

I – Hàm số: $y = ax^2$ ($a \neq 0$)**Bài 1.** Cho hàm số: $y = ax^2$ ($a \neq 0$)

- a) Tìm a biết đồ thị của hàm số đi qua điểm A(-2; 8)
- b) Vẽ đồ thị của hàm số với a vừa tìm được.
- c) Các điểm B(-1; 2); C(2; 6); D(-5; -50) có thuộc đồ thị hàm số trên hay không?
- d) Tìm các điểm thuộc đồ thị trên có tung độ $y = 2$
- e) Tìm tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số trên với đường thẳng (d): $y = -x + 6$

Bài 2. Một vật rơi tự do từ độ cao 461 m so với mặt đất. Quãng đường chuyển động $s(m)$ của vật phụ thuộc vào thời gian t (giây) được cho bởi công thức: $s = 4,9t^2$

- a) Sau 3 giây vật này cách mặt đất bao nhiêu mét? Tương tự sau 6 giây vật này cách mặt đất bao nhiêu mét?
- b) Sau bao lâu vật này tiếp đất?

Bài 3. Động năng (tính bằng J) của một quả bóng rổ nặng 0,62kg rơi với tốc độ $v(m/s)$ được tính bằng công thức: $K = 0,31v^2$

- a) Tính động năng của quả bóng khi nó rơi với tốc độ lần lượt là 4 m/s; 6 m/s
- b) Tính tốc độ rơi của quả bóng tại thời điểm quả bóng đạt động năng 19,84 J

Bài 4. Lực F của gió khi thổi vuông góc vào cánh buồm tỉ lệ thuận với bình phương vận tốc v của gió tức $F = av^2$ (a là hằng số). Biết rằng khi vận tốc gió bằng 3m/s thì lực tác động lên cánh buồm của một con thuyền bằng 270N (Niu ton)

- a) Tính hằng số a
- b) Biết rằng cánh buồm chỉ có thể chịu được một áp lực tối đa là 12000N, hỏi con thuyền có thể đi được trong gió bão với vận tốc gió 100km/h hay không?

II. Giải phương trình bậc hai**Bài 5.** Giải các phương trình sau

a. $3x^2 - 7x + 4 = 0$

b. $-2x^2 + 9x + 11 = 0$

c. $x^2 + 3x + 112 = 0$

d. $3x^2 - \sqrt{5}x - 2 = 0$

e. $\sqrt{3}x^2 - (2 + \sqrt{3})x + 2 = 0$

f. $x^2 - \sqrt{7}(x - 1) = 0$

g. $x^2 + (m - 4)x + m - 5 = 0$

h. $3x^2 + (2m - 1)x - 2(m + 1) = 0$

III – Định lý Viet và ứng dụng**Bài 6.** Tìm các giá trị của tham số m để phương trình:

a) $x^2 - 2mx - 1x + 2m - 3 = 0$ có hai nghiệm phân biệt trái dấu;

b) $x^2 - 2mx - 3x + 5 - 2m = 0$ có hai nghiệm phân biệt âm;

c) $x^2 - 6x + 2m + 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt cùng dương;

d) $x^2 - 2(m - 1)x - 3 - m = 0$ có đúng một nghiệm dương.

Bài 7. Cho phương trình: $x^2 - 2x + m - 3 = 0$ với m là tham số.

a) Giải phương trình với $m = 0$

b) Tìm m để phương trình có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn : $x_1^2 + x_2^2 = 10$

Bài 8. Cho phương trình bậc hai: $x^2 - 2x + m = 0$ (x là ẩn số).

a) Tìm điều kiện của m để phương trình trên có hai nghiệm phân biệt.

b) Tìm m để phương trình trên có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn: $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 4$.

Bài 9. Cho phương trình $x^2 - 2(m - 3)x + 2m - 7 = 0$ (m là tham số) (1)

a) Chứng minh rằng: Phương trình (1) luôn có 2 nghiệm với mọi giá trị của m

b) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình (1). Tìm m để x_1, x_2 thỏa mãn : $x_2 - 2x_1 = 1$

Bài 10. Cho phương trình $x^2 + (m + 1)x - \frac{1}{2}m - \frac{3}{4} = 0$

a) Tìm m để phương trình có 2 nghiệm phân biệt.

b) Tìm m để phương trình có 2 nghiệm trái dấu x_1, x_2 và thỏa mãn $x_1 = 4|x_2|$

Bài 11. Cho phương trình $x^2 - (2m - 1)x - 3 = 0$. Chứng minh rằng phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1, x_2 \forall m$. Tìm m để $|x_1| - |x_2| = 5$ và $x_1 < x_2$

IV - Giải bài toán bằng cách lập phương trình, hệ phương trình, bất phương trình

Bài 12. Một mảnh đất hình chữ nhật có diện tích $80m^2$. Nếu giảm chiều rộng $3m$ và tăng chiều dài $10m$ thì diện tích mảnh đất tăng thêm $20m^2$. Tính kích thước của mảnh đất.

Bài 13. Trong vụ Vải vừa qua, nhà bạn Mai nhận được đơn hàng xuất khẩu 36 tấn vải nhưng số xe nhà Mai không đủ để chở hết một lượt số Vải đó. Vì thế nhà Mai phải thuê thêm 3 xe nữa cùng chủng loại, nhờ vậy mà mỗi xe chở ít hơn 1 tấn so với dự kiến. Biết rằng số Vải chở trên mỗi xe là như nhau. Hỏi nhà bạn Mai có bao nhiêu xe?

Bài 14. Bác An đi xe máy từ nhà đến nơi làm việc cách nhau $60km$ với vận tốc dự định trước. Sau khi đi được $\frac{1}{3}$ quãng đường, do điều kiện thời tiết không thuận lợi nên trên quãng đường còn lại bác An phải đi với vận tốc

ít hơn so với vận tốc dự định ban đầu $10 km/h$. Tính vận tốc dự định của bác An khi đi từ nhà đến nơi làm việc, biết bác An đến nơi làm việc muộn hơn dự định 20 phút.

Bài 15. Trên một khúc sông, một ca-nô chạy xuôi dòng $96km$, sau đó chạy ngược dòng $80km$ hết tất cả 8 giờ. Lần khác, ca-nô đó chạy xuôi dòng $120km$ sau đó chạy ngược dòng $60km$ cũng hết 8 giờ. Tính vận tốc riêng của ca-nô và vận tốc dòng nước. (Biết vận tốc ca-nô và vận tốc dòng nước không thay đổi trong cả hai lần).

Bài 16. Hai người thợ cùng làm chung một công việc thì sau 6 ngày sẽ hoàn thành. Nếu người thứ nhất làm trong 2 ngày rồi dừng lại và người thứ hai làm tiếp công việc đó trong 3 ngày thì hoàn thành được 40% công việc. Hỏi nếu làm một mình thì mỗi người hoàn thành công việc đó trong thời gian bao lâu?

Bài 17. Một phòng họp có 300 ghế ngồi, được xếp thành một số hàng có số ghế bằng nhau. Buổi họp hôm đó có 378 người đến dự họp nên ban tổ chức đã kê thêm 3 hàng ghế và mỗi hàng ghế phải xếp thêm 1 ghế, mới đủ chỗ ngồi. Hỏi lúc đầu phòng họp có bao nhiêu hàng ghế và mỗi hàng ghế có bao nhiêu ghế, biết số hàng ghế ban đầu không vượt quá 20 .

Bài 18. Để lập đội tuyển bóng rổ của 1 trường THCS, thầy Nam đưa ra quy định tuyển chọn như sau : Mỗi bạn dự tuyển sẽ được ném 15 quả bóng vào rổ, mỗi quả vào rổ được tính 2 điểm, mỗi quả ném ra ngoài bị trừ 1 điểm. Nếu bạn nào có số điểm từ 20 trở lên thì sẽ được chọn vào đội tuyển. Hỏi 1 học sinh muốn được chọn vào đội tuyển thì phải ném ít nhất bao nhiêu quả vào rổ ?

Bài 19. Một hãng taxi có giá 16 nghìn đồng cho km đầu tiên và giá 12 nghìn đồng cho mỗi km tiếp theo. Với 180 nghìn đồng thì hành khách có thể di chuyển được tối đa bao nhiêu km (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

V - Ứng dụng thực tế có nội dung hình học

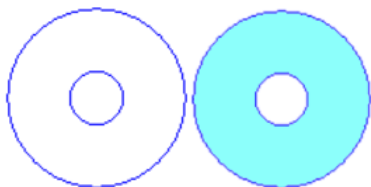
Bài 20: Cho tam giác đều ABC có cạnh bằng 6 cm. Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác đều này.

Bài 21: Một miếng gỗ hình tam giác, đường tròn nội tiếp tam giác đó có các cạnh lần lượt là 8 cm, 6 cm và 10 cm. Tính bán kính của đường tròn nội tiếp tam giác đó.

Bài 22: Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp đa giác đều. Một đài phun nước được xây theo hình bát giác đều có cạnh dài 4 m. Tính bán kính của đường tròn ngoại tiếp bát giác này.

Bài 23: Một khu vườn hình tròn có bán kính $R = 8(m)$. Người ta đào một cái giếng, miệng giếng là 1 hình tròn (giếng thuộc đất khu vườn), khi đó diện tích còn lại để trồng trọt là $63\pi (m^2)$. Tính bán kính của miệng giếng.

Bài 24: Mặt đĩa CD ở hình bên có dạng vành khuyên giới hạn bởi hai đường tròn có bán kính lần lượt là 1,5cm và 6 cm . Hình vành khuyên đó có diện tích bằng bao nhiêu centimet vuông (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)



VI- Hình học phẳng

Bài 25: Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn (O), các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H. Kẻ đường kính AQ của đường tròn (O) cắt cạnh BC tại I.

a) Chứng minh bốn điểm A, F, H, E cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh: $\angle BAD = \angle CAQ$.

c) Gọi P là giao điểm của AH và EF. Chứng minh $\triangle AEP \sim \triangle ABI$ và $PI \parallel HQ$.

Bài 26: Cho $\triangle ABC$ nhọn có $AB < BC$ nội tiếp đường tròn O. Kẻ đường kính BD của đường tròn O, $AH \perp BC$ tại H, $AK \perp BD$ tại K.

a) Chứng minh tứ giác ABHK là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh $\angle BAD = 90^\circ$ và $AB^2 = BK \cdot BD$.

c) Gọi I là trung điểm của AC. Chứng minh $\angle AHK = \angle ACD$ và ba điểm H, K, I thẳng hàng.

Bài 27: Cho $\triangle ABC$ nhọn, nội tiếp đường tròn O, ba đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H.

a) Chứng minh tứ giác 4 điểm A, E, H, F cùng thuộc đường tròn.

b) Kẻ đường kính AK của đường tròn O, gọi M là hình chiếu vuông góc của C trên AK. Chứng minh $AB \cdot AC = AD \cdot AK$ và $MD \parallel BK$.

- c) Giả sử BC là dây cố định của đường tròn O còn A di động trên cung lớn BC . Tìm vị trí của điểm A để diện tích $\triangle AEH$ lớn nhất.

Bài 28: Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn $AB < AC$ nội tiếp đường tròn $O; R$. Vẽ AH vuông góc với BC , từ H vẽ HM vuông góc với AB và HN vuông góc với AC $H \in BC, M \in AB, N \in AC$. Vẽ đường kính AE cắt MN tại I , tia MN cắt đường tròn $O; R$ tại K (với K nằm trên cung nhỏ AC).

- Chứng minh tứ giác $AMHN$ nội tiếp;
- Chứng minh $AM \cdot AB = AN \cdot AC$;
- Chứng minh AE vuông góc với MN và $AH = AK$.

Bài 29: Cho tam giác ABC nhọn $AB < AC$ có đường cao AD và đường phân giác trong AO (D, O thuộc cạnh BC). Kẻ $OM \perp AB$ tại M , $ON \perp AC$ tại N .

- Chứng minh bốn điểm O, M, D, N cùng nằm trên một đường tròn.
- Chứng minh: $AON = AOM$ và $BDM = ODN$.
- Qua O kẻ đường thẳng vuông góc với BC cắt MN tại I , AI cắt BC tại K . Qua I kẻ đường thẳng song song với BC cắt AB, AC tại P, Q . Chứng minh $IP = IQ$ và K là trung điểm của BC .

Bài 30: Cho tam giác ABC vuông tại A . Đường tròn $O; R$ đường kính AB cắt đoạn thẳng BC tại điểm thứ hai là D . Kẻ đường thẳng AH vuông góc với đường thẳng OC tại điểm H ; đường thẳng AH cắt đoạn thẳng BC tại điểm M .

- Chứng minh 4 điểm A, C, D, H cùng thuộc đường tròn.
- Chứng minh $OH \cdot OC = R^2$ và tam giác $OH B$ đồng dạng với tam giác OBC .
- Từ O kẻ đường thẳng vuông góc với BD tại K . Chứng minh HM là tia phân giác của góc DHB và $MB \cdot MD = MK \cdot MC$.

Bài 31: Cho tam giác ABC vuông ở A , với $AC > AB$. Trên AC lấy điểm M , vẽ đường tròn tâm O đường kính MC . Tia BM cắt đường tròn (O) tại D . Đường thẳng qua A và D cắt đường tròn (O) tại S .

- Chứng minh $ABCD$ là tứ giác nội tiếp.
- Chứng minh AC là tia phân giác của góc SCB .
- Gọi E là giao điểm của BC với đường tròn O . Chứng minh rằng các đường thẳng BA, EM, CD đồng quy.
- Chứng minh DM là tia phân giác của góc ADE .
- Chứng minh M là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ADE .

VI – Dạng toán nâng cao

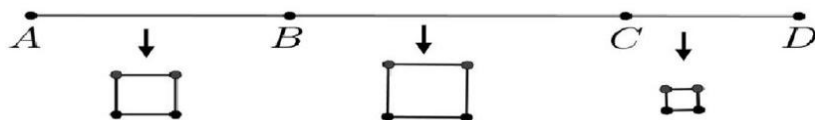
Bài 32: Một doanh nghiệp sản xuất và bán một loại sản phẩm với giá 45 (ngàn đồng) mỗi sản phẩm, tại giá bán này khách hàng sẽ mua 60 sản phẩm mỗi tháng. Doanh nghiệp dự định tăng giá bán và họ ước tính rằng nếu tăng 2 (ngàn đồng) trong giá bán thì mỗi tháng sẽ bán ít hơn 6 sản phẩm. Biết rằng chi phí sản xuất mỗi sản phẩm là 27 (ngàn đồng). Hỏi doanh nghiệp nên bán sản phẩm với giá nào để lợi nhuận thu được là lớn nhất?

Bài 33: Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân được cho bởi công thức $G(x) = 0,035x^2 - 15 - x$, trong đó x là liều lượng thuốc được tiêm cho bệnh nhân (x được tính bằng miligam). Tính liều lượng thuốc cần tiêm (đơn vị miligam) cho bệnh nhân để huyết áp giảm nhiều nhất.

Bài 34: Tính diện tích lớn nhất $S_{\max}$ của một hình chữ nhật nội tiếp trong nửa đường tròn bán kính $R = 6$ cm nếu một cạnh của hình chữ nhật nằm dọc theo đường kính của hình tròn mà hình chữ nhật đó nội tiếp.

Bài 35: Ông Bình muốn thiết kế một chiếc bể cá hình hộp chữ nhật (không có nắp) với chiều cao 40 cm và thể tích là 40000 cm^3 . Biết rằng loại kính để làm mặt đáy có giá 150000 đồng / m^2 và loại kính để làm các mặt bên có giá 480000 đồng / m^2 . Hãy giúp ông Bình tính chi phí thấp nhất để làm được bể cá.

Bài 36: Chuẩn bị đón năm mới, bạn Lan dự định trang trí bảng tin của lớp bằng các họa tiết hình vuông. Để tạo ra các hình vuông, bạn Lan cắt mỗi đoạn dây dài 60 cm thành 3 đoạn nhỏ. Sau đó mỗi đoạn nhỏ được uốn lại thành một hình vuông (hình bên dưới). Hỏi phải chia đoạn dây thành 3 phần có độ dài như thế nào để tổng diện tích các hình vuông có giá trị nhỏ nhất.



Bài 37: Cho các số thực dương x, y thỏa mãn $x + y \leq 2$. Tìm GTLN của biểu thức: $A = \sqrt{x(y+1)} + \sqrt{y(x+1)}$.

Bài 38: Cho các số thực dương x, y thỏa mãn $x + y = 3$. Tìm GTNN của biểu thức: $B = \frac{5}{x^2+y^2} + \frac{3}{xy}$.

Bài 39: Cho các số thực x, y thỏa mãn $x^2 + y^2 - 4x - 12 = 0$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $Q = x^2 + y^2$.

Bài 40: Giải phương trình: $x^2 - 2x - 1 = \sqrt{(x^2 + 1)(x + 1)}$.