PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TIỀN HẢI

ĐỀ KHẢO SÁT TUYỂN SINH VÀO LỚP 10-THPT

Môn: **TOÁN**

Ngày khảo sát: 02/3/2025

(Thời gian làm bài 120 phút)

Bài 1 (2,0 điểm).

Cho biểu thức: $P=\frac{2\sqrt{a}}{\sqrt{a}+3}+\frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-3}+\frac{3+7\sqrt{a}}{9-a}$ (với $a\ge 0;a\ne 9$).

1) Rút gọn biểu thức P.

2) Tìm giá trị của a để biểu thức P đạt giá trị nguyên.

Bài 2 (2,0 điểm).

1) Giải hệ phương trình $\begin{cases}5x+y=11\\2x+3y=7\end{cases}$.

2) Lấy ngẫu nhiên một tấm thẻ từ một hộp chứa 40 thẻ được đánh số từ 1 đến 40 (mỗi thẻ chỉ được ghi một số). Tìm xác suất để thẻ được lấy ghi số chia hết cho 6.

Bài 3 (2,0 điểm).

1) Cho phương trình $x^2-(m+5)x+3m+6=0$ (*) (m là tham số).

a) Giải phương trình (*) với $m=1$.

b) Tìm m để phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt $x_1;x_2$ là độ dài hai cạnh góc vuông của một tam giác vuông có độ dài cạnh huyền 5.

2) Mẹ của Mai gửi tiền tiết kiệm kì hạn 12 tháng ở một ngân hàng với lãi xuất 6%. Mẹ của Mai dự định tổng số tiền nhận được sau khi gửi 12 tháng ít nhất là 159 triệu đồng. Hỏi mẹ của Mai phải gửi số tiền tiết kiệm ít nhất là bao nhiêu tiền để đạt được dự định đó ?

Bài 4 (3,5 điểm).

Cho đường tròn (O) bán kính R và dây cung BC cố định. Một điểm A di động trên cung lớn BC sao cho tam giác ABC luôn nhọn. Các đường cao AD, BE của tam giác ABC cắt nhau tại H. BE cắt đường tròn (O) tại F (F khác B).

1) Chứng minh rằng tứ giác DHEC nội tiếp.

2) Kẻ đường kính AM của đường tròn (O) và OI vuông góc với BC tại I. Chứng minh tứ giác BHCM là hình bình hành.

3) Tính AF theo R, biết $BC=R\sqrt{3}$.

4) Khi BC cố định, xác định vị trí của A trên đường tròn (O) để DH.DA lớn nhất.

Bài 5 (0,5 điểm).

Với $x;y;z$ là các số thực dương thỏa mãn đẳng thức $xy+yz+zx=5$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P=\frac{3x+3y+2z}{\sqrt{6(x^2+5)}+\sqrt{6(y^2+5)}+\sqrt{(z^2+5)}}$.

---Hết---

Họ và tên thi sinh--------------Số báo danh-----

PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TIỀN HẢI

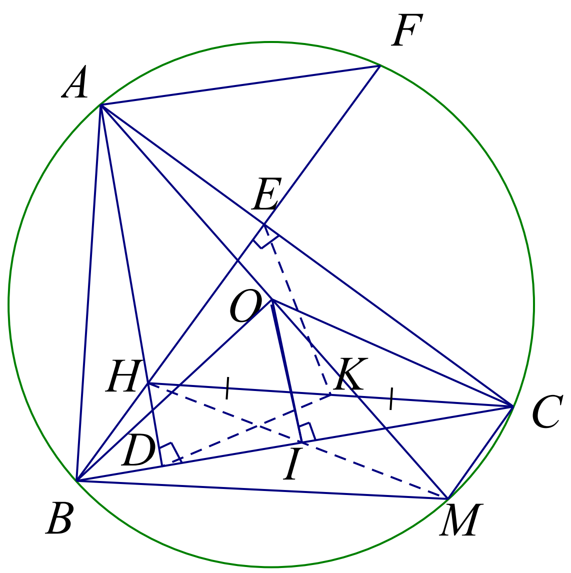
(Gồm 04 trang)

HƯỚNG DẪN CHẤM
KỲ KHẢO SÁT TUYỂN SINH VÀO LỚP 10-THPT
Môn: TOÁN
Ngày khảo sát: 02/3/2025

Bài	Đáp án	Điểm
1	Cho biểu thức: $P=\frac{2\sqrt{a}}{\sqrt{a}+3}+\frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-3}+\frac{3+7\sqrt{a}}{9-a}$ (với $a\ge 0; a\ne 9$). 1) Rút gọn biểu thức P. 2) Tìm giá trị của a để biểu thức P đạt giá trị nguyên.	
1.1 1,0 điểm	Với $a\ge 0; a\ne 9$, ta có $P=\frac{2\sqrt{a}}{\sqrt{a}+3}+\frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-3}+\frac{-3-7\sqrt{a}}{\left(\sqrt{a}+3\right)\left(\sqrt{a}-3\right)}$	0,25
	$P=\frac{2\sqrt{a}.\left(\sqrt{a}-3\right)+\left(\sqrt{a}+1\right)\left(\sqrt{a}+3\right)-3-7\sqrt{a}}{\left(\sqrt{a}+3\right)\left(\sqrt{a}-3\right)}$	0,25
	$=\frac{3a-9\sqrt{a}}{\left(\sqrt{a}+3\right)\left(\sqrt{a}-3\right)}=\frac{3\sqrt{a}\left(\sqrt{a}-3\right)}{\left(\sqrt{a}+3\right)\left(\sqrt{a}-3\right)}=\frac{3\sqrt{a}}{\sqrt{a}+3}$	0,25
	Vậy $P=\frac{3\sqrt{a}}{\sqrt{a}+3}$ với $a\ge 0; a\ne 9$	0,25
1.2 0,5 điểm	Với $a\ge 0; a\ne 9$ ta có $P=\frac{3\sqrt{a}}{\sqrt{a}+3}=3-\frac{9}{\sqrt{a}+3}$ Vì $a\ge 0$ nên $\sqrt{a}\ge 0; 3\sqrt{a}\ge 0$ và $\sqrt{a}+3\ge 3>0$ suy ra $\frac{3\sqrt{a}}{\sqrt{a}+3}\ge 0$ nên $P\ge 0$ (1).	0,25
	Ta có $-\frac{9}{\sqrt{a}+3}<0$ nên $3-\frac{9}{\sqrt{a}+3}<3$ suy ra $P<3$ (2) Từ (1) và (2) ta có $0\le P<3$	
	Mà P nguyên suy ra $P=\left\{0;1,2\right\}$ $P=0$ suy ra $a=0$; $P=1$ suy ra $a=\frac{9}{4}$; $P=2$ suy ra $a=36$ Kết hợp ĐKXĐ $a\ge 0; a\ne 9$ suy ra $a=\left\{0;\frac{9}{4};36\right\}$	0,25

2	1) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 5x + y = 11 \\ 2x + 3y = 7 \end{cases}$. 2) Lấy ngẫu nhiên một tấm thẻ từ một hộp chứa 40 thẻ được đánh số từ 1 đến 40 (mỗi thẻ chỉ được ghi một số). Tìm xác suất để thẻ được lấy ghi số chia hết cho 6.	
2.1 1,0 điểm	Nhân hai vế của phương trình thứ nhất với 3, ta được hệ $\begin{cases} 15x + 3y = 33 \\ 2x + 3y = 7 \end{cases}$	0,25
	Trừ từng vế hai phương trình thứ nhất và thứ hai của hệ mới, ta được $13x = 26$ hay $x = 2$	0,25
	Thế $x = 2$ vào phương trình $5x + y = 11$, ta được $5.2 + y = 11$, suy ra $y = 1$.	0,25
	Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất là $(x; y) = (2;1)$.	0,25
2.2 1,0 điểm	Không gian mẫu $\Omega = \{1;2;3;...;40\}$	0,25
	Gọi A là biến cố lấy được thẻ ghi số chia hết cho 6. Ta có $A = \{6;12;18;24;30;36\}$	0,5
	Xác suất biến cố A là: $P(A) = \frac{6}{40} = 0,15$	0,25
3	1) Cho phương trình $x^2 - (m+5)x + 3m + 6 = 0$ (*) (m là tham số). a) Giải phương trình (*) với $m = 1$ b) Tìm m để phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ là độ dài hai cạnh góc vuông của một tam giác vuông có độ dài cạnh huyền 5. 2) Mẹ của Mai gửi tiền tiết kiệm kì hạn 12 tháng ở một ngân hàng với lãi xuất 6%. Mẹ của Mai dự định tổng số tiền nhận được sau khi gửi 12 tháng ít nhất là 159 triệu đồng. Hỏi mẹ của Mai phải gửi số tiền tiết kiệm ít nhất là bao nhiêu tiền để đạt được dự định đó ?	
3.1a 0,75 điểm	Thay $m = 1$ vào phương trình $x^2 - (1+5)x + 3.1 + 6 = 0$; $x^2 - 6x + 9 = 0$	0,25
	suy ra $(x-3)^2 = 0$ nên $x = 3$	0,25
	Vậy với $m = 1$ thì phương trình có nghiệm $x = 3$	0,25
3.1b 0,75 điểm	$x^2 - (m+5)x + 3m + 6 = 0$ $(a = 1 \neq 0; b = -(m+5); 3m+6)$ Ta có $\begin{aligned} \Delta &= b^2 - 4ac = [-(m+5)]^2 - 4.1.(3m+6) = m^2 + 10m + 25 - 12m - 24 \\ &= m^2 - 2m + 1 = (m-1)^2 \end{aligned}$ Phương trình có hai nghiệm phân biệt khi $\Delta > 0$ hay $(m-1)^2 > 0$ Suy ra $(m-1)^2 \neq 0$ hay $m - 1 \neq 0$ suy ra $m \neq 1$. Áp dụng định lí viete ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = m + 5 \\ x_1 x_2 = 3m + 6 \end{cases}$	0,25

	$x_1; x_2$ là độ dài hai cạnh góc vuông của một tam giác vuông có độ dài cạnh huyền 5. Nên $x_1 > 0; x_2 > 0$. Suy ra $\begin{cases} x_1 + x_2 = m + 5 > 0 \\ x_1 x_2 = 3m + 6 > 0 \end{cases}$ nên $m > -2$ Áp dụng định lí Pythagore ta có $x_1^2 + x_2^2 = 5^2$ suy ra $(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 25$ Hay $(m+5)^2 - 2(3m+6) = 25$ suy ra $m^2 + 10m + 25 - 6m - 12 = 25$	0,25
	$m^2 + 4m - 12 = 0$ suy ra $(m+6)(m-2) = 0$ suy ra $m = -6$ hoặc $m = 2$ Kết hợp điều kiện $m > -2$ suy ra $m = 2$. Vậy $m = 2$ thì phương trình có 2 nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ là độ dài hai cạnh góc vuông của một tam giác vuông có độ dài cạnh huyền 5.	0,25
3.2 0,5 điểm	Gọi số tiền tiết kiệm mà mẹ Mai gửi ngân hàng là x (triệu đồng) ($x > 0$) Khi đó số tiền lãi sau 12 tháng nhận được là: $x.6\%$ (triệu đồng) Tổng số tiền nhận được sau khi gửi 12 tháng là: $x + x\ 6\%$ (triệu đồng) Theo đề bài ta có: $x + x\ 6\% \geq 159$	0,25
	Giải bất phương trình ta được: $x \geq 150$ (tmđk) Vậy mẹ của Mai phải gửi số tiền tiết kiệm ít nhất là 150 triệu đồng	0,25
4	Cho đường tròn (O) bán kính R và dây cung BC cố định. Một điểm A di động trên cung lớn BC sao cho tam giác ABC luôn nhọn. Các đường cao AD, BE của tam giác ABC cắt nhau tại H. BE cắt đường tròn (O) tại F (F khác B). 1) Chứng minh rằng tứ giác DHEC nội tiếp. 2) Kẻ đường kính AM của đường tròn (O) và OI vuông góc với BC tại I. Chứng minh tứ giác $BHCM$ là hình bình hành. 3) Tính AF theo R, biết $BC = R\sqrt{3}$. 4) Khi BC cố định, xác định vị trí của A trên đường tròn (O) để DH.DA lớn nhất.	

		
4.1 1,0 điểm	**Chứng minh rằng tứ giác DHEC nội tiếp.**	
	Vì $AD \perp BC; BE \perp AC$ nên: $\widehat{HDC} = 90°; \widehat{HEC} = 90°$	0,25
	Gọi K là trung điểm của HC, ta có KH = KC = $\frac{1}{2}$HC (1) Xét ΔDHC vuông tại D có DK là đường trung tuyến nên DK = $\frac{1}{2}$HC (2). Xét ΔEHC vuông tại E có EK là đường trung tuyến nên EK= $\frac{1}{2}$HC (3).	0,5
	Từ (1),(2),(3) suy ra KH = KC =DK = EK, suy ra bốn điểm D,H,E,C cùng thuộc một đường tròn tâm K đường kính HC suy ra tứ giác DHEC nội tiếp.	0,25
4.2 1,0 điểm	**Chứng minh tứ giác BHM là hình bình hành.**	
	Xét ΔABC có BE, AD là hai đường cao cắt nhau tại H $\Rightarrow H$ là trực tâm $\Delta ABC \Rightarrow CH \perp AB$	0,25
	Xét (O) có: $\widehat{ABM}$, $\widehat{ACM}$ là hai góc nội tiếp cùng chắn nửa đường tròn đường kính AM. Nên $\widehat{ABM} = \widehat{ACM} = 90°$.	0,25
	$\Rightarrow \begin{cases} MB \perp AB \\ MC \perp AC \end{cases}$ mà $\begin{cases} CH \perp AB(cmt) \\ BH \perp AC(GT) \end{cases}$	0,25
	Suy ra: $MB // CH$, $MC // BH \Rightarrow$ BHCM là hình bình hành	0,25
4.3	**Tính AF theo R, biết $BC = R\sqrt{3}$.**	

1,0 điểm	Xét Tam giác OBC có $OB = OC(= R)$ suy ra tam giác OBC cân tại O mà OI vuông góc với BC tại I, nên đường cao OI đồng thời là đường trung tuyến suy ra I là trung điểm của BC. Ta có tứ giác *BHCM* là hình bình hành (cmt) suy ra I là trung điểm MH.	0,25
	Vì I là trung điểm của $BC \Rightarrow BI = CI = \dfrac{BC}{2} = \dfrac{R\sqrt{3}}{2}$ Áp dụng định lí py-ta-go vào ΔCIO vuông tại I ta có: $OC^2 = OI^2 + CI^2 \Rightarrow R^2 = OI^2 + \left(\dfrac{R\sqrt{3}}{2}\right)^2$ nên $OI^2 = \dfrac{R^2}{4} \Rightarrow OI = \dfrac{R}{2}$.	0,25
	Xét đường tròn (O) có $\widehat{ACB} = \widehat{AFB}$ (cùng chắn cung $\overset\frown{AB}$) Lại có : Tứ giác $DHEC$ nội tiếp đường tròn (c/m trên) có $\widehat{DCE} + \widehat{DHE} = 180^0$ (tổng hai góc đối của tứ giác nội tiếp) (1) Lại có $\widehat{EHA} + \widehat{DHE} = 180^0$ (hai góc kề bù) (2) Từ (1),(2) suy ra $\widehat{DCE} = \widehat{EHA}$ hay $\widehat{ACB} = \widehat{AHF}$ Suy ra $\widehat{AFB} = \widehat{AHF} \Rightarrow \Delta AHF$ cân tại A	0,25
	Xét ΔAHM có: O là trung điểm của AM (gt) , Ilà trung điểm của HM (c/mt) Nên OI là đường trung bình của ΔAHM. $\Rightarrow AH = 2.OI = 2.\dfrac{R}{2} = R$ mà $AF = AH$ (vì ΔAHF cân tại A), vậy $AF = R$	0,25
4.4 0,5 điểm	**Khi BC cố định, xác định vị trí của A trên đường tròn (O) để DH.DA lớn nhất.**	
	Xét tam giác DHB và tam giác DCA có $\widehat{BDH} = \widehat{ADC} = 90°$ (vì $AD \perp BC$) $\widehat{HBD} = \widehat{DAC}$ (cùng phụ $\widehat{ACB}$) Vậy $\Delta DHB \backsim \Delta DCA$ (g.g) $\Rightarrow \dfrac{DH}{DC} = \dfrac{DB}{DA}$ nên $DH.DA = DB.DC$	0,25
	Áp dụng BĐT $ab \le \dfrac{(a+b)^2}{4}$, nên ta có: $DB.DC \le \dfrac{(DB+DC)^2}{4} = \dfrac{BC^2}{4}$ $\Rightarrow DH.DA \le \dfrac{BC^2}{4}$ không đổi vì BC cố định. Dấu $"="$ xảy ra khi $DB = DC$ mà AH vuông góc với BC tại D, suy ra A là giao điểm của đường trung trực của BC với đường tròn tâm O. Vậy A là giao điểm của đường trung trực của BC với đường tròn tâm O thì $DH.DA$ đạt giá trị lớn nhất.	0,25
5	Với $x; y; z$ là các số thực dương thỏa mãn đẳng thức $xy + yz + zx = 5$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \dfrac{3x + 3y + 2z}{\sqrt{6(x^2+5)} + \sqrt{6(y^2+5)} + \sqrt{(z^2+5)}}$	

	$P=\dfrac{3x+3y+2z}{\sqrt{6\left(x^2+5\right)}+\sqrt{6\left(y^2+5\right)}+\sqrt{z^2+5}}$ $=\dfrac{3x+3y+2z}{\sqrt{6\left(x^2+xy+yz+zx\right)}+\sqrt{6\left(y^2+xy+yz+zx\right)}+\sqrt{z^2+xy+yz+zx}}$ $=\dfrac{3x+3y+2z}{\sqrt{6(x+y)(x+z)}+\sqrt{6(x+y)(y+z)}+\sqrt{(z+x)(y+z)}}$	0,25
	Áp dụng bất đẳng thức AM - GM ta có $\sqrt{6(x+y)(x+z)}=\sqrt{3(x+y).2(x+z)}\le\dfrac{1}{2}(5x+3y+2z).$ $\sqrt{6(x+y)(y+z)}=\sqrt{3(x+y).2(y+z)}\le\dfrac{1}{2}(3x+5y+2z).$ $\sqrt{(z+x)(y+z)}\le\dfrac{1}{2}(x+y+2z)$ $P\ge\dfrac{2(3x+3y+2z)}{9x+9y+6z}=\dfrac{2}{3}.$	
	Đẳng thức xảy ra khi $\begin{cases}x=y\\2x=z\\xy+yz+zx=5\end{cases}$ suy ra $\begin{cases}x=y=1\\z=2\end{cases}$ (do x,y,z là các số thực dương). Vậy $\min P=\dfrac{2}{3}$ khi $x=y=1,\ z=2.$	0,25