

ĐỀ THI THỬ LẦN 2

(Đề thi gồm 02 trang)

Ngày thi: 22 tháng 4 năm 2025

Thời gian làm bài: 120 phút, không kể thời gian phát đề

Bài I. (1,5 điểm)

1) Công ty điện lực Thanh Oai thống kê lượng điện tiêu thụ (đơn vị: kWh) của một số hộ gia đình trong tháng 3 năm 2025. Dữ liệu được ghi lại như sau:

150	120	180	200	130	100	160	190	219	210
170	140	110	130	160	180	150	200	210	190

Lập bảng tần số ghép nhóm lượng điện tiêu thụ theo các nhóm sau: $[100;130)$; $[130;160)$; $[160;190)$; $[190,220)$. Nhóm lượng điện nào có nhiều gia đình tiêu thụ trong tháng 3 nhất?

2) Một túi đựng 4 viên bi có cùng khối lượng và kích thước, được đánh số 1;2;3;4. Lấy ngẫu nhiên lần lượt 2 viên bi từ túi đó, viên bi lấy ra lần đầu không trả lại vào túi. Xác định không gian mẫu của phép thử và tính xác suất để lấy được 2 viên bi mà tổng hai số trên hai viên bi đó là số chia 3 dư 1.

Bài II. (1,5 điểm)

Cho biểu thức $P = \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+9}$ và $Q = \frac{2\sqrt{x}-6}{x-3\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}-3}$ ($x > 0, x \neq 9$)

1) Tính giá trị của biểu thức P khi $x = 25$.

2) Chứng minh $Q = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3}$.

3) Cho $A = P.Q$. Tìm các số nguyên x để $\sqrt{A} \leq \frac{1}{2}$

Bài III. (2,5 điểm)

1) Cạnh thị trong học sinh ngày càng tăng. Lớp 9A có 40 học sinh, trong đó chỉ có 25% học sinh nam và 15% số học sinh nữ không bị cạnh thị. Biết tổng số học sinh nam và học sinh nữ không bị cạnh thị là 8 học sinh. Tính số học sinh nam không bị cạnh thị.

2) Theo kế hoạch, một công nhân phải hoàn thành 60 sản phẩm trong một thời gian nhất định. Nhưng do cải tiến kỹ thuật nên mỗi giờ người công nhân đó đã làm thêm được 2 sản phẩm. Vì vậy, chẳng những đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn dự định 30 phút mà còn vượt mức 3 sản phẩm. Hỏi theo kế hoạch, mỗi giờ người đó phải làm bao nhiêu sản phẩm?

3) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^2 - 2mx + 4m - 4 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 - 8 = 0$.

Bài IV. (4 điểm)

1) Một cốc nước có dạng hình trụ với đường kính đáy bằng 8 cm, chiều cao 12 cm và đang chứa một lượng nước cao 10 cm.

a) Tính lượng nước đang có trong cốc. (Lấy $\pi \approx 3,14$ và làm tròn đến hàng đơn vị)

b) Người ta thả từ từ một viên bi làm bằng thép đặc (không thấm nước) có thể tích là $V = 4\pi \text{ cm}^3$ vào trong cốc. Hỏi mực nước trong cốc lúc này cao bao nhiêu cm và nước có tràn ra ngoài không?

(Giả sử độ dày của thành cốc và đáy cốc là không đáng kể).

2) Cho đường tròn $(O; R)$ đường kính AB . Lấy điểm C (khác A, B) thuộc đường tròn sao cho $AC = R$. Trên cung nhỏ BC lấy điểm D (D khác B, C); AC cắt BD cắt tại E ; hạ EH vuông góc với AB tại H , EH cắt AD tại I . Tia DH cắt $(O; R)$ tại điểm thứ hai là F .

a) Chứng minh tứ giác $AHDE$ là tứ giác nội tiếp

b) Chứng minh $EH \parallel CF$ và $\triangle BCF$ là tam giác đều.

c) Xác định vị trí của D để chu vi tứ giác $ABDC$ đạt giá trị lớn nhất.

Bài V. (0,5 điểm)

Một công ty cho thuê xe có 100 chiếc xe. Hiện tại, giá thuê mỗi chiếc xe là 500 nghìn đồng một ngày và tất cả các xe đều được thuê hết. Biết rằng, cứ mỗi lần công ty tăng giá thuê xe thêm 50 nghìn đồng mỗi ngày thì sẽ có 5 chiếc xe không được thuê nữa. Hỏi công ty nên tăng giá thuê xe thành bao nhiêu để doanh thu của công ty trong một ngày là lớn nhất?

-----HẾT-----

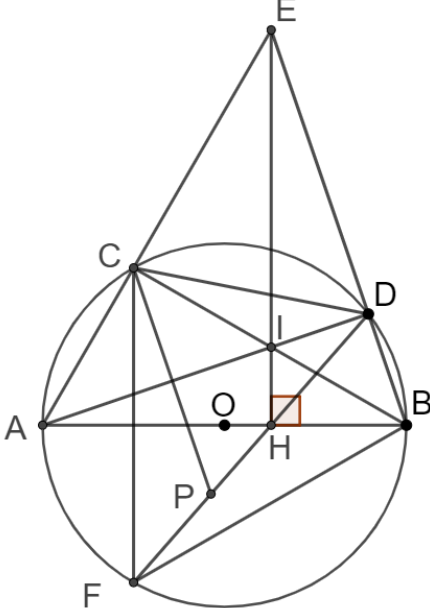
(Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm)

HƯỚNG DẪN CHẤM

Bài	Nội dung	Điểm										
I	1) Bảng tần số ghép nhóm cho lượng điện tiêu thụ của hộ gia đình (đơn vị: kWh) <table><tr><td>Khoảng lượng điện</td><td>[100;130</td><td>[130;160</td><td>[160;190</td><td>[190;220</td></tr><tr><td>Tần số</td><td>3</td><td>5</td><td>5</td><td>7</td></tr></table>	Khoảng lượng điện	[100;130	[130;160	[160;190	[190;220	Tần số	3	5	5	7	0,5
	Khoảng lượng điện	[100;130	[130;160	[160;190	[190;220							
	Tần số	3	5	5	7							
	Lượng điện thuộc nhóm [190;220 có nhiều gia đình tiêu thụ trong tháng 3 nhất.	0,25										
	2) Do viên bi lấy ra không trả vào hộp nên không gian mẫu của phép thử là: {(1, 2); (1, 3); (1, 4); (2, 1); (2, 3); (2, 4); (3, 1); (3, 2); (3, 4); (4, 1); (4, 2); (4, 3)}.	0,25										
$n(\Omega)=12$ Vì lấy ngẫu nhiên các viên bi có cùng hình dạng và kích thước nên các KQ là đồng khả năng. Gọi A là biến cố “Lấy được 2 viên bi mà tổng hai số trên hai viên bi đó là số chia 3 dư 1”. Các KQ thuận lợi cho biến cố A là: (1, 3), (3, 1); (3, 4); (4, 3) Số kết quả thuận lợi của biến cố A là $n(A)=4$ Xác suất của biến cố A là $p(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$.	0,25 0,25											
II	1) Thay $x=25$ (thỏa mãn điều kiện) vào biểu thức P ta được $P=\frac{\sqrt{25}-3}{\sqrt{25}+9}=\frac{5-3}{5+9}=\frac{2}{14}=\frac{1}{7}$ Vậy tại $x=25$ thì $P=\frac{1}{7}$	0,25										
	$Q=\frac{2\sqrt{x}-6}{x-3\sqrt{x}}+\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}}+\frac{1}{\sqrt{x}-3}\quad (x>0,x\neq 9)$ $=\frac{2\sqrt{x}-6+x-5\sqrt{x}+6+\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)}$ $=\frac{x-2\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)}$ $=\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3}$	0,25 0,25 0,25										

	Vậy $Q = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3}$ ($x > 0, x \neq 9$)	
	3) $A = P.Q = \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+9} \cdot \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3} = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+9} \quad (x > 0, x \neq 9)$ Điều kiện $\sqrt{A}$ có nghĩa: $\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+9} \geq 0$ ($x > 0$) Tìm được $x \geq 4, x \neq 9$ Khi đó: $A \leq \frac{1}{4}$ từ đó suy ra $\frac{3\sqrt{x}-17}{4(\sqrt{x}+9)} \leq 0$, tìm được $x \leq \frac{289}{9}$ Vì $x \geq 4, x \neq 9$ và $x \in \mathbb{Z}$ nên $x \in \{4; 5; 6; 7; 8; 10; 11; \dots; 31; 32\}$	0,25 0,25
III	1. Gọi số học sinh nam và số học sinh nữ của lớp 9A lần lượt là x, y (học sinh; $x, y \in \mathbb{N}^*$)	0,25
	Vì lớp 9A có 35 học sinh nên ta có PT: $x + y = 40$ (1)	0,25
	Vì số học sinh không cận thị là 8 nên ta có $25\%x + 15\%y = 8$ (2)	
	Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 40 \\ 25\%x + 15\%y = 8 \end{cases}$	0,25
	Tìm ra $x = 20, y = 20$ (TMĐK)	0,25
	Vậy số học sinh nam bị cận thị là $75\%.20 = 15$ (học sinh).	
	2. Gọi số sản phẩm phải làm trong 1 giờ theo kế hoạch là: x (sản phẩm) ($x \in \mathbb{N}^*$) Thời gian công nhân đó làm xong số sản phẩm theo kế hoạch là: $\frac{60}{x}$ (giờ) Số sản phẩm phải làm trong 1 giờ theo thực tế là: $x + 2$ (sản phẩm) Số sản phẩm người công nhân đó làm được theo thực tế là: $60 + 3 = 63$ (sản phẩm) Thời gian công nhân đó làm xong số sản phẩm theo thực tế là: $\frac{63}{x+2}$ (giờ) Vì thực tế người công nhân đó hoàn thành công việc sớm hơn 30 phút $= \frac{1}{2}$ giờ nên ta có phương trình: $\frac{60}{x} - \frac{63}{x+2} = \frac{1}{2}$	0,25 0,25

	$\frac{120(x+2)-126x}{2x(x+2)} = \frac{x(x+2)}{2x(x+2)}$ $120x + 240 - 126x = x^2 + 2x$ $x^2 + 8x - 240 = 0$ $(x+20)(x-12) = 0$ $x = -20 \text{ (KTM)}; x = 12 \text{ (TM)}$ Vậy số sản phẩm phải làm trong 1 giờ theo kế hoạch là 12 (sản phẩm)	0,25 0,25
	3) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^2 - 2mx + 4m - 4 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 - 8 = 0$. Xét phương trình $x^2 - 2mx + 4m - 4 = 0$ Phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 khi $\Delta' > 0$ $m^2 - 4m + 4 > 0$ $(m-2)^2 > 0$ $m-2 \neq 0$ $m \neq 2$ Với $m \neq 2$ thì phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 Áp dụng hệ thức Viète ta có: $x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = 2m; x_1 x_2 = \frac{c}{a} = 4m - 4$ Theo đề bài ta có: $x_1^2 + x_2^2 - 8 = 0$ $(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 - 8 = 0$ $(2m)^2 - 2.(4m - 4) - 8 = 0$ $4m^2 - 8m + 8 - 8 = 0$ $4m^2 - 8m = 0$ $4m(m-2) = 0$ $4m = 0 \text{ hoặc } m-2 = 0$ $m = 0 \text{ (thỏa mãn điều kiện) hoặc } m = 2 \text{ (không thỏa mãn điều kiện)}$ Vậy $m = 0$.	0,25 0,25
IV.1	a) Bán kính đáy của cốc nước hình trụ là: $R = 8 : 2 = 4 \text{ (cm)}$	0,25

	Thể tích nước đang có trong cốc là: $V = \pi.4^2.10 \approx 503(cm^3)$	0,25
	b) Vì thể tích mực nước dâng lên bằng thể tích của viên bi nên: $V_{nước\ đang} = \pi R^2.h_1 = 4\pi$ $h_1 = \frac{4\pi}{\pi R^2} = \frac{4}{16} = 0,25(cm)$ * Mực nước trong cốc sau khi thả viên bi là: $10 + 0,25 = 10,25 \text{ cm}$ * Vậy mực nước trong cốc lúc này là 10,25 cm và nước không tràn ra ngoài	0,25
IV.2		0,25
	a) Xét đường tròn (O) có: $EH \perp AB = \{H\}$ nên $EHA = EHB = 90^\circ$. Suy ra tam giác EHA vuông nội tiếp đường tròn đường kính AE. Do đó E,H,A thuộc đường tròn đường kính AE (1)	0,5
	Mặt khác: AB là đường kính của (O) do đó $ADB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn). Mà $ADB + ADE = 180^\circ$ (kề bù) nên $ADE = 90^\circ$. Suy ra tam giác ADE vuông nội tiếp đường tròn đường kính AE. Do đó E,D,A thuộc đường tròn đường kính AE (2) Từ (1) và (2) suy ra tứ giác AHDE nội tiếp	0,5
	b) + Tứ giác AHDE nội tiếp nên $EAD = EHD$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung ED)	0,25
	Xét đường tròn (O) có: $EAD = CFD$	0,25
	Suy ra $CFD = EHD$. Mà hai góc ở vị trí đồng vị nên $CF \parallel EH$.	0,25

	+ Chứng minh AB vuông góc CF. Xét tam giác COF cân O có OA là đường cao nên đồng thời OA là đường trung trực của CF. Do đó B thuộc đường trung trực của CF nên $BC = BF$ suy ra $\triangle BCF$ cân tại B. (3) Chứng minh được tam giác ACO đều suy ra $CAB = CFB = 60^\circ$ (4) Từ (3), (4) dẫn đến $\triangle BCF$ là tam giác đều.	0,25 0,25
	c) Trên cạnh DF lấy điểm P sao cho $DC = DP$ nên $\triangle DCP$ cân tại P. Lại có : $CDF = CBF = 60^\circ$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung CF) $CDP = 60^\circ$ suy ra $\triangle DCP$ là tam giác đều do đó $DC = CP$. Do $\triangle BCF$ là tam giác đều nên $CB = CF$. Xét $\triangle CPF$ và $\triangle CDB$ có: $\left. \begin{array}{l} CD = CP \\ PCF = DCB (= 60^\circ - PCB) \\ CF = CB \end{array} \right\} \text{ nên } \triangle CPF = \triangle CDB (c.g.c) \text{ suy ra } PF = BD$ Chu vi tứ giác $ABDC$ bằng : $AB + BD + DC + CA = 3R + BD + DC = 3R + PF + DP = 3R + DF$ Chu vi tứ giác $ABDC$ lớn nhất khi DF lớn nhất nên DF là đường kính của đường tròn $(O; R)$ từ đó chứng minh được D là điểm chính giữa của cung nhỏ BC	0,25 0,25
V	Gọi x là số lần tăng giá thuê ($x \in N$) Khi đó giá thuê mỗi chiếc xe là: $500 + 50x$ (nghìn đồng) Số lượng xe được thuê sẽ là: $100 - 5x$ (xe) Doan thu khi đó là:	0,25
	$A = (500 + 50x)(100 - 5x)$ $= -250x^2 + 2500x + 50000$ $= -250(x^2 + 10x - 200)$ $= -250(x - 5)^2 + 56250 \leq 56250$ Suy ra công ty cần tăng giá thêm 5 lần, mỗi lần 50 nghìn đồng, khi đó giá xe là 750 nghìn đồng.	0,25

Lưu ý: Học sinh làm cách khác, nếu đúng, vẫn đạt điểm tối đa