

I. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI (Trong mỗi ý a), b), c), d) chọn đúng hoặc sai)

Câu 1 (1,0 điểm). Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+1}} - \frac{5}{\sqrt{x-1}} - \frac{\sqrt{x+9}}{1-x}$.

- a) Điều kiện xác định của biểu thức A là $x \neq 1$.
b) Rút gọn biểu thức A được kết quả là $A = \frac{\sqrt{x}-4}{\sqrt{x+1}}$.
c) Với $x = 6 - 2\sqrt{5}$ thì giá trị của biểu thức A bằng $\sqrt{5} - 1$.
d) Số nguyên x nhỏ nhất để A nhận giá trị nguyên là $x = 0$.

Câu 2 (1,0 điểm). Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH . Biết $AB = 3$ cm và $AC = 5$ cm.

- a) Độ dài $BC = 4$ cm.
b) Độ dài $BH = \frac{9}{\sqrt{34}}$ cm.
c) Tỉ số $\frac{BC}{HC} = \frac{34}{25}$.
d) $\cos \widehat{ABC} - \tan \widehat{HAB} = \frac{15\sqrt{34} + 102}{170}$.

II. TRẢ LỜI NGẮN (Viết đáp số của bài toán, không trình bày lời giải)

Câu 3 (0,5 điểm). Bảng sau cho biết trữ lượng bô xít (đơn vị: tỉ tấn) của các quốc gia trên thế giới (Nguồn: Cục Khảo sát địa chất Mỹ công bố năm 2022).

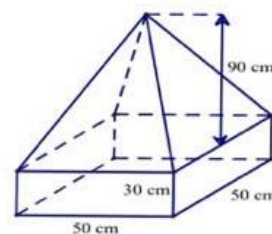
Quốc gia	Guinea	Việt Nam	Úc	Brazil	Các quốc gia còn lại
Trữ lượng (tỉ tấn)	7,4	5,8	5,3	2,7	9,8

Tính tỉ số phần trăm trữ lượng bô xít của Việt Nam so với tổng trữ lượng bô xít của toàn thế giới (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

Câu 4 (0,5 điểm). Một hộp có 20 chiếc thẻ lần lượt được đánh các số 1, 2, 3, ..., 19, 20. Hai thẻ khác nhau thì ghi hai số khác nhau. Rút ngẫu nhiên một thẻ trong số 20 thẻ đó. Tính xác suất của biến cố A: "Số trên thẻ được rút ra là số chia cho 5 dư 2".

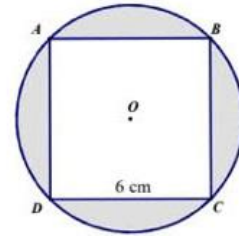
Câu 5 (0,5 điểm). Cho x, y là các hệ số trong phản ứng hóa học đã được cân bằng sau: $N_2O_5 + xH_2O \rightarrow yHNO_3$. Tính $x + 2y$.

Câu 6 (0,5 điểm). Một khối bê tông có dạng như hình bên. Phần dưới của khối bê tông có dạng hình hộp chữ nhật, đáy là hình vuông có cạnh 50 cm, chiều cao 30 cm. Phần trên của khối bê tông có dạng hình chóp tứ giác đều, chiều cao 90 cm. Tính thể tích của khối bê tông đó (kết quả tính theo đơn vị centimet khối).



Câu 7 (0,5 điểm). Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho đường thẳng $(d_1): y = x - 2$ song song với đường thẳng $(d_2): y = m^2x + m - 1$.

Câu 8 (0,5 điểm). Cho hình vuông $ABCD$ có tâm O và có cạnh bằng 6 cm. Vẽ đường tròn tâm O bán kính OA . Tính diện tích phần tô đậm trong hình bên (kết quả tính theo đơn vị centimet vuông).



III. TỰ LUẬN (Trình bày chi tiết lời giải)

Câu 9 (2,0 điểm). Cho phương trình $x^2 + mx + m - 1 = 0$ (1) với m là tham số.

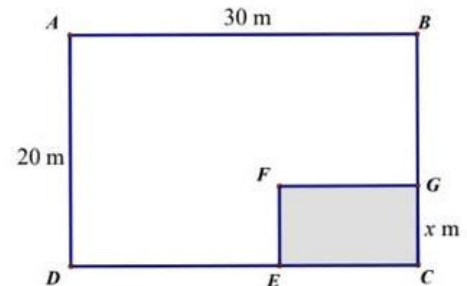
- 1) Chứng minh rằng phương trình (1) luôn có hai nghiệm x_1, x_2 với mọi m .
- 2) Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn hệ thức $x_1^2 + x_2^2 = 2$.

Câu 10 (2,0 điểm). Cho tam giác nhọn ABC ($AC < AB$) có các đường cao là AD, BE và CF đồng quy tại điểm H . Kẻ AK vuông góc với EF tại K . Kẻ đường thẳng d vuông góc với AC tại C . Đường thẳng d cắt đường thẳng AK tại T . Chứng minh rằng:

- 1) $AE.AC = AF.AB$ và $\widehat{ABC} = \widehat{AEF}$.
- 2) Tứ giác $BTCH$ là hình bình hành.

Câu 11 (1,0 điểm).

1) Bác Đức có một mảnh đất hình chữ nhật $ABCD$ có chiều dài $AB = 30$ m và chiều rộng $AD = 20$ m. Bác Đức muốn đào một cái ao hình chữ nhật $CEFG$ có chu vi bằng 84 m (tham khảo hình vẽ bên). Biết $CG = x$ (m). Tìm x để diện tích cái ao đó lớn nhất.



- 2) Cho hai số thực a và b thỏa mãn $a^2 + b^2 - 6a + 8b + 21 \leq 0$. Chứng minh $a^2 + b^2 \geq 9$.

HẾT

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:.....**Số báo danh:**.....

I. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI (Trong mỗi ý a), b), c), d) chọn đúng hoặc sai)

Câu 1 (1,0 điểm). Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH . Biết $AB = 3$ cm và $AC = 5$ cm.

- a) Độ dài $BC = \sqrt{34}$ cm.
b) Độ dài $CH = \frac{9}{\sqrt{34}}$ cm.
c) Tỉ số $\frac{BC}{BH} = \frac{34}{25}$.
d) $\cos \widehat{ABC} + \tan \widehat{HAB} = \frac{15\sqrt{34} + 102}{170}$.

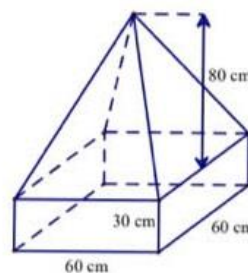
Câu 2 (1,0 điểm). Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+1}} - \frac{5}{\sqrt{x-1}} - \frac{\sqrt{x+9}}{1-x}$.

- a) Điều kiện xác định của biểu thức A là $x \geq 0$ và $x \neq 1$.
b) Rút gọn biểu thức A được kết quả là $A = \frac{\sqrt{x+4}}{\sqrt{x-1}}$.
c) Với $x = 6 - 2\sqrt{5}$ thì giá trị của biểu thức A bằng $1 - \sqrt{5}$.
d) Số nguyên x lớn nhất để A nhận giá trị nguyên là $x = 4$.

II. TRẢ LỜI NGẮN (Viết đáp số của bài toán, không trình bày lời giải)

Câu 3 (0,5 điểm). Một hộp có 20 chiếc thẻ lần lượt được đánh các số 1, 2, 3, ..., 19, 20. Hai thẻ khác nhau thì ghi hai số khác nhau. Rút ngẫu nhiên một thẻ trong số 20 thẻ đó. Tính xác suất của biến cố A: "Số trên thẻ được rút ra là số chia cho 7 dư 3".

Câu 4 (0,5 điểm). Một khối bê tông có dạng như hình bên. Phần dưới của khối bê tông có dạng hình hộp chữ nhật, đáy là hình vuông có cạnh 60 cm, chiều cao 30 cm. Phần trên của khối bê tông có dạng hình chóp tứ giác đều, chiều cao 80 cm. Tính thể tích của khối bê tông đó (kết quả tính theo đơn vị centimet khối).



Câu 5 (0,5 điểm). Bảng sau cho biết trữ lượng bô xít (đơn vị: tỉ tấn) của các quốc gia trên thế giới (Nguồn: Cục Khảo sát địa chất Mỹ công bố năm 2022).

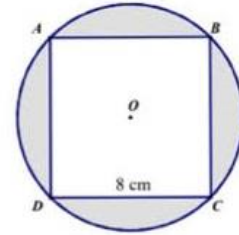
Quốc gia	Guinea	Việt Nam	Úc	Brazil	Các quốc gia còn lại
Trữ lượng (tỉ tấn)	7,4	5,8	5,3	2,7	9,8

Tính tỉ số phần trăm trữ lượng bô xít của Việt Nam so với tổng trữ lượng bô xít của toàn thế giới (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

Câu 6 (0,5 điểm). Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho đường thẳng $(d_1): y = x - 2$ trùng với đường thẳng $(d_2): y = m^2x + m - 1$.

Câu 7 (0,5 điểm). Cho x, y là các hệ số trong phản ứng hóa học đã được cân bằng sau:
 $N_2O_5 + xH_2O \rightarrow yHNO_3$. Tính $2x + y$.

Câu 8 (0,5 điểm). Cho hình vuông $ABCD$ có tâm O và có cạnh bằng 8 cm. Vẽ đường tròn tâm O bán kính OA . Tính diện tích phần tô đậm trong hình bên (kết quả tính theo đơn vị centimet vuông).



III. TỰ LUẬN (Trình bày chi tiết lời giải)

Câu 9 (2,0 điểm). Cho phương trình $x^2 + mx + m - 1 = 0$ (1) với m là tham số.

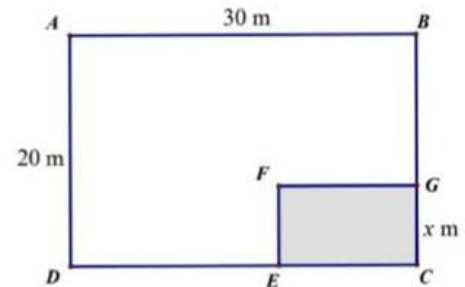
- 1) Chứng minh rằng phương trình (1) luôn có hai nghiệm x_1, x_2 với mọi m .
- 2) Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn hệ thức $x_1^2 + x_2^2 = 2$.

Câu 10 (2,0 điểm). Cho tam giác nhọn ABC ($AC < AB$) có các đường cao là AD, BE và CF đồng quy tại điểm H . Kẻ AK vuông góc với EF tại K . Kẻ đường thẳng d vuông góc với AC tại C . Đường thẳng d cắt đường thẳng AK tại T . Chứng minh rằng:

- 1) $AE.AC = AF.AB$ và $\widehat{ABC} = \widehat{AEF}$.
- 2) Tứ giác $BTCH$ là hình bình hành.

Câu 11 (1,0 điểm).

1) Bác Đức có một mảnh đất hình chữ nhật $ABCD$ có chiều dài $AB = 30$ m và chiều rộng $AD = 20$ m. Bác Đức muốn đào một cái ao hình chữ nhật $CEFG$ có chu vi bằng 84 m (tham khảo hình vẽ bên). Biết $CG = x$ (m). Tìm x để diện tích cái ao đó lớn nhất.



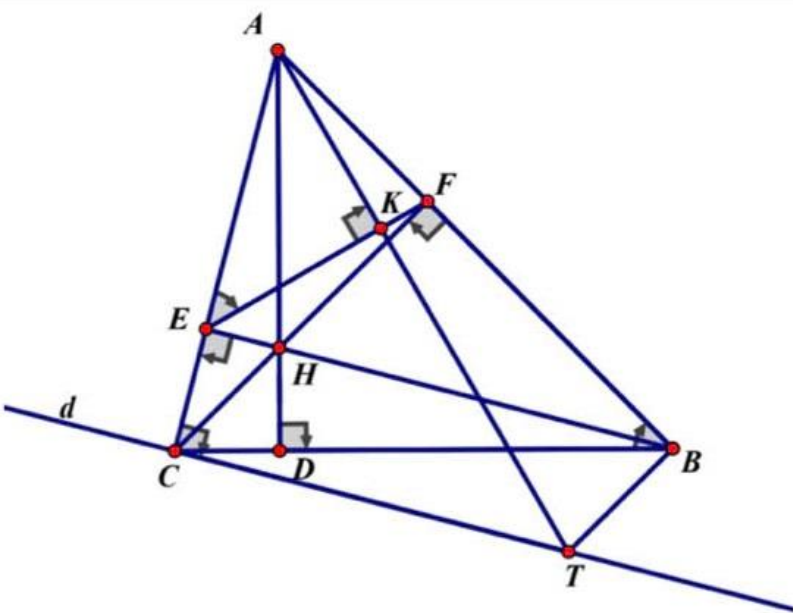
- 2) Cho hai số thực a và b thỏa mãn $a^2 + b^2 - 6a + 8b + 21 \leq 0$. Chứng minh $a^2 + b^2 \geq 9$.

HẾT

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:.....Số báo danh:.....

Câu	Ý	Nội dung		Điểm
		Mã 901	Mã 902	
I. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI (2,0 ĐIỂM)				
1	a	Sai	Đúng	0,25
	b	Đúng	Sai	0,25
	c	Sai	Sai	0,25
	d	Đúng	Đúng	0,25
2	a	Sai	Đúng	0,25
	b	Đúng	Sai	0,25
	c	Đúng	Đúng	0,25
	d	Sai	Sai	0,25
II. TRẢ LỜI NGẮN (3,0 ĐIỂM)				
3		18,7%	0,15	0,5
4		0,2	204 000 cm ³	0,5
5		$x + 2y = 5$	18,7%	0,5
6		150 000 cm ³	$m = -1$	0,5
7		$m = 1$	$2x + y = 4$	0,5
8		$18\pi - 36 \text{ cm}^2$	$32\pi - 64 \text{ cm}^2$	0,5
III. TỰ LUẬN (5,0 ĐIỂM)				
9 (2 điểm)	1	PT(1) là PT bậc hai có $\Delta = (m-2)^2$.		0,5
		Mà $(m-2)^2 \geq 0$ với mọi m nên PT(1) luôn có hai nghiệm x_1, x_2 với mọi m .		0,5
	2	Theo định lý Vi-et ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -m \\ x_1 x_2 = m - 1 \end{cases}$.		0,25
		Mà $x_1^2 + x_2^2 = 2$ nên $(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 2$.		0,25
		Do đó $(-m)^2 - 2(m-1) = 2$ hay $m^2 - 2m = 0$.		0,25
		Giải PT tìm được $m = 0$ và $m = 2$.		0,25

10 (2 điểm)	1		
		Xét $\triangle ABE$ và $\triangle ACF$ có \widehat{BAC} chung và $\widehat{AEB} = \widehat{AFC} = 90^\circ$ nên $\triangle ABE$ đồng dạng với $\triangle ACF$ (g-g).	0,5
		Suy ra $\frac{AB}{AC} = \frac{AE}{AF}$, do đó $AE.AC = AF.AB$ (đpcm).	0,25
		Xét $\triangle AEF$ và $\triangle ABC$ có \widehat{BAC} chung và $AE.AC = AF.AB$ (chứng minh trên) nên $\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC}$, do đó $\triangle AEF$ đồng dạng với $\triangle ABC$ (c-g-c).	0,5
		Suy ra $\widehat{ABC} = \widehat{AEF}$ (góc tương ứng) (đpcm).	0,25
	2	Xét $\triangle AKE$ và $\triangle ACT$ có \widehat{TAC} chung và $\widehat{AKE} = \widehat{ACT} = 90^\circ$ nên $\triangle AKE$ đồng dạng với $\triangle ACT$ (g-g). Suy ra $\frac{AE}{AT} = \frac{AK}{AC}$ hay $AE.AC = AT.AK$.	
		Mà $AE.AC = AF.AB$ (chứng minh trên) nên $AF.AB = AT.AK$. Suy ra $\frac{AF}{AT} = \frac{AK}{AB}$.	0,25
		Xét $\triangle AKF$ và $\triangle ABT$ có \widehat{BAT} chung và $\frac{AF}{AT} = \frac{AK}{AB}$ (chứng minh trên) nên $\triangle AKF$ đồng dạng với $\triangle ABT$ (c-g-c). Suy ra $\widehat{ABT} = \widehat{AKF} = 90^\circ$, do đó $BT \perp AB$. Mà $CH \perp AB$ nên $BT \parallel CH$. Lại có $CT \parallel BH$ (cùng $\perp AC$) nên tứ giác $BTCH$ là hình bình hành (đpcm).	0,25
	1	Hình chữ nhật $CEFG$ có chu vi bằng 84 m, mà $EF = CG = x$ nên $CE = FG = 42 - x$. Điều kiện $0 \leq x \leq 20$.	0,25
		Do đó $S_{CEFG} = x(42 - x) = -(21 - x)^2 + 21^2$.	
Mà $0 \leq x \leq 20$, nên $1 \leq 21 - x \leq 21$, do đó $S_{CEFG} = -(21 - x)^2 + 21^2 \leq -1^2 + 21^2 = 440$. Dấu “=” xảy ra khi $x = 20$ (thỏa mãn). Vậy diện tích cái ao đó lớn nhất lớn nhất khi $x = 20$.		0,25	

11 (1 điểm)	2	<p>Chứng minh bất đẳng thức: Với mọi số thực A, B, C, D ta có:</p> $(A^2 + B^2)(C^2 + D^2) \geq (AC + BD)^2 \quad (*)$ <p>$\Leftrightarrow (AD - BC)^2 \geq 0$ luôn đúng với mọi số thực A, B, C, D.</p> <p>Dấu “=” xảy ra khi $AD = BC$.</p>	0,25
		<p>Ta có $a^2 + b^2 - 6a + 8b + 21 \leq 0 \Leftrightarrow (a-3)^2 + (b+4)^2 \leq 4$.</p> <p>Áp dụng BĐT (*), ta có</p> $4 \geq (a-3)^2 + (b+4)^2 \geq \frac{[3(a-3) - 4(b+4)]^2}{3^2 + (-4)^2} = \frac{(3a-4b-25)^2}{25}$ <p>Do đó $(3a-4b-25)^2 \leq 100$, suy ra $3a-4b-25 \geq -10$ hay $3a-4b \geq 15$.</p> <p>Lại có $a^2 + b^2 \geq \frac{(3a-4b)^2}{3^2 + 4^2} \geq \frac{15^2}{25} = 9$. Dấu bằng xảy ra khi $a = \frac{9}{5}$ và $b = \frac{-12}{5}$.</p> <p>Vậy $a^2 + b^2 \geq 9$ khi $a = \frac{9}{5}$ và $b = \frac{-12}{5}$.</p>	0,25

Ghi chú: Nếu học sinh giải cách khác mà đúng thì vẫn cho điểm tương đương.

-----**Hết thang điểm - Đáp án**-----