

ĐỀ THI THAM KHẢO

(Đề thi gồm 02 trang)

Mã đề: 101 HÀ NỘI

Môn thi: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

I. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI (Trong mỗi ý a), b), c), d) chọn đúng hoặc sai)

Câu 1 (1,0 điểm). Cho biểu thức  $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+2}} + \frac{4}{\sqrt{x-2}} - \frac{\sqrt{x-6}}{4-x}$ .

a) Điều kiện xác định của biểu thức A là  $x \geq 0$ .

b) Rút gọn biểu thức A được kết quả là  $A = \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-2}}$ .

c) Với  $x = 7 + 4\sqrt{3}$  thì giá trị của biểu thức A bằng  $\sqrt{3} + 1$ .

d) Giá trị nguyên dương lớn nhất của x để A nhận giá trị nguyên là  $x = 9$ .

Câu 2 (1,0 điểm). Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Biết  $AB = 3\text{cm}$  và  $AC = 2\text{cm}$ .

a) Độ dài  $BC = \sqrt{13}\text{cm}$ .

b) Độ dài  $AH = \frac{3}{\sqrt{13}}\text{cm}$ .

c) Tỉ số  $\frac{HB}{HC} = \frac{2}{3}$ .

d)  $\sin \widehat{ACB} + \tan \widehat{HAC} = \frac{9\sqrt{13}+26}{39}$ .

Câu 3 (1,0 điểm). Gieo đồng thời hai con xúc xắc cân đối, đồng chất loại 6 mặt. Gieo xong ghi lại số chấm xuất hiện ở mặt trên của hai con xúc xắc. Khi đó:

a) Số phần tử của không gian mẫu là 12.

b) Số kết quả thuận lợi của biến cố A: “Có đúng một con xúc xắc xuất hiện mặt 1 chấm” là 6.

c) Biến cố B: “Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 13” là biến cố không thể.

d) Xác suất của biến cố C: “Tích số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc là số chẵn” bằng  $\frac{3}{4}$ .

II. TRẢ LỜI NGẮN (Viết đáp số của bài toán, không trình bày lời giải)

Câu 4 (0,5 điểm). Bảng sau cho biết trữ lượng đất hiếm (đơn vị: triệu tấn) của các quốc gia trên thế giới (nguồn: Cục Khảo sát địa chất Mỹ công bố năm 2022).

Quốc gia	Trung Quốc	Việt Nam	Brazil	Nga	Các quốc gia còn lại
Trữ lượng (triệu tấn)	44	22	21	21	12

Tính tỉ số phần trăm trữ lượng đất hiếm của Việt Nam so với tổng trữ lượng đất hiếm của toàn thế giới (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

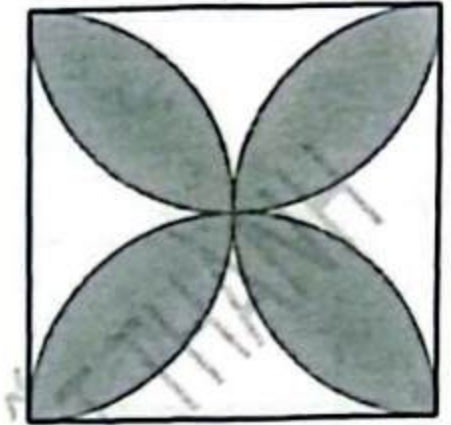
Câu 5 (0,5 điểm). Có hai miếng kim loại: miếng thứ nhất nặng 560 g; miếng thứ hai nặng 540 g. Thể tích của miếng thứ nhất lớn hơn thể tích của miếng thứ hai là  $10\text{cm}^3$ , khối lượng riêng của miếng thứ nhất nhỏ hơn khối lượng riêng của miếng thứ hai là  $1\text{g/cm}^3$ . Biết công thức tính khối lượng riêng của một vật là  $D = \frac{m}{V}$ , trong đó:  $D(\text{g/cm}^3)$  là khối lượng riêng,  $m(\text{g})$  là khối lượng và  $V(\text{cm}^3)$  là thể tích của vật. Tìm khối lượng riêng của miếng kim loại thứ nhất (kết quả tính theo đơn vị  $\text{g/cm}^3$ ).



**Câu 6 (0,5 điểm).** Một cây kem đồ chơi tạo bởi một hình nón và một nửa hình cầu có cùng bán kính  $R = 5$  cm ghép lại với nhau (xem hình vẽ bên). Biết  $\frac{1}{2}$  diện tích mặt cầu bằng  $\frac{2}{3}$  diện tích xung quanh của hình nón. Tính thể tích của khối đồ chơi đó.



**Câu 7 (0,5 điểm).** Một viên gạch đá hoa hình vuông có cạnh 40 cm được trang trí bằng một hình hoa thị bốn cánh. Hình hoa thị này được tạo ra từ bốn nửa đường tròn nằm ở miền trong của hình vuông, mỗi nửa đường tròn có đường kính là một cạnh của hình vuông đã cho (phân tô đậm trong hình bên). Tính diện tích hình hoa thị bốn cánh đó (kết quả tính theo đơn vị centimet vuông; lấy  $\pi = 3,14$ ).



**III. TỰ LUẬN (Trình bày chi tiết lời giải)**

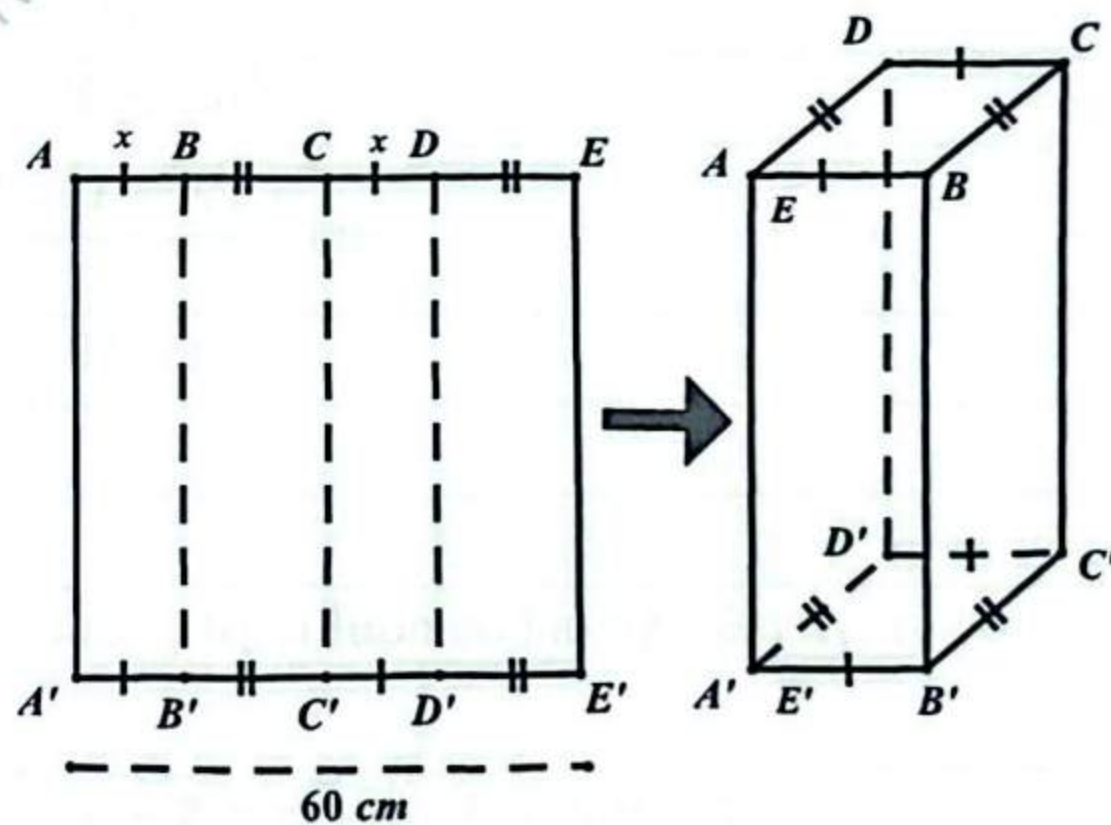
**Câu 8 (2,0 điểm).** Cho phương trình  $x^2 + (m + 1)x + 2m - 2 = 0$  với  $m$  là tham số.

- 1) Chứng minh rằng phương trình luôn có hai nghiệm  $x_1, x_2$  với mọi  $m$ .
- 2) Tìm  $m$  để phương trình có hai nghiệm  $x_1, x_2$  thỏa mãn hệ thức  $\sqrt{x_1} < x_2^2$ .

**Câu 9 (2,5 điểm).** Cho nửa đường tròn tâm  $O$  đường kính  $AB = 2R$  có dây cung  $CD = R$  ( $C$  và  $D$  không trùng với  $A$  và  $B$ ,  $C$  thuộc cung nhỏ  $BD$ ). Hai đường thẳng  $AD$  và  $BC$  cắt nhau tại  $E$ , hai đường thẳng  $AC$  và  $BD$  cắt nhau tại  $H$ . Đường tròn tâm  $T$  ngoại tiếp tam giác  $OCD$  cắt  $AE$  tại điểm  $F$  và cắt  $AB$  tại điểm  $K$  ( $F$  không trùng với  $D$  và  $K$  không trùng với  $O$ ).

- 1) Chứng minh  $DECH$  là tứ giác nội tiếp.
- 2) Chứng minh  $ED \cdot EA = EC \cdot EB$  và tam giác  $CEF$  đều.
- 3) Chứng minh ba điểm  $E, H, K$  thẳng hàng.

**Câu 10 (0,5 điểm).** Từ một tấm tôn hình vuông  $AA'E'E$  có cạnh bằng 60 cm, bác thợ gò hàn gập tấm tôn theo các đường thẳng song song  $BB', CC'$  và  $DD'$  cho đến khi  $AA'$  và  $EE'$  trùng nhau rồi hàn chúng lại như hình vẽ bên để được một khuôn định hình có dạng hình hộp chữ nhật không có hai mặt đáy. Đặt  $AB = x$ . Tìm các giá trị của  $x$  để thể tích phần không gian bên trong khuôn này đạt giá trị lớn nhất, biết rằng kích thước mỗi hàn và độ dày tấm tôn không đáng kể.



**HẾT**

*Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.*

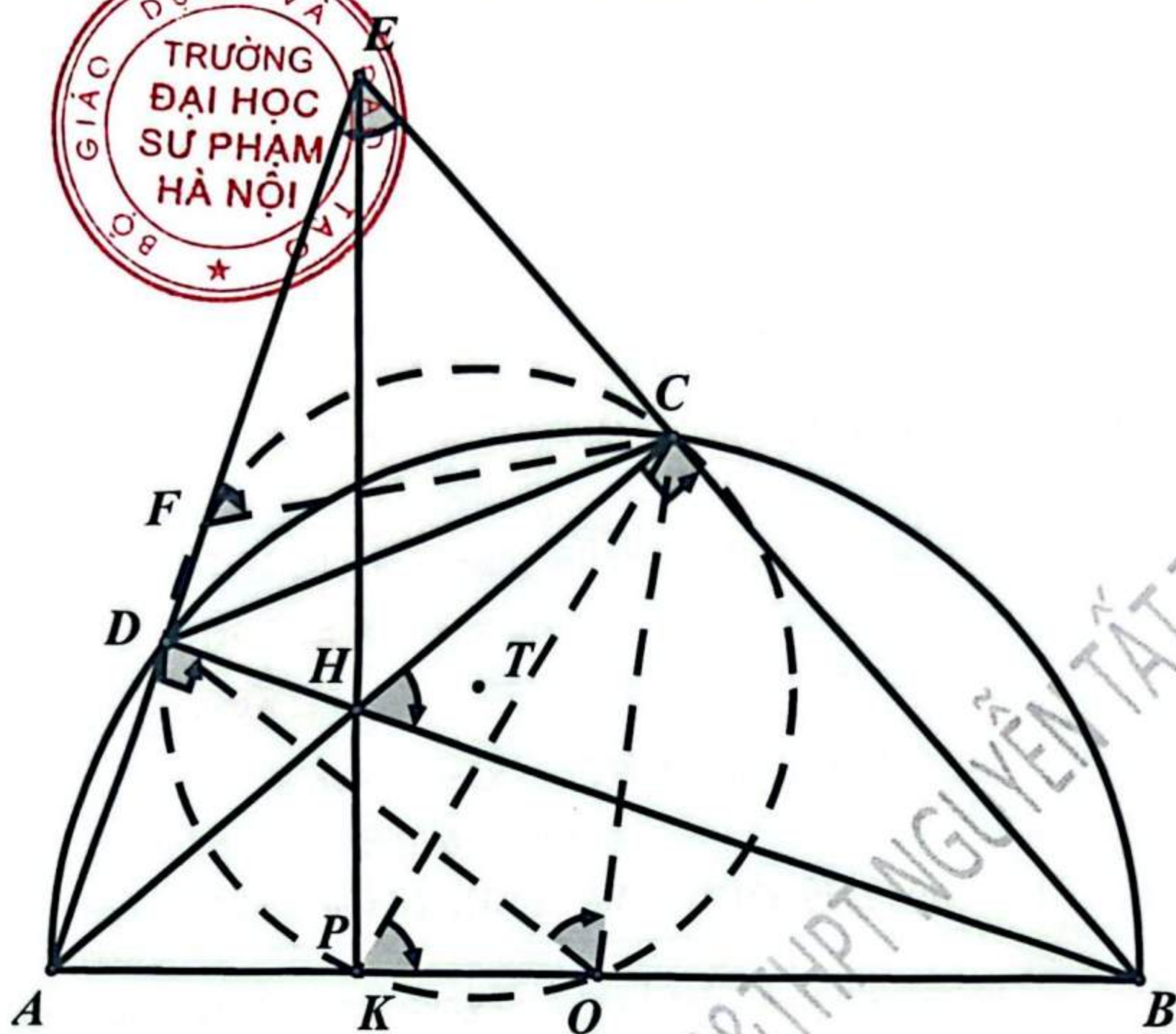
Họ và tên thí sinh:.....Số báo danh:.....

ĐÁP ÁN - THANG ĐIỂM  
ĐỀ THI THAM KHẢO

Môn thi: TOÁN

(Đáp án - Thang điểm gồm có 03 trang)

Câu	Ý	Nội dung	Điểm
		Mã 101	
<b>I. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI (2,0 ĐIỂM)</b>			
1	a	Sai	0,25
	b	Đúng	0,25
	c	Đúng	0,25
	d	Sai	0,25
2	a	Đúng	0,25
	b	Sai	0,25
	c	Sai	0,25
	d	Đúng	0,25
3	a	Sai	0,25
	b	Sai	0,25
	c	Đúng	0,25
	d	Đúng	0,25
<b>II. TRẢ LỜI NGẮN (3,0 ĐIỂM)</b>			
4		18,3%	0,5
5		8 g/cm <sup>3</sup>	0,5
6		$\frac{250\pi(1 + \sqrt{2})}{3}$ cm <sup>3</sup>	0,5
7		912cm <sup>2</sup>	0,5
<b>III. TỰ LUẬN (5,0 ĐIỂM)</b>			
8 (2,0 điểm)	1	Ta có $\Delta = (m - 3)^2$ .	0,5
		Vì $(m - 3)^2 \geq 0$ với mọi $m$ nên phương trình luôn có hai nghiệm $x_1, x_2$ với mọi $m$ .	0,5
	2	Phương trình luôn có hai nghiệm $x = -2, x = -m + 1$ với mọi $m$ .	0,25
		Mà $\sqrt{x_1} < x_2^2$ nên $x_1 \geq 0$ .	0,25
		Khi đó $x_1 = -m + 1$ và $x_2 = -2$ với điều kiện $m \leq 1$ .	
		Do đó $\sqrt{x_1} < x_2^2$ $\sqrt{-m + 1} < 4$ $m > -15$ .	0,25
Kết hợp điều kiện ta được $-15 < m \leq 1$ .		0,25	



9  
(2,5  
điểm)

1	<p>Có <math>C, D</math> thuộc nửa đường tròn đường kính <math>AB</math> nên <math>\widehat{ADB} = \widehat{ACB} = 90^\circ</math> (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn). Mà <math>AC</math> cắt <math>BD</math> tại <math>H</math> nên ta có <math>\widehat{HDE} = \widehat{HCE} = 90^\circ</math>.</p>	0,5
	<p>Vì <math>\Delta HDE</math> vuông tại <math>D</math> nên <math>D</math> thuộc đường tròn đường kính <math>EH</math>.          Vì <math>\Delta HCE</math> vuông tại <math>C</math> nên <math>C</math> thuộc đường tròn đường kính <math>EH</math>.          Do đó tứ giác <math>DECH</math> nội tiếp đường tròn đường kính <math>EH</math>.</p>	0,5
	<p>Xét <math>\Delta EDB</math> và <math>\Delta ECA</math> có <math>\widehat{AEB}</math> chung và <math>\widehat{EDB} = \widehat{ECA} = 90^\circ</math>.          Vậy <math>\Delta EDB</math> đồng dạng với <math>\Delta ECA</math>.</p>	0,25
	<p>Suy ra <math>\frac{ED}{EC} = \frac{EB}{EA}</math>, do đó <math>ED \cdot EA = EC \cdot EB</math>.</p>	0,25
2	<p>Có <math>OC = OD = CD = R</math> suy ra <math>\Delta OCD</math> đều nên <math>sđ\widehat{CD} = 60^\circ</math>.          Do đó <math>\widehat{DAC} = \frac{1}{2}sđ\widehat{CD} = 30^\circ</math>.          Mà <math>\widehat{ACB}</math> là góc ngoài <math>\Delta ACE</math> nên <math>\widehat{AEB} = \widehat{ACB} - \widehat{DAC} = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ</math> (1).</p>	0,25
	<p>Lại có tứ giác <math>ODFC</math> nội tiếp nên <math>\widehat{EFC} = \widehat{DOC} = 60^\circ</math> (2).          Từ (1) và (2) suy ra tam giác <math>CEF</math> đều.</p>	0,25
	<p>Xét đường tròn <math>(T)</math>, ta có <math>\widehat{CKB} = \widehat{CDO} = 60^\circ</math> (cùng chắn cung <math>OC</math>) (3).</p>	0,25
	<p>Xét <math>\Delta EAB</math> có hai đường cao <math>AC</math> và <math>BD</math> cắt nhau tại <math>H</math> nên <math>H</math> là trực tâm <math>\Delta EAB</math>, suy ra <math>EH \perp AB</math>.</p>	0,25

3	Gọi $P$ là giao điểm của $EH$ và $AB$ . Ta có $\widehat{APE} = \widehat{ACE} = 90^\circ$ nên tứ giác $AECK$ nội tiếp đường tròn đường kính $AE$ . Do đó $\widehat{CPB} = \widehat{AEB} = 60^\circ$ (cùng bù $\widehat{APC}$ ) (4).	0,25
	Từ (3) và (4) suy ra $\widehat{CPB} = \widehat{CKB} (= 60^\circ)$ nên $P$ và $K$ trùng nhau. Do đó ba điểm $E, H, K$ thẳng hàng.	0,25
10 (0,5 điểm)	Hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có chiều cao $AA' = 60$ cm không đổi nên thể tích hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ lớn nhất khi đáy $ABCD$ có diện tích lớn nhất.	0,25
	Hình chữ nhật $ABCD$ có chu vi bằng 60 cm, mà $AB = CD = x$ nên $AD = BC = 30 - x$ . Điều kiện $0 < x < 30$ .	
	Do đó $S_{ABCD} = x(30 - x)$ . Ta có $S_{ABCD} = -x^2 + 30x = -(x - 15)^2 + 225 \leq 225$ . Dấu "=" xảy ra khi $x = 15$ (thỏa mãn). Vậy thể tích hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ lớn nhất khi $x = 15$ .	0,25

**Ghi chú:** Nếu học sinh giải cách khác mà đúng thì vẫn cho điểm tương đương.

-----Hết thang điểm - Đáp án-----