

Nội dung:

1. Nguyên hàm. Tích phân.
2. Phương trình mặt phẳng trong không gian.

NGUYÊN HÀM. TÍCH PHÂN

Phần I: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

Câu 1. Cho $y = f(x), y = g(x)$ là các hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$. Tìm khẳng định sai trong các khẳng định sau:

- A. $\int k \cdot f(x)dx = k \int f(x)dx$ với $k \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$. B. $\int [f(x) + g(x)]dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$.
C. $\int [f(x) \cdot g(x)]dx = \int f(x)dx \cdot \int g(x)dx$. D. $\left[\int f(x)dx \right]' = f(x)$.

Câu 2. Hàm số $F(x) = e^{x^2}$ là nguyên hàm của hàm số nào sau đây?

- A. $f(x) = x^2 e^{x^2} + 3$. B. $f(x) = x^2 e^{x^2} + C$. C. $f(x) = 2x e^{x^2}$. D. $f(x) = x e^{x^2}$.

Câu 3. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = x + \sin x$ và $f(0) = 1$. Tìm $f(x)$

- A. $f(x) = \frac{x^2}{2} - \cos x + 2$. B. $f(x) = \frac{x^2}{2} - \cos x - 2$. C. $f(x) = \frac{x^2}{2} + \cos x$. D. $f(x) = \frac{x^2}{2} + \cos x + \frac{1}{2}$.

Câu 4. Tính $\int e^x \left(1 + \frac{e^{-x}}{\sqrt{x}} \right) dx$.

- A. $\int e^x \left(1 + \frac{e^{-x}}{\sqrt{x}} \right) dx = e^x + 2\sqrt{x} + C$. B. $\int e^x \left(1 + \frac{e^{-x}}{\sqrt{x}} \right) dx = e^x - 2\sqrt{x} + C$.
C. $\int e^x \left(1 + \frac{e^{-x}}{\sqrt{x}} \right) dx = e^x + \frac{\sqrt{x}}{2} + C$. D. $\int e^x \left(1 + \frac{e^{-x}}{\sqrt{x}} \right) dx = \frac{e^{x+1}}{x+1} + 2\sqrt{x} + C$.

Câu 5. Biết $F(x)$ là 1 nguyên hàm của $f(x) = \cos^2 x$ và $F(\pi) = 1$. Tính $F\left(\frac{\pi}{4}\right)$.

- A. $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{5}{4} + \frac{3\pi}{8}$. B. $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{3}{4} - \frac{3\pi}{8}$. C. $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{5}{4} - \frac{3\pi}{8}$. D. $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{3}{4} + \frac{3\pi}{8}$

Câu 6. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = 2 - 3\cos x$ và $f(0) = 1$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- A. $f(x) = 1 - 3\sin x$. B. $f(x) = 2x + 3\sin x + 1$. C. $f(x) = 2x - 3\sin x - 1$. D. $f(x) = 2x - 3\sin x + 1$.

Câu 7. Để hàm số $F(x) = mx^3 + (3m+2)x^2 - 4x + 3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + 10x - 4$ thì giá trị của tham số m là

- A. $m = -1$. B. $m = 2$. C. $m = 0$. D. $m = 1$.

Câu 8. Tìm nguyên hàm $I = \int \frac{2x^2 - 7x + 5}{x - 3} dx$

A. $I = x^2 - x + 2\ln|x-3| + C.$

B. $I = x^2 - x - 2\ln|x-3| + C.$

C. $I = 2x^2 - x + 2\ln|x-3| + C.$

D. $I = 2x^2 - x - 2\ln|x-3| + C.$

Câu 9. $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + \frac{1}{2x+1}$. Biết $F(0) = 0$, $F(1) = a + \frac{b}{c} \ln 3$ trong đó a, b, c là các số nguyên dương và $\frac{b}{c}$ là phân số tối giản. Khi đó giá trị biểu thức $a+b+c$ bằng.

A. 4.

B. 9.

C. 3.

D. 12.

Câu 10. Giả sử f là hàm số liên tục trên khoảng K và a, b, c là ba số bất kỳ trên khoảng K . Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $\int_a^a f(x) dx = 1.$

B. $\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx.$

C. $\int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx = \int_a^b f(x) dx, c \in (a; b)$

D. $\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(t) dt.$

Câu 11. Cho $I = \int_0^2 f(x) dx = 3$. Khi đó $J = \int_0^2 [4f(x) - 3] dx$ bằng:

A. 2.

B. 6.

C. 8.

D. 4.

Câu 12. Cho hàm $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[2; 3]$ đồng thời $f(2) = 2, f(3) = 5$. Tính $\int_2^3 f'(x) dx$ bằng

A. -3.

B. 7.

C. 10

D. 3.

Câu 13. Cho $\int_a^c f(x) dx = 17$ và $\int_b^c f(x) dx = -11$ với $a < b < c$. Tính $I = \int_a^b f(x) dx$.

A. $I = -6.$

B. $I = 6.$

C. $I = 28.$

D. $I = -28.$

Câu 14. Cho hàm số $f(x)$ và $F(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa $F'(x) = f(x), \forall x \in \mathbb{R}$. Tính $\int_0^1 f(x) dx$ biết $F(0) = 2$ và $F(1) = 5$.

A. $\int_0^1 f(x) dx = -3.$

B. $\int_0^1 f(x) dx = 7.$

C. $\int_0^1 f(x) dx = 1.$

D. $\int_0^1 f(x) dx = 3.$

Câu 15. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên khoảng $(-2; 3)$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên khoảng $(-2; 3)$. Tính $I = \int_{-1}^2 [f(x) + 2x] dx$, biết $F(-1) = 1$ và $F(2) = 4$.

A. $I = 6.$

B. $I = 10.$

C. $I = 3.$

D. $I = 9.$

Câu 16. Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x+1} & \text{khi } 0 \leq x \leq 1 \\ 2x-1 & \text{khi } 1 \leq x \leq 3 \end{cases}$. Tính tích phân $\int_0^3 f(x) dx$.

A. $6 + \ln 4$.

B. $4 + \ln 4$.

C. $6 + \ln 2$.

D. $2 + 2\ln 2$.

Câu 17. Cho hàm số $f(x)$. Biết $f(0) = 4$ và $f'(x) = 2\sin^2 x + 1, \forall x \in \mathbb{R}$, khi đó $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x) dx$ bằng

A. $\frac{\pi^2 - 4}{16}$.

B. $\frac{\pi^2 + 16\pi - 4}{16}$.

C. $\frac{\pi^2 + 15\pi}{16}$.

D. $\frac{\pi^2 + 16\pi - 16}{16}$.

Câu 18. Thể tích V của khối tròn xoay được tạo ra khi quay hình thang cong, giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$), xung quanh trục Ox .

A. $V = \int_a^b |f(x)| dx$.

B. $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$.

C. $V = \int_a^b f^2(x) dx$.

D. $V = \pi \int_a^b f(x) dx$.

Câu 19. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^4 - 5x^2 + 4$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0, x = 1$.

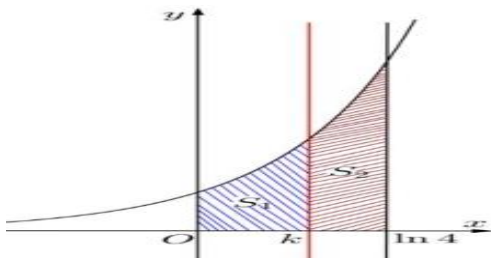
A. $\frac{7}{3}$.

B. $\frac{8}{5}$.

C. $\frac{64}{25}$.

D. $\frac{38}{15}$.

Câu 20. Cho hình cong (H) giới hạn bởi đường $y = e^x$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0$ và $x = \ln 4$. Đường thẳng $x = k$ ($0 < k < \ln 4$) chia (H) thành hai phần có diện tích là S_1 và S_2 như hình vẽ bên. Tìm k để $S_1 = 2S_2$.



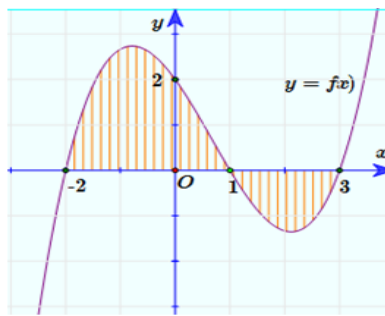
A. $k = \frac{2}{3} \ln 4$.

B. $k = \ln 2$.

C. $k = \ln \frac{8}{3}$.

D. $k = \ln 3$.

Câu 21. Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ. Tìm diện tích S của hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị và trục Ox (Phân gạch sọc).



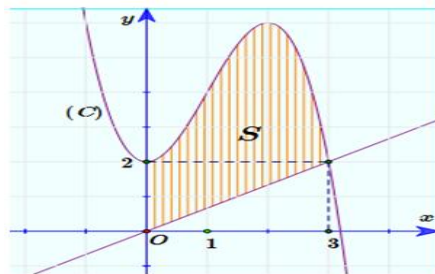
A. $S = \left| \int_{-2}^3 f(x) dx \right|$.

B. $S = \int_{-2}^3 f(x) dx$.

C. $S = \int_{-2}^1 f(x) dx - \int_1^3 f(x) dx$

D. $S = \int_{-2}^1 f(x) dx + \int_1^3 f(x) dx$.

Câu 22. Cho hàm số $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 2$ có đồ thị (C) như hình vẽ. Tính diện tích S của hình phẳng (phần gạch sọc).



A. $S = \frac{39}{4}$.

B. $S = \frac{41}{4}$.

C. $S = 10$.

D. $S = 13$.

Câu 23. Một vật đang chuyển động với vận tốc 10 m/s thì tăng tốc với gia tốc $a(t) = t^2 + 3t \text{ (m/s}^2\text{)}$. Quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian 10 giây kể từ lúc bắt đầu tăng tốc bằng bao nhiêu?

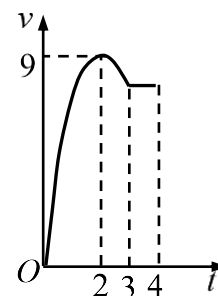
A. $\frac{4000}{3} \text{ m}$.

B. $\frac{4300}{3} \text{ m}$.

C. $\frac{1900}{3} \text{ m}$.

D. $\frac{2200}{3} \text{ m}$.

Câu 24. Một vật chuyển động trong 4 giờ với vận tốc $v \text{ (km/h)}$ phụ thuộc thời gian $t \text{ (h)}$ có đồ thị vận tốc như hình bên. Trong khoảng thời gian 3 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2;9)$ với trục đối xứng song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại đồ thị là một đoạn thẳng song song với trục hoành. Tính quãng đường s mà vật đi chuyển được trong 4 giờ đó



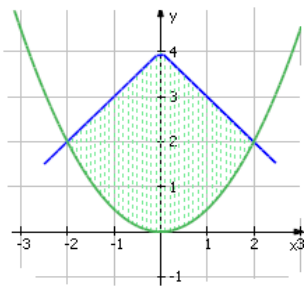
A. $26,5 \text{ (km)}$.

B. $28,5 \text{ (km)}$.

C. 27 (km) .

D. 24 (km) .

Câu 25. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường thẳng $y = 4 - |x|$ và parabol $y = \frac{x^2}{2}$.



A. $\frac{28}{3}$.

B. $\frac{25}{3}$.

C. $\frac{22}{3}$.

D. $\frac{26}{3}$.

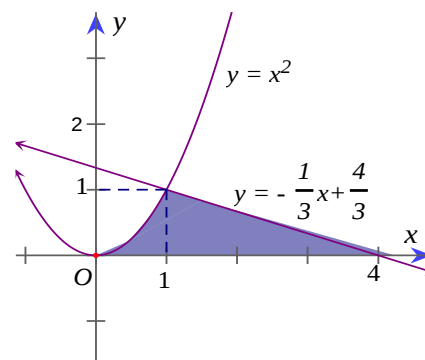
Câu 26. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2$, $y = -\frac{1}{3}x + \frac{4}{3}$ và trục hoành như hình vẽ.

A. $\frac{7}{3}$.

B. $\frac{56}{3}$.

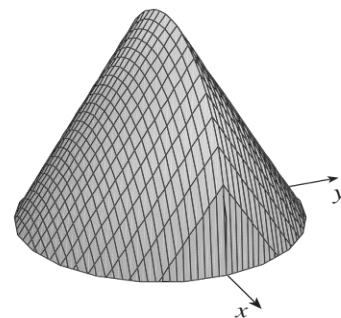
C. $\frac{39}{2}$.

D. $\frac{11}{6}$.



Câu 27. Cho vật thể đáy là hình tròn có bán kính bằng 1 (tham khảo hình vẽ). Khi cắt vật thể bằng mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($-1 \leq x \leq 1$) thì được thiết diện là một tam giác đều. Thể tích V của vật thể đó là

- A. $V = 3\sqrt{3}$. B. $V = \frac{4\sqrt{3}}{3}$.
C. $V = \pi$. D. $V = \sqrt{3}$.

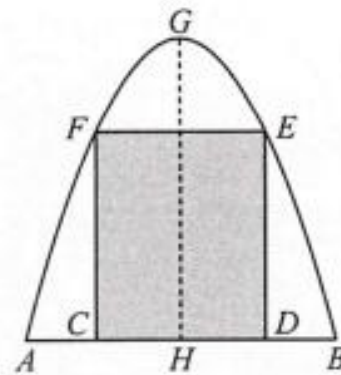


Câu 28. Một ô tô đang chạy với vận tốc $18m/s$ thì người lái hãm phanh. Sau khi hãm phanh, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -36t + 18(m/s)$ trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc bắt đầu hãm phanh. Hỏi từ lúc hãm phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển bao nhiêu mét?

- A. $5,5m$. B. $4,5m$. C. $2,5m$. D. $3,5m$.

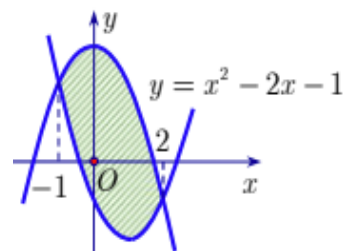
Câu 29. Một cái cổng hình parabol như hình vẽ sau. Chiều cao $GH = 4m$, chiều rộng $AB = 4m$, $AC = BD = 0,9m$. Chủ nhà làm hai cánh cổng khi đóng lại là hình chữ nhật $CDEF$ tô đậm có giá là $1.200.000/m^2$, còn các phần để trống làm xiên hoa có giá là $2.900.000/m^2$. Hỏi tổng số tiền để làm hai phần nói trên gần nhất với số tiền nào dưới đây?

- A. 11445000 đồng.
B. 4077000 đồng.
C. 7368000 đồng.
D. 11370000 đồng.



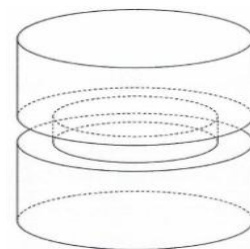
Câu 30. Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào dưới đây?

- A. $\int_{-1}^2 (2x^2 - 2x - 4) dx$. B. $\int_{-1}^2 (-2x + 2) dx$
C. $\int_{-1}^2 (2x - 2) dx$. D. $\int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx$.

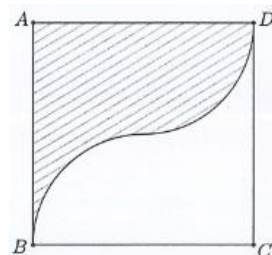


Câu 31. Để chế tạo một chi tiết máy, từ một khối thép hình trụ có bán kính 10 cm và chiều cao 30cm, người ta khoét bỏ một rãnh xung quanh rộng 1 cm và sâu 1 cm (tham khảo hình vẽ bên). Tính thể tích của chi tiết máy đó, làm tròn kết quả đến hàng phần nghìn.

- A. $9110,619cm^3$. B. $9170,309cm^3$.
C. $9365,088cm^3$. D. $8997,521cm^3$.



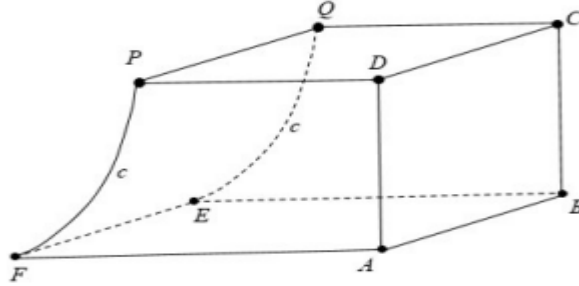
Câu 32. Một vật trang trí có dạng một khối tròn xoay được tạo thành khi quay miền (R) (phần gạch chéo trong hình vẽ bên) quanh trục AB . Miền (R) được giới hạn bởi các cạnh AB , AD của hình vuông $ABCD$ và các cung phần tư của các đường tròn bán kính bằng 1cm với tâm lần lượt là trung điểm của các cạnh BC , AD .



Tính thể tích của vật trang trí đó, làm tròn kết quả đến hàng phần mười

- A. $20,3\text{cm}^3$. B. $10,5\text{cm}^3$. C. $12,6\text{cm}^3$. D. $8,4\text{cm}^3$.

Câu 33. Một chi tiết máy được thiết kế như hình vẽ bên. Các tứ giác $ABCD, CDPQ$ là các hình vuông cạnh $2,5\text{cm}$. Tứ giác $ABEF$ là hình chữ nhật có $BE = 3,5\text{cm}$. Mặt bên $PQEF$ được mài nhẵn theo đường parabol (P) có đỉnh parabol nằm trên cạnh EF . Thể tích của chi tiết máy bằng



- A. $\frac{395}{24}\text{cm}^3$. B. $\frac{125}{8}\text{cm}^3$. C. $\frac{50}{3}\text{cm}^3$. D. $\frac{425}{24}\text{cm}^3$.

Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có $f''(x) = 20x^3 - 12x^2 + 6x$ thỏa $f'(-1) = 0$ và $f(1) = -5$.

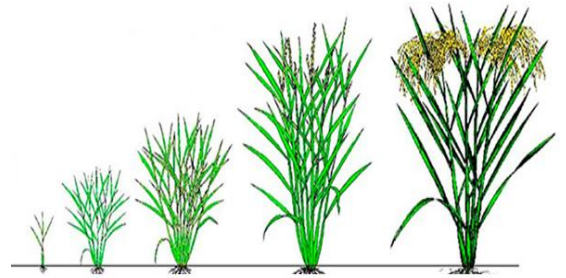
a) Ta có $\int f''(x)dx = 5x^4 - 4x^3 + 3x^2 + C$.

b) Hàm số $f'(x) = 5x^4 - 4x^3 + 3x^2 + 12$.

c) Ta có $\int f'(x)dx = x^5 - x^4 + x^3 + 12x + C$.

d) Hàm số $f(x) = x^5 - x^4 + x^3 + 12x - 8$.

Câu 2. Những ngày giáp Tết Nguyên Đán cũng là dịp bước vào vụ Đông Xuân, bà con nông dân tích cực xuống đồng cấy lúa. Cây lúa sau khi được cấy trải qua quá trình tăng trưởng để nhánh và phát triển chiều cao trước khi làm đòng, trổ bông. Qua nghiên cứu một giống lúa mới, các nhà khoa học nhận thấy một cây lúa tính từ lúc được cấy bằng một cây mạ với chiều cao 20 cm có tốc độ tăng trưởng chiều cao cho bởi hàm số $v(t) = -0,1t^3 + 1,1t^2$, trong đó t tính theo tuần, $v(t)$ tính bằng cm/tuần . Gọi $h(t)$ là chiều cao của cây lúa ở tuần thứ t ($t \geq 0$).



a) $h(t) = -\frac{1}{40}t^4 + \frac{11}{30}t^3 + 20$.

b) Giai đoạn tăng trưởng chiều cao của cây lúa kéo dài 12 tuần.

c) Chiều cao tối đa của cây lúa là 150 cm .

d) Vào thời điểm cây lúa phát triển nhanh nhất, chiều cao của cây đã lớn hơn 80 cm .

Câu 3. Biết hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = 2x + 3$ và đồ thị hàm số $y = f(x)$ đi qua điểm $K(0;1)$. Xét tính đúng sai các mệnh đề sau

a) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

b) Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm K là $d: y = 3x + 1$.

c) $f(2) = 11$.

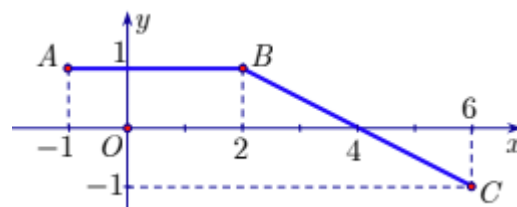
d) $\int f(x)dx = \frac{1}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2 - x + C$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 6]$ và có đồ thị như hình vẽ. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(-1) = -1$.

Xét tính đúng sai các mệnh đề sau

a) $\int_{-1}^2 f(x)dx = 3$.

b) $\int_2^6 f'(x)dx = -2$.



c) $\int_{-1}^6 |f(x)|dx = 5$.

d) $F(4) + F(6) = 5$.

Câu 5. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int_1^2 f(x)dx = 2$, $\int_1^4 [f(x) + 4x]dx = 40$.

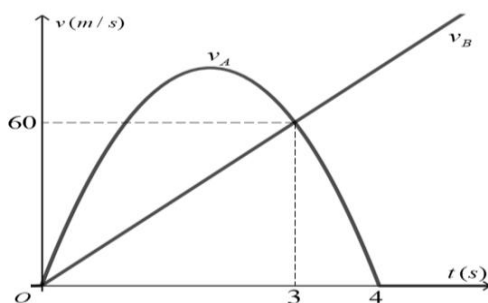
a) $\int_1^4 3f(x)dx = 30$.

b) $\int_1^2 [3f(x) - 3x^2]dx = 1$.

c) $\int_2^4 f(x)dx = 8$.

d) $\int_2^4 \left[\frac{1}{2}f(x) + 2x + 3 \right]dx = 26$.

Câu 6. Cho đồ thị biểu thị vận tốc của hai chất điểm A và B xuất phát cùng lúc, bên cạnh nhau và cùng trên một con đường thẳng. Biết đồ thị biểu diễn vận tốc v_A của chất điểm A là một parabol, đồ thị biểu diễn vận tốc v_B của chất điểm B là một đường thẳng như hình vẽ sau



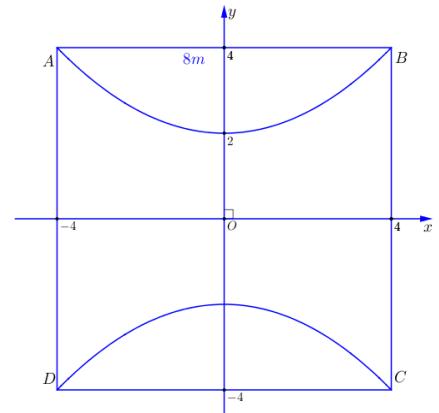
a) Phương trình đường thẳng $v_B = 20t - 3$.

b) Phương trình parabol $v_A = -20t^2 + 80t$.

c) Quãng đường chất điểm A đi được trong 3 giây đầu tiên là $180m$.

d) Sau khi đi được 3 giây, khoảng cách của hai chất điểm là $90m$.

Câu 7. Một người nông dân có một mảnh đất hình vuông $ABCD$ cạnh bằng $8m$. Ông ta định chia mảnh đất thành ba phần, bởi các parabol đi qua các đỉnh của hình vuông như hình vẽ, biết rằng đỉnh của parabol cách cạnh hình vuông $2m$. Ông dự định trồng hoa trên phần diện tích giới hạn bởi các parabol và cạnh hình vuông, trồng cỏ trên phần diện tích còn lại. Chọn hệ trục Oxy sao cho $A(-4;4)$, $B(4;4)$, $C(4;-4)$, $D(-4;-4)$.



a) Phương trình của hai parabol là $y = \frac{x^2}{8} + 2$ và

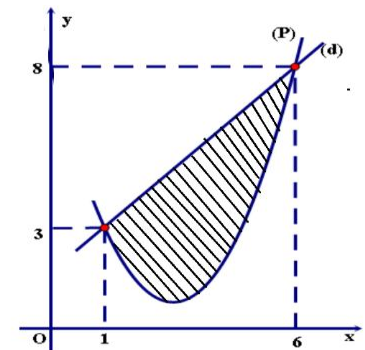
$$y = -\frac{x^2}{8} - 2.$$

b) Diện tích trồng hoa bằng $\frac{44}{3} m^2$.

c) Tỉ số diện tích đất trồng hoa và trồng cỏ bằng $\frac{11}{37}$.

d) Nếu chi phí mua cây giống hoa là 100.000 đồng/m², cỏ là 70.000 đồng/m² thì chi phí mua cây giống cho cả khu vườn là 4900000 đồng.

Câu 8. Cho hàm số bậc hai $y = f(x)$ có đồ thị (P) và đường thẳng d cắt (P) tại hai điểm như trong hình bên. Biết rằng hình phẳng giới hạn bởi (P) và d có diện tích $S = \frac{125}{9}$.



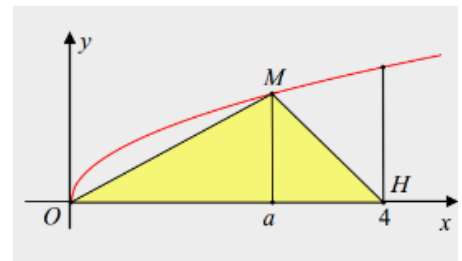
a) Phương trình đường thẳng d là $y = x + 2$.

b) $\int_1^6 f'(x) dx = 5$.

c) $S = \int_1^6 [f(x) - (x + 2)] dx$.

d) $\int_1^6 f(x) dx = \frac{745}{18}$.

Câu 9. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = \sqrt{x}$, trục hoành Ox và hai đường thẳng $x = 0, x = 4$. Các khẳng định sau là đúng hay sai?



a) Công thức tính diện tích hình phẳng (H) là $\int_0^4 \sqrt{x} dx$.

b) Diện tích hình phẳng (H) là $\frac{19}{6}$.

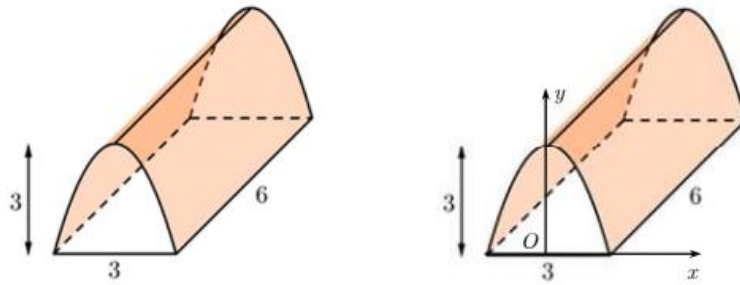
c) Thể tích khối tròn xoay giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}$, $x = 0, x = 4$ và trục hoành Ox là 8π .

d) Gọi V là thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi $y = \sqrt{x}$, $x = 0, x = 4$ và trục Ox . Đường thẳng $x = a$ ($0 < a < 4$) cắt đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}$ tại M .

Gọi V_1 là thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay tam giác MOH quanh trục Ox .

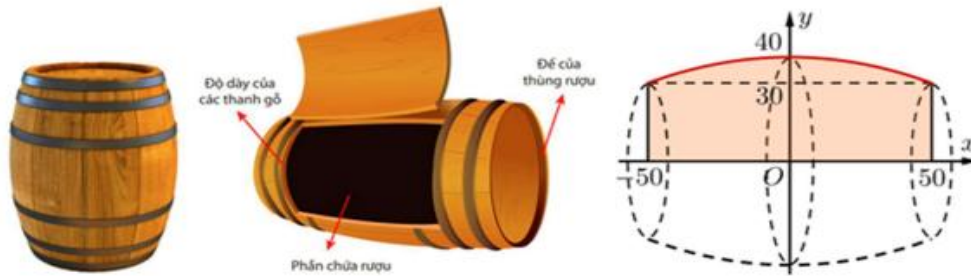
Biết rằng $V = 2V_1$. Khi đó $a = 3$.

Câu 10. Để chuẩn bị cơ sở vật chất phục vụ công tác phòng chống dịch bệnh, các chiến sĩ ở chốt kiểm soát dự định dựng một cái lều trại có dạng như hình vẽ. Biết rằng mặt trước và mặt sau của trại là hai parabol bằng nhau, nằm trên hai mặt phẳng song song với nhau và cùng vuông góc với mặt nền. Nền của lều trại là một hình chữ nhật có kích thước chiều rộng là 3m, chiều dài là 6m, đỉnh parabol cách nền 3m.



- a) Diện tích nền của lều trại là $18(m^2)$.
- b) Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ. Khi đó phương trình parabol mặt trước của lều trại là $f(x) = -\frac{4}{3}x^2 + 3$.
- c) Diện tích mặt trước của lều trại $9(m^2)$.
- d) Thể tích phần không gian bên trong lều trại là $36(m^3)$.

Câu 11. Một thùng rượu vang có dạng khối tròn xoay với bán kính mặt đáy và mặt ở trên là 33cm, bán kính mặt cắt ở chính giữa thùng là 43cm. Chiều cao của thùng rượu là 112cm, bao gồm phần thân thùng rượu, hai đế đỡ thùng rượu (mỗi đế cao 3cm) và thùng rượu được ghép từ các thanh gỗ sồi với độ dày mỗi thanh gỗ là 3cm. Phần bên trong thùng rượu có dạng một khối tròn xoay tạo thành khi quay một phần của parabol (P): $y = ax^2 + bx + c$ quanh trục hoành như hình sau:

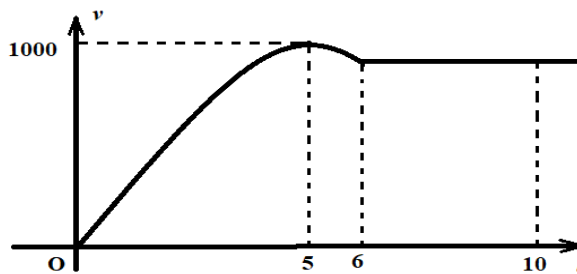


- a) $a = -\frac{1}{250}$.
- b) Phương trình đường parabol (P): $y = -\frac{1}{250}x^2 + 40$.
- c) Diện tích thiết diện phần chứa rượu cắt bởi mặt phẳng qua trục của thùng rượu là $\frac{11}{30}(m^2)$.
- d) Thùng rượu chứa được tối đa (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) 425,16 lít rượu.

Phần III. Tự luận

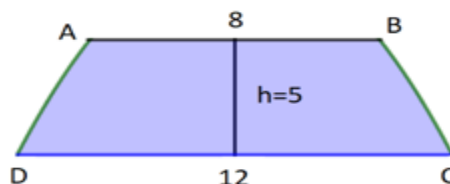
Câu 1. $F(x)$ là 1 nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4x^3 + 1$ và $F(0) = 11$. Tính giá trị của $F(1)$.

- Câu 2.** Một ô tô đang chạy với vận tốc 36km/h thì tăng tốc chuyển động nhanh dần với gia tốc $a(t) = 1 + \frac{t}{3} \text{ (m/s}^2\text{)}$. Tính vận tốc của ô tô sau 6 giây kể từ khi ô tô bắt đầu tăng tốc.
- Câu 3.** Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(2) = -\frac{1}{25}$ và $f'(x) = 4x^3 [f(x)]^2$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Giá trị của $f(1)$ bằng
- Câu 4.** Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{3x-1}$ và thỏa mãn $F(0) + F(3) = 5$. Giá trị của biểu thức $T = F(-1) + F(11)$ bằng bao nhiêu?
- Câu 5.** Một quần thể vi khuẩn ban đầu gồm 500 vi khuẩn, sau đó bắt đầu tăng trưởng. Gọi $P(t)$ là số lượng vi khuẩn của quần thể đó tại thời điểm t , trong đó t tính theo ngày ($0 \leq t \leq 10$). Tốc độ tăng trưởng của quần thể vi khuẩn đó cho bởi hàm số $P'(t) = k\sqrt{t}$, trong đó k là hằng số. Sau 1 ngày, số lượng vi khuẩn của quần thể đó đã tăng lên thành 600 vi khuẩn. Tính số lượng vi khuẩn của quần thể đó sau 9 ngày.
- Câu 6.** Một xe ô tô sau khi chờ hết đèn đỏ đã bắt đầu chuyển động với vận tốc được biểu thị bằng đồ thị là đường cong parabol như hình bên dưới. Biết rằng sau 5 phút thì xe đạt đến vận tốc cao nhất 1000m/phút và bắt đầu giảm vận tốc, đi được 6 phút thì xe chuyển động đều.



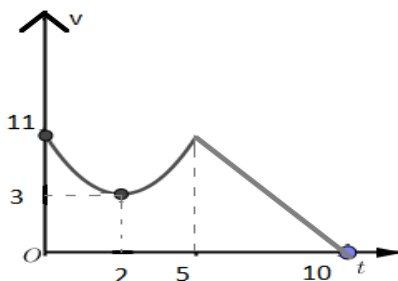
Hỏi quãng đường xe đã đi được trong khoảng 10 phút đầu tiên là bao nhiêu?

- Câu 7.** Tính diện tích hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x) = 4 - 3x^2$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -1, x = 1$.
- Câu 8.** Một mảnh đất có hình dạng là hình thang cong có các thông số như hình vẽ, biết phần đường cong là phần đồ thị của hàm số $y = a\sqrt{x}$. Diện tích của mảnh đất đó là bao nhiêu?



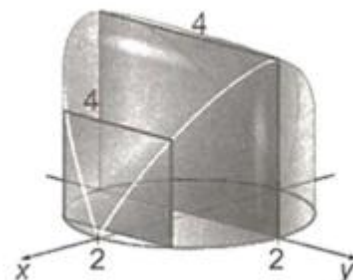
Câu 9. Để đảm bảo an toàn khi lưu thông trên đường, các phương tiện giao thông (trừ xe hai bánh) khi dừng đèn đỏ phải cách nhau tối thiểu $1m$. Một ô tô đang chạy với vận tốc $20m/s$ bỗng gặp một xe bán tải đang dừng đèn đỏ nên ô tô hãm phanh và chuyển động chậm dần đều với vận tốc được biểu diễn bởi công thức $v(t) = 20 - 5t \text{ (m/s)}$. Hỏi rằng để hai xe đạt khoảng cách an toàn khi dừng lại, ô tô cần phải hãm phanh khi cách xe bán tải một khoảng ít nhất là bao nhiêu?

Câu 10. Một chất điểm chuyển động theo quy luật vận tốc $v(t) \text{ (m/s)}$ có dạng đường Parabol khi $0 \leq t \leq 5 \text{ (s)}$ và $v(t)$ có dạng đường thẳng khi $5 \leq t \leq 10 \text{ (s)}$. Biết đỉnh Parabol là $I(2, 3)$. Hỏi quãng đường đi được chất điểm trong thời gian $0 \leq t \leq 10 \text{ (s)}$ là bao nhiêu mét?

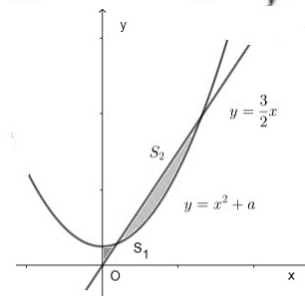


Câu 11. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x+7 & \text{ khi } x \geq 2 \\ 3x^2-1 & \text{ khi } x < 2 \end{cases}$. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = 4$. Tính giá trị của $T = F(-2) + 3F(4)$.

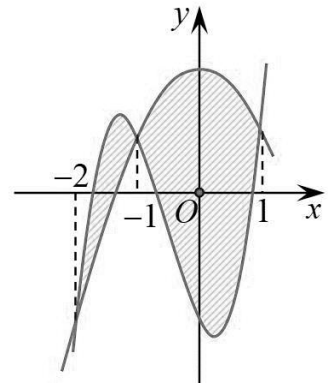
Câu 12. Cho vật thể $\mathcal{R}$, biết đáy của $\mathcal{R}$ là hình tròn bán kính 2 và các mặt cắt vuông góc với mặt đáy là những hình vuông. Tính thể tích của vật thể $\mathcal{R}$ (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



Câu 13. Cho đường thẳng $y = \frac{3}{2}x$ và parabol $y = x^2 + a$. Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích hai hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ bên. Khi $S_1 = S_2$ thì a bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).



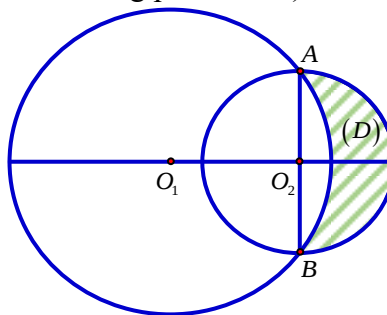
- Câu 14.** Cho hai hàm số $f(x) = ax^2 + bx^2 + cx - 2$ và $g(x) = dx^2 + ex + 2$ ($a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$). Biết rằng đồ thị của hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt là $-2; -1; 1$. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)



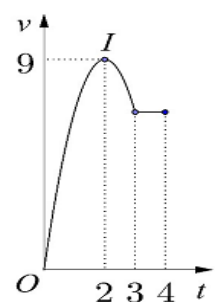
- Câu 15.** Một cái trứng khủng long đồ chơi là một khối tròn xoay được tạo thành từ 2 mảnh ghép lại. Biết mảnh trên được tạo thành khi xoay một phần tư đường elip với trục lớn là 8 và trục nhỏ là 4 quanh trục Ox , và mảnh dưới được tạo thành khi xoay một phần tư đường tròn bán kính 2 quanh trục Ox như hình sau (bỏ qua độ dày của vỏ trứng). Thể tích phần trong của cái trứng khủng long đồ chơi (làm tròn tới hàng phần chục).



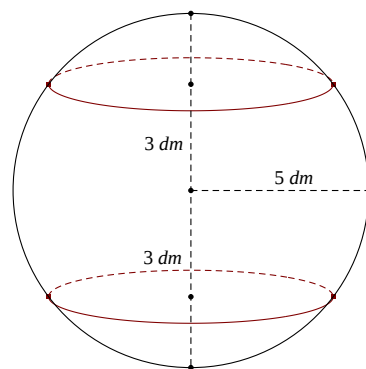
- Câu 16.** Cho hai đường tròn $(O_1; 5)$ và $(O_2; 3)$ cắt nhau tại hai điểm A, B sao cho AB là một đường kính của đường tròn (O_2) . Gọi (D) là hình thặng được giới hạn bởi hai đường tròn. Quay (D) quanh trục O_1O_2 ta được một khối tròn xoay. Tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo thành. (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)



- Câu 17.** Một vật chuyển động trong 4 giờ với vận tốc v phụ thuộc thời gian t có đồ thị của vận tốc như hình bên. Trong khoảng thời gian 3 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2; 9)$ với trục đối xứng song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại đồ thị là một đoạn thẳng song song với trục hoành. Tính quãng đường s mà vật di chuyển được trong 4 giờ đó. (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)



Câu 18. Người ta làm một cái lu đựng nước bằng cách cắt bỏ 2 chỏm của một khối cầu có bán kính 5 dm bằng 2 mặt phẳng vuông góc với đường kính và cách tâm khối cầu 3 dm. Tính thể tích của chiếc lu. (đơn vị dm^3 , kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG TRONG KHÔNG GIAN

Phần I: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

Câu 1. Véc tơ nào sau đây là véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P): $4x - 3y + 1 = 0$.

- A. $(4; -3; 0)$. B. $(4; -3; 1)$. C. $(4; -3; -1)$. D. $(-3; 4; 0)$.

Câu 2. Phương trình mặt phẳng (P) chứa điểm $M(-1; 2; 0)$ và có véc tơ pháp tuyến $\vec{n}(4; 0; -5)$ là:

- A. $4x - 5y - 4 = 0$. B. $4x - 5z - 4 = 0$. C. $4x - 5y + 4 = 0$. D. $4x - 5z + 4 = 0$.

Câu 3. Cho hai điểm $A(-2; 0; 1)$, $B(4; 2; 5)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của AB là:

- A. $3x + y + 2z - 10 = 0$. B. $3x + y + 2z + 10 = 0$.
C. $3x + y - 2z - 10 = 0$. D. $3x - y + 2z - 10 = 0$.

Câu 4. Mặt phẳng (P) song song với (Oxy) và đi qua điểm $A(1; -2; 1)$ có phương trình là:

- A. $z - 1 = 0$. B. $x - 2y + z = 0$. C. $x - 1 = 0$. D. $y + 2 = 0$.

Câu 5. Cho hai mặt phẳng $(\alpha): 3x - 2y + 2z + 7 = 0$ và $(\beta): 5x - 4y + 3z + 1 = 0$. Phương trình mặt phẳng đi qua gốc tọa độ O và vuông góc cả (α) và (β) là:

- A. $2x - y + 2z = 0$. B. $2x + y - 2z = 0$.
C. $2x + y - 2z + 1 = 0$. D. $2x - y - 2z = 0$.

Câu 6. Trong không gian Oxyz, phương trình mặt phẳng (Oxy) là:

- A. $z = 0$. B. $x + y = 0$. C. $x = 0$. D. $y = 0$.

Câu 7. Mặt phẳng đi qua $D(2; 0; 0)$, vuông góc với trục Oy có phương trình là:

- A. $z = 0$. B. $y = 2$. C. $y = 0$. D. $z = 2$.

Câu 8. Viết phương trình mặt phẳng (P) biết (P) cắt ba trục tọa độ lần lượt tại A, B, C sao cho $M(1; 2; 3)$ là trọng tâm tam giác ABC:

- A. $6x + 3y + 2z - 18 = 0$. B. $x + 2y + 3z = 0$.
C. $6x - 3y + 2z - 18 = 0$. D. $6x + 3y + 2z + 18 = 0$.

Câu 9. Mặt phẳng (P) đi qua $M(1; 2; 2)$ và cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho M là trọng tâm của tam giác ABC. Phương trình của (P) là:

- A. $2x + y + z - 4 = 0$. B. $2x + y + z - 2 = 0$.
C. $2x + 4y + 4z - 9 = 0$. D. $x + 2y + 2z - 9 = 0$.

Câu 10. Trong không gian Oxyz cho mặt phẳng (Q): $3x + 4y - 1 = 0$. Mặt phẳng (P) song song với (Q) và cách gốc tọa độ một khoảng bằng 1 có phương trình là:

- A. $3x + 4y + 5 = 0$ hoặc $3x + 4y - 5 = 0$. B. $3x + 4y + 5 = 0$.
C. $3x + 3y - 5 = 0$. D. $4x + 3y + 5 = 0$ hoặc $3x + 4y + 5 = 0$.

Câu 11. Cho hai điểm $A(1; -1; 5)$, $B(0; 0; 1)$. Mặt phẳng (P) chứa A, B và song song với Oy có phương trình là:

- A. $4x + y - z + 1 = 0$. B. $2x + z - 5 = 0$. C. $4x - z + 1 = 0$. D. $y + 4z - 1 = 0$.

Phần III. Tự luận

- Câu 1:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $M(1;0;0)$ và song song với mặt phẳng $(\alpha): 2x - y - 1 = 0$ có dạng $-x + by + cz + d = 0$. Tính $b + c - 3d$.
- Câu 2:** Trong không gian $Oxyz$, cho $A(2;0;0), B(0;4;0), C(0;0;6), D(2;4;6)$. Gọi (P) là mặt phẳng song song với mặt phẳng (ABC) , (P) cách đều D và mặt phẳng (ABC) . Tính khoảng cách từ điểm $M(0;0;-2)$ đến mặt phẳng (P) .
- Câu 3:** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;-1;1), B(1;0;4), C(0;-2;-1)$. Mặt phẳng qua A và vuông góc với đường thẳng BC có phương trình dạng $x + ay + bz + c = 0$. Tính giá trị biểu thức $S = a + b + c$.
- Câu 4:** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) qua điểm $A(1;-2;-2)$, vuông góc với mặt phẳng (Oxz) đồng thời khoảng cách từ điểm $B(3;1;-3)$ đến (P) bằng $\frac{3\sqrt{5}}{5}$. Phương trình mặt phẳng (P) có dạng $2x + by + cz + d = 0$ ($d \neq 0$). Tính $P = 3b + 2c - d$.
- Câu 5:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;1), B(-1;1;0)$ và điểm C nằm trên tia Ox . Biết rằng đường phân giác trong xuất phát từ A vuông góc với đường trung tuyến xuất phát từ B của tam giác ABC . Tìm hoành độ của điểm C (làm tròn kết quả đến hàng phần nghìn, nghĩa là số có dạng: $M, \overline{abc}$).
- Câu 6:** Trong không gian $Oxyz$, một cabin cáp treo ở Bà Nà Hill xuất phát từ điểm $A(-2;1;5)$ và chuyển động đều theo đường cáp có vector chỉ phương là $\vec{u} = (0;-2;6)$ với tốc độ là 4 m/s (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Giả sử sau 5 (s) kể từ lúc xuất phát, cabin đến điểm M . Gọi tọa độ $M(a;b;c)$. Tính $a + 3b + c$.



..... Hết