \frac{x_o}{(x_o-1)^2} = \frac{2x_o-1}{(x_o-1)^2}$. Suy ra tiếp tuyến cắt trục tung tại $A\left(0; \frac{2x_o-1}{(x_o-1)^2}\right)$.

Cho $y = 0 \Rightarrow x - x_o = x_o - 1 \Rightarrow x = 2x_o - 1$. Suy ra tiếp tuyến cắt trục tung tại $B(2x_o - 1; 0)$

$$S_{\Delta OAB} = 2 \Leftrightarrow \frac{1}{2}OA \cdot OB = 2 \Leftrightarrow \frac{|2x_o-1|}{(x_o-1)^2} \cdot |2x_o-1| = 4 \Leftrightarrow x_o = \frac{3}{4} \Rightarrow y_M = \frac{1}{\frac{3}{4}-1} = -4.$$

----- HẾT -----