

**Câu 1. (2,0 điểm)**

1. Cho  $x, y$  là hai số thực dương, phân biệt, nhỏ hơn 1 và thỏa mãn  $x - y = \sqrt{1 - y^2} - \sqrt{1 - x^2}$ . Tính giá trị biểu thức  $A = 1 + \sqrt{2(x^2 + y^2 + 1)}$ .

2. Cho đa thức  $P(x) = ax^2 + bx + c$ . Biết  $P(x)$  chia cho  $x + 1$  dư 3,  $P(x)$  chia cho  $x$  dư 1 và  $P(x)$  chia cho  $x - 1$  dư 5. Tính giá trị  $P(2026) - P(2025)$ .

**Câu 2. (2,0 điểm)**

1. Giải phương trình  $x^2 + 2x + 16 = 2(2\sqrt{8 - x} + x\sqrt{3x + 4})$ .

2. Trong một cuộc đua, ba tay đua mô tô khởi hành từ vạch xuất phát cùng một lúc. Mỗi giờ, tay đua thứ hai chạy chậm hơn tay đua thứ nhất  $15\text{km}$  và nhanh hơn tay đua thứ ba  $3\text{km}$ . Biết tay đua thứ hai đến đích chậm hơn tay đua thứ nhất 12 phút và sớm hơn tay đua thứ ba 3 phút. Tính thời gian chạy hết quãng đường đua của mỗi tay đua.

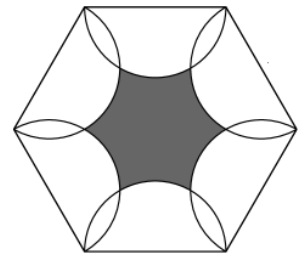
**Câu 3. (3,0 điểm)**

1. Cho tam giác nhọn  $ABC$  có  $AC > BC$ , nội tiếp đường tròn  $(O)$ , các đường cao  $AD, BE, CF$  đồng quy tại  $H$ . Các đường thẳng  $AD, BE$  cắt đường tròn  $(O)$  tại các điểm thứ hai tương ứng là  $M, N$ . Gọi  $I$  là trung điểm của  $AB$ .

a) Chứng minh rằng: Tứ giác  $ABDE$  nội tiếp và  $MN$  song song với  $DE$ .

b) Gọi  $K$  là trung điểm của đoạn thẳng  $CH$ . Chứng minh rằng:  $AE \cdot AC \cdot CE = CD \cdot AB \cdot EF$  và tứ giác  $IHKO$  là hình bình hành.

2. Một viên gạch lát nền có hình lục giác đều, độ dài cạnh là  $20\text{cm}$ , được trang trí bằng sáu nửa đường tròn, mỗi nửa đường tròn có đường kính là cạnh của lục giác. Tính diện tích của phần được tô màu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm của  $\text{cm}^2$ ).



**Câu 4. (1,5 điểm)**

1. Cho  $p$  là số nguyên tố lẻ và  $m = \frac{9^p - 1}{8}$ . Chứng minh rằng:  $m$  là một hợp số lẻ,  $m$  không chia hết cho 3 và  $3^{m-1} - 1$  chia hết cho  $m$ .

2. Cho  $a, b$  là các số nguyên dương thỏa mãn  $8a^2 + 2a = 27b^2 + 3b$ . Chứng minh rằng  $4a + 6b + 1$  và  $6a + 9b + 1$  là các số chính phương.

**Câu 5. (1,5 điểm)**

1. Cho các số thực dương  $a, b, c$  thỏa mãn  $abc = 1$ . Chứng minh

$$\left(a + \frac{1}{b}\right)^2 + \left(b + \frac{1}{c}\right)^2 + \left(c + \frac{1}{a}\right)^2 \geq 3(a + b + c + 1).$$

2. Cho hình vuông  $6 \times 6$  được chia thành 36 ô đơn vị (ô vuông có kích thước là 1). Hỏi có thể phủ hình này bởi các hình chữ nhật  $1 \times 4$  được hay không? (Yêu cầu phủ kín, không đè lên nhau và không thừa ra ngoài).

----- **HẾT** -----