

(Đề gồm 02 trang)

Bài I (1,5 điểm)

1) Thống kê cấp độ động đất của các trận động đất xảy ra tại một vùng, người ta thu được kết quả như trong bảng tần số sau:

Cấp độ	I	II và III	IV và V	VI và VII	VIII	
Tần số (n)	4	5	5	5	1	$N = 20$

Biết rằng theo thang *Richter* thì trận động đất cấp I có độ lớn từ 1 đến dưới 3; cấp II và cấp III có độ lớn từ 3 đến dưới 4; cấp IV và cấp V có độ lớn từ 4 đến dưới 5; cấp VI và cấp VII có độ lớn từ 5 đến dưới 6; cấp VIII có độ lớn từ 6 đến dưới 7.

Lập bảng tần số ghép nhóm và bảng tần số tương đối ghép nhóm cho độ lớn các trận động đất xảy ra ở vùng này theo thang *Richter*.

2) Một chiếc hộp chứa 4 quả bóng được đánh số lần lượt là 1; 2; 3; 4 (các quả bóng có cùng kích thước và khối lượng). Lấy ngẫu nhiên cùng lúc hai quả bóng từ trong hộp. Tính xác suất của biến cố A : “Tổng các số ghi trên hai quả bóng bằng 5”.

Bài II (1,5 điểm) Cho hai biểu thức: $A = \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} - 3}$ và $B = \frac{\sqrt{x} + 5}{\sqrt{x} + 1} + \frac{\sqrt{x} - 7}{1 - x}$

với $x \geq 0; x \neq 1; x \neq 9$.

1) Tính giá trị biểu thức A khi $x = 16$.

2) Chứng minh rằng: $B = \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} - 1}$.

3) Tìm giá trị nguyên lớn nhất của x để $\frac{A}{B} < \frac{1}{2}$.

Bài III (2,5 điểm)

1) Một nhóm khách mua 15 cốc trà sữa gồm hai loại trà sữa phô mai và trà sữa trân châu. Giá mỗi cốc trà sữa phô mai và trà sữa trân châu lần lượt là 33000 đồng và 28000 đồng. Tổng số tiền nhóm khách thanh toán cho đơn hàng này là 470000 đồng. Hỏi nhóm khách hàng đó mua bao nhiêu cốc trà sữa mỗi loại?

2) Một người đi xe máy từ tỉnh A đến tỉnh B. Sau đó 15 phút có một ô tô đi từ B về A với vận tốc lớn hơn vận tốc của xe máy là 10 km/h. Xe máy gặp ô tô tại một địa điểm ở chính giữa AB. Tính vận tốc của ô tô, biết rằng quãng đường AB dài 60 km.

3) Biết rằng $x = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$ là một nghiệm của phương trình bậc hai $x^2 - mx - 1 = 0$.

Tìm tổng lập phương hai nghiệm của phương trình trên.

Bài IV (4,0 điểm)

1) Có 5 viên bi sắt hình cầu, bán kính mỗi viên là 1cm.

a) Tính thể tích mỗi viên bi.

b) Người ta thả 5 viên bi đó vào một chiếc cốc hình trụ có đường kính đáy là 6cm, đang đựng nước; biết rằng cả năm viên bi ngập trong nước và cột nước không tràn ra ngoài, tính chiều cao cột nước dâng lên trong cốc.

(Lấy $\pi \approx 3,14$ và làm tròn kết quả đến hàng phần trăm cho cả hai câu a) và b)).

2) Cho đường tròn $(O; R)$ có hai đường kính AB và CD vuông góc tại O . Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng OB . Tia CI cắt đường tròn (O) tại E (E khác C).

a) Chứng minh: Bốn điểm O, I, E, D cùng nằm trên một đường tròn.

b) Gọi H là giao điểm của hai đường thẳng AE và CD , P là hình chiếu của điểm O trên đường thẳng BD . Chứng minh: $AH \cdot AE = 2R^2$ và A, H, P thẳng hàng.

c) Chứng minh: Đường thẳng OE là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác PDE .

Bài V (0,5 điểm)

Một trường THCS dự định tổ chức cho 435 người gồm giáo viên và học sinh tham gia hoạt động trải nghiệm. Nhà trường đã liên hệ với công ty du lịch để thuê 2 loại xe: loại 35 chỗ ngồi và loại xe 50 chỗ ngồi (không kể lái xe). Biết rằng giá thuê xe loại 35 chỗ ngồi là 3,5 triệu đồng/xe; loại xe 50 chỗ ngồi là 5,2 triệu đồng/xe. Hỏi nhà trường cần thuê mỗi loại bao nhiêu xe để vừa đủ số chỗ ngồi cho 435 người và chi phí thuê xe là ít nhất?

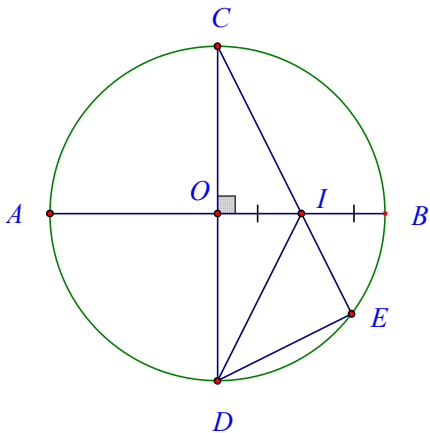
-----**HẾT**-----

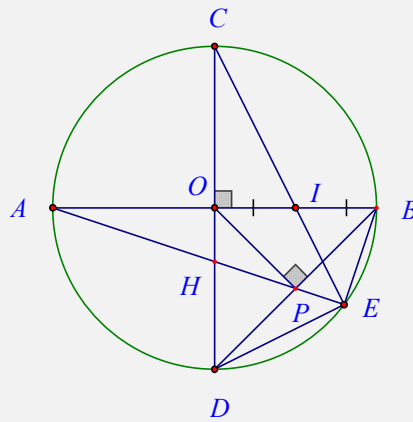
Cán bộ coi khảo sát không giải thích gì thêm.

Bài	Câu	Đáp án	Điểm														
I	1	Thống kê cấp độ động đất của các trận động đất xảy ra tại một vùng, người ta thu được kết quả như trong bảng tần số sau: ... Biết rằng theo thang <i>Richter</i> thì trận động đất cấp I có độ lớn từ 1 đến dưới 3; cấp II và cấp III có độ lớn từ 3 đến dưới 4; cấp IV và cấp V có độ lớn từ 4 đến dưới 5; cấp VI và cấp VII có độ lớn từ 5 đến dưới 6; cấp VIII có độ lớn từ 6 đến dưới 7. Lập bảng tần số ghép nhóm và bảng tần số tương đối ghép nhóm cho độ lớn các trận động đất xảy ra ở vùng này theo thang <i>Richter</i> .	1,0														
		<table><tr><td>Độ lớn trận động đất (richter)</td><td>[6;7) [1;3)</td><td>[3;4)</td><td>[4;5)</td><td>[5;6)</td><td>[6;7)</td><td>Cộng</td></tr><tr><td>Tần số (n)</td><td>4</td><td>5</td><td>5</td><td>5</td><td>1</td><td>N=20</td></tr></table>	Độ lớn trận động đất (richter)	[6;7) [1;3)	[3;4)	[4;5)	[5;6)	[6;7)	Cộng	Tần số (n)	4	5	5	5	1	N=20	0,5
		Độ lớn trận động đất (richter)	[6;7) [1;3)	[3;4)	[4;5)	[5;6)	[6;7)	Cộng									
	Tần số (n)	4	5	5	5	1	N=20										
	<table><tr><td>Độ lớn trận động đất (richter)</td><td>[1;3)</td><td>[3;4)</td><td>[4;5)</td><td>[5;6)</td><td>[6;7)</td><td>Cộng</td></tr><tr><td>Tần số (%)</td><td>20%</td><td>25%</td><td>25%</td><td>25%</td><td>5%</td><td>100</td></tr></table>	Độ lớn trận động đất (richter)	[1;3)	[3;4)	[4;5)	[5;6)	[6;7)	Cộng	Tần số (%)	20%	25%	25%	25%	5%	100	0,5	
Độ lớn trận động đất (richter)	[1;3)	[3;4)	[4;5)	[5;6)	[6;7)	Cộng											
Tần số (%)	20%	25%	25%	25%	5%	100											
2	Một chiếc hộp chứa 4 quả bóng được đánh số lần lượt là 1;2;3;4 (các quả bóng có cùng kích thước và khối lượng). Lấy ngẫu nhiên cùng lúc hai quả bóng từ hộp. Tính xác suất của biến cố A : "Tổng các số ghi trên hai quả bóng bằng 5".	0,5															
	Không gian mẫu của phép thử là: $\Omega = \{(1,2);(1,3);(1,4);(2,3);(2,4);(3,4)\}$. Khi đó $n(\Omega) = 6$ Vì các quả bóng có cùng kích thước và khối lượng nên các kết quả có cùng khả năng xảy ra.	0,25															
	Các kết quả thuận lợi cho biến cố A là: (1,4) và (2,3). $n(A) = 2 \text{ nên } \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1}{3}$	0,25															
II	1	Tính giá trị biểu thức A khi $x = 16$.	0,25														
		Thay $x = 16$ (thỏa mãn ĐKXD) vào biểu thức, tính được $A = 6$.	0,25														

	2	Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1}$.	0,75
		$B = \frac{(\sqrt{x}+5)(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} - \frac{\sqrt{x}-7}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)}$	0,25
		$B = \frac{x+4\sqrt{x}-5-\sqrt{x}+7}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} = \frac{x+3\sqrt{x}+2}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)}$	0,25
		$B = \frac{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1}$ (đpcm).	0,25
	3	Tìm giá trị nguyên lớn nhất của x để $\frac{A}{B} < \frac{1}{2}$.	0,5
		$\frac{A}{B} < \frac{1}{2}$. $\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-3} : \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1} < \frac{1}{2}$ $\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3} < \frac{1}{2}$ $\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3} < 0$	0,25
		Vì $\sqrt{x}+1 > 0$ nên $\sqrt{x}-3 < 0$ hay $x < 9$ Mà $x \geq 0; x \neq 1; x \neq 9$, x nguyên lớn nhất nên $x = 8$ (tmđk).	0,25
	III	1 Một nhóm khách mua 15 cốc trà sữa gồm hai loại trà sữa phô mai và trà sữa trân châu. Giá mỗi cốc trà sữa phô mai và trà sữa trân châu lần lượt là 33000 đồng và 28000 đồng. Tổng số tiền nhóm khách thanh toán cho đơn hàng này là 470000 đồng. Hỏi nhóm khách hàng đó mua bao nhiêu cốc trà sữa mỗi loại?	1,0
		Gọi x là số cốc trà sữa phô mai và y là số cốc trà sữa trân châu ($x, y \in \mathbb{N}^*; x, y < 15$). Nhóm khách đó đã mua 15 cốc trà sữa phô mai và trà sữa trân châu, ta có phương trình: $x + y = 15$ (1).	0,25
		Tổng số tiền nhóm khách thanh toán cho cửa hàng là 470000 đồng, ta có phương trình: $33000x + 28000y = 470000$ hay $33x + 28y = 470$ (2).	0,25
		Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 15 \\ 33x + 28y = 470 \end{cases}$ Giải hệ phương trình được $x = 10, y = 5$ (TM).	0,25

		Vậy nhóm khách hàng đó mua 10 cốc trà sữa phô mai và 5 cốc trà sữa trân châu.	0,25
	2	Một người đi xe máy từ tỉnh A đến tỉnh B. Sau đó 15 phút có một ô tô đi từ B về A với vận tốc lớn hơn vận tốc của xe máy là 10 km/h. Xe máy gặp ô tô tại một địa điểm ở chính giữa AB. Tính vận tốc của ô tô, biết rằng quãng đường AB dài 60 km.	1,0
		Gọi vận tốc của xe máy đi từ tỉnh A đến tỉnh B là x (km/h, $x > 0$).. Đòi: 15 phút = $\frac{1}{4}$ giờ. Vận tốc của ô tô đi từ tỉnh B về tỉnh A là: $x + 10$ (km/h).	0,25
		Quãng đường AB dài 60 km, xe máy gặp ô tô ở một địa điểm chính giữa AB nên quãng đường xe máy đã đi được là $60 : 2 = 30$ (km). Do đó thời gian mà xe máy đi từ A đến nơi gặp nhau là: $\frac{30}{x}$ (giờ). Do đó thời gian mà ô tô đi từ B đến nơi gặp nhau là: $\frac{30}{x + 10}$ (giờ).	0,25
		Xe máy đi nhiều hơn ô tô 15 phút nên ta có phương trình: $\frac{30}{x} - \frac{30}{x + 10} = \frac{1}{4}$ $x^2 + 10x = 1200$.	0,25
		Giải pt được $x_1 = -40$ (không thỏa mãn); $x_2 = 30$ (thỏa mãn) Vậy vận tốc của ô tô là 60 km/h.	0,25
	3	3) Biết rằng $x = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}$ là một nghiệm của phương trình bậc hai $x^2 - mx - 1 = 0$. Tìm tổng lập phương hai nghiệm của phương trình trên.	0,5
		Ta có $a.c = -1 < 0$ nên phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt. Theo định lí Viète ta có: $x_1 x_2 = -1$ mà $x_1 = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}$ suy ra $x_2 = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$ suy ra $x_1 + x_2 = \frac{1 - \sqrt{5}}{2} + \frac{1 + \sqrt{5}}{2} = 1$	0,25
		Ta có $x_1^3 + x_2^3 = (x_1 + x_2)^3 - 3x_1 x_2 (x_1 + x_2) = 1^3 - 3 \cdot (-1) \cdot 1 = 4$. Vậy tổng lập phương hai nghiệm của phương trình bằng 4.	0,25
IV	1	Có 5 viên bi sắt hình cầu, bán kính mỗi viên là 1 cm. a) Tính thể tích mỗi viên bi.	1,0

	b) Người ta thả 5 viên bi đỏ vào một chiếc cốc hình trụ có đường kính đáy là 6 cm, đang đựng nước; biết rằng cả năm viên bi ngập trong nước và cột nước không tràn ra ngoài, tính chiều cao cột nước dâng lên trong cốc.	
a	Thể tích mỗi viên bi là: $V_1 = \frac{4}{3}\pi \cdot 1^3 = \frac{4}{3}\pi \approx 4,19 \text{ (cm}^3\text{)}.$	0,5
b	Khối nước hình trụ dâng lên bằng tổng thể tích của 5 viên bi thả vào cốc nước: $V_2 = 5 \cdot \frac{4}{3}\pi = \frac{20}{3}\pi \approx 20,93 \text{ (cm}^3\text{)}.$ Bán kính đáy hình trụ là 3 cm . Áp dụng hệ thức $V = \pi r^2 h$. Ta có $h = \frac{V}{\pi r^2} = \frac{20\pi}{3} : (\pi \cdot 9) = \frac{20}{27} \approx 0,74 \text{ (cm)}.$ Vậy chiều cao cột nước dâng lên khoảng 0,74 cm.	0,25
2	Cho đường tròn $(O; R)$ có hai đường kính AB và CD vuông góc tại O . Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng OB . Tia CI cắt đường tròn (O) tại E (E khác C).	3,0
a	Chứng minh: Bốn điểm O, I, E, D cùng nằm trên một đường tròn. 	1,0
	Chứng minh tam giác IED vuông tại E nên I, E, D thuộc đường tròn đường kính ID .	0,25
	Chứng minh tam giác IOD vuông tại O nên I, O, D thuộc đường tròn đường kính ID .	0,25
	Kết luận.	0,25
b	Gọi H là giao điểm của hai đường thẳng AE và CD , P là hình chiếu của điểm O trên đường thẳng BD . Chứng minh: $AH \cdot AE = 2R^2$ và A, H, P thẳng hàng.	1,5



Chứng minh: $\Delta AHO \simeq \Delta ABE$ (1)

0,25

Suy ra: $AH. AE = AO. AB = R.2R = 2R^2$

0,5

Từ (1) suy ra: $\frac{OA}{OH} = \frac{AE}{BE}$

0,25

Chứng minh được EI là tia phân giác của $\widehat{AEB}$ nên suy ra:

0,25

$$\frac{AE}{BE} = \frac{AI}{IB} = \frac{\frac{3}{2}R}{\frac{1}{2}R} = 3 \text{ suy ra: } \frac{OA}{OH} = 3 \Rightarrow OA = 3.OH$$

Chứng minh được: $OD = 3.OH \Rightarrow HD = \frac{2}{3}OD$

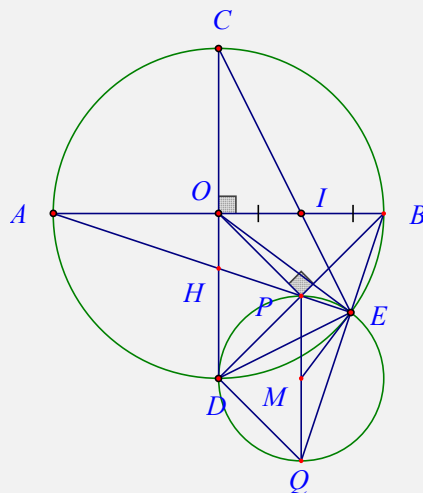
0,25

Suy ra: H là trọng tâm $\triangle ABD$ nên A, H, P thẳng hàng.

2c

Chứng minh: Đường thẳng OE là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác PDE .

0,5



Gọi Q là giao điểm của hai đường thẳng AD và BE . M là trung điểm đoạn thẳng PQ .

0,25

Chứng minh được tứ giác $DPEQ$ là tứ giác nội tiếp đường tròn tâm M đường kính PQ .

		Chứng minh được $\widehat{OEM} = 90^\circ$ suy ra OE là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác PDE .	0,25
V		Một trường THCS dự định tổ chức cho 435 người gồm giáo viên và học sinh tham gia hoạt động trải nghiệm. Nhà trường đã liên hệ với công ty du lịch để thuê 2 loại xe: loại 35 chỗ ngồi và loại xe 50 chỗ ngồi (không kể lái xe). Biết rằng giá thuê xe loại 35 chỗ ngồi là 3,5 triệu đồng/ xe; loại xe 50 chỗ ngồi là 5,2 triệu đồng/xe. Hỏi nhà trường cần thuê mỗi loại bao nhiêu xe để vừa đủ số chỗ ngồi cho 435 người và chi phí thuê xe là ít nhất?	0,5
		Gọi số xe loại 35 chỗ là x xe, loại 50 chỗ là y xe ($x, y \in \mathbb{N}^*, x, y \geq 1$). PT: $35x + 50y = 435 \Rightarrow x = \frac{435 - 50y}{35}$. Tổng chi phí $T = 3,5x + 5,2y$ (triệu).	0,25
		Thay x vào T ta có $T = 0,2y + 43,5$. Vì $y \geq 1 \Rightarrow 0,2y \geq 0,2$. Nên $T \geq 43,7$. Dấu “=” xảy ra khi $y = 1$. Thay vào tìm $x = 11$ (tm). Vậy cần thuê 11 xe 35 chỗ và 1 xe 50 chỗ thì chi phí thuê xe thấp nhất là 43,7 triệu đồng.	0,25

**Học sinh làm theo cách giải đúng khác vẫn cho điểm tối đa.*