

## BÀI 1 - CÁC PHÉP TOÁN VỀ ĐƠN THỨC - ĐA THỨC

### A. CÁC DẠNG TOÁN

#### Dạng 1:

### BÀI TOÁN THỰC TẾ VỀ ĐƠN THỨC - ĐA THỨC

#### Phương pháp:

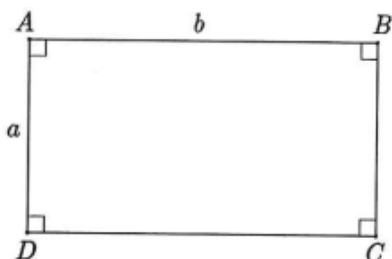
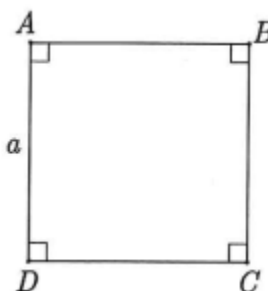
- Hiểu rõ các khái niệm: Tổng, hiệu, tích, thương, bình phương, lập phương.
  - Các công thức tính chu vi, diện tích, thể tích các hình đã học.
  - Mối liên hệ giữa quãng đường, vận tốc, thời gian:  $s = v.t$ .
  - Các khái niệm về tỉ lệ, tỉ số phần trăm, tăng - giảm phần trăm...
- Sau đó tùy vào từng bài mà viết ra biểu thức biểu thị đại lượng mà bài toán yêu cầu.
- Với các bài toán kèm theo ta cần xác định rõ đại lượng (biến nào) đã được cho và cần lượng nào. Sau đó ta thay vào biểu thức đại số, thực hiện như bài tính giá trị biểu thức hoặc bài tìm ẩn chưa biết.

1) Một số công thức tính chu vi và diện tích đã học.

+ Hình vuông  $ABCD$  có:

$$\text{Chu vi } P = 4a;$$

$$\text{Diện tích } S = a^2.$$



+ Hình chữ nhật  $ABCD$  có:

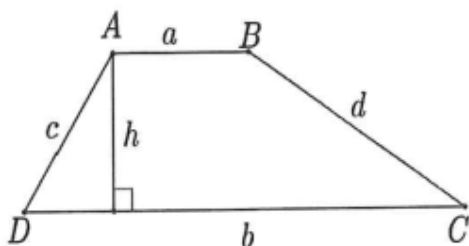
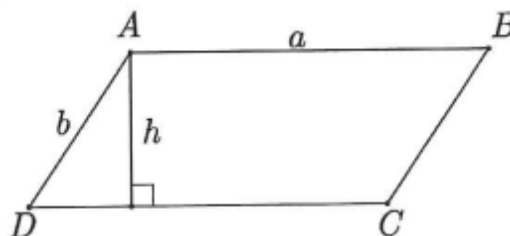
$$\text{Chu vi } P = 2(a + b);$$

$$\text{Diện tích } S = a.b.$$

+ Hình thoi  $ABCD$  có:

$$\text{Chu vi } P = 2(a + b);$$

$$\text{Diện tích } S = a.h.$$

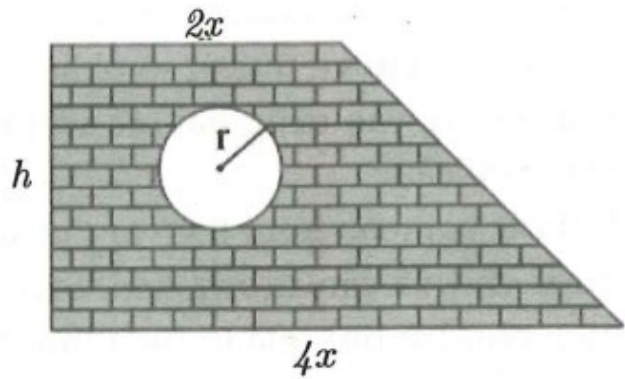


+ Hình thang  $ABCD$  có:

$$\text{Chu vi } P = a + b + c + d;$$

$$\text{Diện tích } S = \frac{(a + b)h}{2}$$

**Ví dụ 1:** Nhà Hằng lắp một tấm chắn phòng hình thang với đáy lớn  $4x$ , đáy bé  $2x$  và chiều cao  $h$ . Trên đó khoét một ô hình tròn có bán kính  $r$  làm ô thoáng cửa sổ (đơn vị mét).



- Viết biểu thức biểu thị diện tích của tấm chắn phòng (không tính phần ô thoáng cửa sổ).
- Tính giá trị diện tích trên khi  $x = 2,5 m$ ;  $h = 3,5 m$ ;  $r = 0,3 m$  (lấy  $\pi = 3,14$ ; làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

**Lời giải**

a) Diện tích của hình thang là:  $\frac{(2x + 4x)h}{2} = 3xh (m^2)$

Diện tích phần ô thoáng cửa sổ là:  $r^2\pi (m^2)$

Diện tích tấm chắn phòng là:  $3xh - r^2\pi (m^2)$

b) Thay  $x = 2,5 m$ ;  $h = 3,5 m$ ;  $r = 0,3 m$  vào biểu thức  $3xh - r^2\pi$  ta được:

$$3 \cdot 2,5 \cdot 3,5 - 0,3^2 \cdot 3,14 = 25,9674 \approx 12,97 (m^2).$$

**Dạng 2:**

**BÀI TOÁN DẪN ĐẾN VIẾT BIỂU THỨC LÀ TỔNG, HIỆU CỦA CÁC ĐA THỨC MỘT BIẾN, ĐA THỨC NHIỀU BIẾN VÀ CÁC VẤN ĐỀ LIÊN QUAN.**

**Phương pháp:**

Dựa vào phương pháp tìm thành phần chưa biết của phép cộng hay phép trừ để tìm đa thức.

**Ví dụ 2:** Hai ca nô đi cùng chiều nhau. Tính tổng vận tốc hai ca nô, biết:

- Ca nô thứ nhất có vận tốc là  $2y^2$  (km/h); ca nô thứ hai có vận tốc  $2xy + y^2$  (km/h).
- Ca nô thứ nhất có vận tốc là  $2yz + y^2$  (km/h); ca nô thứ hai có vận tốc là  $z^2$  (km/h).
- Ca nô thứ nhất có vận tốc là  $3xy^2 + 2x^2y$  (km/h); ca nô thứ hai có vận tốc là  $2x^2y$  (km/h).
- Ca nô thứ nhất có vận tốc là  $2x^2y + 3xy^2$  (km/h); ca nô thứ hai có vận tốc  $x^2y - 2xy^2$  (km/h).

**Lời giải**

a) Tổng vận tốc của hai ca nô là:  $2y^2 + 2xy + y^2 = 3y^2 + 2xy$  (km/h).

b) Tổng vận tốc của hai ca nô là:  $2yz + y^2 + z^2 = (y + z)^2$  (km/h).

c) Tổng vận tốc của hai ca nô là:  $3xy^2 + 2x^2y + 2x^2y = 3xy^2 + 4x^2y$  (km/h).

d) Tổng vận tốc của hai ca nô là:  $2x^2y + 3xy^2 + x^2y - 2xy^2 = 3x^2y + xy^2$  (km/h).

### Dạng 3:

## BÀI TOÁN DẪN ĐẾN VIẾT BIỂU THỨC LÀ KẾT QUẢ CỦA PHÉP CHIA ĐƠN THỨC CHO ĐƠN THỨC HOẶC PHÉP CHIA ĐA THỨC CHO ĐƠN THỨC TRONG TRƯỜNG HỢP CHIA HẾT VÀ CÁC VẤN ĐỀ LIÊN QUAN.

### Phương pháp:

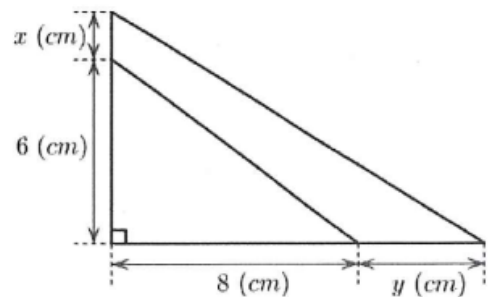
\* Quy tắc nhân đơn thức với đa thức:

$$A(B+C) = AB + AC \text{ với } A, B, C \text{ là các đơn thức.}$$

\* Quy tắc nhân đa thức với đa thức:

$$(A+B)(C+D) = A(C+D) + B(C+D) = AC + AD + BC + BD \text{ với } A, B, C, D \text{ là các đơn thức.}$$

**Ví dụ 3:** Bạn Hạnh dự định cắt một miếng bìa có dạng tam giác vuông với độ dài hai cạnh lần lượt là 6cm, 8cm. Sau khi xem xét lại, bạn Hạnh quyết định tăng độ dài hai cạnh góc vuông 6cm thêm  $x$  cm và tăng độ dài cạnh góc vuông 8cm thêm  $y$  cm (Hình 2). Viết đa thức biểu diễn diện tích phần tăng thêm của miếng bìa theo  $x$  cm và  $y$  cm.



### Lời giải

Diện tích phần tăng thêm của miếng bìa là:

$$\frac{1}{2}(x+6)(y+8) - \frac{1}{2}6.8 = \frac{1}{2}(xy + 8x + 6y + 48 - 48) = \frac{1}{2}(xy + 8x + 6y) = \frac{1}{2}xy + 4x + 3y.$$

### Dạng 4:

## TOÁN THỰC TẾ LIÊN QUAN ĐẾN PHÉP CHIA ĐA THỨC CHO ĐƠN THỨC, ĐA THỨC CHO ĐA THỨC.

### Phương pháp:

- Sử dụng các quy tắc nhân đơn thức với đa thức, đa thức với đa thức.
- Rút gọn biểu thức.
- Tính giá trị của biểu thức.

**Ví dụ 4:** Một chiếc xe khách chạy từ Vũng Tàu về TP. Hồ Chí Minh trên quãng đường  $(150x + 2)$  km với vận tốc  $(x + 5)$  km/h. Viết biểu thức đại số tính thời gian xe chạy từ Vũng Tàu về TP. Hồ Chí Minh.



### Lời giải

Biểu thức đại số tính thời gian xe chạy từ Vũng Tàu về TP. Hồ Chí Minh theo  $x$  là:

$$(150x + 2) : (x + 5) \text{ (giờ)}.$$

**Ví dụ 5:** Tuyến buýt đường sông Sài Gòn (Saigon Waterbus) đã khai trương tuyến số 1, bắt đầu từ bến Bạch Đằng (Quận 1, TP. HCM) đi qua 4 bến và kết thúc ở bến Linh Đông (Quận Thủ Đức). Từ bến Linh Đông đi bến Bạch Đằng, buýt qua sông chạy quãng đường  $(5x + 1)$  km. Thời gian chạy suốt tuyến là  $\frac{1}{10}x$  giờ. Viết biểu thức đại số tính vận tốc từ bến Linh Đông đến bến Bạch Đằng theo  $x$ .



### Lời giải

Biểu thức đại số tính vận tốc từ bến Linh Đông đến bến Bạch Đằng theo  $x$  là:

$$(5x + 1) : \frac{1}{10}x \text{ (km/h)}.$$

## B. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

**Bài 1:** Tú muốn làm một cái bể cá cubic không có nắp dạng hình lập phương có kích thước một cạnh là  $x$  cm.

- Viết các biểu thức tính dung tích bể và diện tích kính để làm cái bể đó.
- Tính giá trị của các đại lượng trên khi  $x = 30$  cm.

**Bài 2:** Trong homestay Panorama Tam Đảo (Vĩnh Phúc) có hai bể bơi dạng hình hộp chữ nhật. Bể thứ nhất có độ sâu là 1,4m, đáy là hình chữ nhật có chiều dài  $x$  mét, chiều rộng  $y$  mét. Bể thứ hai có độ sâu 1,6m, đáy là hình chữ nhật có hai kích thước gấp 3 lần hai kích thước đáy của bể thứ nhất. Hãy viết biểu thức với hai biến  $x$  và  $y$  biểu thị số mét khối nước cần có để bơm đầy cả hai bể bơi.

**Bài 3:** Yến đi mua vở và bút để chuẩn bị cho năm học mới. Biết mỗi quyển vở giá  $x$  đồng, mỗi chiếc bút giá  $y$  đồng. Viết biểu thức biểu thị số tiền Yến phải trả để mua:

- 5 quyển vở và 3 cái bút;
- 5 xấp vở và 3 hộp bút, biết rằng mỗi xấp vở có 10 quyển, mỗi hộp bút có 20 chiếc.

**Bài 4:** Nhóm thiện nguyện Nhất Tâm chuẩn bị  $y$  phần quà giúp đỡ những gia đình có hoàn cảnh khó khăn. Mỗi phần quà gồm  $x$  kg gạo và  $x$  gói bánh. Viết biểu thức biểu thị giá trị bằng tiền (nghìn đồng) của toàn bộ số quà đó, biết rằng gạo có giá 10 nghìn đồng/kg và bánh có giá 30 nghìn đồng/gói.

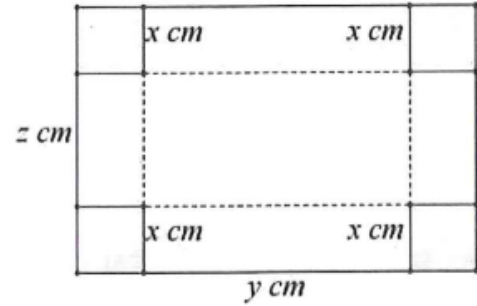
**Bài 5:** Một mảnh vườn có dạng hình chữ nhật với chiều rộng là  $x$  (m), chiều dài là  $y$  (m).

- Viết đa thức biểu thị diện tích của mảnh vườn.
- Nếu tăng chiều rộng lên 2 m và giảm chiều dài đi 3 m thì được mảnh vườn mới. Viết đa thức biểu thị diện tích của mảnh vườn mới.

c) Viết đa thức biểu thị phần diện tích lớn hơn của mảnh vườn mới so với mảnh vườn ban đầu.

**Bài 6:** Bạn Thành dùng một miếng bìa hình chữ nhật để làm một chiếc hộp (không nắp) bằng cách cắt bốn hình vuông cạnh  $x$  cm ở bốn góc (H.1.3) rồi gấp lại. Biết rằng miếng bìa có chiều dài là  $y$  cm, chiều rộng là  $z$  cm.

Tìm đa thức (ba biến  $x, y, z$ ) biểu thị thể tích của chiếc hộp. Xác định bậc của đa thức đó.



**Bài 7:** Một người làm vườn có khu đất hình chữ nhật có chiều dài  $(x + 2)$  mét, biết chu vi vườn là  $(150x + 8)$  mét. Viết biểu thức đại số tính chiều rộng của khu vườn trên.



**Bài 8:** Ao Bà Om, hay Ao Vuông, là một thắng cảnh độc đáo và nổi tiếng ở tỉnh Trà Vinh, Việt Nam. Mặt nước ao trong xanh và phẳng lặng được phủ bởi hoa sen, hoa súng. Ao được bao bọc xung quanh bởi các gò cát mấp mô với các hàng cây sao, cây dâu cổ thụ hàng trăm năm tuổi có rễ nổi lên khỏi mặt đất tạo nên những hình thù kỳ lạ. Ao được đào ở trung tâm miếng đất hình vuông có cạnh là  $(x + 400)$  mét. Ao hình chữ nhật có chiều dài  $(x + 200)$  mét. Biết diện tích của ao ít hơn diện tích miếng đất là  $200(3x + 8) \text{ m}^2$ . Viết biểu thức đại số tính chiều rộng của ao.



### C. HƯỚNG DẪN GIẢI

**Bài 1:**

a) Dung tích của bể là:  $V = x \cdot x \cdot x = x^3$  ( $\text{cm}^3$ ).

Diện tích kính để làm cái bể đó là:  $S = 5x^2$  ( $\text{cm}^2$ ).

b) Với  $x = 30$  cm, dung tích của bể là:  $30^3 = 27000$  ( $\text{cm}^3$ ).

**Bài 2:** Thể tích bể bơi thứ nhất là  $V_1 = 1,4xy$  ( $\text{m}^3$ ).

Kích thước đáy bể bơi thứ hai lần lượt là  $3x$  (m) và  $3y$  (m).

Thể tích bể bơi thứ hai là  $V_2 = 1,6 \cdot 3x \cdot 3y = 14,4xy$  ( $\text{m}^3$ ).

Biểu thức biểu thị số mét khối nước cần có để bơm đầy cả hai bể bơi là:

$V = V_1 + V_2 = 1,4xy + 14,4xy = 15,8xy$  ( $\text{m}^3$ ).

**Bài 3:**

a) Tổng số tiền Yên phải trả để mua vở và bút là  $5x + 3y$  (đồng).

b) Tổng số tiền Yên phải trả để mua vở và bút là  $5 \cdot 10 \cdot x + 3 \cdot 20 \cdot y = 50x + 60y$  (đồng).

**Bài 4:** Biểu thức biểu thị giá tiền của toàn bộ số quà đó là:  $y(10x + 30x) = 40xy$  (nghìn đồng).

**Bài 5:** Một mảnh vườn hình chữ nhật với chiều rộng là  $x$  (m), chiều dài là  $y$  (m).

a) Biểu thức biểu thị diện tích của mảnh vườn là  $xy$  ( $m^2$ ).

b) Chiều rộng sau khi tăng 2m là  $x + 2$  (m); chiều dài giảm 3m là  $y - 3$  (m).

Diện tích mới của mảnh vườn là  $(x + 2)(y - 3)$  ( $m^2$ ).

c) Biểu thức biểu thị phần diện tích lớn hơn của mảnh vườn mới so với mảnh vườn ban đầu là:

$$(x + 2)(y - 3) - xy \text{ (m}^2\text{)}.$$

**Bài 6:** Sau khi cắt và gập các miếng bìa theo nét đứt như hình vẽ, thì đáy hộp là hình chữ nhật có chiều dài là  $y - x - x = y - 2x$  (cm) chiều dài  $x(y - 2x)(z - 2x)$   $cm^3$ .

Đa thức biểu thị thể tích của chiếc hộp là  $x(y - 2x)(z - 2x)$ , thực hiện phép nhân ta được:

$$(xy - 2x^2)(z - 2x) = xyz - 2x^2y - 2x^2z + 4x^3.$$

Do vậy đa thức này có bậc 3.

**Bài 7:** Biểu thức đại số tính chiều rộng của khu vườn là:

$$(150x + 8) : 2 - (x + 2) \text{ (mét)}.$$

**Bài 8:** Biểu thức đại số tính diện tích của Ao Bà Om là:  $(x + 400)^2 - 200(3x + 8)$  ( $m^2$ ).

Biểu thức đại số tính chiều rộng của Ao Bà Om là:

$$[(x + 400)^2 - 200(3x + 8)] : (x + 200) \text{ (mét)}.$$

## Bài 2 - HẰNG ĐẲNG THỨC ĐÁNG NHỚ

### A. CÁC DẠNG TOÁN

#### Dạng 1:

### TOÁN THỰC TẾ LIÊN QUAN ĐẾN HIỆU HAI BÌNH PHƯƠNG, BÌNH PHƯƠNG CỦA MỘT TỔNG HAY MỘT HIỆU.

#### Phương pháp:

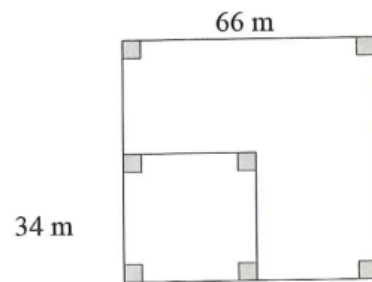
Vận dụng các hằng đẳng thức đáng nhớ:

Hiệu hai bình phương:  $A^2 - B^2 = (A - B)(A + B)$ .

Bình phương của một tổng:  $(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$ .

Bình phương của một hiệu:  $(A - B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$ .

**Ví dụ 1:** Một mảnh đất hình vuông có cạnh dài 66m. Người ta cắt đi một miếng đất hình vuông cạnh 34m từ mảnh đất hình vuông đó để sử dụng vào việc khác. Tính diện tích phần còn lại của miếng đất.



#### Hướng dẫn giải

Diện tích phần còn lại của mảnh đất là:

$$S = 66^2 - 34^2 = (66 - 34)(66 + 34) = 32 \cdot 100 = 3200 \text{ (m}^2\text{)}.$$

#### Dạng 2:

### TOÁN THỨC TẾ LIÊN QUAN ĐẾN LẬP PHƯƠNG CỦA MỘT TỔNG HAY MỘT HIỆU.

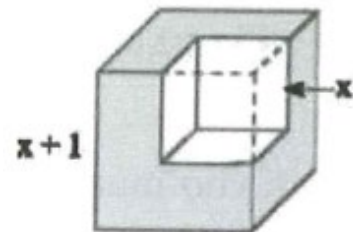
#### Phương pháp:

Vận dụng các hằng đẳng thức đáng nhớ:

Lập phương của một tổng:  $(A + B)^3 = A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + B^3$ .

Lập phương của một hiệu:  $(A - B)^3 = A^3 - 3A^2B + 3AB^2 - B^3$ .

**Ví dụ 2:** Từ một khối lập phương có cạnh bằng  $x + 1$ , ta cắt bỏ một khối lập phương có cạnh bằng  $x$ . Tính thể tích phần còn lại, viết kết quả dưới dạng đa thức?



#### Hướng dẫn giải

Từ một khối lập phương có cạnh bằng  $x + 1$ , ta cắt bỏ một khối lập phương có cạnh bằng  $x$ . Thể tích phần còn lại là:  $(x + 1)^3 - x^3 = x^3 + 3x^2 + 3x + 1 - x^3 = 3x^2 + 3x + 1$ .

**Dạng 3:**  
**TOÁN THỰC TẾ LIÊN QUAN ĐẾN TỔNG VÀ HIỆU CỦA**  
**HAI LẬP PHƯƠNG.**

**Phương pháp:**

Vận dụng các hằng đẳng thức đáng nhớ:

$$\text{Tổng hai lập phương: } A^3 + B^3 = (A + B)(A^2 - AB + B^2).$$

$$\text{Hiệu hai lập phương: } A^3 - B^3 = (A - B)(A^2 + AB + B^2).$$

**Ví dụ 3:** Mảnh vườn trồng hoa nhà bác An có dạng hình chữ nhật với chiều rộng là  $2y$  (m), chiều dài là  $4y^2$  (m). Năm nay kinh tế dư giả, hoa bán được nhiều, bác An quyết định mua thêm đất nhà bên cạnh để cho mảnh vườn rộng ra và trồng được nhiều hoa hơn. Tuy nhiên, nhà bên cạnh chỉ bán cho bác thêm  $x$  m chiều rộng và thêm  $4y + x^2$  m chiều dài ( $x, y > 0$ ). Hỏi mảnh vườn nhà bác An có diện tích tăng thêm bao nhiêu mét vuông. Viết biểu thức dạng tích biểu thị phần diện tích tăng thêm đó theo  $x$  và  $y$ .

**Hướng dẫn giải**

Diện tích mảnh vườn ban đầu là:  $2y \cdot 4y^2 = (2y)^3$  (m<sup>2</sup>).

Chiều rộng của mảnh vườn khi tăng thêm  $x$  m là:  $2y + x$  (m).

Chiều dài của mảnh vườn khi tăng thêm  $4xy + x^2$  m là:  $4y^2 + 4xy + x^2 = (2y + x)^2$  (m).

Nếu tăng chiều rộng thêm  $x$  m và chiều dài thêm  $4xy + x^2$  m thì được mảnh vườn mới có diện tích là:  $(2y + x)(2y + x)^2 = (2y + x)^3$  (m<sup>2</sup>).

Biểu thức dạng tích biểu thị phần diện tích tăng thêm của mảnh vườn mới so với mảnh vườn ban đầu là:  $(2y + x)^3 - (2y)^3 = (2y + x - 2y)[(2y + x)^2 + 2y(2y + x) + (2y)^2] = x(12y^2 + 6xy + x^2)$  (m<sup>2</sup>).

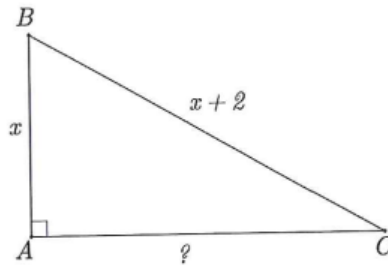
**B. BÀI TẬP TỰ LUYỆN**

**Bài 1:**

- a) An đi chợ mua gạo. An mua 16 kg với giá 14.000 đồng một kg. Cô bán hàng đọc ngay kết quả số tiền gạo An phải trả là 224.000 đồng. Vậy cô bán hàng tính tiền như thế nào nhanh như vậy?
- b) Lan đi chợ mua cam. Lan mua 29 kg với giá 31.000 đồng một kg. Lan phải trả số tiền bao nhiêu nghìn đồng? Em hãy tính giúp bạn một cách nhanh nhất.
- c) Bác Hoa cần mua 49 linh kiện điện tử với giá 102.000 đồng một linh kiện. Em hãy tính nhằm giúp bác số tiền phải trả.
- d) Lan cần mua 98 linh kiện điện tử với giá 102.000 đồng một linh kiện. Em hãy tính nhằm giúp Lan số tiền phải trả.

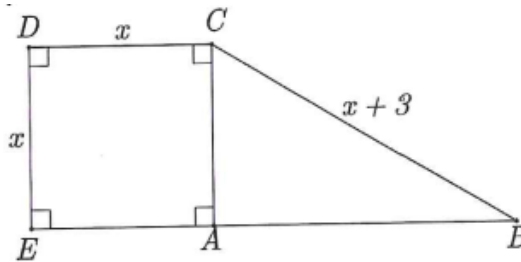
**Bài 2:**

a) Một mảnh vườn có dạng một tam giác vuông  $ABC$  (hình a). Biết độ dài các cạnh  $AB = x$ ,  $BC = x + 2$ . Tính cạnh  $AC$ .



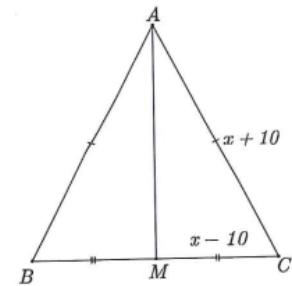
Hình a

b) Một mảnh vườn hình thang vuông  $ABCD$  (hình b). Kích thước như hình vẽ. Tính độ dài đoạn  $AB$  theo  $x$ .



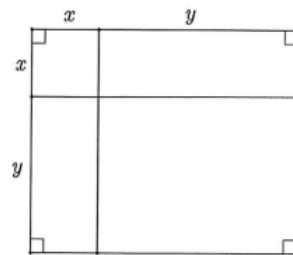
Hình b

c) Để làm một chiếc ô, người ta phải cắt các mảnh vải có dạng hình tam giác cân  $ABC$ . Trong đó,  $A$  là đỉnh ô,  $BC$  là viền ngoài của chiếc ô, và  $M$  là điểm chính giữa mỗi đoạn viền ngoài (hình c). Biết các kích thước cho như hình vẽ. Tính bán kính của chiếc ô.



Hình c

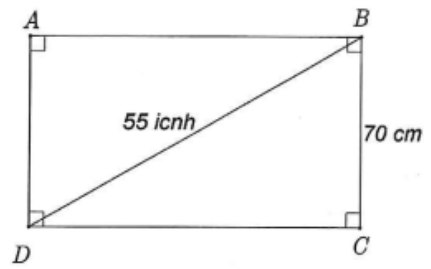
d) Một cửa nhựa có kích thước như hình d. Tính diện tích cửa nhựa theo  $x, y$ .



Hình d

**Bài 3:** Một bác thợ xây tính diện tích của một phòng ngủ. Bác đứng tại một góc nhà và yêu cầu một thợ xây khác cầm đầu kia của thước đi sang góc bên cạnh để đo, kết quả đo được 6 m. Sau đó, người thợ kia lại đi sang góc bên cạnh và đo, kết quả đo được 10 m. Vậy diện tích phòng ngủ là bao nhiêu  $m^2$ ?

**Bài 4:** Biết số inch màn hình tivi bằng độ dài đường chéo của tivi (cm) chia cho 2,54. Nhà bạn Linh có một chiếc tivi 55 inch. Bạn Linh đo được một cạnh của tivi là 70 cm. Em hãy tính giúp bạn cạnh còn lại của tivi dài bao nhiêu cm.



**Bài 5:** Cô Hoài gửi vào ngân hàng 400 triệu đồng theo thể thức lãi kép theo định kỳ với lãi suất  $x$  mỗi năm (tức là nếu đến kỳ hạn người gửi không rút lãi ra thì tiền lãi được tính vào vốn của kỳ kế tiếp). Biểu thức  $S = 400(1+x)^3$  (triệu đồng) là số tiền cô Hoài nhận được sau 3 năm.

- Tính số tiền cô Hoài nhận được sau 3 năm khi lãi suất là  $x = 5\%$ .
- Khai triển  $S$  thành đa thức theo  $x$  và xác định bậc của đa thức.

**Bài 6:** Bác Đạt gửi vào ngân hàng 200 triệu đồng theo thể thức lãi kép theo định kỳ với lãi suất  $x$  mỗi năm (tức là nếu đến kỳ hạn người gửi không rút lãi ra thì tiền lãi được tính vào vốn của kỳ kế tiếp). Biểu thức  $S = 200(1+x)^3$  (triệu đồng) là số tiền Bác Đạt nhận được sau 3 năm.

- Tính số tiền Bác Đạt nhận được sau 3 năm khi lãi suất là  $x = 5,2\%$ .
- Khai triển  $S$  thành đa thức theo  $x$  và xác định bậc của đa thức.

**Bài 7:** Hằng ngày bố em đi chợ bán hàng bằng xe máy với vận tốc là 40 km/h. Hôm nay bố em vừa đi đến chợ thì nhà có việc gấp nên mẹ gọi bố về ngay không bán hàng nữa. Lúc về, bố em được một người bạn chỉ cho đi đường khác ngắn hơn đường lúc đi là  $158a^3$  km ( $a > 0$ ) và bố đi với vận tốc lớn hơn vận tốc lúc đi là  $48b^3 - 40$  km/h ( $b \geq 1$ ). Biết quãng đường lúc bố đi từ nhà đến chợ là  $320a^3$  km. Hỏi lúc về, bố đã đi nhanh hơn lúc đi bao nhiêu giờ? Viết biểu thức dạng tích biểu thị khoảng thời gian đó.

**Bài 8:** Tết năm nay, Hiếu được mừng tuổi  $(2a+3b)(4a^2+9b^2+9b-6a-6ab+3)+20000$  đồng. Hiếu đưa bố nhưng bố không cầm, bố bảo với Hiếu: “Con hãy cầm số tiền này để mua dụng cụ học tập.” Hiếu cầm số tiền đó vào cửa hàng mua  $4a^2-4a+1$  cái bút giá  $2a-1$  đồng một cái bút và mua  $1+6b+9b^2$  quyển vở giá  $1+3b$  đồng một quyển vở. Hỏi Hiếu có mua hết số tiền mừng tuổi không? Số tiền mà Hiếu còn thừa sau khi mua bút và vở là bao nhiêu?

### C. HƯỚNG DẪN GIẢI

**Bài 1:**

a) Số tiền gạo An phải trả là:

$$16.14000 = 16.14.1000 = (15+1)(15-1).1000 = (15^2-1^2).1000 = 224000 \text{ (đồng)}.$$

b) Số tiền cam Lan phải trả là:

$$29.31000 = 29.31.1000 = (30-1)(30+1).1000 = (30^2-1^2).1000 = 899000 \text{ (đồng)}.$$

c) Số tiền bác Hoa phải trả là:

$$49.51\,000 = 49.51.1000 = (50-1)(50+1).1000 = (50^2 - 1^2).1000 = 2\,499\,000 \text{ (đồng)}.$$

d) Số tiền Lan phải trả là:

$$98.102\,000 = 98.102.1000 = (100-2)(100+2).1000 = (100^2 - 2^2).1000 = 9\,996\,000 \text{ (đồng)}.$$

### Bài 2:

a) Tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  nên áp dụng định lý Pythagore ta có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow AC^2 = BC^2 - AB^2 = (x+2)^2 - x^2 = (x+2-x)(x+2+x)$$

$$\Rightarrow AC^2 = 2(2x+2) = 4(x+1) \Rightarrow AC = \sqrt{4(x+1)} = 2\sqrt{x+1}.$$

$$\text{Vậy } AC = 2\sqrt{x+1}.$$

b) Ta có  $ACDE$  là hình vuông suy ra  $AC = x$ . Tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  nên áp dụng định lý Pythagore ta có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow AB^2 = BC^2 - AC^2 = (x+3)^2 - x^2 = (x+3-x)(x+3+x)$$

$$\Rightarrow AB^2 = 3(2x+3) \Rightarrow AB = \sqrt{3(2x+3)}.$$

$$\text{Vậy } AB = 3\sqrt{2x+3}.$$

c) Tam giác  $ABC$  cân tại  $A$  có  $M$  là trung điểm của  $BC$  nên  $AM \perp BC$ .

Suy ra  $\triangle AMC$  vuông tại  $M$ . Áp dụng định lý Pythagore cho  $\triangle AMC$  ta có:

$$AC^2 = AM^2 + MC^2 \Rightarrow AM^2 = AC^2 - MC^2 = (x+10)^2 - (x-10)^2$$

$$\Rightarrow AM^2 = [(x+10) - (x-10)].[(x+10) + (x-10)] = (x+10-x+10).2x = 20.2x = 40x$$

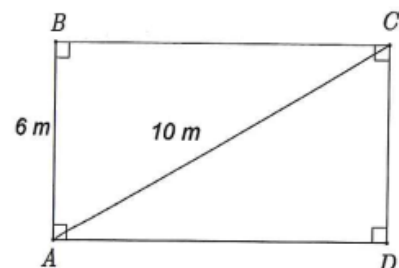
$$\text{Suy ra } AM = \sqrt{40x}.$$

$$\text{Vậy bán kính của chiếc ô là: } AM = \sqrt{40x}.$$

d) Diện tích cửa nhựa là:  $(x+y)(x+y) = (x+y)^2$ .

### Bài 3:

Giả sử phòng ngủ có dạng hình chữ nhật  $ABCD$  và bác thợ xây đang đứng ở góc  $A$ , người thợ xây khác đứng ở  $B$  sau đó đi sang  $C$ . Ta có hình vẽ như sau:



Xét tam giác  $ABC$  vuông tại  $B$ , áp dụng định lý Pythagore cho tam giác  $ABC$  ta được:

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 \Rightarrow BC^2 = AC^2 - AB^2 = 10^2 - 6^2 = (10-6)(10+6) = 4.16 = 64$$

$$\text{Suy ra } BC = \sqrt{64} = 8 \text{ (m)}.$$

$$\text{Vậy diện tích phòng ngủ là: } 6.8 = 48 \text{ (m}^2\text{)}.$$

**Bài 4:** Đường chéo  $BD = 55$  inch  $\Rightarrow BD = 55.2,54 = 139,7$  cm.

Xét tam giác  $BCD$  vuông tại  $C$ , áp dụng định lý Pythagore cho tam giác  $BCD$  ta được:

$$BD^2 = BC^2 + CD^2 \Rightarrow CD^2 = BD^2 - BC^2 = 139,7^2 - 70^2 = (139,7 - 70)(139,7 + 70)$$

$$\text{Suy ra } CD^2 = 68,7 \cdot 209,7 = 14616,09$$

$$\text{Suy ra } DC = \sqrt{14616,09} \approx 121 \text{ (cm)}.$$

Vậy cạnh còn lại của tivi khoảng 121 cm.

### Bài 5:

a) Số tiền cô Hoài nhận được sau 3 năm khi lãi suất  $x = 5\%$  là:

$$S = 400(1+x)^3 = 400(1+5\%)^3 = 400 \cdot 1,05^3 = 400 \cdot 1,157625 = 463,05.$$

b) Khai triển  $S$  thành đa thức theo  $x$ :

$$\begin{aligned} S &= 400(1+x)^3 = 400(x+1)^3 = 400(x^3 + 3x^2 + 3x + 1) \\ &= 400x^3 + 1200x^2 + 1200x + 400. \end{aligned}$$

$S$  là đa thức bậc 3 theo biến  $x$ .

### Bài 6:

a) Số tiền bác Đạt nhận được sau 3 năm khi lãi suất là  $x = 5,2\%$  là:

$$S = 200(1+x)^3 = 200(1+5,2\%)^3 = 200 \cdot 1,052^3 = 200 \cdot 1,164252608 = 232,8505216 \text{ (triệu đồng)}.$$

b) Khai triển  $S$  thành đa thức theo  $x$ :

$$\begin{aligned} S &= 200(1+x)^3 = 200(x+1)^3 = 200(x^3 + 3x^2 + 3x + 1) \\ S &= 200x^3 + 600x^2 + 600x + 200 \end{aligned}$$

$S$  là đa thức bậc 3 theo biến  $x$ .

**Bài 7:** Thời gian bố đi từ nhà đến chợ là:  $\frac{320a^3}{40} = 8a^3$  (giờ).

$$\text{Vận tốc lúc bố về là: } 48b^3 - 40 + 40 = 48b^3 \text{ (km/h)}.$$

$$\text{Thời gian bố đi từ chợ về nhà là: } \frac{320a^3 - 158a^3}{48b^3} = \frac{27a^3}{8b^3} \text{ (giờ)}.$$

Thời gian về nhanh hơn thời gian đi là:

$$T = 8a^3 - \frac{27a^3}{8b^3} = (2a)^3 - \left(\frac{3a}{2b}\right)^3 = \left(2a - \frac{3a}{2b}\right) \left(4a^2 + 2a \cdot \frac{3a}{2b} + \frac{9a^2}{4b^2}\right) \text{ (giờ)}.$$

**Bài 8:** Số tiền mà Hiếu mua bút là:

$$(2a-1)(4a^2 - 4a + 1) = (2a-1)(2a-1)^2 = (2a-1)^3 \text{ (đồng)}.$$

Số tiền mà Hiếu mua vở là:

$$(1+3b)(1+6b+9b^2) = (1+3b)(1+3b)^2 = (1+3b)^3 \text{ (đồng)}.$$

Tổng số tiền mà Hiếu mua bút và vở là:

$$(2a-1)^3 + (3b+1)^3 = (2a-1+3b+1) \left[ (3b+1)^2 - (3b+1)(2a-1) + (2a-1)^2 \right]$$

$$= (2a + 3b)(4a^2 + 9b^2 + 9b - 6a - 6ab + 3) \text{ (đồng)}.$$

Số tiền Hiếu còn thừa là:

$$(2a + 3b)(4a^2 + 9b^2 + 9b - 6a - 6ab + 3)$$

$$+ 20000 - (2a + 3b)(4a^2 + 9b^2 + 9b - 6a - 6ab + 3) = 20000 \text{ (đồng)}.$$

Vậy Hiếu không mua hết số tiền mừng tuổi và thừa 20000 đồng.

### Bài 3 - PHÂN TÍCH ĐA THỨC THÀNH NHÂN TỬ

#### A. CÁC DẠNG TOÁN

##### Dạng 1:

#### TOÁN THỰC TẾ LIÊN QUAN ĐẾN PHÂN TÍCH ĐA THỨC THÀNH NHÂN TỬ.

##### Phương pháp:

- Đọc kỹ đề bài và hiểu rõ yêu cầu của đề. Xác định mục tiêu và ràng buộc của bài toán.
- Phân tích bài toán thực tế thành bài toán đại số. Xác định các điều kiện, thông số và mối quan hệ giữa chúng.
- Giải và kết luận đúng yêu cầu đề bài

##### \* Lưu ý:

- Diện tích mảnh đất hình chữ nhật = dài  $\times$  rộng.
- Diện tích mảnh đất hình vuông = cạnh  $\times$  cạnh.
- Diện tích nhà = diện tích mảnh đất - diện tích trồng cây

$$- x\% = \frac{x}{100}$$

- Lập ra đẳng thức rồi sử dụng phương pháp phân tích đa thức thành nhân tử để giải ra kết quả.

**Ví dụ:** Dân số tỉnh A năm ngoái là  $a$ , tỷ lệ gia tăng dân số là  $x\%$  thì dân số năm nay của tỉnh A là

$$a + a \cdot \frac{x}{100}.$$

$$\text{Dân số năm sau là } \left( a + a \cdot \frac{x}{100} \right) + \left( a + a \cdot \frac{x}{100} \right) \cdot \frac{x}{100}.$$

**Ví dụ 1:** Cho mảnh đất hình chữ nhật có chiều dài là  $x+1$  mét, chiều rộng là  $x$  mét. Người ta làm muốn quy hoạch một phần diện tích của mảnh đất bằng  $6x - 6 \text{ m}^2$  để trồng cây. Phần còn lại để làm nhà.

- Viết biểu thức tính  $S$  phần làm nhà của mảnh đất theo  $x$ .
- Phân tích  $S$  thành nhân tử rồi tính  $S$  khi  $x = 14$  (m).

##### Hướng dẫn giải

- Diện tích của mảnh đất là:  $x(x+1) = x^2 + x$ .

$$\text{Phần diện tích dùng để làm nhà là: } S = x^2 + x - (6x - 6) = x^2 - 5x + 6 \text{ (m}^2\text{)}.$$

- Có  $S = x^2 - 5x + 6 = x^2 - 2x - 3x + 6 = (x-2)(x-3)$ .

$$\text{Với } x = 14 \Rightarrow S = (14-2)(14-3) = 132 \text{ (m}^2\text{)}.$$

**Ví dụ 2:** Cho mảnh đất hình vuông có cạnh dài  $x+2$  mét. Người ta làm đường đi bao quanh rộng  $y-2$  mét.

- Viết biểu thức tính  $S$  phần diện tích làm đường đi của mảnh đất theo  $x$  và  $y$ .

b) Phân tích  $S$  thành nhân tử rồi tính  $S$  khi  $x = 20$  (m) và  $y = 5$  (m).

### Hướng dẫn giải

a) Diện tích mảnh đất là:  $(x+2)^2$  ( $m^2$ ).

Cạnh của mảnh đất còn lại là:  $x+2-2(y-2) = x-2y+6$  (m)

Diện tích mảnh đất còn lại là:  $(x-2y+6)^2$  ( $m^2$ )

$$\begin{aligned}\Rightarrow S &= (x+2)^2 - (x-2y+6)^2 = (x+x+2y-6)(x+2+x-2y+6) \\ &= (2y-4)(2x-2y+8)\end{aligned}$$

b) Có  $S = 4(y-2)(x-y+4)$ .

Với  $x = 20, y = 5 \Rightarrow S = 4(5-2)(20-5+4) = 228$  ( $m^2$ ).

### Dạng 2:

## XÂY DỰNG BÀI TOÁN PHỐI HỢP CÁC KIẾN THỨC HẾT VÀ PHÂN TÍCH ĐA THỨC THÀNH NHÂN TỬ

### Phương pháp:

+ Áp dụng các hằng đẳng thức linh hoạt. Sử dụng hằng đẳng thức xây dựng mối liên quan trong các bài toán thực tiễn.

+ Phối hợp các hằng đẳng thức giải quyết một số tình huống trong cuộc sống.

**Ví dụ 3:** Nhà bạn Thảo có một cái ao hình vuông, có lối đi xung quanh rộng 1,5 (m). Hãy viết đa thức biểu thị phần diện tích lối đi biết mỗi cạnh của ao là  $x$  (m).

### Hướng dẫn giải

Diện tích mặt ao là  $x^2$  ( $m^2$ )

Diện tích gồm cả mặt ao và lối đi là  $(x+1,5 \cdot 2)^2 = (x+3)^2 = x^2 + 6x + 9$  ( $m^2$ )

Diện tích lối đi là  $(x+3)^2 - (x)^2 = x^2 + 6x + 9 - x^2 = 6x + 9$  ( $m^2$ ).

Vậy diện tích cần tìm là:  $6x + 9$  ( $m^2$ ).

**Ví dụ 4:** Một bức tường hình chữ nhật có kích thước lần lượt là  $x + y$  và  $x - y$  ( $x > y$ ).

a) Viết công thức tính diện tích bức tường theo  $x$  và  $y$ ?

b) Áp dụng tính diện tích mặt tường biết  $x = 3,5$  mét,  $y = 1,5$  mét.

### Hướng dẫn giải

a) Công thức tính diện tích bức tường hình chữ nhật là:

$$S = (x+y)(x-y) = x^2 - y^2.$$

b) Áp dụng tính diện tích mặt tường biết  $x = 3,5$  mét,  $y = 1,5$  mét.

$$S = 3,5^2 - 1,5^2 = 10 \text{ m}^2.$$

## B. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

**Bài 1:** Cho mảnh đất hình chữ nhật có chiều dài là  $x$  mét, chiều rộng là  $x - 2$  mét. Người ta muốn làm quy hoạch một phần diện tích của mảnh đất bằng  $6x - 15 \text{ m}^2$  để trồng cây. Phần còn lại để làm nhà.

- Viết biểu thức tính  $S$  phần làm nhà của mảnh đất theo  $x$ .
- Phân tích  $S$  thành nhân tử rồi tính  $S$  khi  $x = 10$  (m).

**Bài 2:** Cho mảnh đất hình vuông có cạnh dài  $x$  mét. Người ta làm đường đi xung quanh mảnh đất rộng  $y$  mét.

- Viết biểu thức tính  $S$  phần diện tích làm đường đi của mảnh đất theo  $x$  và  $y$ .
- Phân tích  $S$  thành nhân tử rồi tính  $S$  khi  $x = 9$  (m) và  $y = 1$  (m).

**Bài 3:** Nhà bạn Hà có mảnh vườn hình vuông dùng trồng hoa, có lối đi xung quanh rộng  $x$  (m). Hãy viết đa thức biểu thị phần diện tích có lối đi biết mỗi cạnh của phần trồng hoa là  $2y$  (m).

**Bài 4:** Một căn phòng hình chữ nhật có kích thước nền nhà lần lượt là  $3x + y$  và  $3x - y$ .

- Viết công thức tính diện tích nền theo  $x$  và  $y$ ?
- Áp dụng tính diện tích mặt tường biết  $x = 2$  (mét),  $y = 1$  (mét).

**Bài 5:** Một khối gỗ dạng hình lập phương có cạnh  $x + 3$ . Người ta cắt đi một phần gỗ có dạng hình lập phương có cạnh bằng cạnh  $x - 3$  ( $x > 3$ ).

- Viết biểu thức tính thể tích khối gỗ ban đầu.
- Viết biểu thức tính thể tích phần khối gỗ còn lại dưới dạng tích.
- Tính thể tích khối gỗ còn lại biết  $x = 25$  cm.

**Bài 6:** Một khối hình lập phương có cạnh  $2x + 3$ . Người ta cắt đi một phần gỗ có dạng hình lập phương có cạnh bằng  $x - 3$  ( $x > 3$ ).

- Tính thể tích khối gỗ còn lại.
- Viết biểu thức tính thể tích phần khối gỗ còn lại dưới dạng đa thức.

**Bài 7:** Một bể cá có dạng hình lập phương có cạnh là  $x$  (dm). Người ta đặt trong bể một viên đá có hình lập phương cạnh 2 (dm). Hỏi cần bơm bao nhiêu lít nước để bể đầy?

**Bài 8:** Một cái thùng hình lập phương có cạnh  $x + 2$  (m). Thùng chứa đầy nước. Người ta bỏ vào thùng một khối sắt hình lập phương có cạnh  $y$  (m) (với  $x > y$ ), thì nước trong thùng trào ra.

- Viết công thức biểu thị lượng nước trong thùng trào ra.
- Sau đó người ta lấy khối sắt ra, thì lượng nước trong thùng còn lại bao nhiêu?
- Nếu cạnh của thùng là 1m, cạnh của khối sắt là 20cm thì sau khi thả khối sắt vào rồi lấy ra, trong thùng còn bao nhiêu lít nước?

**Bài 9:** Sân nhà bác Nga có mảnh sân hình chữ nhật có các kích thước là  $x - 5$  (m) và  $x + 5$  (m). Bác muốn quy hoạch một mảnh hình vuông để xây bồn trồng hoa có cạnh là  $x - 5$  (m) (với  $x > 5$ ).

- a) Viết biểu thức biểu thị diện tích phần miếng sân còn lại.  
 b) Tính diện tích phần miếng sân còn lại, biết  $x = 15$  m.

### C. HƯỚNG DẪN GIẢI

#### Bài 1:

a) Diện tích của mảnh đất là:  $x(x - 2) = x^2 - 2x$ .

Phần diện tích dùng để làm nhà là:  $S = x^2 - 2x - (6x - 15) = x^2 - 8x + 15$  (m<sup>2</sup>).

b) Có  $S = x^2 - 8x + 15 = x^2 - 3x - 5x + 15 = (x - 3)(x - 5)$ .

Với  $x = 10 \Rightarrow S = (10 - 3)(10 - 5) = 35$  (m<sup>2</sup>).

#### Bài 2:

a) Diện tích của mảnh đất là:  $x^2$  (m<sup>2</sup>).

Cạnh của mảnh đất còn lại là:  $x - 2y$  (m).

Diện tích mảnh đất còn lại là:  $(x - 2y)^2$  (m<sup>2</sup>).

$\Rightarrow S = x^2 - (x - 2y)^2 = x^2 - x^2 + 4xy - 4y^2 = 4xy - 4y^2$

b) Có  $S = 4xy - 4y^2 = 4y(x - y)$ . Với  $x = 9, y = 1 \Rightarrow S = 4 \cdot 1 \cdot (9 - 1) = 32$  (m<sup>2</sup>).

**Bài 3:** Diện tích phần trồng hoa là  $(2y)^2 = 4y^2$  (m<sup>2</sup>).

Diện tích gồm cả phần trồng hoa và lối đi xung quanh là:

$(2y + 2x)^2 = 4y^2 + 8xy + 4x^2$  (m<sup>2</sup>).

Diện tích lối đi là  $(2y + 2x)^2 - (2y)^2 = 4y^2 + 8xy + 4x^2 - 4y^2 = 8xy + 4x^2$  (m<sup>2</sup>).

#### Bài 4:

a) Công thức tính diện tích nền hình chữ nhật là:

$S = (3x + y)(3x - y) = 9x^2 - y^2$

b) Áp dụng tính diện tích nền nhà biết  $x = 2$  mét,  $y = 1,5$  mét.

$S = 9 \cdot 2^2 - 1,5^2 = 33,75$  m<sup>2</sup>.

#### Bài 5:

a) Thể tích khối gỗ hình lập phương ban đầu là:  $(x + 3)^3$  cm<sup>3</sup>.

b) Thể tích khối gỗ hình lập phương bị cắt đi là:  $(x - 3)^3$  cm<sup>3</sup>.

Thể tích phần gỗ còn lại là:

$(x + 3)^3 - (x - 3)^3 = x^3 + 9x^2 + 27x + 27 - (x^3 - 9x^2 + 27x - 27) = 18x^2 + 54 = 18(x^2 + 3)$  cm<sup>3</sup>.

c) Với  $x = 30$  thì thể tích khối gỗ còn lại là:  $18(30^2 + 3) = 16363$  cm<sup>3</sup>.

#### Bài 6:

a) Thể tích khối hình lập phương ban đầu là:  $(2x + 3)^3$ .

Thể tích khối gỗ hình lập phương bị cắt đi là:  $(x - 3)^3$ .

Thể tích phần gỗ còn lại là:  $(2x + 3)^3 - (x - 3)^3$ .

b) Viết biểu thức tính thể tích phần khối gỗ còn lại dưới dạng đa thức:

$$(2x + 3)^3 - (x - 3)^3 = 8x^3 + 36x^2 + 54x + 27 - (x^3 - 9x^2 + 27x - 27) = 7x^3 + 27x^2 + 27x \text{ cm}^3.$$

**Bài 7:** Thể tích bể cá hình lập phương là:  $x^3$ .

Thể tích viên đá hình lập phương là:  $2^3 = 8$ .

Thể tích nước cần bơm vào để đầy bể là:  $x^3 - 2^3 = (x - 2)(x^2 + 2x + 4)$ .

**Bài 8:**

a) Thể tích của khối sắt là:  $y^3$  ( $\text{m}^3$ ).

Lượng nước trong thùng trào ra chính bằng thể tích khối sắt đưa vào và bằng  $y^3$  ( $\text{m}^3$ ).

b) Thể tích của cái thùng là:  $(x + 2)^3$  ( $\text{m}^3$ ).

Sau khi lấy khối sắt ra, lượng nước trong thùng còn lại là:

$$(x + 2)^3 - y^3 = (x + 2 - y)(x^2 + 4x + 4 + xy + y^2) \text{ (m}^3\text{)}.$$

c) Với  $x = 1$  (m);  $y = 0,2$  (m), lượng nước trong thùng còn lại là:  $1^3 - 0,2^3 = 0,992$  ( $\text{m}^3$ ).

**Bài 9:**

a) Diện tích ban đầu của sân là:  $(x + 5)(x - 5)$  ( $\text{m}^2$ ).

Diện tích phần trồng hoa là:  $(x - 5)^2$  ( $\text{m}^2$ ).

Phần diện tích sân còn lại là:

$$(x + 5)(x - 5) - (x - 5)^2 = (x - 5)(x + 5 - x + 5) = 10(x - 5) \text{ (m}^2\text{)}.$$

b) Diện tích phần miếng sân còn lại:  $10(15 - 5) = 100$  ( $\text{m}^2$ ).

## BÀI 4 - PHÂN THỨC ĐẠI SỐ

### A. CÁC DẠNG TOÁN

#### Dạng 1:

### BÀI TOÁN THỰC TẾ ÁP DỤNG CÁC TÍNH CHẤT CỦA PHÂN THỨC ĐẠI SỐ

#### Phương pháp:

Tìm mối liên hệ giữa các đại lượng rồi viết phân thức biểu thị theo đề bài yêu cầu.

Xác định thành phần đã biết để tính đại lượng chưa biết theo yêu cầu đề bài.

**Ví dụ 1:** Một ca-nô xuôi dòng từ bến A đến bến B mất 5 giờ và ngược dòng từ bến B về bến A mất 7 giờ. Tính quãng đường từ bến A đến bến B.

- Gọi  $x$  (km) là chiều dài quãng đường từ bến A đến bến B ( $x > 0$ ). Hãy viết phân thức biểu thị vận tốc xuôi dòng và ngược dòng của ca nô.
- Tính vận tốc xuôi dòng của ca nô khi biết quãng đường AB dài 70 km.

#### Lời giải

- Gọi  $x$  (km) là chiều dài quãng đường từ bến A đến bến B ( $x > 0$ ).

Vận tốc ca-nô khi xuôi dòng từ bến A đến bến B là:  $\frac{x}{5}$  (km/h).

Vận tốc ca-nô khi ngược dòng từ bến B về bến A là:  $\frac{x}{7}$  (km/h).

- Vận tốc xuôi dòng của ca nô khi biết quãng đường AB dài 70 (km) là:

$$\frac{70}{5} = 14 \text{ (km/h)}.$$

**Ví dụ 2:** Một đoàn xe vận tải nhận chuyên chở 15 tấn hàng. Khi sắp khởi hành thì 1 xe phải điều đi làm công việc khác. Gọi số xe thực tế chở hàng là  $x$  (xe), ( $x \in \mathbb{N}^*$ ).

- Hãy viết phân thức biểu thị số tấn hàng mỗi xe phải chở theo kế hoạch.
- Hãy viết phân thức biểu thị số tấn hàng thực tế mỗi xe phải chở.
- Tính số tấn hàng mỗi xe phải chở theo kế hoạch, biết rằng thực tế đoàn xe có tất cả 5 xe chở hàng.

#### Lời giải

- Gọi số xe thực tế chở hàng là  $x$  (xe), ( $x \in \mathbb{N}^*$ ).

Số xe dự định chở hàng là  $x+1$  (xe).

Theo kế hoạch mỗi xe phải chở số tấn là:  $\frac{15}{x+1}$  (tấn).

- Thực tế mỗi xe phải chở số tấn là:  $\frac{15}{x}$  (tấn).

c) Số tấn hàng mỗi xe phải chở theo kế hoạch là:  $\frac{15}{5+1} = \frac{15}{6} = 2,5$  (tấn).

### **Dạng 2:**

## **BÀI TOÁN THỰC TẾ ÁP DỤNG PHÉP CỘNG, TRỪ PHÂN THỨC ĐẠI SỐ**

### **Phương pháp:**

Vận dụng các kiến thức về phép cộng, phép trừ phân thức

**Ví dụ 3:** Một ô tô đi từ A đến B với vận tốc 50 km/h, rồi đi từ B về A với vận tốc lớn hơn vận tốc lúc đi là 10 km/h với quãng đường AB là  $x$  km.

- Viết phân thức biểu thị theo  $x$  thời gian đi từ A đến B.
- Viết phân thức biểu thị theo  $x$  thời gian đi từ B đến A.
- Tính hiệu thời gian đi từ A về B và thời gian đi từ B đến A theo  $x$ .
- Tính tổng thời gian cả đi lẫn về của ô tô theo  $x$ .

### **Lời giải**

- Thời gian ô tô đi từ A đến B là:  $\frac{x}{50}$  (giờ).
- Thời gian ô tô đi từ B đến A là:  $\frac{x}{60}$  (giờ).
- Tính hiệu thời gian đi từ B về A và thời gian đi từ A đến B theo  $x$  là:

$$\frac{x}{50} - \frac{x}{60} = \frac{6x - 5x}{300} = \frac{x}{300} \text{ (giờ)}.$$

**Ví dụ 4:** Một đoàn tàu chở khách đi một quãng đường 500 km trong đó 50 km đường qua thành phố và 450 km đường qua vùng rừng núi. Biết vận tốc tàu chạy qua thành phố kém 3 km/h so với tốc độ tàu chạy qua vùng rừng núi. Gọi  $x$  km/h là vận tốc chạy qua vùng rừng núi ( $x > 30$ ).

- Viết phân thức biểu thị theo  $x$  thời gian tàu chạy quãng đường trong thành phố.
- Viết phân thức biểu thị theo  $x$  thời gian tàu chạy quãng đường qua vùng rừng núi.
- Tính thời gian tàu chạy trên cả quãng đường theo  $x$ .
- Áp dụng tính với  $x = 60$  km/h.

### **Lời giải**

- Thời gian tàu chạy trên quãng đường qua thành phố là:  $\frac{50}{x-3}$  (giờ).
- Thời gian tàu chạy trên quãng đường qua vùng rừng núi là:  $\frac{450}{x}$  (giờ).
- Thời gian tàu chạy trên cả quãng đường là:

$$\frac{450}{x} + \frac{50}{x-3} = \frac{450(x-3) + 50x}{x(x-3)} = \frac{450x - 13500 + 50x}{x(x-3)} = \frac{500x - 13500}{x(x-3)} \text{ (giờ)}.$$

d) Với  $x = 60$  km/h. Thời gian tàu chạy trên cả quãng đường là:

$$\frac{500.50 - 13500}{50(50 - 30)} = \frac{25000 - 13500}{50.20} = \frac{11500}{1000} = 11,5 \text{ (giờ)}.$$

**Dạng 3:**

**VIẾT BIỂU THỨC ĐẠI SỐ BIỂU DIỄN MỐI QUAN HỆ GIỮA  
CÁC DỮ LIỆU THỰC TẾ CÓ ÁP DỤNG PHÉP NHÂN VÀ  
PHÉP CHIA PHÂN THỨC ĐẠI SỐ**

**Phương pháp:**

Để viết phân thức đại số biểu diễn mối quan hệ giữa các dữ liệu thực tế có áp dụng phép nhân phép chia phân thức đại số, ta sử dụng một số kiến thức sau:

1. Công thức tính chu vi, diện tích các hình (tích hợp hình học).

Chu vi hình chữ nhật:  $C = 2(a + b)$  ( $a$ : chiều dài;  $b$ : chiều rộng).

Diện tích hình chữ nhật:  $S = ab$  ( $a$ : chiều dài;  $b$ : chiều rộng).

Chu vi hình vuông:  $C = 4a$  ( $a$  là độ dài cạnh).

Diện tích hình vuông:  $S = a^2$  ( $a$  là độ dài cạnh).

Diện tích hình bình hành:  $S = ah$  ( $h$ : chiều cao,  $a$ : cạnh tương ứng).

Diện tích hình tam giác:  $S = \frac{1}{2}ah$  ( $h$ : chiều cao,  $a$ : cạnh tương ứng).

2. Nếu gọi quãng đường là  $S$ , vận tốc là  $v$ , thời gian là  $t$  thì  $S = v.t$ ;  $v = \frac{S}{t}$ ;  $t = \frac{S}{v}$ .

**Lưu ý:** Chuyển động dòng nước có sự tác động của dòng nước

Gọi vận tốc thực của ca nô là  $x$ ; vận tốc dòng nước là  $y$  (Điều kiện  $x > y$ )

Vận tốc ca nô xuôi dòng nước là  $x + y$

Vận tốc ca nô ngược dòng nước là  $x - y$ .

3. Bài toán dự định, kế hoạch

Coi khối lượng công việc là đơn vị quy ước.

Năng suất bằng tỉ số giữa khối lượng công việc và thời gian hoàn thành công việc.

**Ví dụ 5:** Một ô tô chạy với vận tốc trung bình là  $x$  (km/h).

a) Viết biểu thức biểu thị thời gian (tính bằng giờ) ô tô chạy hết quãng đường 160 km.

b) Tính thời gian ô tô đi được 160 km trong trường hợp vận tốc trung bình của ô tô là 80 (km/h).

**Lời giải**

a) Biểu thức biểu thị thời gian (tính bằng giờ) ô tô chạy hết quãng đường 160 km với vận tốc trung

bình là  $x$  (km/h) là  $\frac{160}{x}$  (giờ).

b) Trong trường hợp vận tốc trung bình của ô tô là 80 (km/h) thì thời gian ô tô đi được 160 km là  $\frac{160}{80} = 2$  (giờ).

**Ví dụ 6:** Mai đạp xe từ nhà tới câu lạc bộ nấu ăn có quãng đường dài 10km với vận tốc  $x$  (km/h). Lướt về thuận chiều gió nên tốc độ nhanh hơn lướt đi là 2 km/h.

a) Viết biểu thức  $T$  biểu thị thời gian Mai đi từ câu lạc bộ nấu ăn về đến nhà.

b) Tính thời gian Mai đi từ câu lạc bộ nấu ăn về đến nhà biết  $x = 10$ .

### Lời giải

a) Vận tốc Mai đi từ câu lạc bộ nấu ăn về đến nhà là  $x + 2$  (km/h).

Vậy biểu thức  $T$  biểu thị thời gian Mai đi từ câu lạc bộ nấu ăn về đến nhà là  $T = \frac{10}{x+2}$  (giờ).

b) Vì  $x = 10$  nên vận tốc Mai đi từ câu lạc bộ nấu ăn về đến nhà là  $10 + 2 = 12$  (km/h).

Do đó thời gian Mai đi từ câu lạc bộ nấu ăn về đến nhà là  $\frac{10}{12} = \frac{5}{6}$  (giờ).

## B. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

**Bài 1:** Hai bên sông A và B cách nhau 40 km. Cùng một lúc với ca nô xuôi dòng từ bên A, có một chiếc bè trôi từ bên A với vận tốc 3 km/h. Sau khi đến B, ca nô trở về bên A ngay và gặp bè khi bè đã trôi được 8 km.

a) Gọi vận tốc của ca nô là  $x$  (đơn vị: km/h; điều kiện:  $x > 3$ ). Viết phân thức biểu thị thời gian xuôi dòng của ca nô.

b) Viết phân thức biểu thị thời gian ngược dòng của ca nô.

**Bài 2:** Một đội thợ mỏ lập kế hoạch khai thác than, theo kế hoạch đội thợ phải khai thác được 900 tấn than. Khi thực hiện, mỗi ngày đội khai thác nhiều hơn kế hoạch 20 tấn than. Do đó, đội không những đã hoàn thành kế hoạch trước một ngày mà còn vượt mức 60 tấn than.

a) Gọi số tấn than đội thợ phải khai thác mỗi ngày theo kế hoạch là  $x$  (tấn) ( $x \in \mathbb{N}^*$ ). Viết phân thức biểu thị thời gian đội khai thác than theo kế hoạch.

b) Viết biểu thức biểu thị thời gian thực tế đội khai thác than.

**Bài 3:** Một chiếc khăn trải bàn hình chữ nhật có diện tích khăn trải bàn là 675 dm<sup>2</sup>.

a) Gọi chiều rộng của chiếc khăn trải bàn là  $x$  (dm) ( $x > 0$ ). Hãy viết phân thức biểu thị chiều dài của chiếc khăn trải bàn.

b) Tính chiều dài của chiếc khăn trải bàn biết rằng chiều rộng của chiếc khăn trải bàn là 15 dm.

**Bài 4:** Để hưởng ứng phong trào Tết trồng cây, chi đoàn thanh niên của một trường THCS dự định trồng 120 cây xanh. Khi bắt đầu thực hiện, chi đoàn được tăng cường thêm 3 đoàn viên. Gọi  $x$  là số đoàn viên ban đầu của chi đoàn và giả sử số cây mỗi đoàn viên trồng là như nhau. Viết phân thức biểu thị theo  $x$ :

- a) Số cây mỗi đoàn viên trồng theo dự định.
- b) Số cây mỗi đoàn viên trồng theo thực tế.
- c) Số cây mỗi đoàn viên trồng theo dự định nhiều hơn số cây mỗi đoàn viên trồng trên thực tế.
- d) Áp dụng tính với  $x = 12$ .

**Bài 5:** Một mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích là  $2x^2 + 17x + 21$  (m<sup>2</sup>) và độ dài một cạnh là  $2x + 3$  (m). Viết phân thức theo  $x$  biểu diễn độ dài cạnh còn lại và rút gọn phân thức này.

**Bài 6:** Một hàng rào được dựng bao quanh một mảnh đất hình chữ nhật có diện tích 90 m<sup>2</sup>. Gọi  $y$  (m) là độ dài một cạnh của hàng rào.

- a) Viết một biểu thức theo  $y$  biểu diễn độ dài cạnh còn lại của hàng rào hình chữ nhật đó.
- b) Tính chu vi của mảnh đất hình chữ nhật đó khi  $y = 5$  m.

**Bài 7:** Trong năm 2010, một tiệm bánh mì bán một loại bánh mì với giá  $a$  nghìn đồng một chiếc. Trong năm 2023, giá một chiếc bánh đó tăng thêm 4 nghìn đồng so với năm 2010. Một người đã dùng 600 nghìn đồng để mua loại bánh mì đó trong mỗi năm 2010 và 2023.

- a) Viết hai phân thức lần lượt biểu diễn số bánh mì người này mua được vào năm 2010 và năm 2023.
- b) Chứng minh rằng số bánh mì người này mua được vào năm 2010 gấp  $\frac{a+4}{a}$  lần so với năm 2023.
- c) Nếu  $a = 8$ , thì số bánh mì người này mua được vào năm 2010 gấp bao nhiêu lần so với năm 2023?

### C. HƯỚNG DẪN GIẢI

#### Bài 1:

- a) Gọi vận tốc của ca nô là  $x$  (đơn vị: km/h; điều kiện:  $x > 3$ ).

Vận tốc của dòng nước là 3 (km/h).

Vận tốc ca nô xuôi dòng là:  $x + 3$  (km/h).

Thời gian ca nô xuôi dòng là:  $\frac{40}{x+3}$  (giờ).

- b) Vận tốc ca nô ngược dòng là:  $x - 3$  (km/h).

Quãng đường ca nô ngược dòng là:  $40 - 8 = 32$  (km).

Thời gian ca nô ngược dòng là:  $\frac{32}{x-3}$  (giờ).

#### Bài 2:

- a) Gọi số tấn than đội thợ phải khai thác mỗi ngày theo kế hoạch là  $x$  (tấn) ( $x \in \mathbb{N}^*$ ).

Thời gian đội khai thác than theo kế hoạch là:  $\frac{900}{x}$  (ngày).

- b) Số tấn than đội thợ phải khai thác mỗi ngày theo thực tế là  $x + 20$  (tấn).

Thời gian thực tế đội khai thác than là:  $\frac{960}{x+20}$  (ngày).

**Bài 3:**

a) Gọi chiều rộng của chiếc khăn trải bàn  $x$  (dm) ( $x > 0$ ).

Chiều dài của chiếc khăn trải bàn là:  $\frac{675}{x}$  (dm).

b) Chiều dài của chiếc khăn trải bàn là:  $\frac{675}{15} = 45$  (dm).

**Bài 4:**

a) Số cây mỗi đoàn viên trồng theo dự định là:  $\frac{120}{x}$  (cây).

b) Số cây mỗi đoàn viên trồng trên thực tế là:  $\frac{120}{x+3}$  (cây).

c) Số cây mỗi đoàn viên trồng theo dự định nhiều hơn số cây mỗi đoàn viên trồng trên thực tế là:

$$\frac{120}{x} - \frac{120}{x+3} = \frac{120(x-3) - 120x}{x(x+3)} = \frac{120x - 360 - 120x}{x(x+3)} = \frac{360}{x(x+3)} \text{ (cây).}$$

d) Với  $x = 12$  ta có số cây mỗi đoàn viên trồng theo dự định nhiều hơn số cây mỗi đoàn viên trồng

trên thực tế là:  $\frac{360}{12(12+3)} = \frac{360}{12 \cdot 15} = 2$  (cây).

**Bài 5:**

Độ dài cạnh còn lại của mảnh vườn hình chữ nhật là  $\frac{2x^2 + 17x + 21}{2x + 3}$  (m).

Ta có:  $\frac{2x^2 + 17x + 21}{2x + 3} = \frac{(2x + 3)(x + 7)}{2x + 3} = x + 7$ .

Vậy phân thức biểu diễn độ dài cạnh còn lại của mảnh vườn hình chữ nhật là  $x + 7$  (m).

**Bài 6:**

a) Độ dài cạnh còn lại của hàng rào hình chữ nhật là  $\frac{90}{y}$  (m).

Vậy biểu thức theo  $y$  biểu diễn độ dài cạnh còn lại của hàng rào hình chữ nhật là  $\frac{90}{y}$  (m).

b) Biểu thức biểu diễn chu vi của mảnh đất hình chữ nhật đó là:  $2\left(y + \frac{90}{y}\right)$  (m).

Giá trị của biểu thức  $2\left(y + \frac{90}{y}\right)$  tại  $y = 5$  là  $2\left(5 + \frac{90}{5}\right) = 46$  (m).

Vậy khi  $y = 5$  (m) thì chu vi của mảnh đất hình chữ nhật đó là 46 (m).

**Bài 7:**

a) Phân thức biểu diễn số bánh mì người này mua được vào năm 2010 là  $\frac{600}{a}$  (chiếc). Giá của chiếc bánh mì đó trong năm 2023 là  $a + 4$  (nghìn đồng).

Phân thức biểu diễn số bánh mì người này mua được vào năm 2023 là  $\frac{600}{a+4}$  (chiếc).

b) Ta có:  $\frac{600}{a} : \frac{600}{a+4} = \frac{600}{a} \cdot \frac{a+4}{600} = \frac{a+4}{a}$ .

Vậy số bánh mì người này mua được vào năm 2010 gấp  $\frac{a+4}{a}$  lần so với năm 2023.

c) Giá trị của phân thức  $\frac{a+4}{a}$  tại  $a = 8$  là  $\frac{8+4}{8} = 1,5$ .

Vậy nếu  $a = 8$  thì số bánh mì người này mua được vào năm 2010 gấp 1,5 lần so với năm 2023.

## Chương 2 - CÁC HÌNH KHỐI TRONG THỰC TIỄN

### A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

#### 1. Diện tích xung quanh của hình chóp tam giác đều, hình chóp tứ giác đều

Diện tích xung quanh của hình chóp tam giác đều (hình chóp tứ giác đều) bằng tổng diện tích của các mặt bên.

Diện tích xung quanh của hình chóp tam giác đều (hình chóp tứ giác đều) bằng chu vi đáy nhân với trung đoạn.

$$S_{xq} = \frac{1}{2} \cdot P_{\text{đáy}} \cdot d$$

( $S_{xq}$  là diện tích xung quanh,  $P_{\text{đáy}}$  là chu vi đáy và  $d$  là trung đoạn).

#### 2. Diện tích toàn phần của hình chóp tam giác đều, hình chóp tứ giác đều

Diện tích toàn phần của hình chóp tam giác đều (hình chóp tứ giác đều) bằng tổng của diện tích xung quanh và diện tích đáy.

$$S_{tp} = S_{xq} + S_{\text{đáy}}$$

( $S_{tp}$  là diện tích toàn phần,  $S_{xq}$  là diện tích xung quanh,  $S_{\text{đáy}}$  là diện tích đáy).

#### 3. Thể tích của hình chóp tam giác đều, hình chóp tứ giác đều

Thể tích hình chóp tam giác đều (hình chóp tứ giác đều) bằng  $\frac{1}{3}$  diện tích đáy nhân với chiều cao.

$$V = \frac{1}{3} \cdot S_{\text{đáy}} \cdot h$$

( $V$  là thể tích,  $S_{\text{đáy}}$  là diện tích đáy và  $h$  là chiều cao).

### B. CÁC DẠNG TOÁN

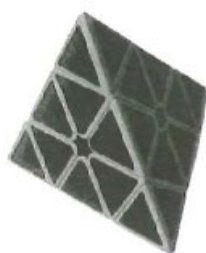
#### Dạng 1:

#### NHỮNG HÌNH KHỐI, ĐỒ VẬT CÓ HÌNH DẠNG HÌNH CHÓP ĐỀU.

##### Phương pháp:

Quan sát hình vẽ và trả lời câu hỏi.

**Ví dụ 1:** Trong các hình dưới đây, hình nào là hình chóp tam giác đều?



Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

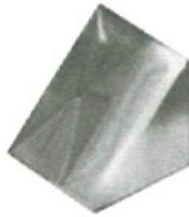
### Hướng dẫn giải

Hình 1 là hình chóp tứ giác đều.

**Ví dụ 2:** Trong các hình dưới đây, hình nào là hình chóp tứ giác đều?



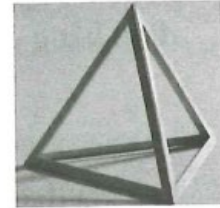
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

### Hướng dẫn giải

Hình 3 là hình chóp tứ giác đều.

### Dạng 2:

## TÍNH DIỆN TÍCH XUNG QUANH, DIỆN TÍCH TOÀN PHẦN VÀ THỂ TÍCH CỦA CÁC HÌNH KHỐI, ĐỒ VẬT, CÔNG TRÌNH KIẾN TRÚC CÓ DẠNG HÌNH CHÓP ĐỀU

### Phương pháp:

Sử dụng các công thức tính diện tích xung quanh, diện tích toàn phần và thể tích của hình chóp đều.

**Ví dụ 3:** Hình ảnh bên là một cái lều cắm trại bằng vải bạt có dạng hình chóp tứ giác đều với độ dài cạnh đáy là 3 m, chiều cao của cái lều trại là 5 m. Tính thể tích khoảng không bên trong lều.



### Hướng dẫn giải:

Thể tích khoảng không bên trong lều là  $\frac{1}{3} \cdot 3^2 \cdot 5 = 15 \text{ m}^3$ .

**Ví dụ 4:** Một túi quà có dạng hình chóp tứ giác đều (hình vẽ bên) có độ dài cạnh đáy là 20 cm và độ dài trung đoạn bằng 33 cm. Tính diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của túi quà đó.

### Hướng dẫn giải:

Chu vi đáy của túi quà là  $P_{\text{đáy}} = 20 \cdot 4 = 80 \text{ cm}$ .

Diện tích xung quanh của túi quà là  $S_{xq} = \frac{1}{2} \cdot 80 \cdot 33 = 1320 \text{ cm}^2$ .

Diện tích đáy của túi quà là  $S_{\text{đáy}} = 20^2 = 400 \text{ cm}^2$ .



Diện tích toàn phần của túi quà là  $S_{tp} = S_{xq} + S_{đáy} = 1320 + 400 = 1720 \text{ cm}^2$ .

**Ví dụ 5:** Phan Xi Păng, Fansipan, hay Phan Si Păng là ngọn núi cao nhất Việt Nam, cũng là cao nhất trong ba nước Đông Dương nên được mệnh danh là “Nóc nhà Đông Dương” (3.143 m). Núi thuộc dãy núi Hoàng Liên Sơn, cách thị trấn Sa Pa khoảng 9 km về phía tây nam, nằm giáp hai tỉnh Lào Cai và Lai Châu thuộc vùng Tây Bắc Việt Nam. Theo tiếng địa phương, núi có tên là “Hủa Xi Pan” và có nghĩa là phiến đá không lồ chênh vênh. Trên đỉnh núi, người ta đặt "cột mốc đỉnh cao" là hình chóp đều có đáy là tam giác đều cạnh 60 cm và chiều cao mặt bên của cột mốc là 90 cm, làm bằng inox dày 3 mm và nặng 27 kg. Chân đế có bắt vít. Trên ba mặt của cột mốc được khắc chìm biểu tượng quốc kỳ Việt Nam và dòng chữ lớn FANSIPAN 3.143m.



- Tính diện tích xung quanh của cột mốc.
- Tính số tiền mua vật liệu inox để làm “cột mốc đỉnh cao” này. Biết rằng 1 m<sup>2</sup> tấm inox có giá 1.760.000 đồng.

**Hướng dẫn giải:**

a) Diện tích xung quanh của cột mốc là  $S_{xq} = 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot 60 \cdot 90 = 8100 \text{ cm}^2$ .

b) Số tiền mua vật liệu inox là  $\frac{8100}{10000} \cdot 1760000 = 1425600$  đồng.

**Dạng 3:**

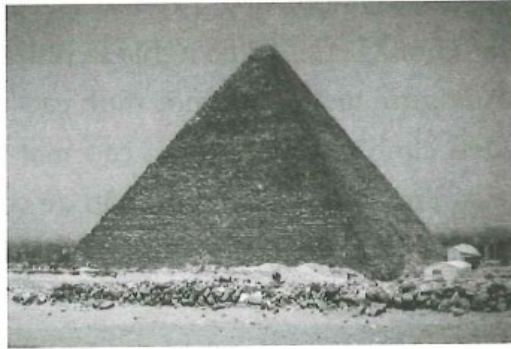
**TÍNH ĐỘ DÀI CẠNH ĐÁY, CHIỀU CAO CỦA MẶT BÊN VÀ  
CHIỀU CAO CỦA CÁC ĐỒ VẬT, HÌNH KHỐI  
CÓ DẠNG HÌNH CHÓP ĐỀU.**

**Phương pháp:**

Sử dụng các công thức tính diện tích xung quanh, diện tích toàn phần và thể tích của hình chóp đều.

**Ví dụ 6:** Kim tự tháp Kheops - Ai Cập có dạng hình chóp tứ giác đều như hình vẽ bên. Thể tích của kim tự tháp là 2.433.400 m<sup>3</sup>, cạnh đáy của nó dài 230 m và chiều cao của mặt bên là 180 m.

- a) Tính chiều cao của kim tự tháp.  
 b) Tính diện tích xung quanh của kim tự tháp.



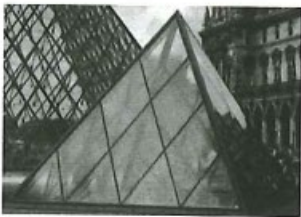
**Hướng dẫn giải:**

a) Chiều cao của kim tự tháp là:  $h = \frac{3V}{S_{\text{đáy}}} = \frac{3.2433400}{230^2} = 138 \text{ m.}$

b) Diện tích xung quanh của kim tự tháp là:  $S_{xq} = \frac{1}{2}.230.4.180 = 82800 \text{ m}^2.$

**C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN**

**Bài 1:** Trong các hình dưới đây, hình nào là hình chóp tam giác đều, hình chóp tứ giác đều?



Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

**Bài 2:** Một khối pha lê có dạng hình chóp tứ giác đều (như hình vẽ) với độ dài cạnh đáy bằng 12cm và thể tích bằng 432cm<sup>3</sup>. Tính chiều cao của khối pha lê đó.

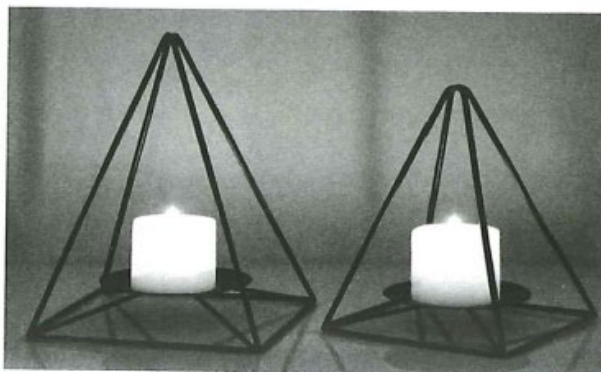


**Bài 3:** Một khối rubik có dạng hình chóp tam giác đều (các mặt bên và đáy của khối rubik là các tam giác đều bằng nhau), có chu vi đáy bằng 12cm, đường cao của mặt bên hình chóp là 5,13cm.

a) Tính diện tích xung quanh, diện tích toàn phần của khối rubik đó.

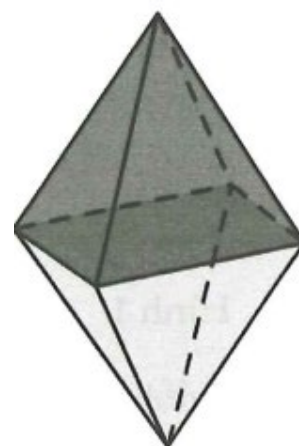
b) Biết chiều cao của khối rubik là 5cm. Tính thể tích của khối rubik đó.

**Bài 4:** Một giá đèn cây có dạng hình chóp tứ giác đều như hình bên có độ dài cạnh đáy là 12cm; chiều cao của giá đèn cây là 18cm. Mặt bên của giá đèn cây là các tam giác cân có chiều cao là 20cm. Tính diện tích xung quanh và thể tích của giá đèn cây với kích thước như trên.



**Bài 5:** Bạn Hà làm một cái lồng đèn hình quả trám (hình vẽ bên), là hình ghép từ hai hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy 20 cm, cạnh bên 32 cm, và khoảng cách giữa hai đỉnh của hai hình chóp là 30 cm.

- Tính thể tích của lồng đèn.
- Bạn Hà muốn làm 50 cái lồng đèn hình quả trám này, cần phải chuẩn bị bao nhiêu mét thanh tre? Biết rằng các mối nối giữa các thanh tre có độ dài không đáng kể.



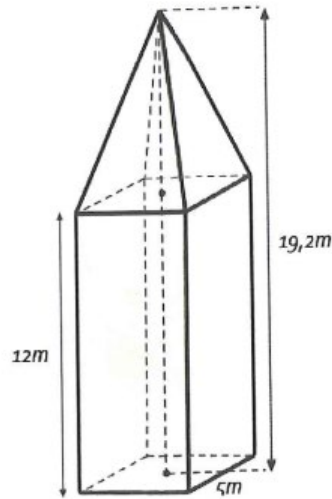
**Bài 6:** Người ta thiết kế chậu trồng cây có dạng hình chóp tam giác đều (hình vẽ bên) với cạnh đáy khoảng 20 cm, chiều cao khoảng 35 cm, và độ dài trung đoạn khoảng 21 cm.

- Người ta muốn sơn giả gỗ các bề mặt xung quanh chậu. Hỏi diện tích bề mặt cần sơn là bao nhiêu?
- Tính thể tích của chậu trồng cây đó (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm). Biết đường cao của mặt đáy hình chóp là 17 cm.



**Bài 7:** Tháp đồng hồ có phần dưới dạng hình hộp chữ nhật (như hình vẽ), đáy là hình vuông có cạnh dài 5 m, chiều cao của hình hộp chữ nhật là 12 m. Phần trên của tháp có dạng hình chóp tứ giác đều, các mặt bên là các tam giác cân chung đỉnh. Chiều cao của tháp đồng hồ là 19,2 m.

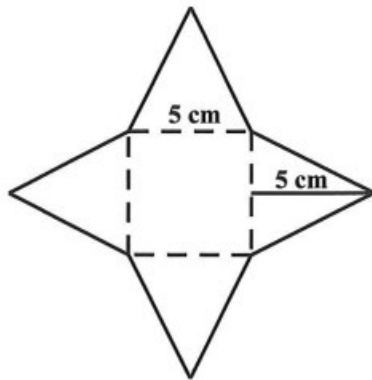
- Tính chiều cao phần trên của tháp đồng hồ.
- Tính thể tích của tháp đồng hồ.



**Bài 8:** Bạn Thu cắt một tấm bìa màu như hình vẽ, rồi gấp theo các đường nét đứt. Khi đó, bạn Thu đã gấp được một hộp quà sinh nhật.

a) Hỏi hộp quà có dạng hình gì?

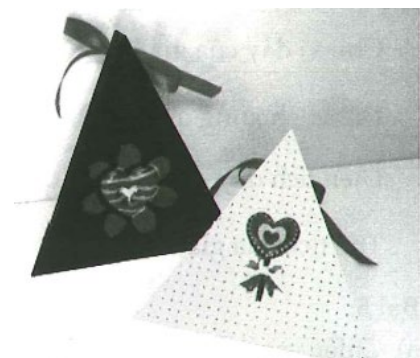
b) Tính diện tích giấy mà bạn Thu đã sử dụng để làm hộp quà.



**Bài 9:** Một mái che giếng trời có dạng hình chóp tứ giác đều (hình vẽ bên) với độ dài cạnh đáy khoảng 2,2 m và độ dài đường cao kẻ từ đỉnh của mặt bên là 2,8 m. Hỏi số tiền để làm mái che giếng trời đó là bao nhiêu? Biết giá để làm mỗi mét vuông mái che được tính là 1.800.000 đồng, bao gồm cả tiền vật liệu và tiền công.



**Bài 10:** Bạn Nam có hai hộp quà có dạng hình chóp tam giác đều (hình vẽ bên). Hộp quà thứ nhất có độ dài cạnh đáy bằng 30 cm và độ dài trung đoạn bằng 24 cm. Hộp quà thứ hai có độ dài cạnh đáy bằng 35 cm và độ dài trung đoạn bằng 32 cm. Bạn Nam dự định dán giấy màu bên ngoài cả ba mặt xung quanh của mỗi hộp quà. Hộp quà thứ nhất dán giấy màu vàng có giá 35.000 đồng/m<sup>2</sup>; hộp quà thứ hai dán giấy màu xanh có giá 25.000 đồng/m<sup>2</sup>.



a) Với số tiền 100.000 đồng, bạn Nam có thể dán giấy màu vào cả hai hộp quà như dự định hay không? Vì sao?

b) Bạn Nam nhận định: “Diện tích xung quanh của hộp quà thứ nhất bằng 70% diện tích xung quanh của hộp quà thứ hai”. Nhận định của bạn Nam có đúng hay không? Vì sao?

### C. HƯỚNG DẪN GIẢI

#### Bài 1:

Hình 1 là hình chóp tứ giác đều.

Hình 4 là hình chóp tam giác đều.

#### Bài 2:

Chiều cao của khối pha lê đó là  $h = \frac{3V}{S_{\text{đáy}}} = \frac{3.432}{12^2} = 9 \text{ cm}$ .

#### Bài 3:

a) Cạnh của mặt đáy khối Rubik là:  $12 : 3 = 4 \text{ cm}$ .

Diện tích mặt bên của khối rubik là  $S = \frac{1}{2} \cdot 4.5,13 = 10,26 \text{ cm}^2$ .

Diện tích xung quanh của khối rubik là  $S_{xq} = 3.10,26 = 30,78 \text{ cm}^2$ .

Diện tích đáy của khối rubik là  $S_{\text{đáy}} = S = 10,26 \text{ cm}^2$ .

Diện tích toàn phần của khối rubik là  $S_{\text{tq}} = 4.10,26 = 41,04 \text{ cm}^2$ .

b) Thể tích của khối rubik là  $V = \frac{1}{3} \cdot 10,26.5 = 17,1 \text{ cm}^3$ .

#### Bài 4:

Chu vi đáy của giá đèn cây là  $P_{\text{đáy}} = 12.4 = 48 \text{ cm}$ .

Diện tích xung quanh của giá đèn cây là  $S_{xq} = \frac{1}{2} \cdot 48.20 = 480 \text{ cm}^2$ .

Diện tích đáy của giá đèn cây là  $S_{\text{đáy}} = 12^2 = 144 \text{ cm}^2$ .

Thể tích của giá đèn cây là  $V = \frac{1}{3} \cdot 144 \cdot 20 = 960 \text{ cm}^3$ .

#### Bài 5:

a) Chiều cao của mỗi hình chóp tứ giác đều là:  $30 : 2 = 15 \text{ cm}$ .

Thể tích của lồng đèn quả trám là  $V = 2 \left( \frac{1}{3} \cdot 20^2 \cdot 15 \right) = 4000 \text{ cm}^3$ .

b) Tổng độ dài các thanh tre mà bạn Hà dùng làm 1 cái lồng đèn quả trám là:

$$20.4 + 32.8 = 336 \text{ cm} = 3,36 \text{ m}$$

Số mét thanh tre mà bạn Hà dùng làm 50 cái lồng đèn quả trám là  $3,36.50 = 168$  m.

### Bài 6:

a) Diện tích bề mặt cần sơn là  $S_{xq} = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 20 \cdot 21 = 630 \text{ cm}^2$ .

b) Diện tích đáy của chậu trồng cây có dạng hình chóp tam giác đều là  $S_{đáy} = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 17 = 170 \text{ cm}^2$ .

Thể tích của chậu trồng cây đó là  $V = \frac{1}{3} \cdot S_{đáy} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 170 \cdot 35 = \frac{5950}{3} \approx 1983,33 \text{ cm}^3$ .

### Bài 7:

a) Chiều cao phần trên của tháp đồng hồ là  $19,2 - 12 = 7,2$  m.

b) Thể tích phần trên của tháp là  $V_1 = \frac{1}{3} \cdot 5^2 \cdot 7,2 = 60 \text{ m}^3$ .

Thể tích phần dưới của tháp là  $V_2 = 5 \cdot 5 \cdot 12 = 300 \text{ m}^3$ .

Thể tích của tháp đồng hồ là  $V = V_1 + V_2 = 60 + 300 = 360 \text{ m}^3$ .

### Bài 8:

a) Bạn Thu đã gấp được một hộp quà có dạng hình chóp tứ giác đều.

b) Diện tích giấy mà bạn Thu đã sử dụng để làm hộp quà cũng chính là diện tích toàn phần của hình chóp tứ giác đều cạnh 5 cm.

$$S_{tp} = S_{xq} + S_{đáy} = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 5 + 5^2 = 75 \text{ cm}^2.$$

### Bài 9:

Diện tích bề mặt cần che là  $S_{xq} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2,2 \cdot 2,8 = 12,32 \text{ m}^2$ .

Số tiền để làm mái che giếng trời đó là  $1\ 800\ 000 \cdot 12,32 = 22\ 176\ 000$  đồng.

### Bài 10:

a) Đổi  $30 \text{ cm} = 0,3 \text{ m}$ ;  $24 \text{ cm} = 0,24 \text{ m}$ ;  $32 \text{ cm} = 0,32 \text{ m}$ ;  $35 \text{ cm} = 0,35 \text{ m}$ .

Diện tích xung quanh của hộp quà thứ nhất là  $\frac{1}{2} \cdot 0,3 \cdot 3 \cdot 0,24 = 0,108 \text{ m}^2$ .

Diện tích xung quanh của hộp quà thứ hai là  $\frac{1}{2} \cdot 0,35 \cdot 3 \cdot 0,32 = 0,168 \text{ m}^2$ .

Số tiền bạn Nam cần trả để mua giấy màu dán hai hộp quà là

$$0,108 \cdot 35\ 000 + 0,168 \cdot 25\ 000 = 7\ 980 \text{ đồng.}$$

Do  $7980 \text{ đồng} < 10\ 000 \text{ đồng}$  nên với số tiền  $10\ 000 \text{ đồng}$ , bạn Nam có thể dán giấy màu cả hai hộp quà như dự định.

b) Tỷ số phần trăm giữa diện tích xung quanh của hộp quà thứ nhất và diện tích xung quanh của hộp quà thứ hai là  $\frac{0,108 \cdot 100\%}{0,168} \approx 64,3\%$ .

Vậy nhận định của bạn Nam là sai.

## Chương 3 - ĐỊNH LÝ PYTHAGORE VÀ CÁC TỨ GIÁC THƯỜNG GẶP

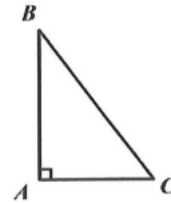
### A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

#### 1. Định lý Pythagore - Định lý Pythagore đảo - Diện tích tam giác.

##### a. Định lý Pythagore

Trong một tam giác vuông, bình phương của cạnh huyền bằng tổng các bình phương của hai cạnh góc vuông.

$$\Delta ABC \text{ vuông tại } A \Rightarrow BC^2 = AB^2 + AC^2.$$



##### b. Định lý Pythagore đảo:

Nếu một tam giác có bình phương của một cạnh bằng tổng các bình phương của hai cạnh còn lại thì tam giác đó là tam giác vuông.

$$\Delta ABC \text{ có: } BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow \widehat{BAC} = 90^\circ.$$

##### c. Diện tích tam giác thường

Cho tam giác, khi đó diện tích tam giác được tính bằng

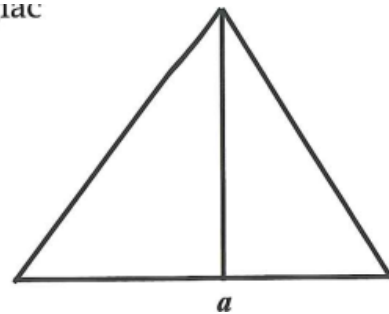
$$\text{công thức: } S = \frac{1}{2} . a . h .$$

Trong đó:

$S$ : diện tích tam giác

$h$ : chiều cao

$a$ : độ dài đáy tương ứng



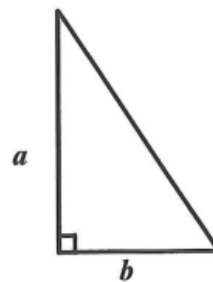
##### d. Diện tích tam giác vuông

Cho tam giác vuông, khi đó diện tích tam giác

$$\text{được tính bởi công thức: } S = \frac{1}{2} ab$$

Trong đó:  $S$ : diện tích tam giác  $ABC$

$a, b$ : độ dài hai cạnh góc vuông



#### 2. Hình thang - hình thang cân - hình thang vuông

##### a. Định nghĩa

- Hình thang là tứ giác có hai cạnh đối song song (đây cũng là tính chất hình thang).
- Hình thang cân là hình thang có hai góc kề một đáy bằng nhau.
- Hình thang vuông là hình thang có một góc vuông ở mỗi đáy.

##### b. Tính chất

Trong hình thang cân:

- Hai góc kề một đáy bằng nhau.
- Hai cạnh bên bằng nhau.
- Hai đường chéo bằng nhau.

### c. Diện tích hình thang

Cho hình thang đáy  $a // b$ ; khi đó

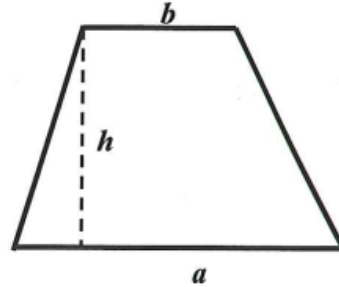
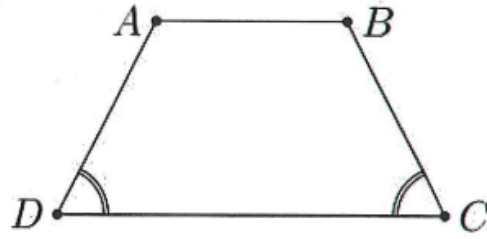
$$S = \frac{1}{2}(a+b).h$$

Trong đó:

$S$ : diện tích hình thang

$a, b$ : độ dài hai đáy

$h$ : chiều cao



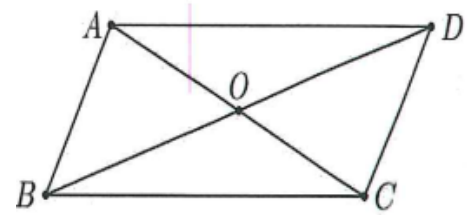
**Lưu ý:** Đối với hình thang vuông thì đường thẳng giữa hai góc vuông chính là chiều cao  $h$ .

## 3. Hình bình hành

### a. Định nghĩa

- Hình bình hành là tứ giác có hai cặp cạnh đối song song.

$$ABCD \text{ là hình bình hành} \Leftrightarrow \begin{cases} AB // CD \\ AD // BC \end{cases}$$



### b. Tính chất.

Trong hình bình hành:

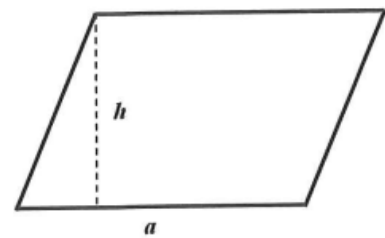
- Các cạnh đối bằng nhau.
- Các góc đối bằng nhau.
- Hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường.

### c. Diện tích hình bình hành

Cho hình bình hành, khi đó diện tích hình bình hành:  $S = a.h$

Với  $a$ : độ dài cạnh

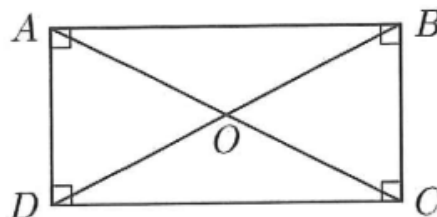
$h$ : đường cao tương ứng với cạnh



## 4. Hình chữ nhật

### a. Định nghĩa

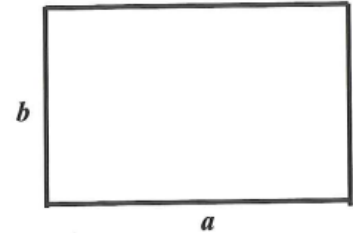
- Hình chữ nhật là tứ giác có bốn góc vuông.
- Tứ giác  $ABCD$  là hình chữ nhật khi và chỉ khi:  $\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = \hat{D} = 90^\circ$ .



**Nhận xét:** Hình chữ nhật cũng là hình bình hành, cũng là hình thang.

### b. Tính chất

- Hình chữ nhật có tất cả các tính chất của hình bình hành.
- Hình chữ nhật có tất cả các tính chất của hình thang cân.
- Trong hình chữ nhật, hai đường chéo bằng nhau và cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường.



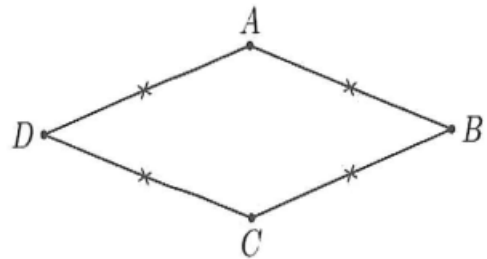
### c. Diện tích hình chữ nhật

Cho hình chữ nhật có độ dài 2 cạnh là  $a$  và  $b$ , khi đó diện tích hình chữ nhật:  $S = a \times b$ .

## 5. Hình thoi

### a. Định nghĩa

- Hình thoi là tứ giác có bốn cạnh bằng nhau.
- Tứ giác ABCD là hình thoi khi và chỉ khi:  
 $AB = BC = CD = DA$ .
- Nhận xét: Hình thoi là một hình bình hành đặc biệt.



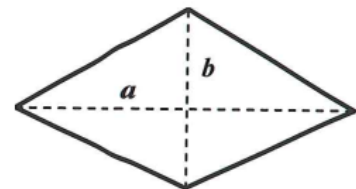
### b. Tính chất

- Hình thoi có tất cả các tính chất của hình bình hành.
- Trong hình thoi:
- Hai đường chéo vuông góc với nhau.
  - Mỗi đường chéo là đường phân giác của các góc ở đỉnh của hình thoi mà nó đi qua.

### c. Diện tích hình thoi

Cho hình thoi có độ dài hai đường chéo là  $a$  và  $b$ .

$$S = \frac{1}{2} ab$$



## 6. Hình vuông

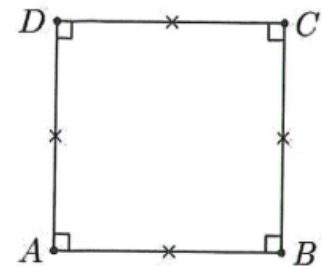
### a. Định nghĩa

- Hình vuông là tứ giác có bốn góc vuông và bốn cạnh bằng nhau.

**Nhận xét:**

- Hình vuông là hình chữ nhật có bốn cạnh bằng nhau.
- Hình vuông là hình thoi có bốn góc bằng nhau.

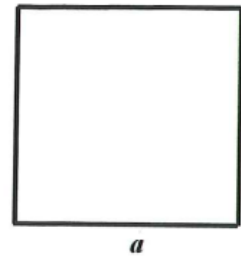
Do đó, hình vuông vừa là hình thoi vừa là hình chữ nhật.



### b. Tính chất

- Hình vuông có tất cả các tính chất của hình chữ nhật và hình thoi.

• *Tính chất đặc trưng*: Trong hình vuông, hai đường chéo bằng nhau và vuông góc với nhau tại trung điểm của mỗi đường.



### c. Diện tích hình vuông

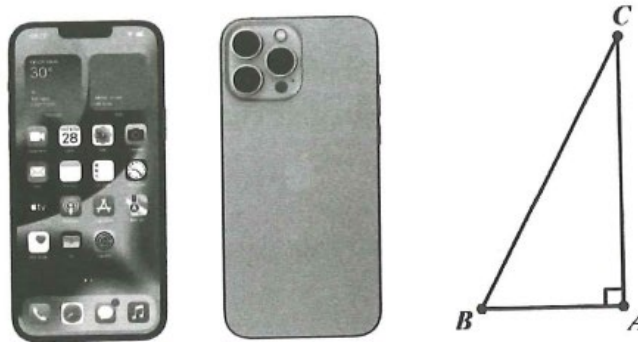
Cho hình vuông có độ dài cạnh là  $a$ :  $S = a^2$ .

## B. CÁC DẠNG TOÁN

### Dạng 1:

## BÀI TOÁN THỰC TẾ SỬ DỤNG ĐỊNH LÝ PYTHAGORE PYTHAGORE ĐẢO

**Ví dụ 1:** Để xác định chiếc điện thoại là bao nhiêu inch, các nhà sản xuất đã dựa vào độ dài đường chéo của màn hình điện thoại. Biết rằng 1 inch  $\approx$  2,54 cm, điện thoại có chiều rộng là 7 cm; chiều dài là 15,5 cm. Hỏi chiếc điện thoại theo hình vẽ là bao nhiêu inch? (Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).



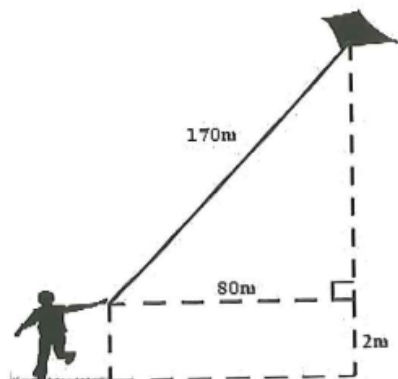
### Hướng dẫn giải

Áp dụng định lý Pythagore vào tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ , ta có:  $BC^2 = AC^2 + AB^2$

$$\Rightarrow BC = \sqrt{AC^2 + AB^2} = \sqrt{(15,5)^2 + (7)^2} \approx 17 \text{ (cm)}$$

Vì 1 inch  $\approx$  2,54 cm, nên chiếc điện thoại có kích thước là:  $\frac{17}{2,54} \approx 7$  inch.

**Ví dụ 2:** Một bạn học sinh thả diều ngoài đồng, cho biết đoạn dây diều từ tay bạn đến diều dài 170 m và bạn đứng cách nơi diều được thả lên theo phương thẳng đứng là 80 m. Tính độ cao của con diều so với mặt đất, biết tay bạn học sinh cách mặt đất 2 m. (Tham khảo hình vẽ)



### Hướng dẫn giải

Gọi khoảng cách từ tay bạn học sinh đến mặt đất là  $EC = 2$  m.

Đoạn dây diều từ tay học sinh đến diều là  $BC = 170$  m.

Khoảng cách từ mặt đất đến diều là  $BD$ .

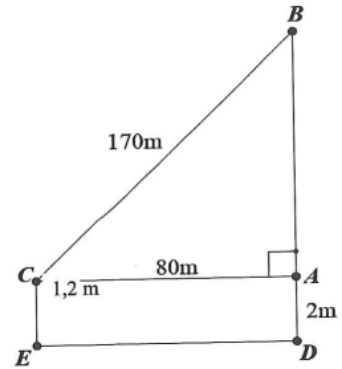
Kẻ  $AC \perp BD$ .

Áp dụng định lý Pythagore trong  $\Delta ABC$  vuông tại  $A$ :

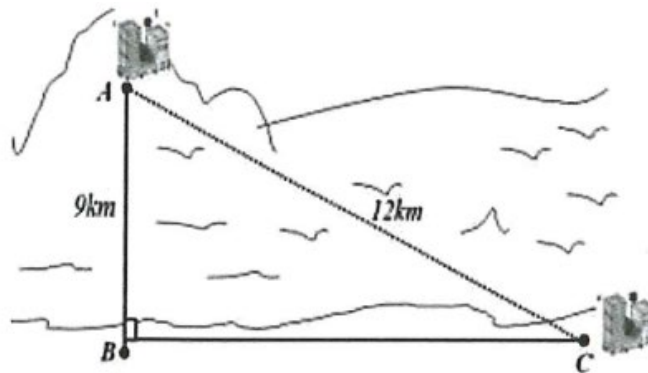
$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$\Rightarrow AC^2 = BC^2 - AB^2 = 170^2 - 80^2 = 22500 \Rightarrow AC = \sqrt{22500} = 150.$$

Vậy độ cao của con diều so với mặt đất là  $150 + 2 = 152$  m.



**Ví dụ 3:** Một công ty muốn làm một đường ống dẫn từ nhà máy  $C$  trên bờ đến một điểm  $B$  trên đất liền. Điểm  $A$  trên đảo cách bờ biển tại điểm  $B$  là 9 km. Giá để xây dựng đường ống từ nhà máy trên biển tại điểm  $B$  đến điểm  $C$  trên bờ là 5000 USD/km. Khoảng cách từ  $A$  đến  $C$  là 12 km. Em hãy tính chi phí làm đường ống từ điểm  $B$  tới điểm  $C$  của công ty trên bằng tiền VNĐ. Biết 1 USD = 23,500 VNĐ. (Kết quả làm tròn đến hàng trăm ngàn).



#### Hướng dẫn giải

Áp dụng định lý Pythagore vào tam giác vuông  $ABC$  vuông tại  $B$ , ta có:

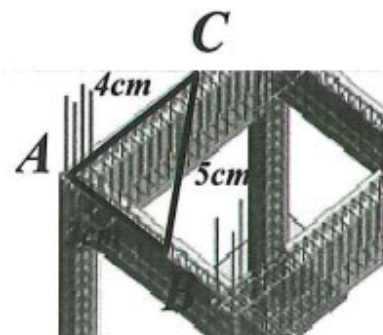
$$AC^2 = AB^2 + BC^2.$$

$$BC^2 = AC^2 - AB^2 = 12^2 - 9^2 = 63 \Rightarrow BC = \sqrt{63} \text{ (km)}$$

Chi phí làm đường ống từ  $B$  tới điểm  $C$  của công ty trên bằng tiền VNĐ là:

$$\sqrt{63} \cdot 5000 \cdot 23\,500 \approx 933\,600\,000 \text{ (VNĐ)}.$$

**Ví dụ 4:** Khi xây móng nhà, để kiểm tra xem 2 phần móng có vuông góc với nhau hay không, người thợ xây thường lấy  $AB = 3$  cm,  $AC = 4$  cm ( $A$  là điểm chung của hai phần móng nhà hay còn gọi là góc nhà), rồi đo đoạn  $BC$  nếu  $BC = 5$  cm thì hai phần móng vuông góc với nhau. (Xem hình minh họa).



### Hướng dẫn giải

Xét tam giác  $ABC$ , ta có:

$$BC^2 = 5^2 = 25 \text{ (cm)}$$

$$AB^2 + AC^2 = 3^2 + 4^2 = 25 \text{ (cm)}$$

$$\Rightarrow BC^2 = AB^2 + AC^2$$

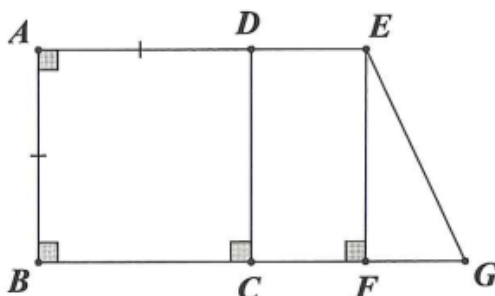
Theo định lý Pythagore đảo, tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ .

Đó là lý do người thợ kiểm tra hai phần móng có vuông góc với nhau hay không.

### Dạng 2:

## BÀI TOÁN THỰC TẾ LIÊN QUAN ĐẾN HÌNH THANG, HÌNH BÌNH HÀNH, HÌNH CHỮ NHẬT, HÌNH VUÔNG, HÌNH THOI

**Ví dụ 5:** Để chuẩn bị hoa phục vụ Tết Nguyên đán 2023. Một miếng đất như hình vẽ. Người chủ đất đã chia đất thành các khu vực lần lượt từ trái qua phải là hoa hướng dương, hoa cúc, hoa cát tường để trồng.



- Chứng minh khu vực trồng hoa hướng dương là hình vuông?
- Cho biết  $AB = 30$  m;  $GF = 15$  m. Diện tích trồng hoa cúc bằng một nửa diện tích trồng hoa hướng dương. Tính diện tích toàn bộ khu vườn.

### Hướng dẫn giải

- Dựa vào hình vẽ ta có phần trồng hoa hướng dương là tứ giác  $ABCD$ .

Xét tứ giác  $ABCD$  có:  $\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = 90^\circ$  (giả thiết).

Suy ra  $ABCD$  là hình chữ nhật.

Lại có  $AB = AD$  (giả thiết).

Suy ra  $ABCD$  là hình vuông (đpcm).

- Diện tích trồng hoa hướng dương là:  $S_1 = 30^2 = 900 \text{ m}^2$ .

Dễ dàng nhận thấy  $AB = EF = 30$  m.

Diện tích trồng hoa cát tường là tam giác vuông  $EFG$ .

$$\Rightarrow S_2 = \frac{1}{2} \cdot GF \cdot EF = \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot 30 = 225 \text{ m}^2.$$

Diện tích trồng hoa cúc bằng nửa diện tích trồng hoa hướng dương.

$$\Rightarrow S_3 = \frac{1}{2}S_1 = \frac{1}{2}.900 = 450 \text{ m}^2.$$

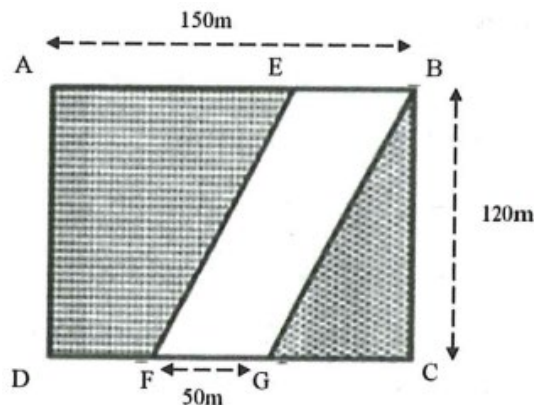
Tổng diện tích khu vườn là:

$$S = S_1 + S_2 + S_3 = 900 + 225 + 450 = 1575 \text{ m}^2.$$

**Ví dụ 6:** Một con đường hình bình hành  $EBGF$  cắt ngang một miếng đất hình chữ nhật  $ABCD$  (với các dữ kiện được cho như hình vẽ bên:  $AB = 150 \text{ m}$ ,  $BC = 120 \text{ m}$ ,  $FG = 50 \text{ m}$ ). (tham khảo hình vẽ).

a) Tính diện tích hình chữ nhật  $ABCD$  và hình bình hành  $EBGF$ .

b) Chủ miếng đất thuê công nhân trồng cỏ trên phần còn lại của miếng đất với giá là  $32\,000$  đồng/ $\text{m}^2$ . Tính số tiền Ông Tư trả cho công nhân. Biết rằng, do hài lòng với sự làm việc của công nhân nên Ông Tư quyết định thưởng thêm  $2\%$  số tiền phải trả cho công nhân.



#### Hướng dẫn giải

a) Diện tích hình chữ nhật  $ABCD$  là:  $AB \cdot BC = 150 \cdot 120 = 16\,000 \text{ m}^2$ .

Diện tích hình bình hành  $EBGF$  là:  $FG \cdot BC = 50 \cdot 120 = 6000 \text{ m}^2$ .

b) Diện tích phần trồng cỏ là  $16000 - 6000 = 10000 \text{ m}^2$ .

Số tiền chủ đất phải trả khi chưa tính thưởng thêm là:

$$10000 \cdot 32000 = 320\,000\,000 \text{ VNĐ}.$$

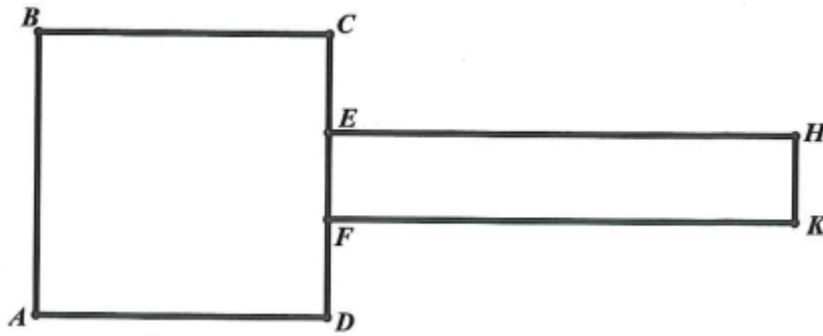
Số tiền chủ đất đã trả khi thưởng thêm  $2\%$  là:

$$320\,000\,000(100\% + 2\%) = 326\,400\,000 \text{ VNĐ}.$$

**Ví dụ 7:** Nhà ông Tư có miếng đất như hình vẽ dưới, gồm hình vuông  $ABCD$  và hình chữ nhật  $EHKF$  có diện tích bằng nhau. Biết chiều rộng hình chữ nhật  $EHKF$  là  $HK = 5 \text{ m}$  và chiều dài  $EH$  gấp bốn lần chiều rộng  $HK$ .

a) Tính diện tích miếng đất nhà ông Tư.

b) Ông Tư muốn rào xung quanh khu đất trên bằng dây kẽm gai có giá  $12\,000$  đồng một mét. Tính số tiền ông Tư phải trả khi mua dây kẽm gai (biết  $EF$  nằm trong mảnh đất thì cần phải rào).



### Hướng dẫn giải

a) Chiều dài hình chữ nhật:  $EH = 5.4 = 20$  m.

Diện tích hình chữ nhật  $EHKF$  là:  $EH.HK = 20.5 = 100$  m<sup>2</sup>.

b) Ta có diện tích hình vuông  $ABCD$  bằng diện tích hình chữ nhật  $EHKF$

⇒ Diện tích  $ABCD$  là: 100m<sup>2</sup>.

⇒ Cạnh hình vuông  $ABCD$  là  $AB = \sqrt{100} = 10$  m.

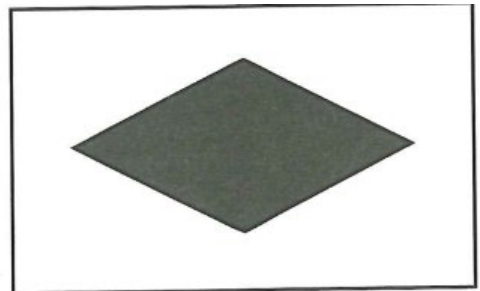
Chu vi hình vuông  $ABCD$  là:  $10.4 = 40$  m.

Chu vi hình chữ nhật  $EHKF$  là  $2(20 + 5) = 50$  m.

Dựa vào hình vẽ ta thấy số mét kềm gai cần mua là:  $50 + 40 - 5 = 85$  m.

Số tiền ông Tư cần phải trả là  $85.12000 = 1\,020\,000$  VNĐ.

**Ví dụ 8:** Một mảnh đất hình chữ nhật độ dài cạnh là 20 mét và 50 mét. Nhà thi công dự kiến sẽ trồng hoa ở chính giữa miếng đất với hình thoi có độ dài hai đường chéo lần lượt là 12 và 25 mét. Hãy tính diện tích phần còn lại của mảnh đất sau khi trồng hoa (*tham khảo hình vẽ*).



### Hướng dẫn giải

Diện tích mảnh đất hình chữ nhật là:  $20.50 = 1000$  m<sup>2</sup>.

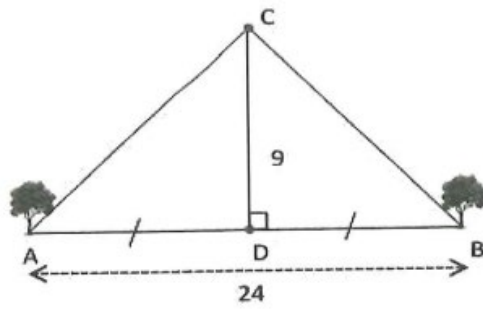
Diện tích hình thoi trồng hoa là:  $\frac{1}{2}.25.12 = 150$  m<sup>2</sup>.

Diện tích còn lại của miếng đất là:  $1000 - 150 = 850$  m<sup>2</sup>.

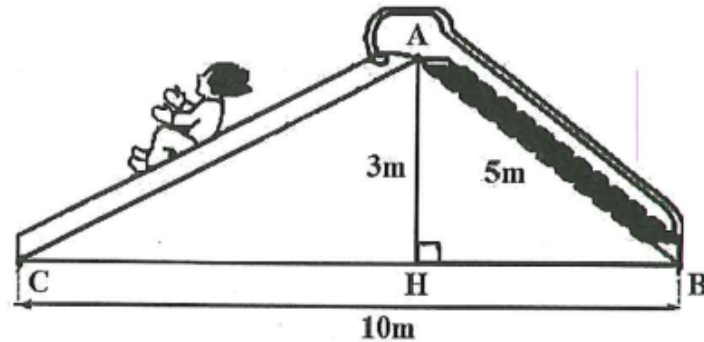
Vậy phần còn lại sau khi trồng hoa là 850m<sup>2</sup>.

## C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

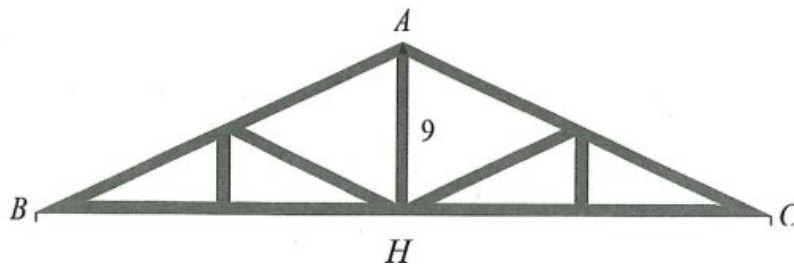
**Bài 1:** Hai cây A và B được trồng dọc trên đường, cách nhau 24m và cách đều cột đèn D. Ngôi trường C cách cột đèn D 9m theo hướng vuông góc với đường (*xem hình vẽ*). Tính khoảng cách từ mỗi cây đến ngôi trường.



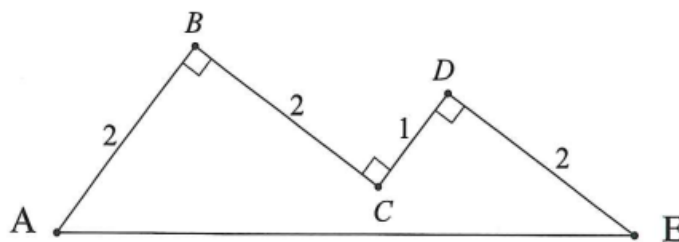
**Bài 2:** Tính chiều dài đường trượt AC trong hình vẽ trên (*kết quả làm tròn đến hàng phần mười*).



**Bài 3:** Trên hình là khung mái nhà được làm từ các thanh thép hình bằng cách hàn chung lại với nhau. Mái nhà là một tam giác cân tại A, có chiều cao  $AH = 1,4$  m ( $AH \perp BC$ ), chiều rộng  $BC = 4,8$  m. Để tạo được khung như hình vẽ, người thợ hàn phải cắt các thanh thép dài thành các đoạn. Em hãy tính độ dài các đoạn thẳng AB, AC (đơn vị cm) để giúp chú thợ hàn cắt chuẩn kích thước (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).



**Bài 4:** Một mái nhà có khung sắt được thiết kế như hình vẽ bên dưới. Hãy tính số tiền sắt phải trả, biết rằng một mét sắt có giá 135.000 đồng và để đảm bảo đủ sắt thì người ta dùng dư 5% so với chiều dài cần dùng.



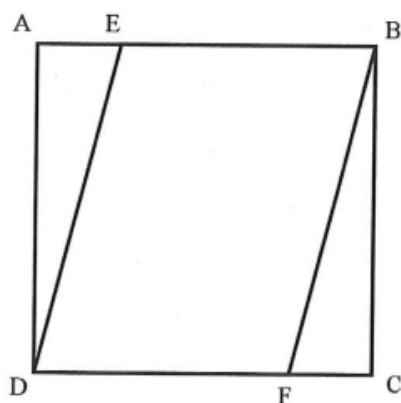
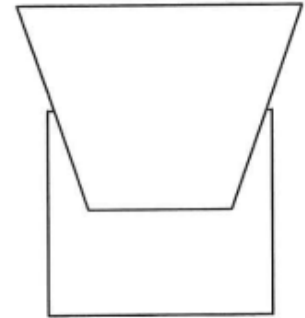
**Bài 5:** Một phòng khách hình chữ nhật có chiều dài 6m và chiều rộng 3,5m được lát nền bởi các viên gạch hình vuông có kích thước  $50 \times 50$ cm. Coi diện tích các mạch là không đáng kể. Biết 1 hộp gồm có 4 viên với giá 135.000 đồng mỗi hộp. Để lát nền cho phòng khách trên thì tốn hết bao nhiêu tiền?

**Bài 6:** Bác Minh có một mảnh sân hình chữ nhật với chiều dài 15m, chiều rộng 10m. Bác Minh muốn lát gạch 80% diện tích mảnh sân bằng các tấm gạch hình vuông có cạnh bằng 0,5m, phần sân còn lại để trồng hoa. Hãy tính số tấm gạch cần dùng để lát sân (xem khoảng cách giữa các tấm gạch là không đáng kể).

**Bài 7:** Nhà bác Hai có một cái sân hình chữ nhật có chiều dài 12m, chiều rộng 8m. Bác muốn mua những viên gạch hình vuông có cạnh 0,4m để lát sân. Ngoài ra, bác còn mua thêm 2% gạch dự trữ cùng loại để thay thế các viên gạch bị hỏng sau này. Hỏi bác Hai cần trả bao nhiêu tiền để mua số gạch như dự tính? (Tính cả các viên gạch dự trữ; giả sử diện tích giữa các viên gạch là không đáng kể). Biết giá một viên là 15.000 VNĐ.

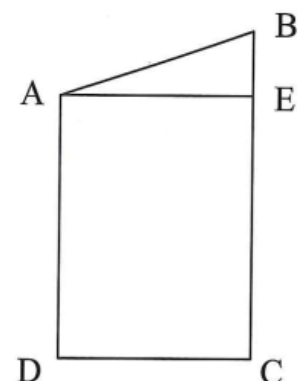
**Bài 8:** Bác Sáu có một mảnh đất hình chữ nhật, chiều dài 40m và chiều rộng là 25m. Bác Sáu muốn xây dựng mảnh đất trên thành sân bóng đá mini. Bác đã ký hợp đồng với một đơn vị thi công cỏ nhân tạo với giá là 160.000 đồng/m<sup>2</sup>. Biết rằng chỉ có 96% diện tích sân cần phủ cỏ. Hỏi bác Sáu phải trả bao nhiêu tiền cho đơn vị thi công?

**Bài 9:** Một kỹ thuật viên cắt 2 miếng kim loại sau đó hàn lại với nhau có dạng như hình bên dưới. Phần nằm dưới là hình vuông có cạnh 4 mét. Phần nằm trên là hình thang cân có độ dài đáy lớn và bé lần lượt là 3 và 5 mét và chiều cao bằng độ dài miếng kim loại hình vuông ở dưới. Tính diện tích khi cả 2 được chap lại với nhau, biết rằng phần diện tích chồng lên nhau bằng  $\frac{2}{5}$  diện tích hình vuông.



**Bài 10:** Một khu giải trí được xây trên mảnh đất hình vuông có độ rộng là 600 mét và được chia làm 3 phần như hình vẽ bên dưới, biết  $ED \parallel BF$  và  $AE = FC = 120$  m. Giá thi công công trình được chia làm hai phần: phần cảnh quan có giá 1,2 triệu đồng/m<sup>2</sup>; phần xây dựng 1 tầng là 2,2 triệu đồng/m<sup>2</sup>. Hãy tính tổng số tiền nhà đầu tư phải trả để xây dựng khu giải trí này, biết 2 phần có hình tam giác dùng làm cảnh quan và phần còn lại dùng để xây dựng khu giải trí 2 tầng.

**Bài 11:** Một tòa nhà cần được sơn 2 mặt bên có kích thước  $DC = 12$  m,  $AD = 20$  m và  $AB = 15$  m như hình minh họa bên dưới. Phần tầng hình tam giác sơn màu đỏ, phần hình chữ nhật tầng dưới sơn màu xanh và có thêm chống thấm. Bên thi công báo giá chi phí 1m<sup>2</sup> là 45.000 đồng cho sơn và 20.000 đồng cho chống thấm. Hãy tính tổng số tiền nhà thầu cần trả.



## D. HƯỚNG DẪN GIẢI

### Bài 1:

Ta có:  $D$  là trung điểm của  $AB$

$$\Rightarrow AD = DB = AB : 2 = 24 : 2 = 12 \text{ m}$$

Theo định lý Pythagore ta có:  $AC = \sqrt{12^2 + 9^2} = 15 \text{ (m)}$ .

Theo định lý Pythagore ta có:  $BC = \sqrt{12^2 + 9^2} = 15 \text{ (m)}$ .

Vậy khoảng cách từ mỗi cây đến ngôi trường là 15m.

### Bài 2:

Áp dụng định lý Pythagore trong tam giác  $AHB$  vuông tại  $H$ .

$$AB^2 = AH^2 + HB^2$$

$$\Rightarrow HB^2 = AB^2 - AH^2 = 5^2 - 3^2 = 25 - 9 = 16$$

$$\Rightarrow HB = \sqrt{16} = 4 \text{ m}$$

$$\Rightarrow CH = CB - HB = 10 - 4 = 6 \text{ m}.$$

Áp dụng định lý Pythagore trong tam giác  $AHC$  vuông tại  $H$ .

$$AC^2 = AH^2 + CH^2 = 3^2 + 6^2 = 9 + 36 = 45 \Rightarrow AC = \sqrt{45} \approx 6,7 \text{ m}$$

Vậy chiều dài đường trượt  $AC$  là 6,7m.

### Bài 3:

Tam giác  $ABC$  cân tại  $A$  có  $AH$  là đường cao, suy ra  $H$  là trung điểm  $BC$ , nên

$$BH = CH = \frac{BC}{2} = \frac{4,8}{2} = 2,4 \text{ m}.$$

Áp dụng định lý Pythagore vào tam giác vuông  $ABH$ , với cạnh huyền  $AB$ , ta có:

$$AB^2 = AH^2 + BH^2 = 1,4^2 + 2,4^2 = 7,72$$

$$\text{Suy ra: } AB = \sqrt{7,72} \approx 2,78 \text{ m} \approx 278 \text{ cm}.$$

Tam giác  $ABC$  cân tại  $A$  nên  $AC = AB = 278 \text{ m}$ .

Vậy chú thợ hàn phải cắt sao cho độ dài các thanh  $AB$  và  $AC$  bằng 2,78m.

### Bài 4:

Kéo dài  $ED$  cắt  $AB$  tại  $K$ .

Xét tứ giác  $BKDC$  có  $\widehat{ABC} = 90^\circ$ ;  $\widehat{BCD} = 90^\circ$  và  $\widehat{E} = 90^\circ$ .

$$\Rightarrow BKDC \text{ là hình chữ nhật } \Rightarrow \begin{cases} KD = BC = 2 \\ BK = DC = 1 \\ \widehat{K} = 90^\circ \end{cases}$$

$$\Rightarrow AK = AB + BK = 2 + 1 = 3 \text{ và } KE = ED + DK = 2 + 2 = 4.$$

Xét  $\triangle AKE$  vuông tại  $K$  có:  $AE^2 = AK^2 + KE^2$  (Theo định lý Pythagore)

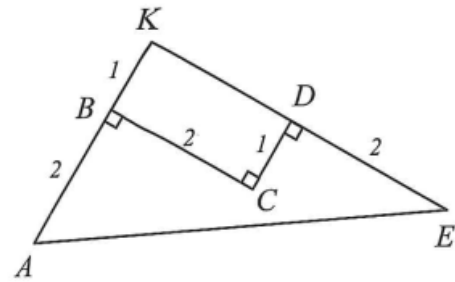
$$\Rightarrow AE^2 = 3^2 + 4^2 \Rightarrow AE^2 = 25 \Rightarrow AE = \sqrt{25} = 5.$$

Khi đó, chiều dài sắt cần sử dụng làm khung là:

$$AB + BC + DC + DE + AE = 2 + 2 + 1 + 2 + 5 = 12 \text{ (m)}.$$

Tổng số tiền cần dùng để mua sắt là:

$$12.135\,000(100\% + 5\%) = 1701\,000 \text{ đồng}.$$



### Bài 5:

Đôi 50 cm = 0,5 m.

Diện tích phòng khách là:  $6.3,5 = 21 \text{ m}^2$ .

Diện tích một viên gạch hình vuông là:  $0,5^2 = 0,25 \text{ m}^2$ .

Số gạch cần dùng để lót kín phòng khách là:  $21 : 0,25 = 84$  (viên).

Vậy số tiền dùng để lát nền cho phòng khách là:  $84 : 4.135\,000 = 2\,835\,000$  đồng.

### Bài 6:

Diện tích sân hình chữ nhật là:  $15.10 = 150 \text{ m}^2$ .

Diện tích một viên gạch hình vuông là:  $0,5^2 = 0,25 \text{ m}^2$ .

Số gạch cần dùng để lót 100% sân là:  $150 : 0,25 = 600$  (viên).

Do bác Minh chỉ lót 80% diện tích sân, số gạch cần dùng là:  $600.80\% = 480$  (viên).

Vậy bác Minh cần dùng 480 viên gạch để lót sân như mong muốn.

### Bài 7:

Diện tích sân hình chữ nhật là:  $12.8 = 96 \text{ m}^2$ .

Diện tích một viên gạch hình vuông là:  $0,4^2 = 0,16 \text{ m}^2$ .

Số gạch cần dùng để lót kín sân là:  $96 : 0,16 = 600$  (viên).

Tổng số gạch cần mua là:  $600(100\% + 2\%) = 612$  (viên).

Số tiền để mua 612 viên gạch là:  $612.15\,000 = 9\,180\,000$  VNĐ.

Tổng số tiền bác Hai cần trả là 9.180.000 VNĐ.

### Bài 8:

Diện tích mảnh đất hình chữ nhật là:  $40.25 = 1000 \text{ m}^2$ .

Diện tích cần phủ cỏ là:  $1000.96\% = 960 \text{ m}^2$ .

Số tiền bác Sáu phải trả cho đơn vị thi công là:  $960.160\,000 = 153\,600\,000$  (VNĐ).

Vậy bác Sáu cần trả số tiền là 153.600.000 VNĐ.

### Bài 9:

Diện tích hình thang cân là:  $\frac{1}{2}(3+5).4 = 16 \text{ m}^2$ .

Diện tích hình vuông là:  $4^2 = 16 \text{ m}^2$ .

Diện tích phần bị chùng lên là:  $16 \cdot \frac{2}{5} = 6,4 \text{ m}^2$ .

Diện tích miếng kim loại là:  $16 + 16 - 6,4 = 25,6 \text{ m}^2$ .

Vậy diện tích miếng kim loại là  $25,6 \text{ m}^2$ .

### Bài 10:

\* Xét tứ giác  $EBFD$  có:

$EB \parallel DF$  ( $ABCD$  là hình vuông)

$ED \parallel BF$  (giả thiết)

Suy ra  $EBFD$  là hình bình hành.

Ta có  $DF = DC - FC = 600 - 120 = 480 \text{ m}$ .

Phần làm cảnh quan là tam giác  $AED$  và  $BFC$  (hai tam giác này bằng nhau).

Diện tích phần làm cảnh quan là:  $2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 600 \cdot 120 = 72\,000 \text{ m}^2$ .

Diện tích phần xây khu giải trí là:  $480 \cdot 600 = 288\,800 \text{ m}^2$ .

Số tiền để xây dựng phần cảnh quan là:  $72\,000 \cdot 1,2 = 86\,400$  triệu đồng =  $86,5$  tỉ đồng.

Số tiền để xây dựng khu giải trí 2 tầng là:  $2 \cdot 288\,800 \cdot 2,2 = 1\,270\,720$  triệu đồng =  $1\,270,72$  tỉ đồng.

Tổng chi phí xây dựng là:  $86,4 + 1\,270,72 = 1\,357,12$  tỉ đồng.

### Bài 11:

Xét  $\triangle ABE$  vuông tại  $E$  có:

$$AB^2 = AE^2 + BE^2$$

$$15^2 = 12^2 + BE^2$$

$$BE^2 = 15^2 - 12^2 = 81 \Rightarrow BE = 9 \text{ m}.$$

Diện tích  $\triangle ABE$  là:  $\frac{1}{2} \cdot AE \cdot BE = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 9 = 54 \text{ m}^2$ .

Diện tích hình chữ nhật  $AECD$  là:  $AD \cdot CD = 20 \cdot 12 = 240 \text{ m}^2$ .

Số tiền phải trả để sơn 2 mặt tầng trên là:  $2 \cdot 54 \cdot 45\,000 = 48\,600\,000$  đồng.

Số tiền phải trả để sơn 2 mặt tầng dưới là:  $2 \cdot 240 \cdot (45\,000 + 20\,000) = 312\,000\,000$  đồng.

Tổng số tiền cần phải trả là:  $312\,000\,000 + 48\,600\,000 = 360\,600\,000$  đồng.

## Chương 4 - MỘT SỐ YẾU TỐ THỐNG KÊ

### A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

#### 1. Dữ liệu:

Có thể thu thập bằng nhiều cách: quan sát, phỏng vấn, internet, khảo sát,...

Dữ liệu định lượng được biểu diễn bằng số thực.

Dữ liệu định tính được biểu diễn bằng từ, chữ cái, ký hiệu, ...

+ Để đánh giá tính hợp lý của dữ liệu, thông thường ta dựa vào:

Định dạng của dữ liệu;

Phạm vi, tính đại diện của dữ liệu;

Các tiêu chí toán học đơn giản: Tổng tất cả các số liệu thành phần phải bằng số liệu của toàn thể; số lượng bộ phận phải nhỏ hơn số lượng của toàn thể.

#### 2. Biểu diễn dữ liệu trên các bảng và biểu đồ thống kê:

Các loại biểu đồ biểu diễn dữ liệu thường gặp: Biểu đồ cột, biểu đồ đoạn thẳng, biểu đồ tranh, biểu đồ quạt tròn.

Ta có thể chuyển tập dữ liệu từ dạng biểu diễn này sang dạng biểu diễn khác.

#### 3. Phân tích và xử lý dữ liệu thu được ở dạng bảng hay biểu đồ:

Để phát hiện vấn đề (hoặc quy luật đơn giản) dựa trên phân tích và xử lý số liệu thu được, ta cần:

✓ Nhận biết được mối liên hệ toán học đơn giản giữa các số liệu đã được biểu diễn.

✓ Thực hiện được tính toán và suy luận toán học.

Để giải quyết vấn đề đã được phát hiện (dựa trên phân tích và xử lý số liệu thu được), ta cần thực hiện những tính toán và suy luận trên cơ sở mối liên hệ toán học giữa các số liệu đó.

### B. CÁC DẠNG TOÁN

#### *Dạng 1:*

#### CÁC BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN THU THẬP VÀ PHÂN LOẠI DỮ LIỆU

##### **Phương pháp:**

Để làm thành thạo các bài toán trong dạng này, các em cần:

✓ Phân biệt được khái niệm về dữ liệu định tính (biểu diễn bằng từ, chữ cái, ký hiệu) và dữ liệu định lượng (số thực).

✓ Hiểu phạm vi dữ liệu và tính hợp lý cơ bản trong toán học.

**Ví dụ 1:** Một cửa hàng bán điện thoại muốn tìm hiểu về hãng điện thoại mà khách hàng thường xem khi vào cửa hàng. Theo em, cửa hàng có thể thu thập những thông tin đó bằng cách nào?

##### **Hướng dẫn giải:**

Người bán hàng quan sát, hỏi xem vị khách mua thường xem hãng điện thoại nào và lập phiếu hỏi để điều tra.

|              |                 |
|--------------|-----------------|
| Tên vị khách | Hãng điện thoại |
| Nguyễn Văn A | Iphone          |
| .....        | .....           |
| .....        | .....           |

**Ví dụ 2:** Thu thập thông tin về sự phân bố dân cư Việt Nam năm 2020 được dữ liệu thống kê sau:

- Các vùng: Đồng bằng sông Hồng, Trung du và miền núi phía Bắc, Bắc Trung Bộ và Duyên hải miền Trung, Tây Nguyên, Đông Nam Bộ, Đồng bằng sông Cửu Long.

- Mật độ dân số của các vùng đó lần lượt là: 1078; 134; 212; 109; 779; 424 (đơn vị: người/km<sup>2</sup>).

Hãy phân loại các dữ liệu đó dựa trên tiêu chí định tính và định lượng.

**Hướng dẫn giải:**

Tiêu chí định lượng: 1078; 134; 212; 109; 779; 424 (đơn vị: người/km<sup>2</sup>).

Tiêu chí định tính: Đồng bằng sông Hồng, Trung du và miền núi phía Bắc, Bắc Trung Bộ và Duyên hải miền Trung, Tây Nguyên, Đông Nam Bộ, Đồng bằng sông Cửu Long.

**Ví dụ 3:** Một trường THCS phát động phong trào biểu diễn văn nghệ nhân ngày Nhà giáo Việt Nam 20 tháng 11 cho học sinh tất cả các lớp. Biết rằng mỗi lớp chỉ biểu diễn tối đa 3 tiết mục. Bảng thống kê số tiết mục đăng ký tham gia diễn văn nghệ của từng lớp như sau:

| Lớp | Số tiết mục |
|-----|-------------|
| 6A  | 2           |
| 6B  | 1           |
| 6C  | 3           |
| 7A  | 5           |
| 7B  | 3           |
| 7C  | 2           |
| 8A  | 2           |
| 8B  | 2           |
| 9A  | 3           |
| 9B  | 2           |

Theo em số liệu nào trong bảng trên là không hợp lý? Vì sao?

**Hướng dẫn giải:**

Ta thấy mỗi lớp chỉ được tham gia tối đa 3 tiết mục, nhưng số liệu bảng trên đưa ra lớp 7A có 5 tiết mục. Vì thế, bảng số liệu trên đưa ra là không hợp lý.

**Dạng 2:**  
**CÁC BÀI TOÁN LỰA CHỌN BIỂU ĐỒ**  
**ĐỂ BIỂU DIỄN DỮ LIỆU**

**Phương pháp:**

- Đối với biểu đồ cột hay biểu đồ đoạn thẳng, thông thường các em sẽ biểu diễn trên hệ trục Oxy (trục Ox thường thể hiện dữ liệu định tính như tên dữ liệu; trục Oy thường thể hiện dữ liệu định lượng liên quan đến số lượng).

- Đối với biểu đồ đường tròn, ta thực hiện theo các bước sau:

Bước 1: Đổi các số liệu qua dạng phần trăm sao cho tổng số dữ liệu toàn phần là 100%.

Bước 2: Tính toán số liệu phần trăm của mỗi đối tượng dữ liệu ứng với bao nhiêu độ trên biểu đồ hình tròn.

Công thức để vẽ  $a\%$  đại lượng A trên đường tròn là:  $a\%$  ứng với  $(a * 3,6)^\circ$  trên biểu đồ hình tròn.

Ví dụ:  $20\%$  ứng với  $(20 * 3,6)^\circ = 72^\circ$  trên biểu đồ hình tròn.

**Ví dụ 4:** Lựa chọn dạng biểu đồ thích hợp để biểu diễn dữ liệu trong các bảng thống kê sau:

a) Bảng thống kê về cân nặng trung bình (đơn vị: kg) của nam, nữ tại một số nước trong khối ASEAN như sau:

| Quốc gia | Indonesia | Malaysia | Thái Lan | Việt Nam |
|----------|-----------|----------|----------|----------|
| Nam      | 61,4      | 71,5     | 69,8     | 61,2     |
| Nữ       | 56,2      | 64,4     | 63,3     | 54       |

b) Bảng thống kê tỉ lệ phần trăm nội dung trong môn Toán lớp 8:

| Phần                        | Số và Đại số | Hình học và Đo lường | Một số yếu tố Thống kê và Xác suất | Hoạt động thực hành và trải nghiệm |
|-----------------------------|--------------|----------------------|------------------------------------|------------------------------------|
| Tỉ lệ phần trăm số tiết học | 43%          | 36%                  | 14%                                | 7%                                 |

**Hướng dẫn giải:**

a) Biểu đồ cột ghép: Do dữ liệu cân nặng của nam và nữ được cho dưới dạng số liệu.

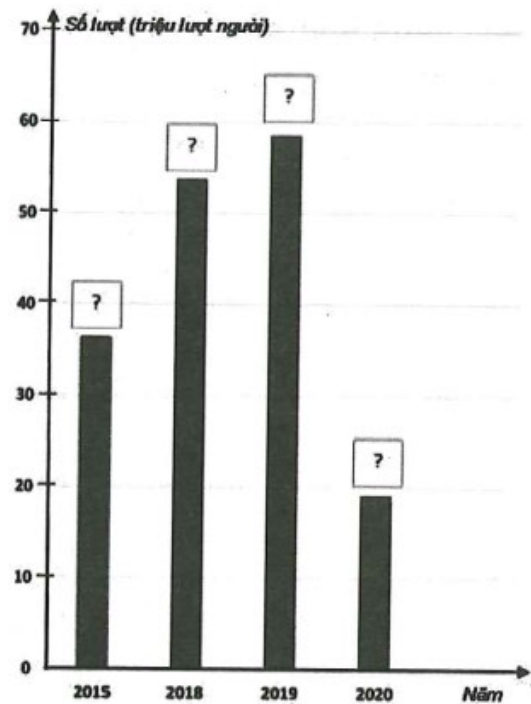
b) Biểu đồ hình quạt tròn: Do số liệu cho dưới dạng phần trăm.

**Ví dụ 5:** Thống kê số lượt hành khách vận chuyển bằng đường bộ ở Khánh Hòa trong các năm 2015; 2018; 2019; 2020 lần lượt là 36,4; 53,7; 58,5; 19,1 (đơn vị: triệu lượt người). (Nguồn: Niên giám thống kê 2021)

a) Lập bảng thống kê số lượt hành khách vận chuyển bằng đường bộ ở Khánh Hòa trong các năm theo mẫu sau:

| Năm                                   | 2015 | 2018 | 2019 | 2020 |
|---------------------------------------|------|------|------|------|
| Số lượt hành khách (triệu lượt người) | ?    | ?    | ?    | ?    |

b) Hãy hoàn thiện biểu đồ ở hình bên để nhận được biểu đồ cột biểu diễn các dữ liệu thống kê số lượt hành khách vận chuyển bằng đường bộ ở Khánh Hòa trong các năm trên.

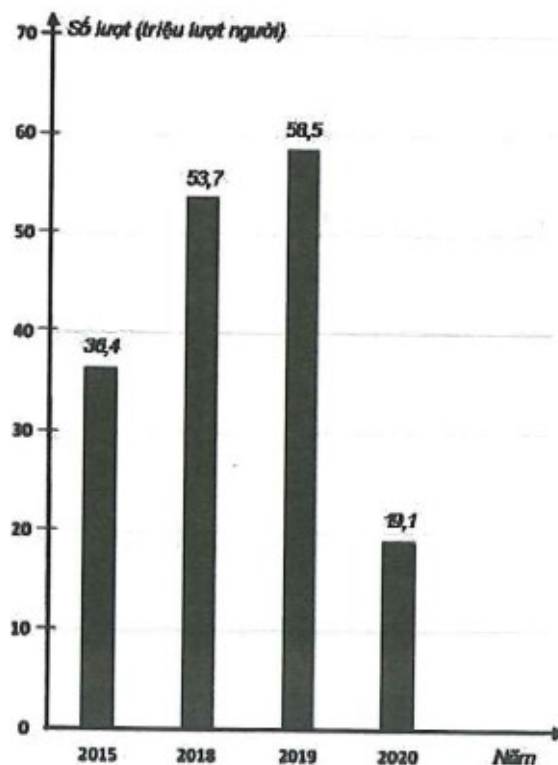


Hướng dẫn giải:

a)

| Năm                                   | 2015 | 2018 | 2019 | 2020 |
|---------------------------------------|------|------|------|------|
| Số lượt hành khách (triệu lượt người) | 36,4 | 53,7 | 58,5 | 19,1 |

c) Biểu đồ cột biểu diễn các dữ liệu thống kê số lượt hành khách vận chuyển bằng đường bộ ở Khánh Hòa trong các năm trên là:

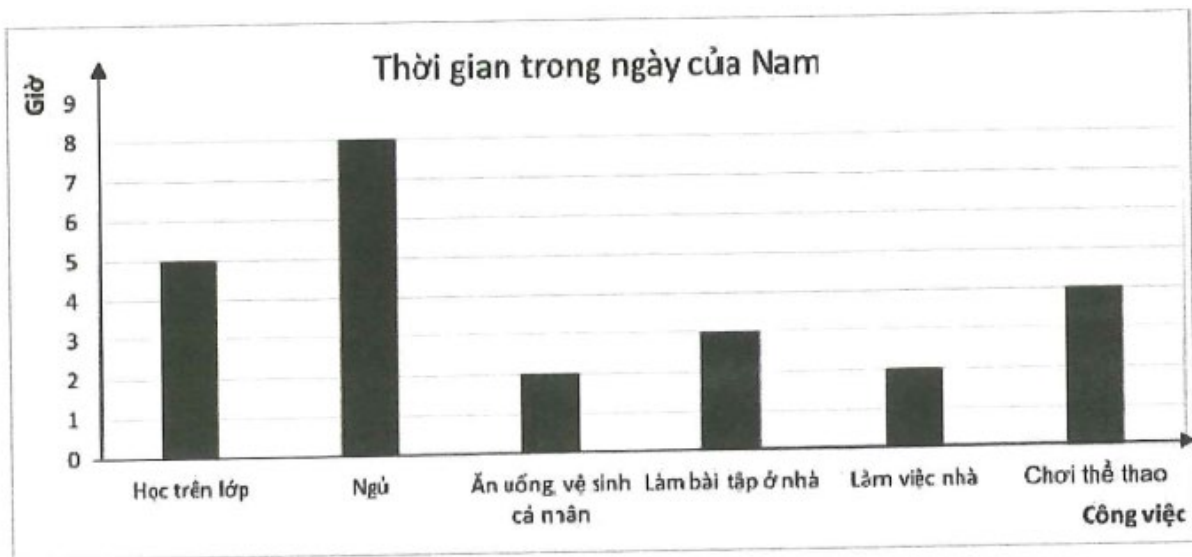


**Ví dụ 6:** Bảng thống kê sau đây cho biết công việc và thời gian sử dụng của bạn Nam trong ngày.

| Thống kê việc sử dụng thời gian trong ngày của Nam |                 |
|--|-----------------|
| Công việc  | Thời gian (giờ) |
| Học trên lớp                                       | 5               |
| Ngủ  | 8               |
| Ăn uống, vệ sinh cá nhân                           | 2               |
| Làm bài tập ở nhà                                  | 3               |
| Làm việc nhà                                       | 2               |
| Chơi thể thao/ Giải trí                            | 4               |

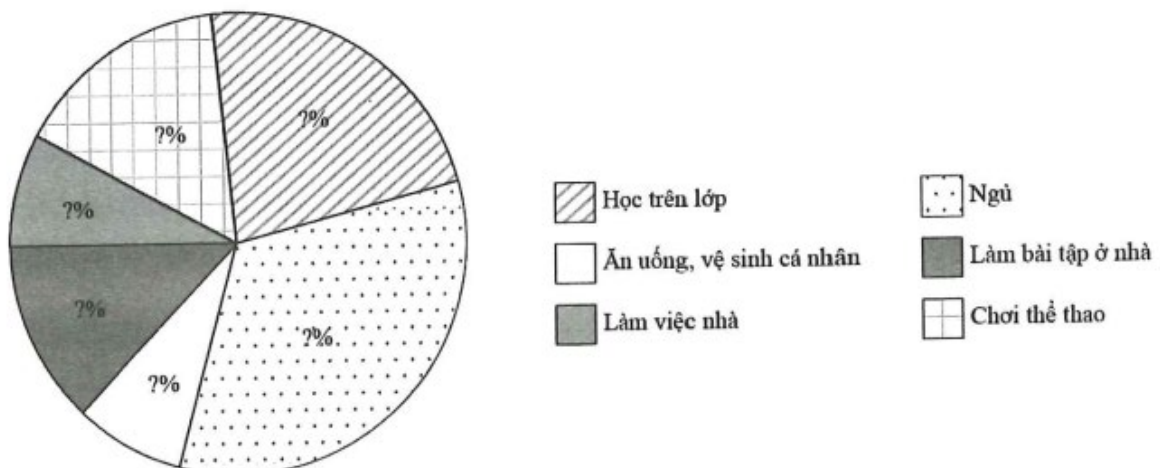
Hãy biểu diễn dữ liệu trong bảng trên vào các dạng biểu đồ sau:

a) Biểu đồ cột



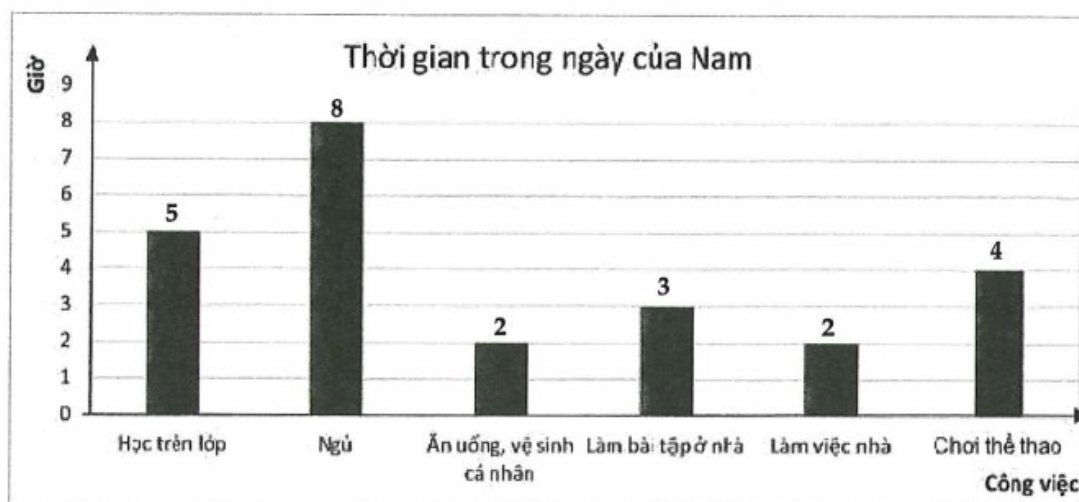
b) Biểu đồ hình quạt tròn:

Thời gian trong ngày của Nam

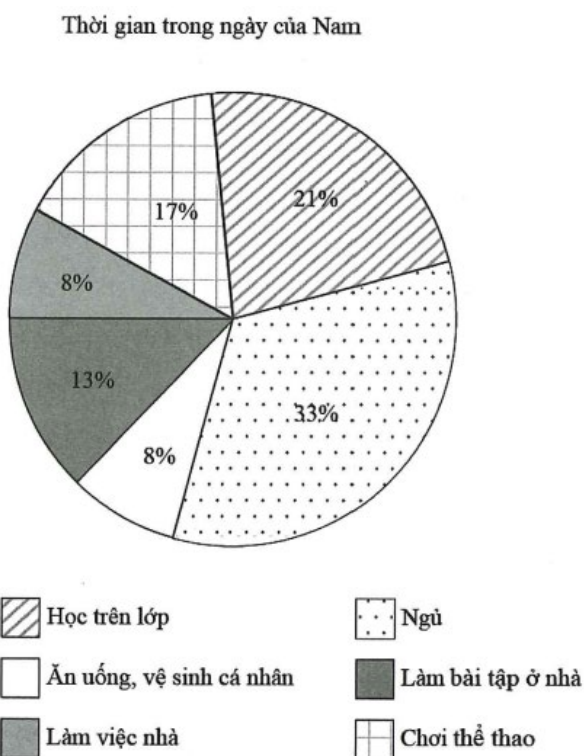


### Lời giải:

a) Biểu đồ cột



b) Biểu đồ quạt tròn



### Dạng 3:

## CÁC BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN VIỆC PHÁT HIỆN VÀ XỬ LÝ VẤN ĐỀ THÔNG QUA PHÂN TÍCH DỮ LIỆU

### Phương pháp:

Việc phân tích biểu đồ thống kê giúp ta phát hiện các vấn đề cần quan tâm. Thông qua phân tích biểu đồ dữ liệu, ta có thể nắm bắt thông tin nhanh hơn, từ đó có các lựa chọn hoặc ra quyết định hợp lý hơn, ứng dụng hiệu quả trong các bài toán thực tiễn cuộc sống hàng ngày.

**Ví dụ 7:** Phân tích bảng thống kê sau để tìm số học sinh nữ và tổng số học sinh của lớp 8A.

| Thống kê số học sinh lớp 8A2 tham gia câu lạc bộ thể thao<br>(mỗi học sinh chỉ tham gia một câu lạc bộ) |     |    |
|---|-----|----|
| Câu lạc bộ thể thao   | Nam | Nữ |
| Bóng đá   | 17  | 4  |
| Bóng chuyền   | 3   | 2  |
| Bóng bàn  | 1   | 7  |
| Cầu lông  | 4   | 4  |

**Hướng dẫn giải:**

Do mỗi học sinh chỉ chọn 1 môn nên ta có:

Số học sinh nữ của lớp 8A là:  $4 + 2 + 7 + 4 = 17$  (học sinh);

Số học sinh nam của lớp 8A là:  $17 + 3 + 1 + 4 = 25$  (học sinh);

Tổng số học sinh của lớp 8A là:  $17 + 25 = 42$  (học sinh).

**Ví dụ 8:** Hãy phân tích bảng thống kê trong ví dụ 7 và cho biết môn thể thao nào có tỷ lệ số học sinh nữ chọn là cao nhất so với số học sinh nam?

**Hướng dẫn giải:**

| Môn thể thao | Nam | Nữ | Tỉ lệ |
|--------------|-----|----|-------|
| Bóng đá      | 17  | 4  | 0,24  |
| Bóng chuyền  | 3   | 2  | 0,67  |
| Bóng bàn     | 1   | 7  | 7     |
| Cầu lông     | 4   | 4  | 1     |

Vậy, bóng bàn là môn thể thao có tỷ lệ số học sinh nữ chọn so với học sinh nam chọn cao nhất.

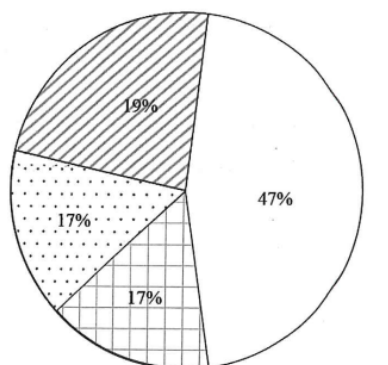
**Ví dụ 9:** Phân tích biểu đồ thống kê bên dưới và cho biết:

Môn thể thao được yêu thích nhất của học sinh khối 8.

Tỉ lệ học sinh yêu thích môn bóng đá so với các môn thể thao còn lại của học sinh khối 8.

**Hướng dẫn giải:**

Tỉ lệ phần trăm học sinh khối 8 chọn môn thể thao yêu thích nhất:



Do  $17\% < 19\% < 47\%$  nên bóng đá là môn thể thao được yêu thích nhất của học sinh khối 8.

Phân tích biểu đồ hình quạt tròn ta thấy:

| Tỉ lệ học sinh yêu thích môn bóng đá so với các môn thể thao còn lại của học sinh khối 8 |   |   |
|--|---|---|
| So với bóng chày   | So với bóng bàn                                 | So với cầu lông                                 |
| $\frac{47\%}{17\%} \cdot 100\% \approx 276,5\%$  | $\frac{47\%}{17\%} \cdot 100\% \approx 276,5\%$ | $\frac{47\%}{19\%} \cdot 100\% \approx 247,4\%$ |

### C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

**Bài 1:** Lớp trưởng lớp 8A thống kê số bạn có sở thích môn thể thao trong một lớp như sau:

Các môn thể thao: Bóng đá, cầu lông, cờ vua, đá cầu.

Số học sinh yêu thích lần lượt là: 40, 19, 22, 10.

Hãy phân loại các dữ liệu đó dựa trên tiêu chí: dữ liệu định tính và dữ liệu định lượng.

**Bài 2:**

Thu thập thông tin tỉ lệ phần trăm phân bố đàn lợn của một số vùng như sau:

Các vùng: Đồng bằng Cửu Long; Đồng bằng sông Hồng; Trung du và Miền Núi phía Bắc; Bắc Trung Bộ và Duyên Hải Miền Trung; Tây Nguyên; Đông Nam Bộ.

Tỉ lệ phân trăm của các vùng lần lượt là: 9%; 21%; 26%; 20%; 8%; 16%.

Hãy phân loại các dữ liệu đó dựa trên tiêu chí: dữ liệu định tính và dữ liệu định lượng.

**Bài 3:** Bạn Nga đã sưu tầm tên những loại cây. Kết quả sưu tầm được như sau: Bò công anh; Cây sấu riêng; Cây cam; Cỏ mần trâu; Cây nhọ nôi; Cây mạn; Cây ngải cứu.



Cây ngải cứu



Cây cam



Cây mần trâu



Cây nhọ nôi



Cây sấu riêng



Cây bò công anh



Cây mạn

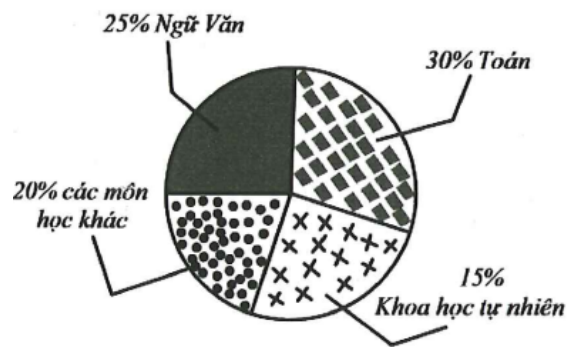
a) Bạn Nga sưu tầm được bao nhiêu cây?

b) Hãy sắp xếp các loại cây mà bạn Nga đã sưu tầm theo những nhóm sau:

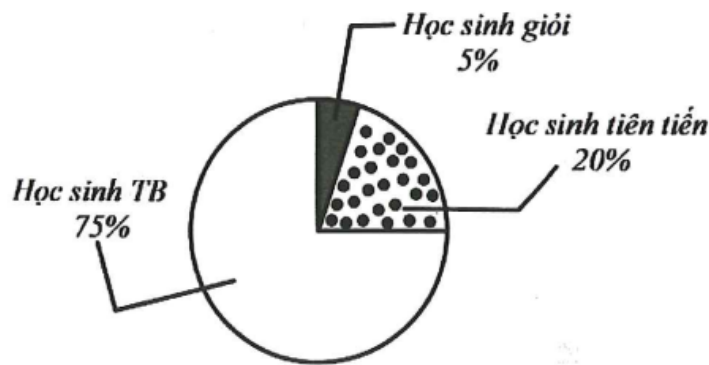
Nhóm 1: Các loại cây ăn quả.

Nhóm 2: Các loại cây thuốc dùng để trị bệnh.

**Bài 4:** Thông tin về sự yêu thích các môn học của 120 em học sinh khối 8 được cho bởi biểu đồ hình quạt tròn bên dưới. Theo em, thông tin đó đã hợp lý chưa? Vì sao?

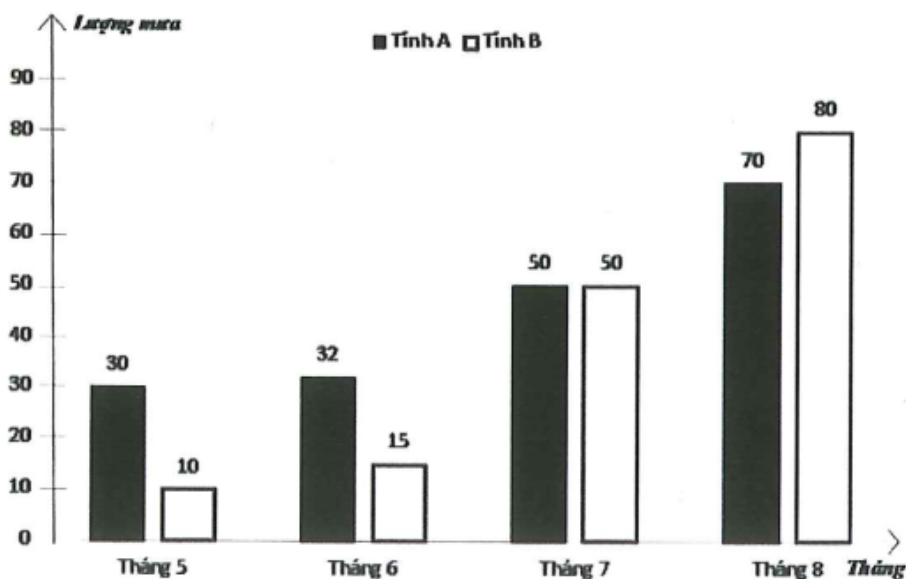


**Bài 5:** Thông tin về kết quả xếp loại học lực của lớp 8A học kỳ I được cho bằng biểu đồ hình quạt tròn bên dưới. Biết lớp 8A có 40 học sinh. Trong đó có 2 học sinh xếp loại giỏi, 9 học sinh xếp loại tiên tiến.



Theo em, với thông tin đó có chính xác không? Giải thích.

**Bài 6:** Lượng mưa trung bình của 4 tháng ở hai tỉnh A và B (đơn vị: mm) được người lập thể hiện qua biểu đồ cột kép ở hình bên dưới. Biết tổng lượng mưa trung bình của hai tỉnh với mỗi tháng không quá 100 mm.



Theo em, với số liệu được cho trong biểu đồ cột kép, số liệu không hợp lý ở tháng mấy? Giải thích.

**Bài 7:** Để đảm bảo kỳ thi cuối HKI lớp 8 một cách khách quan, nhà trường chia phòng. Lớp 8 có 105 học sinh được chia thành 5 phòng. Bảng thống kê số học sinh ở mỗi phòng như sau:

| Phòng | Số học sinh |
|-------|-------------|
| 1     | 21          |
| 2     | 21          |
| 3     | 20          |
| 4     | 22          |
| 5     | 22          |

Theo em, số liệu đã cho trong bảng thống kê trên có hợp lý không? Giải thích.

**Bài 8:** Một giáo viên dạy Giáo dục thể chất đã thống kê thời gian chạy 100m (tính theo giây) của 20 học sinh nam và ghi lại trong bảng số liệu ban đầu như sau:

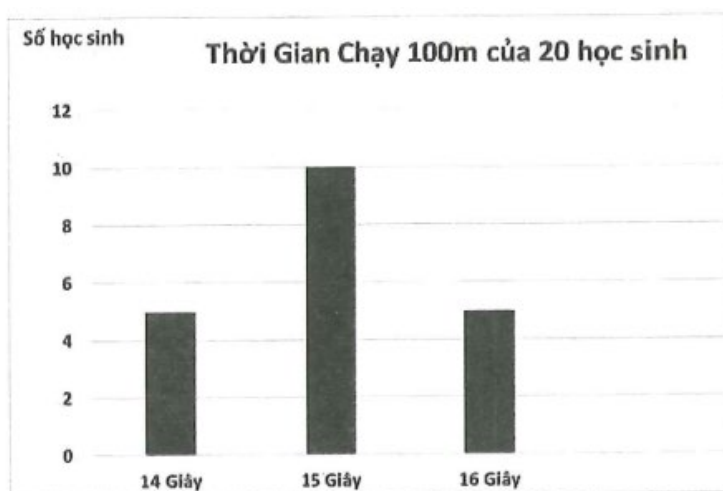
|    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 15 | 14 | 15 | 16 | 14 | 16 | 16 | 15 | 14 | 15 |
| 15 | 15 | 16 | 15 | 15 | 15 | 14 | 16 | 14 | 15 |

a) Chuyển dữ liệu từ bảng số liệu ban đầu ở trên sang dạng bảng thống kê sau đây:

|                       |    |    |    |
|-----------------------|----|----|----|
| Thời gian chạy (giây) | 14 | 15 | 16 |
| Số học sinh           | ?  | ?  | ?  |
| Tỉ lệ phần trăm       | ?  | ?  | ?  |

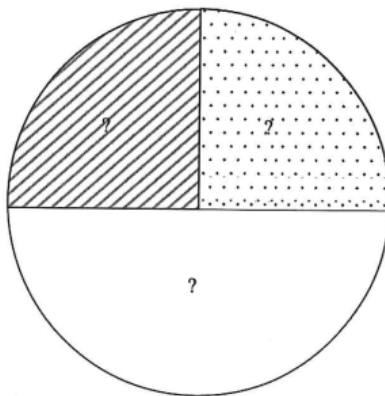
b) Hãy chuyển dữ liệu từ bảng thống kê ở câu a sang dạng biểu đồ cột và biểu đồ hình quạt tròn.

Biểu đồ cột:



Biểu đồ hình quạt tròn:

Tỉ lệ phần trăm thời gian chạy 100m của 20 học sinh



 14 Giây   
  15 Giây   
  16 Giây

**Bài 9:** Bảng điều tra sau đây cho biết sự yêu thích của 50 khán giả đối với 6 chương trình truyền hình:

| Chương trình truyền hình được yêu thích | Kiểm đếm     | Số khán giả chọn |
|---|--------------|------------------|
| A                                       | ### IIII     |                  |
| B                                       | ### IIII     |                  |
| C                                       | ### ### IIII |                  |
| D                                       | ### ###      |                  |
| E                                       | ### IIII     |                  |
| G                                       | ### I        |                  |

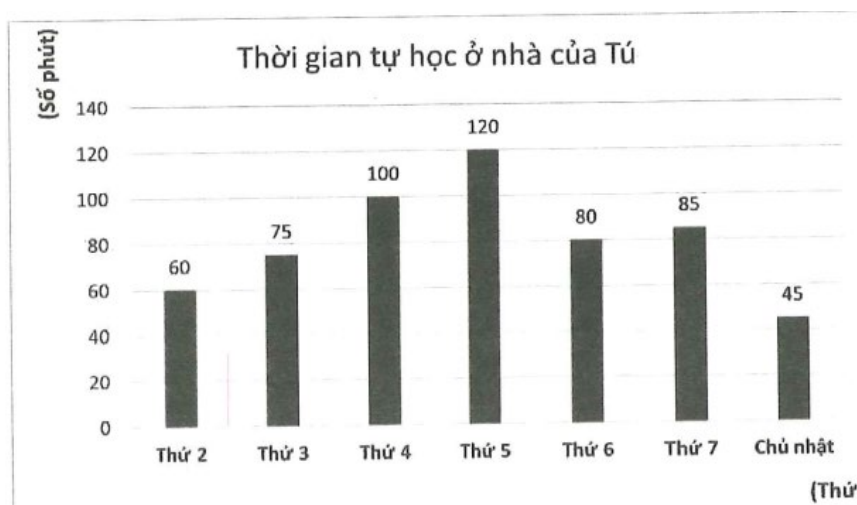
- Hoàn thành bảng thống kê trên vào vở và lựa chọn dạng biểu đồ thích hợp để biểu diễn.
- Nêu tên chương trình truyền hình được yêu thích nhất.
- Nêu tên hai chương trình truyền hình được yêu thích ngang nhau.
- Vẽ biểu đồ cột biểu diễn bảng số liệu trên.

**Bài 10:** Hãy phân tích bảng thống kê sau để tìm:

- Số học sinh bình quân trên một giáo viên.
- Số học sinh bình quân trong một lớp.



**Bài 11:** Thời gian tự học tại nhà của bạn Tú trong một tuần được biểu diễn trong biểu đồ cột sau đây. Em hãy vẽ biểu đồ đoạn thẳng tương ứng.



**Bài 12:** Bảng số liệu sau cung cấp giá vé xe buýt giữa các địa điểm (đơn vị: đồng).

| Địa điểm | I     | II    | III   | IV    | V     |
|----------|-------|-------|-------|-------|-------|
| I        | -     | 10000 | 5000  | 15000 | 10000 |
| II       | 10000 | -     | 7000  | 25000 | 20000 |
| III      | 5000  | 7000  | -     | 20000 | 15000 |
| IV       | 15000 | 25000 | 20000 | -     | 10000 |
| V        | 10000 | 20000 | 15000 | 10000 | -     |

Hãy phân tích dữ liệu từ bảng thống kê trên để trả lời các câu hỏi sau:

- Trong các tuyến đi từ địa điểm IV, tuyến nào có giá vé thấp nhất?
- Hành khách từ địa điểm II đi đến địa điểm nào có giá vé cao nhất?

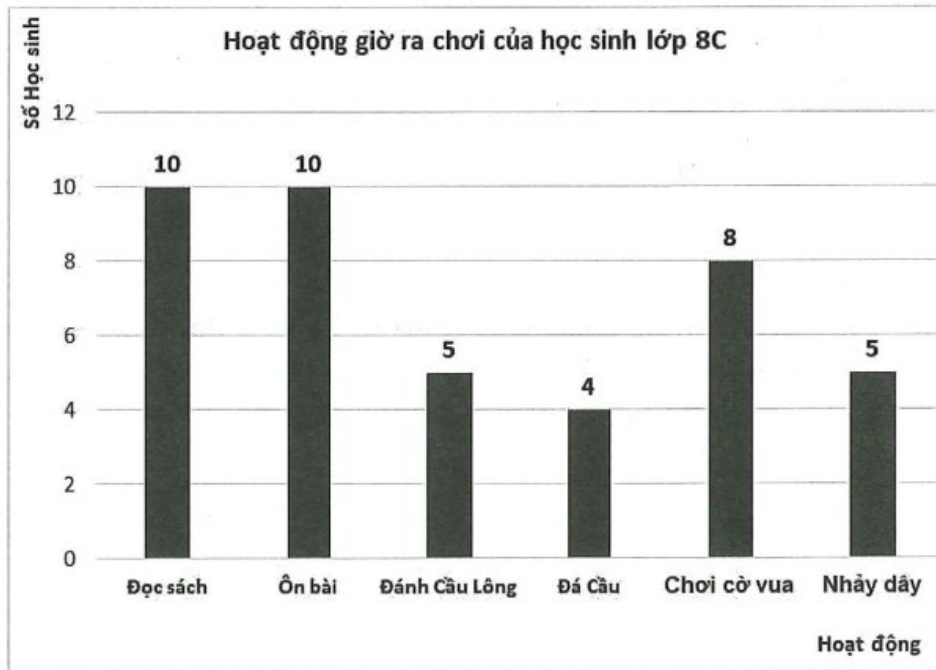
**Bài 13:** Giá trị (triệu USD) xuất khẩu cà phê và gạo của Việt Nam trong các năm 2015, 2018, 2019, 2020 được cho trong bảng thống kê sau:

| Năm    | 2015   | 2018   | 2019   | 2020 |
|--------|--------|--------|--------|------|
| Cà phê | 2671   | 3536,4 | 2863,8 | 2742 |
| Gạo    | 2796,3 | 3060,2 | 2806,4 | 3120 |

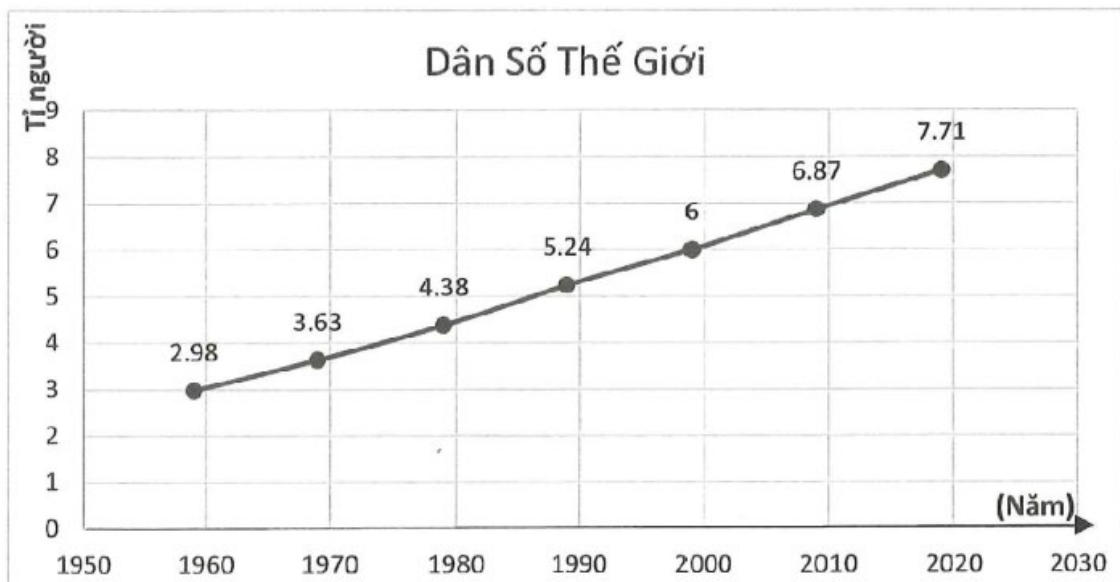
- Lựa chọn dạng biểu đồ thích hợp để biểu diễn bảng thống kê trên.
- Tìm các năm giá trị xuất khẩu cà phê vượt giá trị xuất khẩu gạo.

**Bài 14:** Biểu đồ sau đây biểu diễn dữ liệu về hoạt động trong giờ ra chơi của học sinh lớp 8C.

- Hãy phân tích dữ liệu từ biểu đồ trên để so sánh số học sinh tham gia hoạt động tại chỗ (đọc sách, ôn bài, chơi cờ vua) và hoạt động vận động (đánh cầu lông, đá cầu, nhảy dây) trong giờ ra chơi.
- Theo em, các bạn trong lớp 8C yêu thích hoạt động nào nhất?



**Bài 15:** Quan sát biểu đồ đoạn thẳng dưới đây.



a) Từ biểu đồ trên, lập bảng số liệu dân số thế giới theo mẫu sau:

|                   |      |      |      |      |      |      |      |
|-------------------|------|------|------|------|------|------|------|
| Năm               | 1959 | 1969 | 1979 | 1989 | 1999 | 2009 | 2019 |
| Dân số (tỉ người) | ?    | ?    | ?    | ?    | ?    | ?    | ?    |

b) Tính dân số thế giới tăng lên trong mỗi mười năm: 1959 - 1969; 1969 - 1979;...; 2009 - 2019.

c) Trong các khoảng thời gian trên, thập kỉ nào có dân số thế giới tăng nhiều nhất, ít nhất?

#### **D. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM**

**Câu 1:** Các món ăn yêu thích của học sinh lớp 8A ghi lại trong bảng sau:

|                 |                  |
|-----------------|------------------|
| Món ăn ưa thích | Số bạn yêu thích |
| Gà rán          | 5                |

|             |    |
|-------------|----|
| Xúc xích    | 8  |
| Chân gà     | 15 |
| Bánh mì que | 2  |

Dữ liệu định lượng trong bảng là:

- A) Món ăn ưa thích: Gà rán, xúc xích, chân gà, bánh mì que.
- B) Số bạn yêu thích: 5; 8; 15; 2.
- C) Gà rán, xúc xích, chân gà, bánh mì que: 5, 8, 15, 2.
- D) Cả A, B, C đều đúng.

**Câu 2:** Một số con vật sống trên cạn: Cá voi, chó, mèo, bò. Trong các dữ liệu trên, dữ liệu chưa hợp lý là:

- A) Cá voi.
- B) Chó.
- C) Mèo.
- D) Bò.

**Câu 3:** Cho bảng thống kê tỷ lệ các loại mẫu vật trong bảo tàng sinh vật của môi trường đại học về những lớp động vật có xương sống: Cá, Lưỡng cư, Bò sát, Chim, Động vật có vú.

| Lớp động vật   | Tỷ lệ mẫu vật (%) |
|----------------|-------------------|
| Cá             | 15%               |
| Lưỡng cư       | 10%               |
| Bò sát         | 20%               |
| Chim           | 25%               |
| Động vật có vú | 30%               |
| Tổng           | 101%              |

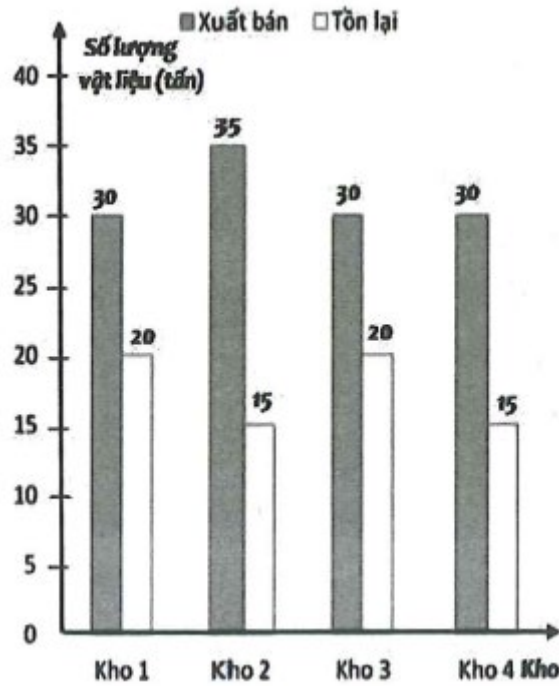
Giá trị chưa hợp lý trong bảng dữ liệu là:

- A) Dữ liệu về tên các lớp động vật.
- B) Dữ liệu tỷ lệ mẫu vật.
- C) A & B đều đúng.
- D) A & B đều sai.

**Câu 4:** Trong các dữ liệu sau, dữ liệu nào là dữ liệu định tính?

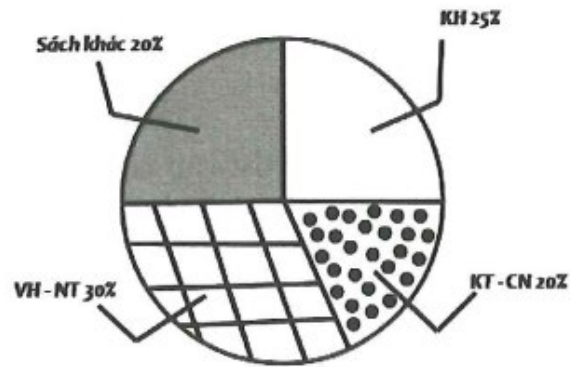
- A) Số huy chương vàng mà các vận động viên đã đạt được.
- B) Danh sách các vận động viên tham dự Olympic 2021.
- C) Số học sinh nữ của các tổ trong lớp 7A.
- D) Năm sinh của các thành viên trong gia đình em.

**Câu 5:** Một công ty kinh doanh vật liệu xây dựng có bốn kho hàng với 50 mặt hàng. Kế toán của công ty lập biểu đồ cột kép ở hình bên biểu diễn số lượng vật liệu đã xuất bán và số lượng vật liệu còn tồn lại trong mỗi kho sau tuần lễ kinh doanh đầu tiên. Kế toán đã ghi nhầm số liệu của một kho trong biểu đồ cột kép đó. Theo em, kế toán đã ghi nhầm số liệu ở kho nào?



- A) Kho 1.                      B) Kho 2 và kho 4.                      C) Kho 1 và kho 3.                      D) Kho 4.

**Câu 6:** Bạn Châu vẽ biểu đồ hình quạt tròn như hình bên để biểu diễn tỷ lệ các loại sách trong thư viện: Khoa học (KH), Kỹ thuật và công nghệ (KT & CN), Văn học và Nghệ thuật (VH - NT); Sách khác. Những dữ liệu mà bạn Châu nêu ra trong biểu đồ hình quạt tròn, dữ liệu nào chưa hợp lý?



- A) Sách khác.                      B) KH.  
C) KT - CN.                      D) Tất cả đều sai.

**Câu 7:** Cho bảng thống kê về tỷ số phần trăm các loại sách trong tủ sách của lớp 8A như sau:

| Loại sách          | Tỉ số phần trăm |
|--------------------|-----------------|
| Lịch sử Việt Nam   | 25%             |
| Truyện tranh       | 20%             |
| Thế giới động vật  | 30%             |
| Các loại sách khác | 25%             |

Cho các phát biểu sau:

(I) Dữ liệu định lượng là các loại sách: Lịch sử Việt Nam, Truyện tranh, Thế giới động vật, Các loại sách khác.

(II) Dữ liệu định tính là tỷ số phần trăm: 25%; 20%; 30%; 25%.

(III) Dữ liệu chưa hợp lý là tỷ số phần trăm.

Số phát biểu sai là:

- A) 0.                      B) 1.                      C) 2.                      D) 3.

**Câu 8:** Cho các dãy số liệu sau, dữ liệu nào là dữ liệu định lượng: A) Các loại xe máy: Vision, SH, Wave Alpha, Winner,... B) Các môn thể thao yêu thích: bóng đá, nhảy cao, cầu lông,... C) Điểm trung bình môn Toán của các bạn học sinh trong lớp: 6,6; 7,2;... D) Các loại màu sắc yêu thích: màu xanh, màu vàng,...

**Câu 9:** Phương pháp nào là phù hợp để thống kê dữ liệu về số huy chương của một đoàn thể thao trong một kỳ Olympic?

- A) Làm thí nghiệm.
- B) Thu thập từ nguồn có sẵn như sách báo, Internet.
- C) Phỏng vấn.
- D) Quan sát trực tiếp.

Dùng bảng thống kê sau đây để trả lời các câu 10, 11, 12

**Thống kê xếp loại học tập của học sinh lớp 8A1**

|   |                  |     |     |     |          |
|---|------------------|-----|-----|-----|----------|
| 1 | Xếp loại học tập | Tốt | Khá | Đạt | Chưa đạt |
| 2 | Số học sinh      | 10  | 15  | 10  | 5        |
| 3 | Tỉ lệ phần trăm  | 25% | 38% | 25% | 12%      |

**Câu 10:** Dữ liệu ở dòng nào thuộc loại dữ liệu định tính và có thể so sánh:

- A) 2.
- B) 3.
- C) 2 và 3.
- D) 1.

**Câu 11:** Dữ liệu nào thuộc loại định lượng và có thể lập tỷ số?





- A) 2 và 3
- B) 2
- C) 3
- D) 1

**Câu 12:** Loại biểu đồ nào là thích hợp để biểu diễn dữ liệu ở dòng 3?

- A) Biểu đồ tranh
- B) Biểu đồ đoạn thẳng
- C) Biểu đồ cột kép
- D) Biểu đồ hình quạt tròn

Dùng bảng thống kê sau để trả lời các câu hỏi 13 và 14

**Thống kê huy chương SEA Games 31**

|                          |  |  |  |  |
|--------------------------|---|---|--|---|
| <b>Việt Nam</b>          | <b>205</b>  | <b>125</b>  | <b>116</b>   | <b>446</b>  |
| <b>Thái Lan</b>          | <b>92</b>   | <b>103</b>  | <b>137</b>   | <b>332</b>  |
| <b>Indonesia</b>         | <b>69</b>   | <b>91</b>   | <b>81</b>  | <b>241</b>  |
| <b>Philippines</b>       | <b>52</b>   | <b>70</b>   | <b>105</b>   | <b>227</b>  |
| <b>Singapore</b>         | <b>47</b>   | <b>46</b>   | <b>73</b>  | <b>166</b>  |
| <b>Malaysia</b>          | <b>39</b>   | <b>45</b>   | <b>90</b>  | <b>174</b>  |
| <b>Myanmar</b>           | <b>9</b>  | <b>18</b>   | <b>35</b>  | <b>62</b>   |
| <b>Campuchia</b>         | <b>9</b>  | <b>13</b>   | <b>41</b>  | <b>63</b>   |
| <b>Lào</b>               | <b>2</b>  | <b>7</b>  | <b>33</b>  | <b>42</b>   |
| <b>Brunel Darussalam</b> | <b>1</b>  | <b>1</b>  | <b>1</b>   | <b>3</b>  |
| <b>Timor Leste</b>       | <b>0</b>  | <b>3</b>  | <b>2</b>   | <b>5</b>  |

**Câu 13:** Loại biểu đồ nào thích hợp để so sánh số lượng ba loại huy chương Vàng, Bạc, Đồng của hai đoàn Việt Nam và Thái Lan?

- A) Biểu đồ hình quạt tròn  
B) Biểu đồ cột  
C) Biểu đồ cột kép  
D) Biểu đồ đoạn thẳng

**Câu 14:** Biểu đồ nào thích hợp để biểu diễn tỷ lệ phần trăm số huy chương vàng của mỗi đoàn so với tổng số huy chương vàng đã trao trong đại hội?

- A) Biểu đồ hình quạt tròn  
B) Biểu đồ cột  
C) Biểu đồ cột kép  
D) Biểu đồ đoạn thẳng

## E. HƯỚNG DẪN GIẢI

**Bài 1:** Dữ liệu định tính: Bóng đá, cầu lông, cờ vua, đá cầu.

Dữ liệu định lượng: 40, 19, 22, 10.

**Bài 2:** Dữ liệu định tính: Đồng bằng Cửu Long; Đồng bằng sông Hồng; Trung du và miền núi phía Bắc; Bắc Trung Bộ và Duyên Hải Miền Trung; Tây Nguyên; Đông Nam Bộ.

Dữ liệu định lượng: 9%; 21%; 26%; 20%; 8%; 16%.

**Bài 3:**

a) Bạn Nga sưu tầm được bao nhiêu loại cây?

b) Sắp xếp các loại cây mà bạn Nga đã sưu tầm theo những nhóm sau:

Nhóm 1: Các loại cây ăn quả: Cây cam; cây sầu riêng; Cây mận.

Nhóm 2: Các loại cây thuốc dùng để trị bệnh: Cây ngải cứu; cây mần trầu; cây bồ công anh; cây nhọ nồi.

**Bài 4:** Theo em, thông tin về sự yêu thích các môn học của 120 em học sinh khối 8 được cho bởi biểu đồ hình quạt là chưa hợp lý. Vì tổng phần trăm của một hình tròn là 100% mà tổng tỷ số phần trăm của hình bên là 90%, nên số liệu không hợp lý.

**Bài 5:** Thông tin về kết quả xếp loại học lực của lớp 8A học kỳ I được cho bởi biểu đồ hình quạt tròn bên dưới là chưa chính xác. Vì số học sinh xếp loại tiên tiến là: 40% của 20% = 8 (học sinh) mà thông tin đưa ra là 9 học sinh nên thông tin đó chưa chính xác.

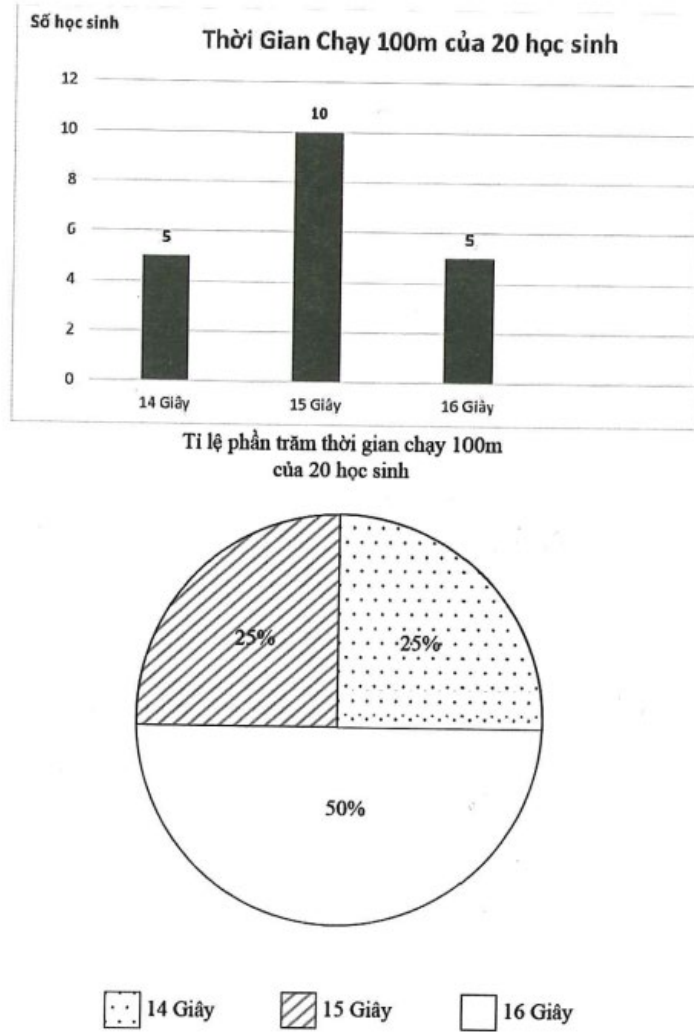
**Bài 6:** Theo em, với số liệu được cho trong biểu đồ cột kép, số liệu không hợp lý ở tháng 8. Vì tổng lượng mưa trung bình của hai tỉnh với mỗi tháng không quá 100 mm. Mà tháng 8 tổng lượng mưa trung bình của hai tỉnh là 150 mm, nên số liệu cho không hợp lý.

**Bài 7:** Theo em, bảng số liệu đã cho trong bảng thống kê trên là chưa hợp lý. Vì lớp 8 có 105 học sinh mà khi chia phòng tổng số học sinh các phòng là 106, nên số liệu thống kê đó không hợp lý.

**Bài 8:** a)

|                       |     |     |     |
|-----------------------|-----|-----|-----|
| Thời gian chạy (giây) | 14  | 15  | 16  |
| Số học sinh           | 5   | 10  | 5   |
| Tỉ lệ phần trăm       | 25% | 50% | 25% |

b)



**Bài 9:**

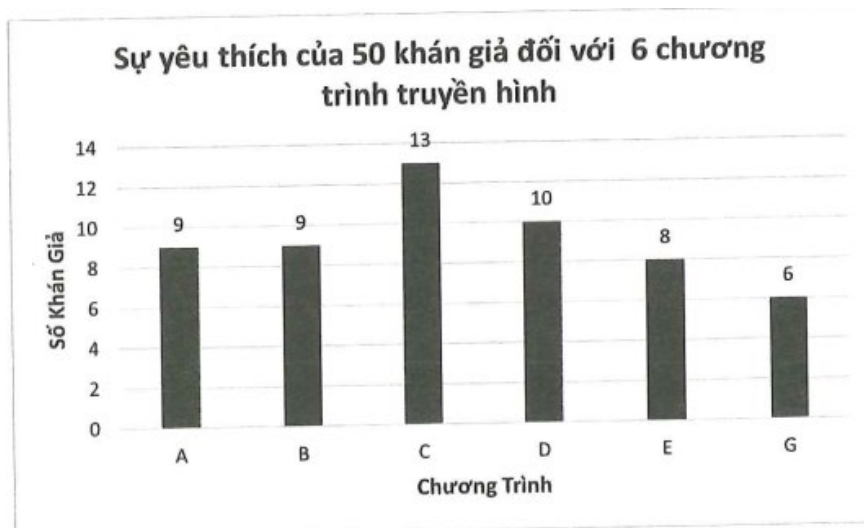
a)

| Chương trình truyền hình được yêu thích | Kiểm đếm     | Số khán giả chọn |
|---|--------------|------------------|
| A                                       | ### IIII     |                  |
| B                                       | ### IIII     |                  |
| C                                       | ### ### IIII |                  |
| D                                       | ### ##       |                  |
| E                                       | ### III      |                  |
| G                                       | ### I        |                  |

b) Chương trình C

c) Chương trình A và B

d)



**Bài 10:**

a) Số học sinh bình quân trên một giáo viên là:  $17500 : 818 = 21$  (học sinh).

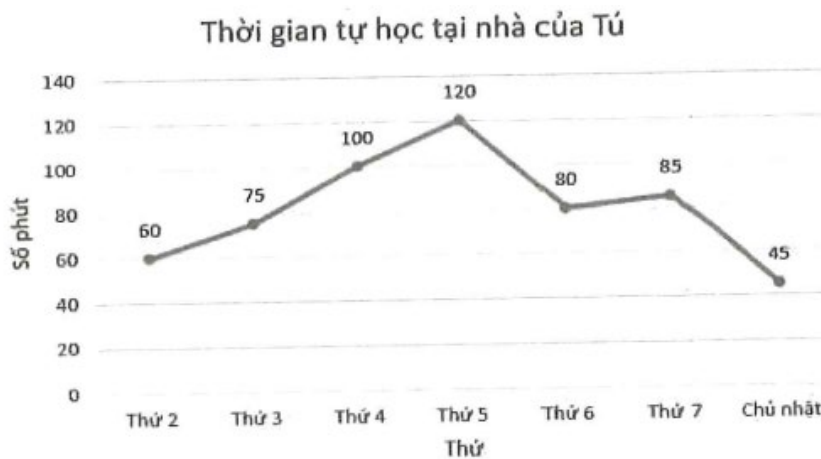
b) Số học sinh bình quân trong một lớp là:  $17500 : 511.6 = 34$  (học sinh).

**Bài 11:**

Ta có bảng thống kê thời gian tự học tại nhà của Tú như sau:

| Thứ     | Thứ 2 | Thứ 3 | Thứ 4 | Thứ 5 | Thứ 6 | Thứ 7 | Chủ nhật |
|---------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----------|
| Số phút | 60    | 75    | 100   | 120   | 80    | 85    | 45       |

Biểu đồ đoạn thẳng



**Bài 12:**

a) Tuyến đi đến địa điểm V có giá vé thấp nhất (10000 đồng)

b) Đi đến địa điểm IV có giá vé cao nhất (25000 đồng)

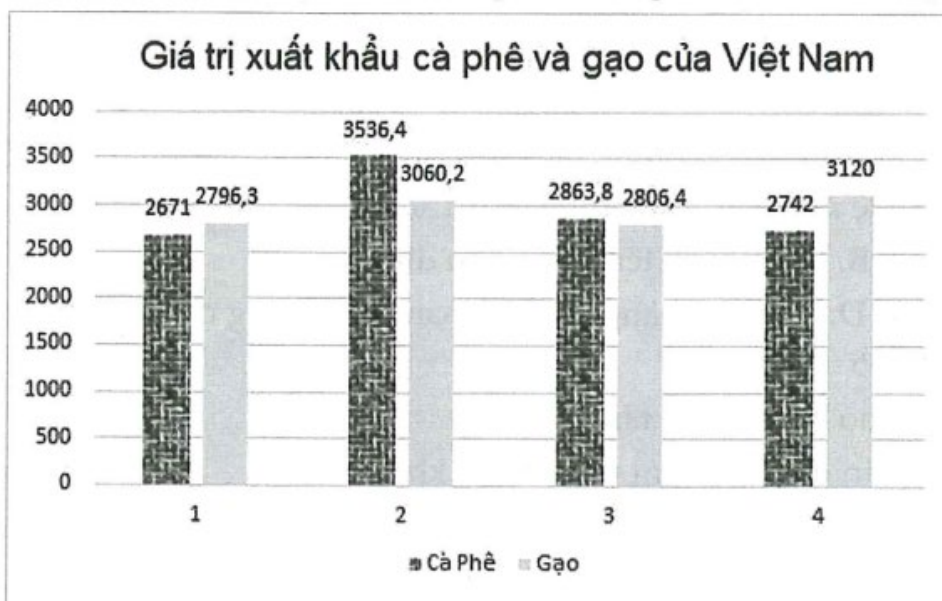
**Bài 13:**

b) Các năm giá trị xuất khẩu cà phê vượt giá trị xuất khẩu gạo: 2018; 2019

**Bài 14:**

a) Tổng số học sinh tham gia hoạt động tại chỗ là:  $10 + 10 + 8 = 28$  (học sinh)

Tổng số học sinh tham gia hoạt động vận động là:  $5 + 4 + 5 = 14$  (học sinh)



Vậy số học sinh tham gia hoạt động tại chỗ nhiều hơn số học sinh tham gia hoạt động vận động.

b) Theo em các bạn lớp 8C nên tăng cường lại hoạt động vận động để có lợi cho sức khỏe.

**Bài 15:**

a)

| Năm               | 1959 | 1969 | 1979 | 1989 | 1999 | 2009 | 2109 |
|-------------------|------|------|------|------|------|------|------|
| Dân số (tỉ người) | 2.98 | 3.63 | 4.38 | 5.24 | 6    | 6.87 | 7.71 |

b) Dân số tăng trong mỗi thập kỷ là:

1960 - 1969:  $3.63 - 2.98 = 0.65$  (triệu người).

1970 - 1979:  $4.38 - 3.63 = 0.75$  (triệu người).

1980 - 1989:  $5.24 - 4.38 = 0.86$  (triệu người).

1990 - 1999:  $6 - 5.24 = 0.76$  (triệu người).

2000 - 2009:  $6.87 - 6 = 0.87$  (triệu người).

2009 - 2019:  $7.71 - 6.87 = 0.84$  (triệu người).

c) Trong các thập kỷ trên, thập kỷ 2000-2009 có dân số thế giới tăng nhiều nhất (tăng 0.87 triệu người), thập kỷ 1960-1969 có dân số thế giới tăng ít nhất (tăng 0.65 triệu người).

**BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM**

|     |     |      |      |      |      |      |
|-----|-----|------|------|------|------|------|
| 1.B | 2.A | 3.D  | 4.B  | 5.C  | 6.D  | 7.C  |
| 8.C | 9.B | 10.D | 11.B | 12.D | 13.C | 14.A |

**Câu 1:** Chọn **B**. Dữ liệu định lượng được biểu diễn bằng số thực.

**Câu 2:** Chọn **A**. Cá voi chưa hợp lý, vì cá voi sống dưới nước.

**Câu 3:** Chọn **D**. Tên lớp động vật sai, cá và chim không phải lớp động vật; dữ liệu tỉ lệ mẫu sai, không thể là 101%.

**Câu 4:** Chọn **B**. Danh sách tên là dữ liệu định tính.

**Câu 5:** Chọn **D**.

Tổng số hàng đã xuất bán và số hàng còn tồn lại trong kho 4 là:  $30 + 15 = 45$  (tấn).

Mà mỗi kho hàng có 50 tấn hàng.

Vậy kế toán đã ghi nhầm số liệu của kho 4.

**Câu 6:** Chọn B.

**Câu 7:** Chọn B. (I), (II) sai.

**Câu 8:** Chọn C.

**Câu 9:** Chọn B.

**Câu 10:** Chọn D.

Dữ liệu xếp loại học tập (Tốt, Khá, Đạt, Chưa đạt) thuộc loại dữ liệu định tính và có thể so sánh.

**Câu 11:** Chọn B.

Dữ liệu số học sinh và tỉ lệ phần trăm thuộc loại định lượng và có thể lập tỉ số.

**Câu 12:** Chọn D.

Dữ liệu ở dòng 3 là dữ liệu về tỉ lệ phần trăm.

**Câu 13:** Chọn C.

Để so sánh số lượng ba loại huy chương Vàng, Bạc, Đồng của hai đoàn Việt Nam và Thái Lan.

**Câu 14:** Chọn A.

## Bài 1 - HÀM SỐ. GIÁ TRỊ CỦA HÀM SỐ

### A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

#### 1. Hàm số:

##### a. Khái niệm hàm số:

Nếu đại lượng  $y$  phụ thuộc vào đại lượng  $x$  ( $x$  thay đổi) sao cho với mỗi giá trị của  $x$  ta luôn xác định được chỉ một giá trị tương ứng của  $y$  thì  $y$  được gọi là **hàm số** của  $x$  và  $x$  gọi là **biến số**.

##### b. Giá trị của hàm số:

Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định tại  $x = a$ . Giá trị tương ứng của hàm số  $f(x)$  khi  $x = a$  được gọi là *giá trị của hàm số*  $y = f(x)$  tại  $x = a$ , ký hiệu là  $f(a)$ .

### B. BÀI TẬP MINH HỌA

**Ví dụ 1:** Nhà bác học Galileo Galilei (1564 -1642) là người đầu tiên phát hiện ra quan hệ giữa đường chuyển động  $y$  (m) và thời gian chuyển động  $t$  (giây) của một vật được biểu diễn gần đúng bởi hàm số  $y(t) = 5t^2$ . Tính quãng đường mà vật đó chuyển động được sau 2 giây và 5 giây.

#### Hướng dẫn giải

Quãng đường vật chuyển động được sau 2 giây là:  $y(2) = 5.2^2 = 20$  (m).

Vậy quãng đường vật chuyển động được sau 2 giây là 20 (m).

Quãng đường vật chuyển động được sau 5 giây là:  $y(5) = 5.5^2 = 125$  (m).

Vậy quãng đường vật chuyển động được sau 5 giây là 125 (m).

**Ví dụ 2:** Ngân hàng A có tỷ giá giao dịch giữa đồng đô la Mỹ (USD) và tiền Việt Nam (VNĐ) là 1 USD = 23,620 VNĐ. Anh An được người thân ở Mỹ gửi tặng  $x$  (USD).

a) Gọi  $y$  (đồng) là số tiền anh An nhận được khi đến ngân hàng A đổi  $x$  (USD). Viết công thức biểu diễn  $y$  theo  $x$ .

b) Hỏi anh An nhận được bao nhiêu tiền khi đến ngân hàng A đổi 350 USD?

#### Hướng dẫn giải:

a) Công thức biểu diễn  $y$  theo  $x$  là  $y = 23620x$ .

b) Số tiền anh An nhận được khi đổi 350 USD là:  $y = 23620.350 = 8267000$  (đồng).

Vậy anh An nhận được số tiền là 8267000 (đồng).

**Ví dụ 3:** Gọi  $s$  (km) là quãng đường một chiếc xe máy di chuyển trong  $t$  (giờ) với vận tốc 50 km/h.

a) Lập công thức biểu diễn  $s$  theo  $t$ .

b) Tính quãng đường xe máy đi được sau 2 giờ.

c) Sau bao lâu xe máy đi được quãng đường dài 120 km?

#### Hướng dẫn giải:

a) Công thức biểu diễn  $s$  theo  $t$  là  $s = 50t$ .

b) Quãng đường xe máy đi được sau 2 giờ là:  $s = 50 \cdot 2 = 100$  (km).

Vậy quãng đường xe máy đi được sau 2 giờ là 100 km.

c) Thời gian xe máy đi được quãng đường dài 120 km là:  $120 = 50t \Rightarrow t = \frac{120}{50} = 2,4$  (giờ).

Vậy sau 2,4 giờ xe máy đi được quãng đường dài 120 km.

**Ví dụ 4:** Để tính điện năng tiêu thụ của đồ dùng điện gia đình người ta dùng công thức sau đây:  $A = P \cdot t$ .

Trong đó ta có:

$A$ : điện năng của thiết bị tiêu thụ (kWh).

$P$ : công suất định mức được ghi trên thiết bị điện (kW).

$t$ : thời gian thiết bị dùng điện (giờ).



Một bóng đèn LED có công suất 200 (W) mỗi ngày sử dụng chiếu sáng trong  $t$  giờ.

a) Lập công thức biểu diễn  $A$  theo  $t$  của bóng đèn trên.

b) Biết biểu giá điện sinh hoạt cho ở bảng sau:

| Giá bán lẻ điện sinh hoạt     | Giá bán điện (đồng/kWh) |
|-------------------------------|-------------------------|
| Bậc 1: Cho kWh từ 0 - 50      | 1728                    |
| Bậc 2: Cho kWh từ 51 - 100    | 1786                    |
| Bậc 3: Cho kWh từ 101 - 200   | 2074                    |
| Bậc 4: Cho kWh từ 201 - 300   | 2612                    |
| Bậc 5: Cho kWh từ 301 - 400   | 2919                    |
| Bậc 6: Cho kWh từ 401 trở lên | 3015                    |

*Biểu giá điện sinh hoạt 6 bậc mới nhất áp dụng từ ngày 01/05/2023.*

Tính số tiền điện của bóng đèn trong 30 ngày, mỗi ngày chiếu sáng 10 giờ.

#### Hướng dẫn giải:

a)  $200W = 0,2kW$ .

Công thức biểu diễn  $A$  theo  $t$  của bóng đèn là  $A = 0,2 \cdot t$ .

b) Điện năng tiêu thụ của bóng đèn trong 30 ngày là:  $A = 0,2 \cdot 10 \cdot 30 = 60$  (kWh).

Số tiền điện của bóng đèn là:  $50 \cdot 1728 + 10 \cdot 1786 = 104260$  (đồng).

Vậy số tiền điện của bóng đèn là 104260 đồng.

Ví dụ 5: Anh An trồng rau muống để bán hàng ngày. Trung bình mỗi ngày anh bán được  $x$  bó rau, giá mỗi bó rau muống là 5,000 đồng.

a) Gọi  $y$  (đồng) là số tiền anh An thu được khi bán được  $x$  bó rau.

Lập công thức  $y$  theo  $x$ .

b) Tính số tiền anh An thu nhập được trong tháng 7/2023. Biết trung bình mỗi ngày thường anh bán được 30 bó rau; ngày thứ Bảy và Chủ nhật anh bán bằng 150% số bó rau ngày thường và ngày 1/7/2023 là thứ Bảy.



### Hướng dẫn giải

a) Công thức biểu diễn  $y$  theo  $x$  là  $y = 5000x$ .

b) Tháng 7/2023 có 31 ngày, trong đó có 5 ngày thứ Bảy, 5 ngày Chủ nhật và 21 ngày thường.

Số bó rau anh bán được trong tháng 7 là:  $21.30 + 5.30.150\% + 5.30.150\% = 1080$  (bó rau).

Số tiền anh An thu nhập được là:  $y = 5000.1080 = 5\,400\,000$  (đồng).

Vậy trong tháng 7/2023, anh An thu nhập được 5 400 000 đồng từ việc bán rau.

### C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

**Bài 1:** Chị Ngân gửi 100,000,000 đồng vào ngân hàng A với kỳ hạn 1 năm và không rút trước kỳ hạn. Biết ngân hàng A có lãi suất là  $r\%/năm$ .

a) Gọi số tiền lãi là  $y$  (đồng), lập công thức biểu diễn số tiền lãi  $y$  chị Ngân nhận được sau 1 năm.

b) Tính số tiền lãi chị Ngân nhận được sau 1 năm nếu lãi suất là  $6,5\%/năm$ .

c) Lãi suất kép (lãi kép) hay còn được gọi là lãi cộng dồn, có nghĩa là khi đến kỳ nhận lãi của khoản đầu tư thì bạn lấy lãi đó nhập vào thành gốc và tiếp tục đầu tư cho chu kỳ tiếp theo. Cứ lặp đi lặp lại như vậy xuyên suốt thời gian đầu tư hoặc gửi tiết kiệm thì được coi là lãi suất kép. Tính số tiền lãi chị Ngân nhận được ở năm thứ 2 biết lãi suất không thay đổi.

**Bài 2:** Chị Ngân là nhân viên trang trí bánh kem ở cửa hàng Men Bakery. Cửa hàng trả tiền công cho chị theo sản phẩm. Biết mỗi cái bánh sau khi trang trí thành phẩm, chị nhận được tiền công là 25,000 đồng.

a) Gọi  $y$  (đồng) là số tiền công chị nhận được tương ứng với  $x$  cái bánh sau khi trang trí thành phẩm. Lập hàm số  $y$  theo  $x$ .

b) Tính số tiền công chị nhận được khi trang trí 600 cái bánh.

**Bài 3:** Cửa hàng thời trang Hiếu Thảo nhập về  $x$  cái áo thun với giá nhập 90,000 đồng/áo. Mỗi cái áo bán ra cửa hàng lời được 30% giá nhập.

a) Gọi  $y$  (đồng) là số tiền cửa hàng có lời khi bán được  $x$  cái áo. Lập hàm số  $y$  theo  $x$ .



b) Hỏi cửa hàng có lời bao nhiêu khi bán được 250 cái áo.



**Bài 4:** Bạn An đi làm thêm ở quán trà sữa. Trung bình mỗi giờ làm thường bạn được trả 25 000 đồng; nếu làm tăng ca thì mỗi giờ tăng ca bạn được trả 150% số tiền làm giờ thường. Gọi  $y_1$  là số tiền bạn nhận được khi làm  $t_1$  giờ thường;  $y_2$  là số tiền bạn nhận được khi làm  $t_2$  giờ tăng ca.

a) Lập hàm số  $y_1$  theo  $t_1$  và hàm số  $y_2$  theo  $t_2$ .

b) Tính số tiền bạn An nhận được khi làm 60 giờ thường và 10 giờ tăng ca.

**Bài 5:** Bạn Phúc đi học được mẹ cho 30,000 đồng. Bạn ăn sáng hết 20,000 đồng. Số tiền còn lại bạn bỏ ống heo tiết kiệm để mua một cái máy tính cầm tay có giá 355,000 đồng.

a) Gọi  $y$  (đồng) là số tiền bạn tiết kiệm được trong  $x$  ngày. Lập hàm số  $y$  theo  $x$ .

b) Tính số tiền bạn Phúc tiết kiệm được trong 15 ngày.

c) Hỏi bạn phải tiết kiệm ít nhất bao nhiêu ngày thì đủ tiền mua máy tính cầm tay.

## D. HƯỚNG DẪN GIẢI

### Bài 1:

a) Công thức biểu diễn  $y$  theo  $r\%$  là  $y = 100000000.r\%$ .

b) Số tiền lãi chị Ngân nhận được sau 1 năm là:  $y = 100000000.6,5\% = 6500000$  (đồng).

c) Số tiền cả vốn lẫn lãi chị Ngân nhận được sau 1 năm là:  $100000000 + 6500000 = 106500000$  (đồng).

Số tiền lãi chị Ngân nhận được ở năm thứ 2 là:  $y = 106500000.6,5\% = 6922500$  (đồng).

### Bài 2:

a) Hàm số  $y$  theo  $x$  là  $y = 25000x$ .

b) Số tiền công chị nhận được là:  $y = 25000.600 = 15000000$  (đồng).

Vậy số tiền công chị nhận được khi trang trí 600 cái bánh là 15000000 đồng.

### Bài 3:

a) Số tiền lời khi bán được 1 cái áo là:  $90000.30\% = 27000$  (đồng).

Hàm số  $y$  theo  $x$  là  $y = 27000x$ .

b) Số tiền cửa hàng lời được khi bán 250 cái áo là:  $y = 27000.250 = 6750000$  (đồng).

Vậy khi bán được 250 cái áo thì cửa hàng có lời 6750000 đồng

**Bài 4:**

a) Hàm số  $y_1$  theo  $t_1$  là  $y_1 = 25000t_1$ .

Số tiền làm 1 giờ tăng ca là:  $25000 \cdot 150\% = 37500$  (đồng).

Hàm số  $y_2$  theo  $t_2$  là  $y_2 = 37500t_2$ .

b) Số tiền bạn An nhận được khi làm 60 giờ thường là:  $y_1 = 25000 \cdot 60 = 1500000$  (đồng).

Số tiền bạn An nhận được khi làm 10 giờ tăng ca là:  $y_2 = 37500 \cdot 10 = 375000$  (đồng).

Tổng số tiền bạn An nhận được là:  $y_1 + y_2 = 1500000 + 375000 = 1875000$  (đồng).

Vậy bạn An nhận được số tiền là 1875000 đồng.

**Bài 5:**

a) Số tiền bạn Phúc tiết kiệm mỗi ngày là:  $30000 - 20000 = 10000$  (đồng).

Hàm số  $y$  theo  $x$  là  $y = 10000x$ .

b) Số tiền bạn tiết kiệm được trong 15 ngày là:  $y = 10000 \cdot 15 = 150000$  (đồng).

Vậy sau ít nhất 36 ngày thì bạn Phúc tiết kiệm đủ.

## Bài 2 - HÀM SỐ BẬC NHẤT

### A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

**Hàm số bậc nhất** là hàm số được cho bởi công thức  $y = ax + b$ , trong đó  $a, b$  là các số cho trước và  $a$  khác 0.

*Chú ý:* khi  $b = 0$ , ta có hàm số  $y = ax$ .

### B. BÀI TẬP MINH HỌA

**Dạng 1:**

#### DẠNG BÀI CÓ CÔNG THỨC

**Ví dụ 1:** Mỗi quan hệ giữa thang nhiệt độ  $F$  (Fahrenheit) và thang nhiệt độ  $C$  (Celsius) được cho bởi công thức  $T_F = 1,8T_C + 32$ , trong đó  $T_C$  là nhiệt độ tính theo độ  $C$  và  $T_F$  là nhiệt độ tính theo độ  $F$ .

Ví dụ  $T_C = 0^\circ C$  tương ứng với  $T_F = 32^\circ F$ .

- Hỏi  $32^\circ C$  tương ứng với bao nhiêu độ  $F$ ?
- Hỏi  $80^\circ F$  tương ứng với bao nhiêu độ  $C$ ?



#### Hướng dẫn giải

a) Thay  $T_C = 32$  vào  $T_F = 1,8T_C + 32$

$$\Rightarrow T_F = 1,8.32 + 32 = 89,6^\circ F.$$

b) Thay  $T_F = 80$  vào  $T_F = 1,8T_C + 32$

$$\Rightarrow 80 = 1,8T_C + 32 \Leftrightarrow 1,8T_C = 48 \Leftrightarrow T_C = \frac{80}{3}^\circ C.$$

**Ví dụ 2:** Một hãng hàng không quy định phạt hành lý ký gửi vượt quá quy định miễn phí (hành lý quá cước). Cứ vượt quá  $x$  (kg) hành lý thì khách hàng phải trả  $y$  (USD) theo công thức liên hệ giữa  $x$

và  $y$  là  $y = \frac{4}{5}x + 20$ .

- Tính số tiền phạt  $x$  cho 15kg hành lý quá cước.
- Tính khối lượng hành lý quá cước nếu khoản tiền phạt tại sân bay Tân Sơn Nhất là 814,975 VNĐ (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị). Biết tỉ giá giữa VNĐ và USD là  $1 \text{ USD} = 23,285 \text{ VNĐ}$ .

### Hướng dẫn giải

a) Thay  $x = 15$  vào  $y = \frac{4}{5}x + 20$ .

$$\Rightarrow y = \frac{4}{5} \cdot 15 + 20 = 32 \text{ (USD)}.$$

Vậy số tiền phạt là 32 USD.

b)  $814975 \text{ VNĐ} = 35 \text{ USD}$ .

Thay  $y = 35$  vào  $y = \frac{4}{5}x + 20$ .

$$\Rightarrow 35 = \frac{4}{5}x + 20 \Leftrightarrow \frac{4}{5}x = 15 \Leftrightarrow x \approx 19 \text{ (kg)}.$$

Vậy khối lượng hành lý quá cước khoảng 19kg.

**Ví dụ 3:** Nước là một phần không thể thiếu với cơ thể con người, bạn cần tiêu thụ đủ nước mỗi ngày để cơ thể khỏe mạnh, da dẻ hồng hào, đẹp đẽ, để biết cơ thể mình cần chính xác bao nhiêu nước mỗi ngày ta có thể sử dụng công thức (US News & World Report đã đưa ra) tính theo cân nặng như sau:

$$L = 0,03m.$$

Trong đó:  $L$  (lít/ngày) là lượng nước cơ thể cần;  $m$  (kg) là cân nặng.

<https://www.nhathuocankhang.com/ban-tin-suc-khoe/cach-tinh-chinh-xac-luong-nuoc-can-uong-moi-ngay-cua-co-the-11663869>.

Bạn An nặng 55kg thì lượng nước cần nạp vào cơ thể trong một ngày là bao nhiêu lít?

### Hướng dẫn giải

Lượng nước bạn An cần nạp vào cơ thể trong một ngày là:  $L = 0,03 \cdot 55 = 1,65$  (lít/ngày).

Vậy trong một ngày, bạn An cần nạp vào cơ thể 1,65 lít nước.

**Ví dụ 4:** Giờ GMT hay còn gọi là Greenwich Mean Time được tính bằng giờ trung bình hằng năm dựa theo thời gian mỗi ngày khi Mặt Trời đi qua Kinh tuyến gốc tại Đài thiên văn Hoàng gia, Greenwich.

Việt Nam có múi giờ là +7 nên giờ tại Việt Nam so với giờ GMT là  $T = GMT + 7$  với  $T$  là giờ tại Việt Nam; GMT là giờ gốc (giờ ở Greenwich).



- a) Lúc 8 giờ sáng ngày 24/8/2023 ở Greenwich thì ở Việt Nam là mấy giờ?  
 b) Lúc 6 giờ sáng ngày 24/8/2023 ở Việt Nam thì lúc đó ở Greenwich là mấy giờ?

### Hướng dẫn giải

- a) Ở Greenwich là 8 giờ sáng, nên  $GMT = 8$ .

Do đó, giờ ở Việt Nam là  $T = 8 + 7 = 15$  giờ.

Vậy ở Greenwich là 8 giờ sáng ngày 24/8/2023 thì ở Việt Nam là 15 giờ ngày 24/8/2023.

- b) Lúc 6 giờ sáng ở Việt Nam, nên  $T = 6$ .

Do đó  $GMT = T - 7 = 6 - 7 = -1$  giờ ngày 24/8/2023.

Vậy lúc 6 giờ sáng ngày 24/8/2023 ở Việt Nam thì lúc đó ở Greenwich là 23 giờ ngày 23/8/2023.

**Lưu ý:** Nếu kết quả ra số âm thì ta lấy kết quả cộng thêm 24 và lùi thời gian về một ngày.

### Dạng 2:

### DẠNG BÀI BIỂU DIỄN $y$ THEO $x$

**Ví dụ 1:** Một doanh nghiệp xuất khẩu gạo thu mua lúa với giá 7 triệu đồng/tấn; phí vận chuyển từ nơi thu mua đến kho là 2 triệu đồng/chuyến. Doanh nghiệp mua được  $x$  tấn lúa và chỉ sử dụng ba chuyến vận chuyển số lúa đó về kho. Gọi  $y$  (triệu đồng) là tổng chi phí mà doanh nghiệp đã trả mua  $x$  tấn lúa và phí vận chuyển. Viết công thức  $y$  theo  $x$ .

### Hướng dẫn giải

Số tiền mua  $x$  tấn lúa là  $7x$  (triệu đồng).

Chi phí vận chuyển là  $2.3 = 6$  (triệu đồng).

Vậy  $y = 7x + 6$  (triệu đồng).

### Ví dụ 2:

Bạn Ngân làm nhân viên trang trí bánh kem ở cửa hàng XYZ. Cửa hàng trả lương một tháng gồm lương cơ bản 4,500,000 đồng, mỗi cái bánh trang trí thành phẩm bạn được trả thêm 12,000 đồng. Gọi  $y$  (đồng) là số tiền lương bạn Ngân nhận được trong một tháng khi bạn trang trí được  $x$  cái bánh thành phẩm.

- a) Lập hàm số  $y$  theo  $x$ .



b) Nếu trong một tháng bạn Ngân trang trí được 350 cái bánh thành phẩm thì số tiền lương bạn Ngân nhận được là bao nhiêu?

### Hướng dẫn giải

a) Số tiền bạn Ngân có được khi trang trí  $x$  cái bánh là  $12000x$  (đồng).

Hàm số là  $y = 12000x + 4500000$ .

b) Thay  $x = 350$  vào  $y = 12000x + 4500000$ .

$$\Rightarrow y = 12000 \cdot 350 + 4500000 = 8700000.$$

Vậy số tiền lương bạn Ngân nhận được là 8700000 (đồng).

**Ví dụ 3:** Một tiệm trà sữa có chương trình khuyến mãi như sau: nếu khách hàng mua từ 5 ly trở lên thì từ ly thứ 5 sẽ được giảm giá 10% so với giá ban đầu. Gọi  $y$  (đồng) là số tiền khách hàng phải trả khi mua  $x$  ly trà sữa với  $x \geq 5$ .

a) Lập hàm số  $y$  theo  $x$ , biết giá ban đầu của một ly trà sữa là 25,000 đồng.

b) Bạn Tâm đến tiệm trà sữa mua 7 ly trà sữa thì phải trả bao nhiêu tiền?

### Hướng dẫn giải

a) Giá một ly trà sữa sau khi giảm 10% là:  $25000(100\% - 10\%) = 22500$  (đồng).

Hàm số  $y$  theo  $x$  là:  $y = 4 \cdot 25000 + (x - 4) \cdot 22500$

$$\Rightarrow y = 22500x + 10000.$$

b) Thay  $x = 7$  vào  $y = 22500x + 10000$

$$\Rightarrow 22500 \cdot 7 + 10000 = 167500 \text{ (đồng)}.$$

Vậy số tiền bạn Tâm phải trả là 167500 (đồng).

**Ví dụ 4:** Để thay đổi chiến lược kinh doanh phù hợp với khách hàng ít tiền, cửa hàng có chương trình “Mua hàng trả góp lãi suất 0%”, tức là trả góp mỗi tháng mà không tính lãi suất. Tuy nhiên, trước khi mua hàng, khách hàng thường trả trước cho doanh nghiệp 20 - 30% giá sản phẩm. Số tiền còn lại chia đều mỗi tháng để trả.

Bạn An muốn mua một chiếc laptop trả góp và bạn An đã thanh toán cho cửa hàng trước 5,400,000 đồng, kỳ trả góp là 12 tháng, với giá chiếc laptop là  $y$  (triệu đồng), mỗi tháng trả  $x$  (triệu đồng).

a) Hãy lập công thức tính  $y$  theo  $x$ .

b) Nếu chiếc laptop bạn An đã mua có giá là 18 triệu đồng, thì số tiền hàng tháng bạn An phải góp là bao nhiêu? Số tiền bạn An thanh toán trước chiếm bao nhiêu phần trăm giá sản phẩm?

### Hướng dẫn giải

a) Giá của chiếc laptop khi trả góp mỗi tháng  $x$  (triệu đồng) là:  $y = 5400000 + 12x$  (triệu đồng).

b) Thay  $y = 18000000$ , thay vào  $y = 5400000 + 12x$ :

$$18000000 = 5400000 + 12x \Rightarrow x = 1050000$$

Số phần trăm bạn An thanh toán trước cho cửa hàng là:  $\frac{5400000}{18000000} \cdot 100\% = 30\%$ .

**Ví dụ 5:** Một cửa hàng sách cũ có một chính sách như sau: Nếu khách hàng đăng ký làm hội viên của cửa hàng sách, thì mỗi năm phải đóng 50,000 đồng chi phí và phải chi thuê sách với giá 5,000 đồng/cuốn; còn nếu khách hàng không phải hội viên, thì phải thuê sách với giá 10,000 đồng/cuốn. Gọi  $s$  (đồng) là tổng số tiền mỗi khách hàng phải trả trong mỗi năm và  $t$  là số cuốn sách mà khách hàng thuê.

- Lập hàm số của  $s$  theo  $t$  đối với khách hàng là hội viên và đối với khách hàng không phải là hội viên.
- Trung là một hội viên của cửa hàng sách, năm ngoái Trung đã trả cho cửa hàng sách tổng cộng 90,000 đồng. Hỏi nếu Trung không phải là hội viên của cửa hàng sách thì số tiền phải trả là bao nhiêu?

#### Hướng dẫn giải

a) Hàm số của  $s$  theo  $t$  đối với khách hàng là hội viên là:  $s = 50000 + 5000t$ .

Hàm số của  $s$  theo  $t$  đối với khách hàng không là hội viên là:  $s = 10000t$ .

b) Số quyển sách mà Trung đã thuê của cửa hàng năm ngoái là:  $\frac{90000 - 50000}{5000} = 8$  (quyển).

Số tiền mà Trung trả cho cửa hàng nếu không là hội viên là:  $8 \cdot 10000 = 80000$  (đồng).

**Ví dụ 6:** Hai lớp 9A và 9B có 90 học sinh. Trong đợt góp sách ủng hộ, mỗi em lớp 9A góp 2 quyển và mỗi em lớp 9B góp 3 quyển, nên cả hai lớp góp được  $S$  quyển.

- Gọi  $x$  ( $x \in \mathbb{N}^*$ ;  $x < 90$ ; học sinh) là số học sinh lớp 9A. Lập hàm số  $S$  theo  $x$ .
- Tính số học sinh mỗi lớp, biết cả hai lớp góp được 227 quyển sách.

#### Hướng dẫn giải

a) Số học sinh lớp 9B là  $90 - x$  (học sinh).

Số quyển sách lớp 9A góp là  $2x$  (quyển).

Số quyển sách lớp 9B góp là  $(90 - x)3 = 270 - 3x$  (quyển).

Số quyển sách cả hai lớp góp là:  $2x + (270 - 3x) = 2x + 270 - 3x = -x + 270$  (quyển).

Vậy  $S = -x + 270$ .

b) Thay  $S = 227$  vào  $S = -x + 270$

Nên  $227 = -x + 270 \Rightarrow x = 43$ .

Vậy lớp 9A có 43 học sinh; lớp 9B có  $90 - 43 = 47$  học sinh.

**Ví dụ 7:** Một quyển tập có giá 12,500 đồng và một quyển sách có giá 45,000 đồng. Bạn An mua  $x$  (quyển) tập và một quyển sách thì số tiền phải trả là  $y$  (đồng).

- Lập hàm số  $y$  theo  $x$ .
- Bạn An mua 10 quyển tập thì phải trả bao nhiêu tiền?

c) Với số tiền 200,000 đồng, bạn An mua được nhiều nhất bao nhiêu quyển tập?

### Hướng dẫn giải

a) Số tiền bạn An mua  $x$  quyển tập là  $12500x$  (đồng).

Hàm số là  $y = 12500x + 45000$ .

b) Thay  $x = 10$  vào  $y = 12500x + 45000$ .

$$\Rightarrow y = 12500 \cdot 10 + 45000 = 170000.$$

Vậy số tiền bạn An phải trả là 170000 đồng.

c) Thay  $y = 200000$  đồng vào  $y = 12500x + 45000$ .

$$\Rightarrow 200000 = 12500x + 45000$$

$$12500x = 155000$$

$$x \approx 12,4.$$

Vậy với số tiền 200000 đồng, bạn An mua được nhiều nhất 12 quyển tập.

### Dạng 3:

### DẠNG BÀI XÁC ĐỊNH HỆ SỐ $a; b$

**Ví dụ 1:** (Trích đề Tuyển sinh lớp 10 TP.HCM năm 2019-2020). Tại bề mặt đại dương, áp suất nước bằng áp suất khí quyển và là 1 atm (atmosphere). Bên dưới mặt nước, áp suất nước tăng thêm 1 atm cho mỗi 10 mét sâu xuống. Biết rằng mối liên hệ giữa áp suất  $y$  (atm) và độ sâu  $x$  (m) dưới mặt nước là một hàm số bậc nhất  $y = ax + b$ .

a) Xác định các hệ số  $a$  và  $b$ .

b) Một người thợ lặn đang ở độ sâu bao nhiêu nếu người ấy chịu một áp suất là 2,85 atm?

### Hướng dẫn giải

a) Tại bề mặt đại dương, áp suất nước bằng áp suất khí quyển và là 1 atm, do đó  $y = 1; x = 0$ .

Thay  $x = 0; y = 1$  vào  $y = ax + b$ .

$$\text{Nên } 1 = a \cdot 0 + b \Rightarrow b = 1..$$

Áp suất nước tăng thêm 1 atm cho mỗi 10 mét sâu xuống, do đó  $y = 1 + 1 = 2; x = 10$ .

Thay  $x = 10; y = 2; b = 1$  vào  $y = ax + b$ .

$$\text{Nên } 2 = a \cdot 10 + 1 \Rightarrow a = \frac{1}{10}.$$

$$\text{Vậy } a = \frac{1}{10}; b = 1.$$

b) Ta có hàm số:  $y = \frac{1}{10}x + 1$ .

Thay  $y = 2,85$  vào  $y = \frac{1}{10}x + 1$ .

$$\text{Nên } 2,85 = \frac{1}{10}x + 1 \Rightarrow x = 18,5 \text{ (m)}.$$

**Ví dụ 2:** Diện tích rừng phủ xanh được cho bởi công thức  $S = at + b$ , trong đó  $S$  (nghìn ha) và  $t$  (số năm) là số năm kể từ năm 2000 (Ví dụ: năm 2000 thì  $t = 0$ ; năm 2001 thì  $t = 1$ ; ...). Biết rằng vào năm 2000, diện tích phủ xanh của một khu rừng là 3,14 nghìn ha và sau 10 năm thì diện tích phủ xanh đã tăng thêm 0,5 nghìn ha.

- Hãy xác định  $a$  và  $b$  trong công thức trên.
- Em dùng công thức trên để tính xem trong năm 2020, diện tích phủ xanh của rừng trên là bao nhiêu nghìn ha?

### Hướng dẫn giải

- Năm 2000, diện tích phủ xanh của một khu rừng là 3,14 nghìn ha, nên  $t = 0$ ;  $S = 3,14$ .

Thay  $t = 0$ ;  $S = 3,14$  vào  $S = at + b$ .

$$\Rightarrow 3,14 = a \cdot 0 + b \text{ nên } b = 3,14.$$

Sau 10 năm, diện tích phủ xanh đã tăng thêm 0,5 nghìn ha, do đó  $t = 10$ ;  $S = 3,14 + 0,5 = 3,64$ .

Thay  $t = 10$ ;  $S = 3,64$ ;  $b = 3,14$  vào  $S = at + b$ .

$$\Rightarrow 3,64 = a \cdot 10 + 3,14 \Rightarrow a = 0,05.$$

Vậy  $a = 0,05$ ;  $b = 3,14$ .

- Ta có hàm số  $S = 0,05t + 3,14$ .

Năm 2020 tương ứng  $t = 2020 - 2000 = 20$ . Thay  $t = 20$  vào  $S = 0,05t + 3,14$ .

$$\Rightarrow S = 0,05 \cdot 20 + 3,14 = 4,14 \text{ (nghìn ha)}.$$

Vậy năm 2020, diện tích phủ xanh của rừng trên là 4,14 nghìn ha.

**Ví dụ 3:** Nhiệt độ ở mặt đất đo được khoảng  $30^\circ\text{C}$ . Biết rằng cứ lên 1 km thì nhiệt độ giảm đi  $5^\circ\text{C}$ .

- Hãy lập hàm số  $T$  theo  $h$ , biết rằng mối liên hệ giữa nhiệt độ  $T$  ( $^\circ\text{C}$ ) và độ cao  $h$  (km) là hàm số bậc nhất có dạng  $T = ah + b$ .
- Hãy tính nhiệt độ khi ở độ cao 3 km so với mặt đất.

### Hướng dẫn giải

- Nhiệt độ ở mặt đất đo được khoảng  $30^\circ\text{C}$  nên  $h = 0$ ;  $T = 30$ .

Thay  $h = 0$ ;  $T = 30$  vào  $T = ah + b$ .

$$\text{Nên } 30 = a \cdot 0 + b \Rightarrow b = 30.$$

Cứ lên 1 km thì nhiệt độ giảm đi  $5^\circ\text{C}$ , nên  $h = 1$ ;  $T = 30 - 5 = 25$ .

Thay  $h = 1$ ;  $T = 25$ ;  $b = 30$  vào  $T = ah + b$ .

$$\text{Nên } 25 = a \cdot 1 + 30 \Rightarrow a = -5.$$

Vậy  $T = -5h + 30$ .

- Thay  $h = 3$  vào  $T = -5h + 30$ .

$$T = -5.3 + 30 = 15 (\text{°C}).$$

Vậy nhiệt độ khi ở độ cao 3 km so với mặt đất là 15°C.

**Ví dụ 4:** Một ô tô có bình xăng chứa 30 lít. Cứ sau khi ô tô chạy được 20 km thì tiêu hao 1 lít xăng. Biết rằng mối liên hệ giữa số lít xăng còn lại trong bình là  $y$  (lít) ứng với quãng đường đã đi là  $x$  (km) là hàm số bậc nhất dạng  $y = ax + b$ .

- Xác định hệ số  $a$  và  $b$ .
- Nếu số lít xăng còn lại trong bình là 16 lít thì ô tô đã đi được quãng đường bao nhiêu?

#### Hướng dẫn giải

- Khi xe chạy 0 km thì lượng xăng còn lại trong bình là 30 lít nên  $x = 0; y = 30$ .

Thay  $x = 0; y = 30$  vào  $y = ax + b$ .

$$\text{Nên } 30 = a.0 + b \Rightarrow b = 30.$$

Khi xe chạy 20 km thì lượng xăng còn lại trong bình là  $30 - 1 = 29$  lít, nên  $x = 20; y = 29$ .

Thay  $x = 20; y = 29; b = 30$  vào  $y = ax + b$ .

$$\text{Nên } 29 = a.20 + 30 \Rightarrow a = \frac{-1}{20}.$$

$$\text{Hàm số có dạng: } y = -\frac{1}{20}x + 30.$$

- Thay  $y = 16$  vào  $y = -\frac{1}{20}x + 30$ .

$$\text{Nên } 16 = -\frac{1}{20}x + 30 \Rightarrow x = 280.$$

Vậy ô tô đã đi được 280 km.

**Ví dụ 5:** Công ty A thực hiện một cuộc khảo sát để tìm hiểu về mối liên hệ giữa  $y$  (sản phẩm) là số lượng sản phẩm  $T$  bán ra với  $x$  (đồng) là giá bán ra của mỗi sản phẩm  $T$  và nhận thấy rằng  $y = ax + b$  ( $a, b$  là hằng số). Biết với giá bán là 400,000 (đồng)/sản phẩm thì số lượng sản phẩm bán ra là 1,200 (sản phẩm); với giá bán là 460,000 (đồng)/sản phẩm thì số lượng sản phẩm bán ra là 1,800 (sản phẩm).

- Xác định  $a$  và  $b$ .
- Bằng phép tính, hãy tính số lượng sản phẩm bán ra với giá bán là 440,000 (đồng)/sản phẩm?

#### Hướng dẫn giải

- Thay  $y = 1200; x = 400000$  vào  $y = ax + b$ .

$$\text{Nên } 1200 = a.400000 + b \Rightarrow b = 1200 - 400000a.$$

Thay  $y = 1800; x = 460000$  vào  $y = ax + b$ .

$$\text{Nên } 1800 = a.460000 + b \Rightarrow 460000a + b = 1800.$$

$$\text{Mà } b = 1200 - 400000a$$

$$\text{Nên } 460000a + (1200 - 400000a) = 1800$$

$$460000a + 1200 - 400000a = 1800$$

$$60000a + 1200 = 1800$$

$$60000a = 600$$

$$a = 0,01$$

$$\text{Ta có } b = 1200 - 400000 \cdot 0,01 = -2800$$

Vậy  $a = 0,01$  và  $b = -2800$ .

b) Thay  $x = 440000$  vào  $y = 0,01x - 2800$ .

$$\text{Nên } y = 0,01x - 2800 \Leftrightarrow y = 0,01 \cdot 440000 - 2800 = 1600.$$

Vậy số lượng sản phẩm bán ra là 1600 sản phẩm.

**Ví dụ 6:** Quang hợp là quá trình lá cây nhờ có chất diệp lục, sử dụng nước, khí carbon dioxide ( $CO_2$ ), và năng lượng ánh sáng mặt trời để chế tạo ra tinh bột và nhả khí oxygen ( $O_2$ ). Nếu tính theo khối lượng thì cứ 44 kg  $CO_2$  sẽ tạo ra 32 kg  $O_2$ . Gọi  $x$  (kg) là khối lượng  $CO_2$  được dùng trong quá trình quang hợp để tạo ra  $y$  (kg)  $O_2$ . Biết mối liên hệ giữa  $y$  và  $x$  được biểu diễn theo hàm số  $y = ax$  ( $a$  là hằng số).

a) Xác định  $a$ .

b) Một giống cây A trưởng thành tiêu thụ 22 kg  $CO_2$  trong một năm để thực hiện quá trình quang hợp. Tính số cây A trưởng thành cần trồng để tạo ra 2,400 kg  $O_2$  trong một năm (biết khả năng quang hợp của các cây A trưởng thành là như nhau).

### Hướng dẫn giải

a) Vì cứ 44 kg  $CO_2$  sẽ tạo ra 32 kg  $O_2$  nên  $x = 44, y = 32$ .

$$\text{Thế } x = 44, y = 32 \text{ vào hàm số } y = ax \text{ ta được } 32 = a \cdot 44 \Rightarrow a = \frac{8}{11}.$$

$$\text{Vậy } a = \frac{8}{11}.$$

b) Ta có hàm số:  $y = \frac{8}{11}x$ .

$$\text{Thế } y = 2400 \text{ vào hàm số } y = \frac{8}{11}x \text{ ta được } 2400 = \frac{8}{11}x \Rightarrow x = 3300.$$

Vậy để tạo ra 2400 kg  $O_2$  cần 3,300 kg  $CO_2$ .

Số cây A trưởng thành cần trồng là  $3300 : 22 = 150$  (cây).

## C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

### Dạng 1:

## DẠNG BÀI CÓ CÔNG THỨC.

**Bài 1:** (Trích thi tuyển sinh lớp 10 năm học 2018-2019): Các nhà khoa học đã tìm ra mối liên hệ giữa  $A$  là số tiếng kêu của một con đê trong một phút và  $T_F$  là nhiệt độ cơ thể của nó bởi công thức:

$$A = 5,6T_F - 275, \text{ trong đó nhiệt độ } T_F \text{ tính theo độ } F.$$

- Hỏi nếu nhiệt độ cơ thể của con đê là  $80^\circ F$  thì con đê kêu bao nhiêu tiếng trong một phút?
- Hỏi nếu con đê kêu 106 tiếng trong một phút thì nhiệt độ của nó khoảng bao nhiêu độ  $F$ ? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



**Bài 2:** Do hoạt động công nghiệp thiếu kiểm soát của con người làm cho nhiệt độ Trái Đất tăng dần một cách đáng lo ngại. Các nhà khoa học đưa ra công thức dự báo nhiệt độ trung bình trên bề mặt Trái Đất như sau:  $T = 0,02t + 15$ .

Trong đó:  $T$  ( $^\circ C$ ) là nhiệt độ trung bình trên bề mặt Trái Đất

$t$  là số năm kể từ năm 1950. Ví dụ: năm 1950 thì  $t = 0$ ; năm 1951 thì  $t = 1$ ; năm 1952 thì  $t = 2$ ; ...

- Hãy tính nhiệt độ trung bình trên bề mặt Trái Đất năm 2020 và năm 2050.
- Nhiệt độ trung bình trên bề mặt Trái Đất là  $16,46^\circ C$  vào năm nào?

**Bài 3:** Khi càng lên cao thì áp suất khí quyển càng giảm do không khí loãng dần. Để tính áp suất khí

quyển ở độ cao không quá cao so với mặt nước biển thường sử dụng công thức:  $P = 760 - \frac{2h}{25}$ . Trong

đó,  $P$  là áp suất khí quyển (mmHg);  $h$  là độ cao so với mực nước biển (m). Hỏi thành phố Bảo Lộc ở độ cao 1200m so với mực nước biển thì áp suất của khí quyển là bao nhiêu (mmHg)?

**Bài 4:** Một nhà máy sản xuất xi măng có sản lượng hàng năm được xác định theo hàm số  $T = 12,5n + 360$ . Với  $T$  là sản lượng (đơn vị tấn) và  $n$  là số năm tính từ năm 2010. Ví dụ: năm 2010 thì  $n = 0$ ; năm 2011 thì  $n = 1$ ; năm 2012 thì  $n = 2$ ; ...

- Hãy tính sản lượng xi măng của nhà máy vào năm 2020.
- Theo hàm số trên thì nhà máy đạt sản lượng 510 tấn vào năm nào?

**Bài 5:** UTC là một chuẩn quốc tế về ngày giờ. Thế giới có 24 múi giờ, vị trí địa lý khác nhau thì giờ ở các địa điểm đó có thể khác nhau. Giờ UTC được xem như giờ gốc. Thế giới có 12 múi giờ nhanh và 12 múi giờ chậm. Cụ thể, ký hiệu UTC +7 dành cho khu vực có giờ nhanh hơn giờ UTC là 7 giờ, ký hiệu UTC -3 dành cho khu vực có giờ chậm hơn giờ UTC là 3 giờ.

**Ví dụ:** Vị trí địa lý Việt Nam thuộc múi giờ UTC +7 nên nếu giờ UTC là 8 giờ thì giờ tại Việt Nam ở thời điểm đó là:  $8 + 7 = 15$  giờ.

- a) Nếu ở Việt Nam là 23 giờ 30 phút ngày 25/08/2023 thì ở Tokyo (UTC +9) là ngày giờ nào?
- b) Minh đang sống tại Việt Nam, Lan đang sống tại Los Angeles. Nếu thời gian ở chỗ Minh là 17 giờ 20 phút ngày 25/08/2023 thì ở chỗ Lan là 2 giờ 20 phút ngày 25/08/2023. Hỏi múi giờ ở Los Angeles là múi giờ nào?

**Bài 6:** Một gia đình hộ A kết nối mạng internet. Cước phí hàng tháng được tính theo công thức sau:  $T = 500a + 45000$ . Trong đó:  $T$  (đồng) là số tiền phải trả hàng tháng,  $a$  (giờ) là thời gian truy cập internet trong một tháng.

- a) Hãy tính số tiền hộ A phải trả nếu sử dụng 50 giờ trong một tháng.
- b) Qua tháng sau, hộ A phải trả 65,000 đồng. Hỏi hộ A đã sử dụng bao nhiêu giờ cho dịch vụ internet?

### **Dạng 2:**

### **DẠNG BÀI BIỂU DIỄN $y$ THEO $x$ .**

**Bài 1:** Một quyển tập giá 4.000 đồng, một hộp bút giá 30.000 đồng. Bạn An cần mua một số quyển tập và một hộp bút.

- a) Gọi  $x$  là số quyển tập An mua và  $y$  là số tiền phải trả (bao gồm tiền mua tập và một hộp bút). Viết công thức biểu diễn  $y$  theo  $x$ .
- b) Nếu bạn An có 200.000 đồng để mua tập và một hộp bút thì tối đa bạn An mua được bao nhiêu quyển tập?

**Bài 2:** Sự thay đổi nhiệt độ của không khí tùy theo độ cao của địa hình như sau: cứ lên cao 100m thì nhiệt độ không khí giảm  $0,6^{\circ}\text{C}$ . Gọi  $y$  ( $^{\circ}\text{C}$ ) là nhiệt độ không khí tại khu du lịch Bà Nà Hill có độ cao khoảng 1.500m, và  $x$  ( $^{\circ}\text{C}$ ) là nhiệt độ không khí tại bãi biển Đà Nẵng gần đây.

- a) Hãy lập công thức tính  $y$  theo  $x$ .
- b) Khi nhiệt độ tại khu du lịch Bà Nà Hill là  $18^{\circ}\text{C}$  thì nhiệt độ tại bãi biển Đà Nẵng là bao nhiêu?

**Bài 3:** Một người thuê nhà với giá 5.000.000 đồng/tháng và người đó phải trả tiền dịch vụ giới thiệu là 1.000.000 đồng (tiền dịch vụ chỉ trả 1 lần). Gọi  $x$  (tháng) là khoảng thời gian người đó thuê nhà. Gọi  $y$  (đồng) là số tiền người đó phải tốn khi thuê nhà trong  $x$  tháng.

- a) Em hãy tìm một hệ thức liên hệ giữa  $x$  và  $y$ .
- b) Tính số tiền người đó phải tốn sau khi ở 6 tháng, 1 năm.

**Bài 4:** Hai bạn An và Bình ở cùng một vị trí cách TP.HCM 150km, cùng đi trên một con đường về TP.HCM. An đi với vận tốc 30km/h, Bình đi với vận tốc 45km/h. Gọi  $d$  (km) là khoảng cách từ TP.HCM đến vị trí của An hoặc Bình sau khi đi  $t$  (giờ).

- a) Lập hàm số của  $d$  theo  $t$  đối với mỗi người.
- b) Hỏi nếu hai người xuất phát cùng một lúc thì vào thời điểm nào kể từ lúc xuất phát, khoảng cách giữa hai người là 30km?

**Bài 5:** Trong một xưởng sản xuất đồ gia dụng có tổng cộng 900 thùng hàng và mỗi ngày nhân viên sẽ lấy 30 thùng hàng để đi phân phối cho các đại lý.

a) Gọi  $y$  là số thùng hàng còn lại trong kho sau  $x$  ngày. Hãy lập hàm số  $y$  theo  $x$ .

b) Sau bao nhiêu ngày thì xưởng sẽ vận chuyển hết được 900 thùng hàng?

**Bài 6:** (Sách Cánh Diều; Toán 8 tập 1)

Bạn Dương mang theo 100.000 đồng và đạp xe đến nhà sách để mua vở. Biết giá mỗi quyển vở là 7.000 đồng, phí gửi xe đạp là 3.000 đồng.

a) Viết công thức biểu thị tổng số tiền  $y$  (đồng) bạn Dương cần phải trả cho việc gửi xe đạp và mua  $x$  quyển vở.

b) Tính số tiền bạn Dương phải trả khi gửi xe và mua 12 quyển vở.

c) Viết công thức biểu thị số tiền còn lại  $t$  (đồng) bạn Dương còn lại sau khi gửi xe và mua  $x$  quyển vở.

d) Với số tiền trên, bạn Dương có thể mua được 15 quyển vở hay không? Vì sao?

**Dạng 3:**

### **DẠNG BÀI XÁC ĐỊNH HỆ SỐ $a; b$**

**Bài 1:** Áp suất trên bề mặt Trái Đất được tính là 760 mmHg (milimet thủy ngân) (bề mặt Trái Đất được tính ngang với mực nước biển). Cứ lên cao 12m so với mực nước biển thì áp suất giảm đi 1 mmHg. Biết rằng mối liên hệ giữa áp suất  $p$  (mmHg) và độ cao  $h$  (m) là một hàm số bậc nhất có dạng  $p = ah + b$  ( $h < 9120$ ).

a) Xác định các hệ số  $a$  và  $b$ .

b) Em thử tính xem ở đỉnh Everest áp suất là bao nhiêu? Biết rằng đỉnh Everest cao 8.848m so với mực nước biển (làm tròn đến hàng đơn vị).

**Bài 2:** Minh đến nhà sách mua một quyển tập và một quyển sách thì phải thanh toán số tiền là 25.000 đồng. Nếu Minh mua thêm một quyển tập cùng loại nữa thì số tiền phải thanh toán là 30.000 đồng. Biết rằng mối liên hệ giữa số tiền phải thanh toán  $y$  (đồng) cho nhà sách và số tập  $x$  (quyển) mà Minh mua là một hàm số bậc nhất có dạng:  $y = ax + b$  ( $a \neq 0$ ).

a) Xác định các hệ số  $a$  và  $b$ .

b) Minh mang theo khi đến nhà sách là 70.000 đồng thì có thể mua được bao nhiêu quyển tập và giá của quyển sách mà Minh mua là bao nhiêu tiền?

**Bài 3:** Một ô tô có bình chứa xăng chứa được 40 lít xăng. Cứ chạy 100 km thì ô tô tiêu thụ hết 8 lít xăng. Gọi  $x$  (km) là quãng đường ô tô đi được và  $y$  (lít) là số lít xăng ô tô tiêu thụ.

a) Hãy lập công thức tính  $y$  theo  $x$ .

b) Khi ô tô chạy từ TP.HCM đến Đà Lạt quãng đường dài 290 km thì số lít xăng trong bình còn bao nhiêu nếu lúc đầu bình đầy (làm tròn kết quả đến lít)?

**Bài 4:** Trong đợt dịch Covid-19, học sinh hai lớp 9A và 9B trường THCS X ủng hộ  $T$  chiếc khẩu trang cho những nơi cách ly tập trung. Biết rằng số học sinh lớp 9A nhiều hơn số học sinh lớp 9B là

4 học sinh và mỗi học sinh lớp 9A ủng hộ 3 chiếc khẩu trang, mỗi học sinh lớp 9B ủng hộ 2 chiếc khẩu trang.

a) Gọi  $x$  là số học sinh lớp 9A. Lập công thức  $T$  theo  $x$ .

b) Tính số học sinh mỗi lớp biết cả hai lớp ủng hộ được 217 chiếc khẩu trang.

**Bài 5:** Qua nghiên cứu, người ta nhận thấy rằng với mỗi người trung bình nhiệt độ môi trường giảm đi  $1^\circ\text{C}$  thì lượng calo cần tăng thêm khoảng 30 calo. Tại  $21^\circ\text{C}$ , một người làm việc cần sử dụng khoảng 3.000 calo mỗi ngày. Người ta thấy mối quan hệ giữa hai đại lượng này là một hàm số bậc nhất  $y = ax + b$  ( $x$  đại lượng biểu thị cho nhiệt độ môi trường và  $y$  đại lượng biểu thị cho lượng calo).

a) Xác định hệ số  $a, b$ .

b) Nếu một người làm việc ở sa mạc Sahara trong nhiệt độ  $50^\circ\text{C}$  thì cần bao nhiêu calo?

**Bài 6:** Chim cắt là loài chim lớn, có bản tính hung dữ, đặc điểm nổi bật của loài chim này là chúng có khả năng lao nhanh như tên bắn. Từ vị trí cao 16m so với mặt đất, đường bay lên của chim cắt được cho bởi công thức:  $y = ax + b$ . Trong đó,  $y$  là độ cao so với mặt đất,  $x$  (giây) là thời gian bay. Chỉ cần 8 giây là nó có thể bay lên đậu trên một núi đá cao 256m so với mặt đất.

a) Hãy xác định các hệ số  $a$  và  $b$ .

b) Nếu nó muốn bay lên đậu trên một núi đá cao 316m so với mặt đất thì nó cần bao nhiêu giây?

## D. HƯỚNG DẪN GIẢI

### *Dạng 1:*

### DẠNG BÀI CÓ CÔNG THỨC

#### **Bài 1:**

a) Thay  $T_F = 80$  vào  $A = 5,6T_F - 275$ .

$$\Rightarrow A = 5,6.80 - 275 = 173.$$

Vậy con dế kêu 173 tiếng trong một phút.

b) Thay  $A = 106$  vào  $A = 5,6T_F - 275$ .

$$\Rightarrow 106 = 5,6T_F - 275 \Leftrightarrow 5,6T_F = 381 \Leftrightarrow T_F \approx 68^\circ\text{F}.$$

Vậy nhiệt độ cơ thể của con dế khoảng  $68^\circ\text{F}$ .

#### **Bài 2:**

a) Năm 2020 thì  $t = 70$  nên thay  $t = 70$  vào  $T = 0,02t + 15$ .

$$\text{Do đó } T = 0,02.70 + 15 = 16,4^\circ\text{C}.$$

Vậy nhiệt độ trung bình trên bề mặt của Trái Đất năm 2020 là  $16,4^\circ\text{C}$ .

Năm 2050 thì  $t = 100$  nên thay  $t = 100$  vào  $T = 0,02t + 15$ .

$$\text{Do đó } T = 0,02.100 + 15 = 17^\circ\text{C}.$$

Vậy nhiệt độ trung bình trên bề mặt của Trái Đất năm 2050 là  $17^\circ\text{C}$ .

b) Thay  $T = 16,46$  vào  $T = 0,02t + 15$ .

$$\text{Nên } 16,46 = 0,02t + 15 \Rightarrow t = 73.$$

Vậy nhiệt độ trung bình trên bề mặt Trái Đất là  $16,46^\circ\text{C}$  vào năm  $1950 + 73 = 2023$ .

**Bài 3:** Thay  $h = 1200$  vào  $P = 760 - \frac{2h}{25}$ .

$$\text{Nên } P = 760 - \frac{2h}{25} = 760 - \frac{2 \cdot 1200}{25} = 664 \text{ (mmHg)}.$$

Vậy thành phố Bảo Lộc ở độ cao 1200m so với mực nước biển thì áp suất của khí quyển là 664 mmHg.

**Bài 4:**

a) Năm 2020 thì  $n = 10$ . Thay  $t = 10$  thì  $T = 12,5n + 360$ .

$$\text{Nên } t = 12,5 \cdot 10 + 360 = 485.$$

Vậy sản lượng xi măng của nhà máy vào năm 2020 là 485 tấn.

b) Thay  $T = 510$  vào  $T = 12,5n + 360$ .

$$\text{Nên } 510 = 12,5n + 360 \Rightarrow n = 12.$$

Vậy vào năm  $2010 + 12 = 2022$  nhà máy đạt sản lượng 510 tấn.

**Bài 5:**

a) Việt Nam có múi giờ UTC +7 nên Việt Nam là 23 giờ 30 phút thì UTC = 23 giờ 20 phút - 7 giờ = 16 giờ 20 phút.

Tokyo có múi giờ là UTC +9 nên giờ ở Tokyo là: 16 giờ 20 phút + 9 giờ = 25 giờ 30 phút.

Vậy ở Việt Nam là 23 giờ 30 phút ngày 25/08/2023 thì ở Tokyo là 1 giờ 30 phút ngày 26/08/2023.

**Lưu ý: nếu kết quả giờ lớn hơn 24 thì ta lấy kết quả trừ 24 và thời gian tăng lên 1 ngày.**

b) Việt Nam có múi giờ UTC +7 nên Việt Nam là 17 giờ 20 phút thì UTC = 17 giờ 20 phút - 7 giờ = 10 giờ 20 phút.

Nếu ở chỗ Lan (Los Angeles) là 2 giờ 20 phút ngày 25/08/2023 thì Los Angeles có múi giờ là:

$$2 \text{ giờ } 20 \text{ phút} - 10 \text{ giờ } 20 \text{ phút} = -8 \text{ giờ}.$$

Vậy Los Angeles có UTC -8.

**Bài 6:**

a) Số tiền mà hộ A phải trả khi sử dụng 50 giờ là  $T = 500 \cdot 50 + 45000 = 70000$  (đồng).

Vậy số tiền hộ A phải trả khi sử dụng 50 giờ là 70000 đồng.

b) Thay  $T = 65000$  vào  $T = 500a + 45000$  nên  $65000 = 500a + 45000 \Rightarrow a = 40$  (giờ).

Vậy tháng đó, hộ A đã sử dụng 40 giờ cho dịch vụ Internet.

**Dạng 2:**

**DẠNG BÀI BIỂU ĐIỂN y THEO x**

**Bài 1:**

a) Công thức biểu diễn  $y$  theo  $x$  là  $y = 30000 + 4000x$ .

b) Thay  $y = 200000$  vào  $y = 30000 + 4000x$ .

$$\Rightarrow 200000 = 30000 + 4000x \Rightarrow x = 42,5.$$

Vậy bạn An có thể mua tối đa 42 (quyển tập).

### Bài 2:

a) Vì cứ lên cao 100m thì nhiệt độ không khí giảm  $0,6^\circ\text{C}$  nên ở độ 1500m thì nhiệt độ giảm là

$$\frac{1500}{100} \cdot 0,6 = 9(^\circ\text{C}).$$

Công thức tính  $y$  theo  $x$  là  $y = x - 9$ .

b) Thay  $y = 18$  vào  $y = x - 9 \Rightarrow x = 18 + 9 = 27$ .

Vậy nhiệt độ tại khu du lịch Bà Nà Hill là  $18^\circ\text{C}$  thì nhiệt độ tại bãi biển Đà Nẵng là  $27^\circ\text{C}$ .

### Bài 3:

a) Hệ thức liên hệ giữa  $y$  và  $x$  là:  $y = 5000000x + 1000000$  (đồng).

b) Số tiền người đó tốn sau khi ở 6 tháng là:  $y = 5000000 \cdot 6 + 1000000 = 31000000$  (đồng).

Số tiền người đó tốn sau khi ở 1 năm là:  $y = 5000000 \cdot 12 + 1000000 = 61000000$  (đồng).

### Bài 4:

a) Hàm số của An:  $d_A = 150 - 30t$ .

Hàm số của Bình:  $d_B = 150 - 45t$ .

b) Để khoảng cách giữa hai người là 30km thì:  $d_A - d_B = 30 \Rightarrow 150 - 30t - (150 - 45t) = 30 \Rightarrow t = 2$ .

Vậy sau 2h thì khoảng cách giữa hai người là 30m.

### Bài 5:

a) Hàm số  $y$  theo  $x$ :  $y = 900 - 30x$ .

b) Xưởng vận chuyển hết 900 thùng hàng thì  $y = 0$ .

$$\Rightarrow 900 - 30x = 0 \Rightarrow x = 30 \text{ (ngày)}.$$

Vậy sau 30 ngày vận chuyển hết 900 thùng hàng.

### Bài 6:

a) Công thức biểu thị tổng số tiền  $y$  (đồng) bạn Dương cần phải trả cho việc gửi xe đạp và mua  $x$  quyển vở là:  $y = 7000x + 3000$  (đồng).

b) Số tiền bạn Dương phải trả khi gửi xe và mua 12 quyển vở là:  $y = 7000 \cdot 12 + 3000 = 87000$  (đồng).

c) Công thức biểu thị số tiền còn lại  $t$  (đồng) bạn Dương còn lại sau khi gửi xe và mua  $x$  quyển vở là:

$$t = 100000 - (7000x + 3000) = -7000x + 97000 \text{ (đồng)}.$$

Vậy  $t = -7000x + 97000$ .

d) Với số tiền trên, bạn Dương không thể mua được 15 quyển vở vì mua 15 quyển vở hết:

$7000.15 = 105000$  (đồng) mà bạn Dương có 100000 nên không đủ.

### **Dạng 3:**

### **DẠNG BÀI XÁC ĐỊNH HỆ SỐ $a; b$**

#### **Bài 1:**

a) Bề mặt Trái Đất có áp suất là 760 mmHg nên  $h = 0; p = 760$ .

Thay  $h = 0; p = 760$  vào  $p = ah + b$ .

Nên  $760 = 0.a + b \Rightarrow b = 760$ .

Cứ lên cao 12m so với mực nước biển thì áp suất giảm đi 1 mmHg do đó  $h = 12; p = 760 - 1 = 759$ .

Thay  $h = 12; p = 759; b = 760$  vào  $p = ah + b$ .

Nên  $759 = 12a + 760 \Rightarrow a = \frac{-1}{12}$ .

Vậy  $a = -\frac{1}{12}, b = 760$  và  $p = -\frac{1}{12}h + 760$ .

b) Thay  $h = 8848$  vào  $p = -\frac{1}{12}h + 760$ .

Nên  $p = -\frac{1}{12}.8848 + 760 = 22,7$  (mmHg).

Vậy trên đỉnh Everest có áp suất là 22,7 mmHg.

#### **Bài 2:**

a) Vì Minh mua thêm một quyển tập cùng loại nữa thì số tiền phải thanh toán là 30000 đồng nên số tiền một quyển tập là:  $30000 - 25000 = 5000$  (đồng).

Vậy số tiền một quyển sách là:  $25000 - 5000 = 20000$  (đồng)

Vậy:  $a = 5000; b = 20000$  và công thức:  $y = 5000x + 20000$ .

b) Vì Minh mang theo khi đến nhà sách là 70000 đồng.

Thay  $y = 70000$  vào  $y = 5000x + 20000$ .

$70000 = 5000x + 20000 \Leftrightarrow x = 10$

Vậy số tập mua được là 10 quyển với giá 5000 đồng.

#### **Bài 3:**

a) Số lít xăng ô tô tiêu thụ khi chạy 1 km là  $\frac{8}{100} = \frac{2}{25}$ .

Số lít xăng ô tô tiêu thụ khi chạy  $x$  km là  $\frac{2}{25}x$ .

Vậy  $y = \frac{2}{25}x$ .

b) Số lít xăng tiêu thụ:  $y = \frac{2}{25}x = \frac{2}{25} \cdot 290 = 23,2$

Số lít xăng còn lại:  $40 - 23,2 \approx 17$  lít.

Vậy số lít xăng còn lại trong bình khoảng 17 lít.

#### **Bài 4:**

a) Số học sinh lớp 9B là  $x - 4$  (học sinh).

Tổng số cái khâu trang cả hai lớp ủng hộ là  $3x + 2(x - 4) = 5x - 8$  (cái).

Vậy  $T = 5x - 8$ .

b) Thay  $T = 217$  vào  $T = 5x - 8$ .

$$\text{Nên } 217 = 5x - 8 \Rightarrow x = 45.$$

Vậy lớp 9A có 45 học sinh; lớp 9B có  $45 - 4 = 41$  học sinh.

#### **Bài 5:**

a) Thay  $x = 21$  và  $y = 3000$  thay vào  $y = ax + b >$

$$\text{Nên: } 3000 = 21a + b \Rightarrow b = 3000 - 21a.$$

Khi nhiệt độ giảm đi  $1^\circ\text{C}$  thì lượng calo tăng thêm 30 calo, nên  $x = 20$ ;  $y = 3000 + 30 = 3030$ .

Thay  $x = 20$  và  $y = 3030$  vào  $y = ax + b$ .

$$\text{Nên } 3030 = 20a + b.$$

$$\text{Mà } b = 3000 - 21a.$$

$$\text{Do đó } 3030 = 20a + 3000 - 21a \Rightarrow 30 = -a \Rightarrow a = -30.$$

$$\text{Vậy } a = -30, b = 3630 \text{ và } y = -30x + 3630.$$

b) Lượng calo cần dùng khi nhiệt độ môi trường là  $50^\circ\text{C}$ :  $y = -30 \cdot 50 + 3630 = 2130$  calo.

Vậy ở nhiệt độ  $50^\circ\text{C}$  cần dùng 2130 calo.

#### **Bài 6:**

a) Khi chim chưa bay, vị trí cao 16m so với mặt đất nên  $x = 0$  và  $y = 16$ .

Thay  $x = 0$  và  $y = 16$  vào  $y = ax + b$ .

$$\text{Nên } 16 = a \cdot 0 + b \Rightarrow b = 16.$$

Thay  $x = 8$ ;  $y = 256$ ;  $b = 16$  vào  $y = ax + b$ .

$$\text{Nên } 256 = 8a + 16 \Rightarrow a = 30.$$

$$\text{Vậy } a = 30, b = 16.$$

b) Ta có phương trình đường bay của chim cất là:  $y = 30x + 16$ .

Thay  $y = 316$  vào  $y = 30x + 16$ .

$$\text{Nên } 316 = 30x + 16 \Rightarrow x = 10.$$

Vậy sau 10 giây thì chim cất bay lên đậu trên một núi đá cao 316m so với mặt đất.



## Bài 3 - MẶT PHẶNG TỌA ĐỘ. ĐỒ THỊ HÀM SỐ

### A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

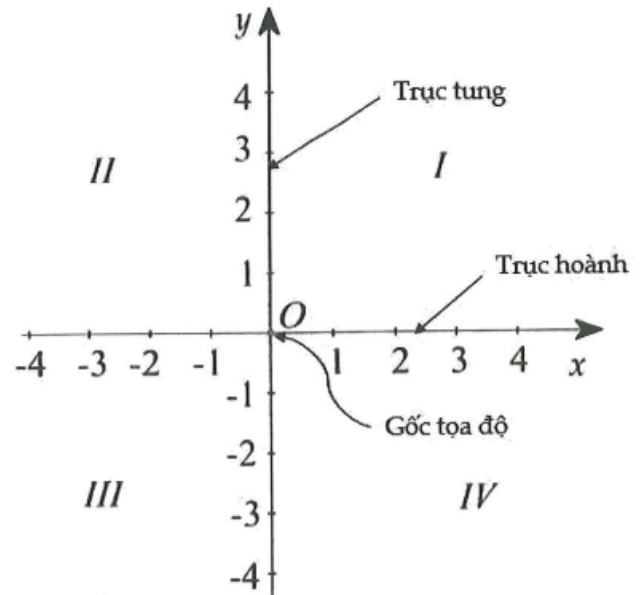
#### 1. Mặt phẳng tọa độ:

+ Trên mặt phẳng, ta vẽ hai trục số vuông góc với nhau và cắt nhau tại gốc  $O$  của mỗi trục. Khi đó, ta có trục tọa độ  $Oxy$ .

+ Trục  $Ox$ ,  $Oy$  gọi là các trục tọa độ.  $Ox$  là trục hoành,  $Oy$  là trục tung.  $O$  là gốc tọa độ.

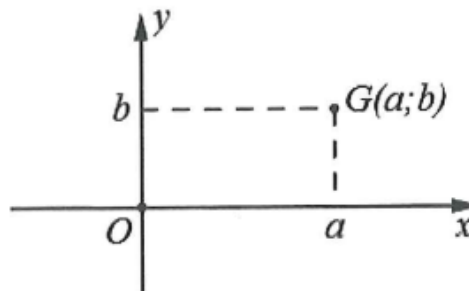
+ Mặt phẳng có hệ trục tọa độ  $Oxy$  gọi là mặt phẳng  $Oxy$ .

+ **Chú ý:** Các đơn vị độ dài trên hai trục tọa độ được chọn bằng nhau.



#### 2. Tọa độ một điểm:

Cho điểm  $G$  nằm trong mặt phẳng tọa độ. Giả sử hình chiếu của điểm  $G$  lên  $Ox$  là điểm  $a$ , lên  $Oy$  là điểm  $b$ . Cặp số  $(a; b)$  gọi là tọa độ của điểm  $G$ ,  $a$  là hoành độ,  $b$  là tung độ. Điểm  $G$  có tọa độ ký hiệu là  $(a; b)$ .



#### 3. Đồ thị của hàm số bậc nhất:

Đồ thị của hàm số  $y = ax + b$  ( $a \neq 0$ ):

- Khi  $b = 0$ , đồ thị hàm số  $y = ax$  là một đường thẳng đi qua gốc tọa độ  $O(0; 0)$ .

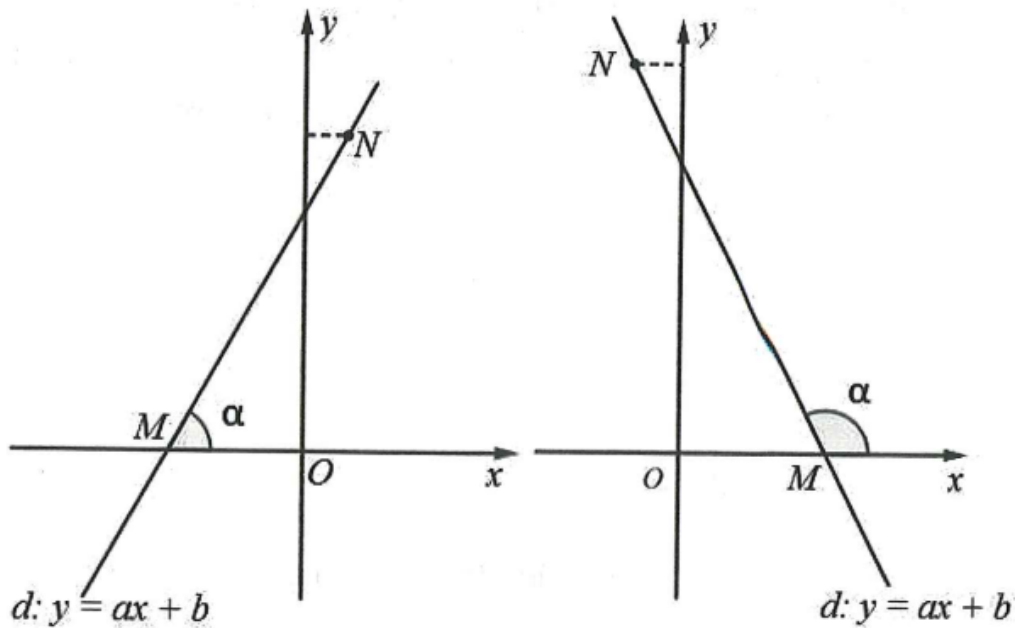
- Khi  $b \neq 0$ , đồ thị của hàm số  $y = ax + b$  ( $a \neq 0$ ) là một đường thẳng cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng  $b$  và song song với trục hoành.

**Chú ý:**

Đồ thị hàm số  $y = ax + b$  ( $a \neq 0$ ) còn gọi là đường thẳng  $y = ax + b$  ( $a \neq 0$ ).

#### 4. Hệ số góc của đường thẳng:

Cho đường thẳng  $d: y = ax + b$  ( $a \neq 0$ ).  $M$  là giao điểm của  $d$  với trục hoành,  $N$  là điểm thuộc  $d$  có tung độ dương. Ta gọi góc  $\widehat{xMN} = \alpha$  là góc tạo bởi đường thẳng  $d$  với trục  $Ox$ .



**Tổng quát:**

+ Khi  $a > 0$  thì góc tạo bởi đường thẳng  $y = ax + b$  ( $a \neq 0$ ) và trục  $Ox$  là góc nhọn. Hệ số  $a$  càng lớn thì góc  $\alpha$  càng lớn.

+ Khi  $a < 0$  thì góc tạo bởi đường thẳng  $y = ax + b$  ( $a \neq 0$ ) và trục  $Ox$  là góc tù. Hệ số  $a$  càng lớn thì góc  $\alpha$  càng lớn.

+ **Hệ số góc:** Ta gọi  $a$  là hệ số góc của đường thẳng  $y = ax + b$  ( $a \neq 0$ ).

**5. Hai đường thẳng song song và hai đường thẳng cắt nhau:**

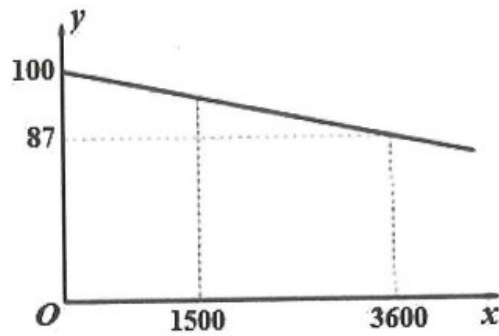
Cho đường thẳng  $(d): y = ax + b$  ( $a \neq 0$ ) và đường thẳng  $(d'): y = a'x + b'$  ( $a' \neq 0$ ).

- Đường thẳng  $(d)$  cắt  $(d')$  khi  $a \neq a'$ .
- Đường thẳng  $(d)$  song song với  $(d')$  khi  $a = a'$  và  $b \neq b'$ .
- Đường thẳng  $(d)$  trùng với  $(d')$  khi  $a = a'$  và  $b = b'$ .

**B. BÀI TẬP MINH HỌA**

**Ví dụ 1:** (Trích đề Tuyển sinh lớp 10 năm 2018 - 2019). Nhiệt độ sôi của nước không phải lúc nào cũng là  $100^\circ\text{C}$  mà phụ thuộc vào độ cao của nơi đó so với mực nước biển. Chẳng hạn, Thành phố Hồ Chí Minh có độ cao xem như ngang mực nước biển ( $x = 0\text{ m}$ ) thì nước có nhiệt độ sôi là  $y = 100^\circ\text{C}$  nhưng ở thủ đô La Paz của Bolivia, Nam Mỹ có độ cao  $x = 3600\text{ m}$  so với mực nước biển thì nhiệt độ sôi của nước là  $y = 87^\circ\text{C}$ . Ở độ cao trong khoảng vài km, người ta thấy mối liên hệ giữa hai đại lượng này là một hàm số bậc nhất  $y = ax + b$  có đồ thị như sau:

Trong đó:  $x$  (m) là đại lượng biểu thị cho độ cao so với mực nước biển.  
 $y$  ( $^\circ\text{C}$ ) là đại lượng biểu thị cho nhiệt độ sôi của nước.



a) Xác định các hệ số  $a$  và  $b$ .

b) Thành phố Đà Lạt có độ cao 1500 m so với mực nước biển. Hỏi nhiệt độ sôi của nước ở thành phố này là bao nhiêu (kết quả làm tròn một chữ số thập phân)?

### Hướng dẫn giải

a) Thay  $x = 0$ ;  $y = 100$  vào  $y = ax + b$ .

$$\text{Nên } 100 = a \cdot 0 + b \Rightarrow b = 100.$$

Thay  $x = 3600$ ;  $y = 87$ ;  $b = 100$  vào  $y = ax + b$ .

$$\text{Nên } 87 = a \cdot 3600 + 100 \Rightarrow a = \frac{-13}{3600}.$$

$$\text{Vậy } a = \frac{-13}{3600}; b = 100.$$

b) Ta có hàm số:  $y = \frac{-13}{3600}x + 100$ .

$$\text{Thay } x = 1500 \text{ vào } y = \frac{-13}{3600}x + 100.$$

$$\text{Nên } y = \frac{-13}{3600} \cdot 1500 + 100 \approx 94,6^\circ\text{C}.$$

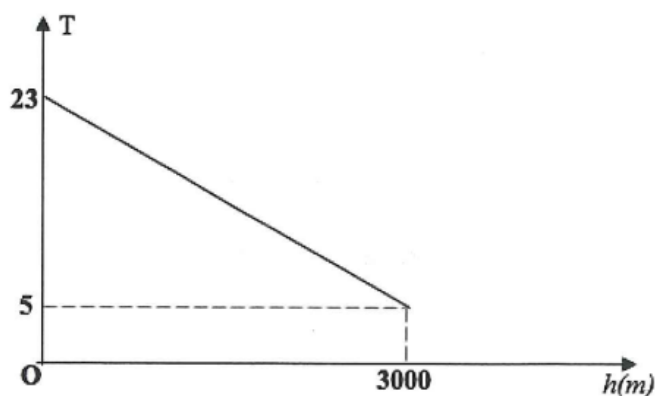
Vậy nhiệt độ sôi của nước khoảng  $94,6^\circ\text{C}$ .

**Ví dụ 2:** (Trích đề Tuyển sinh lớp 10 năm 2022 - 2023). Một vận động viên khi leo núi nhận thấy rằng càng lên cao thì nhiệt độ không khí càng giảm. Mối liên hệ giữa nhiệt độ không khí  $T$  và độ cao  $h$  (so với chân núi) được cho bởi hàm số  $T = ah + b$  có đồ thị như hình vẽ bên (nhiệt độ  $T$  tính theo  $^\circ\text{C}$  và độ cao  $h$  tính theo mét).

Tại chân núi, người đó đo được nhiệt độ không khí là  $23^\circ\text{C}$  và trung bình cứ lên cao 100 m thì nhiệt độ giảm  $0,6^\circ\text{C}$ .

a) Xác định  $a$  và  $b$  trong công thức trên.

b) Bạn Minh đang leo núi và dùng nhiệt kế đo được nhiệt độ không khí tại vị trí dừng chân là  $15,8^\circ\text{C}$ . Hỏi bạn Minh đang ở độ cao bao nhiêu mét so với chân núi?



### Hướng dẫn giải

a) Thay  $h = 0; T = 23$  vào  $T = ah + b$

$$\text{Nên } 23 = a \cdot 0 \Rightarrow b = 23$$

Thay  $T = 5; h = 3000; b = 23$  vào  $T = ah + b$

$$\text{Nên } 5 = a \cdot 3000 + 23 \Rightarrow a = \frac{-23}{500}$$

$$\text{Vậy } a = \frac{-23}{500}; b = 23.$$

b) Ta có hàm số:  $T = \frac{-23}{500}h + 23$

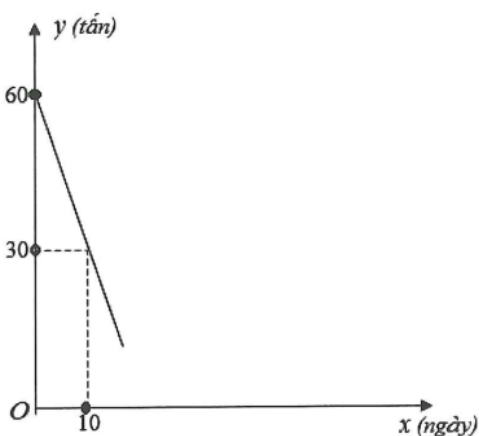
$$\text{Thay } T = 15,8 \text{ vào } T = \frac{-23}{500}h + 23$$

$$\text{Nên } 15,8 = \frac{-23}{500}h + 23 \Rightarrow h = 1200(\text{m}).$$

**Ví dụ 3:** Một kho chứa 60 tấn xi măng, mỗi ngày đều xuất đi  $m$  (tấn) với  $0 < m < 60$ . Gọi  $y$  (tấn) là khối lượng xi măng còn lại trong kho sau  $x$  ngày xuất hàng. Khối lượng xi măng còn lại là một đường thẳng  $y = ax + b$ .

a) Tìm  $a$  và  $b$ .

b) Từ đó, hãy cho biết trong kho còn lại bao nhiêu tấn xi măng sau 15 ngày.



### Hướng dẫn giải

a) Thay  $x = 0$ ;  $y = 60$  vào  $y = ax + b$

$$\text{Nên } 0x + b = 60 \Rightarrow b = 60$$

Thay  $x = 10$ ;  $y = 30$ ;  $b = 60$  vào  $y = ax + b$

$$\text{Nên } 10a + 60 = 30 \Rightarrow 10a = -30 \Rightarrow a = -3$$

$$\text{Vậy } a = -3; b = 60.$$

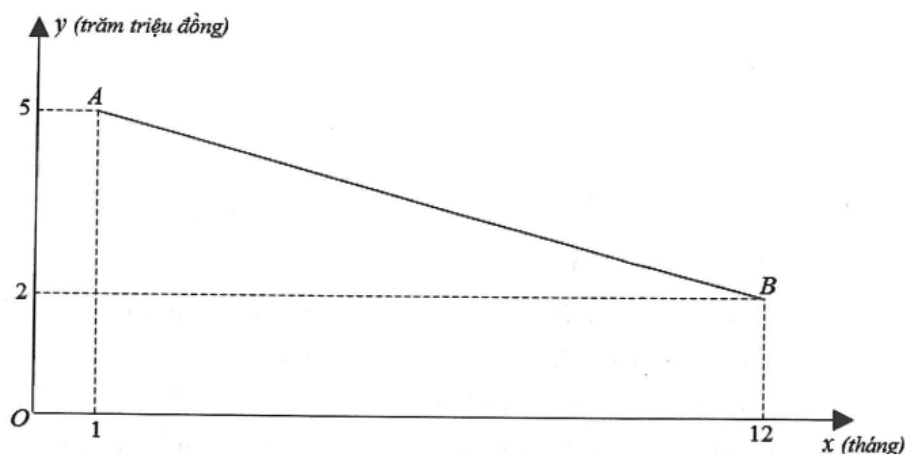
b) Ta có hàm số là  $y = -3x + 60$

Thay  $x = 15$  vào  $y = -3x + 60$

$$\text{Nên } y = -3.15 + 60 = 15$$

Vậy trong kho còn lại 15 tấn xi măng sau 15 ngày.

**Ví dụ 4:** Ảnh hưởng của thời tiết và dịch bệnh là nguyên nhân dẫn đến thu nhập của một hợp tác xã trồng rau bị giảm dần trong năm 2021. Đoạn thẳng AB ở hình dưới biểu thị số tiền (đơn vị: trăm triệu đồng) mà hợp tác xã đó thu được trong mỗi tháng của năm 2021.



Tính hàm số bậc nhất sao cho đồ thị của hàm số là đường thẳng AB.

### Hướng dẫn giải

Gọi hàm số đường thẳng AB là  $y = ax + b$ .

Thay  $x = 1$ ;  $y = 5$  vào  $y = ax + b$

$$\text{Nên } 5 = a.1 + b \Rightarrow b = 5 - a$$

Thay  $x = 12$ ;  $y = 2$ ;  $b = 5 - a$  vào  $y = ax + b$

$$\text{Nên } 2 = a.12 + (5 - a)$$

$$2 = 12a + 5 - a$$

$$-3 = 11a$$

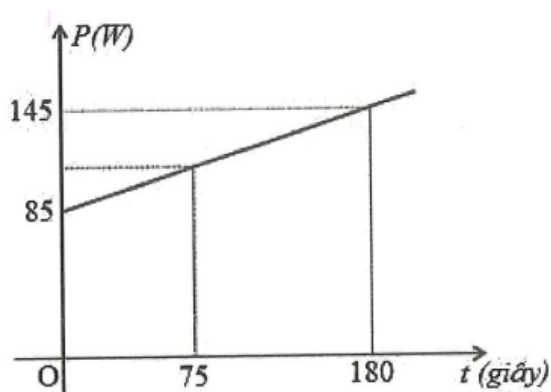
$$a = \frac{-3}{11}$$

Ta có:  $b = 5 - \left(\frac{-3}{11}\right) = \frac{58}{11}$

Vậy hàm số bậc nhất sao cho đồ thị của hàm số là đường thẳng AB là  $y = \frac{-3}{11}x + \frac{58}{11}$ .

### C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

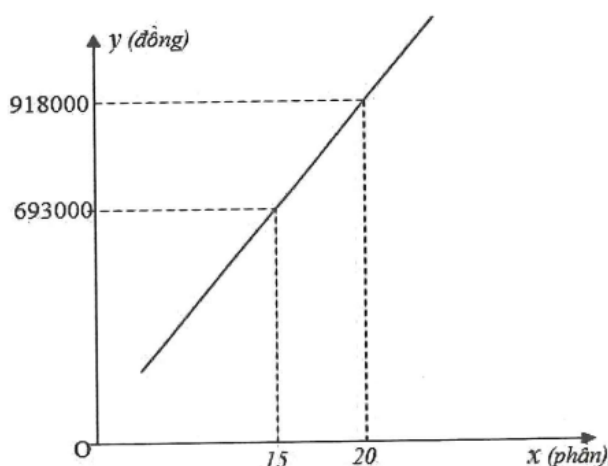
**Bài 1:** Chị Lan đun sôi nước bằng ấm điện. Biết rằng mối liên hệ giữa công suất hao phí  $P$  (W) của ấm điện vào thời gian  $t$  (giây) được mô hình hóa bởi một hàm số bậc nhất có dạng  $P = at + b$  và có đồ thị như hình dưới.



a) Hãy xác định hệ số  $a$  và  $b$ .

b) Nếu công suất hao phí là 105 W, thì thời gian đun là bao lâu?

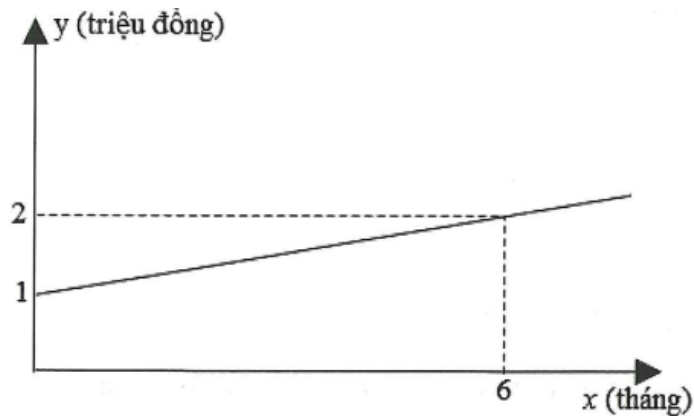
**Bài 2:** Cửa hàng TH bán trái cây phân cho khách hàng ăn vặt. Mỗi phần trái cây như thế thường sẽ gồm nhiều loại: mận, ổi, xoài, mít,... Phí giao hàng tận nơi không đổi (không phụ thuộc vào số phần trái cây). Biết rằng giá mỗi phần trái cây bằng nhau. Gọi  $x$  (phần) là số phần trái cây,  $y$  (đồng) là số tiền tương ứng phải trả,  $y$  và  $x$  được biểu diễn bằng hàm số bậc nhất  $y = ax + b$  và có đồ thị như dưới đây:



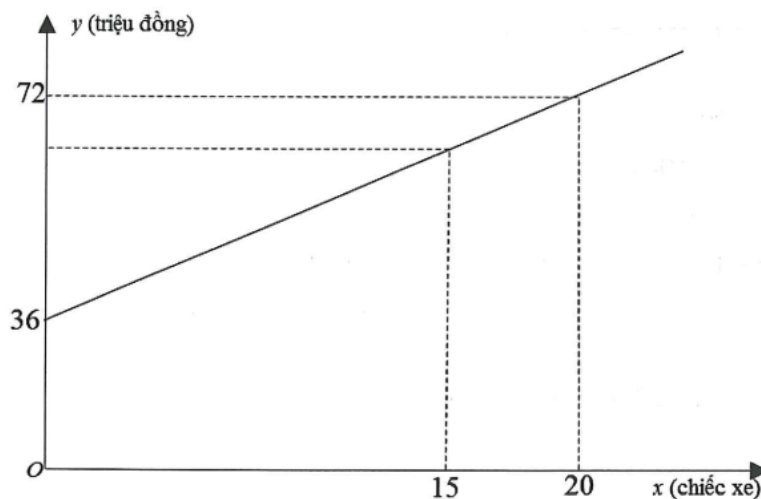
Hãy xác định  $a$  và  $b$ , và cho biết nếu đặt 24 phần trái cây như thế thì phải trả bao nhiêu tiền?

**Bài 3:** Để sử dụng dịch vụ truyền hình cáp, người dùng phải trả một khoản phí ban đầu và phí thuê bao hàng tháng. Một phần đồ thị ở Hình 26 biểu thị tổng chi phí  $y$  (triệu đồng) để sử dụng dịch vụ

truyền hình cáp theo thời gian sử dụng của một gia đình là  $x$  (tháng). Tính tổng chi phí mà gia đình đó phải trả khi sử dụng dịch vụ truyền hình cáp trong 12 tháng.



**Bài 4:** Giả sử rằng một xưởng sản xuất xe đạp có chi phí cố định hàng ngày là 36 triệu đồng và mỗi chiếc xe đạp có chi phí sản xuất là 1,8 triệu đồng. Gọi chi phí sản xuất và chi phí cố định là  $y$  (triệu đồng;  $y \geq 36$ ) để sản xuất  $x$  (xe đạp;  $x \in \mathbb{N}^*$ ) trong một ngày là hàm số bậc nhất  $y = ax + b$  có đồ thị như hình bên dưới.



Xác định  $a$  và  $b$ , và chi phí sản xuất 15 chiếc xe đạp trong một ngày là bao nhiêu?

#### D. HƯỚNG DẪN GIẢI

**Bài 1:**

a) Thay  $t = 0; P = 85$  vào  $P = at + b$

$$\text{Nên } 85 = a \cdot 0 + b \Rightarrow b = 85$$

Thay  $t = 180; P = 145; b = 85$  vào  $P = at + b$

$$\text{Nên } 145 = a \cdot 180 + 85 \Rightarrow a = \frac{1}{3}.$$

b) Ta có hàm số  $P = \frac{1}{3}t + 85$

$$\text{Thay } P = 105 \text{ vào } P = \frac{1}{3}t + 85$$

$$\text{Nên } 105 = \frac{1}{3}t + 85 \Rightarrow t = 60$$

Vậy đun sôi công suất hao phí là 105W thì thời gian đun là 60 (giây).

### **Bài 2:**

Thay  $x = 15; y = 693000$  vào  $y = ax + b$

$$\text{Nên } 15a + b = 693000 \Rightarrow b = 693000 - 15a$$

Thay  $x = 20; y = 918000; b = 693000 - 15a$  vào  $y = ax + b$

$$\text{Nên } 20a + (693000 - 15a) = 918000$$

$$5a = 225000$$

$$a = 45000$$

$$\text{Ta có } 15.45000 + b = 693000 \Rightarrow b = 18000$$

$$\text{Vậy } y = 45000x + 18000$$

Số tiền phải trả khi đặt 24 phần như thế là:

$$y = 45000.24 + 18000 = 1098000 \text{ (đồng)}.$$

### **Bài 3:**

Gọi đường thẳng có dạng  $y = ax + b$

Thay  $x = 0; y = 1$  vào  $y = ax + b$

$$\text{Nên } 0x + b = 1 \Rightarrow b = 1$$

Thay  $x = 6; y = 2; b = 1$  vào  $y = ax + b$

$$\text{Nên } 6a + 1 = 2 \Rightarrow a = \frac{1}{6}$$

$$\text{Vậy hàm số là } y = \frac{1}{6}x + 1$$

$$\text{Thay } x = 12 \text{ vào } y = \frac{1}{6}x + 1$$

$$\text{Nên } y = \frac{1}{6}.12 + 1 = 3$$

Vậy tổng chi phí mà gia đình đó phải trả khi sử dụng dịch vụ truyền hình cáp với thời gian 12 tháng là 3 triệu đồng.

### **Bài 4:**

Thay  $x = 0; y = 36$  vào  $y = ax + b$

$$\text{Nên } 36 = a.0 + b \Rightarrow b = 36$$

Thay  $x = 20; y = 72; b = 36$  vào  $y = ax + b$

$$\text{Nên } 72 = a \cdot 20 + 36 \Rightarrow a = \frac{9}{5}$$

$$\text{Vậy hàm số là } y = \frac{9}{5}x + 36$$

$$\text{Thay } x = 15 \text{ vào } y = \frac{9}{5} \cdot 15 + 36 = 63$$

Vậy chi phí để sản xuất chiếc xe trong một ngày là 63 triệu đồng.

## Bài 1 - BÀI TOÁN CHUYỂN ĐỘNG

### A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

Gọi  $S$  là quãng đường di chuyển;  $v$  là vận tốc di chuyển;  $t$  là thời gian di chuyển. Ta có:

$$S = v.t; v = \frac{S}{t}; t = \frac{S}{v}.$$

### B. BÀI TẬP MINH HỌA

**Ví dụ 1:** Một ô tô đi từ Thành phố Hồ Chí Minh đến Quy Nhơn với vận tốc trung bình là 80 km/h. Khi từ Quy Nhơn về Thành phố Hồ Chí Minh, xe tăng vận tốc thêm 90 km/h nên thời gian về ít hơn thời gian đi 54 phút. Tính quãng đường từ Thành phố Hồ Chí Minh đi Quy Nhơn.

#### Hướng dẫn giải

Gọi  $x$  (km) là quãng đường từ Thành phố Hồ Chí Minh đến Quy Nhơn ( $x > 0$ ).

Thời gian xe đi từ Thành phố Hồ Chí Minh đến Quy Nhơn là  $\frac{x}{80}$  (giờ).

Thời gian về của ô tô là  $\frac{x}{90}$  (giờ).

Thời gian về ít hơn thời gian đi 54 phút =  $\frac{9}{10}$  giờ. Ta có phương trình:

$$\frac{x}{80} - \frac{x}{90} = \frac{9}{10}$$

$$9x - 8x = 648$$

$$x = 648 \text{ (nhận).}$$

Vậy quãng đường từ Thành phố Hồ Chí Minh đi Quy Nhơn là 648 km.

**Ví dụ 2:** Xe máy thứ nhất đi từ A đến B với vận tốc 30 km/h. Sau đó 1 giờ 30 phút, xe máy thứ hai khởi hành đi từ B về A với vận tốc 35 km/h. Hỏi xe máy thứ nhất đi bao lâu thì gặp xe máy thứ hai? Biết đoạn đường từ A đến B dài 175 km.

#### Hướng dẫn giải

Đổi 1 giờ 30 phút = 1,5 giờ.

Gọi  $x$  (giờ) là thời gian đi của xe thứ hai ( $x > 0$ ).

Thời gian đi của xe máy thứ nhất là  $x + 1,5$  (giờ).

Quãng đường xe máy thứ hai đi là  $35x$  (km).

Quãng đường xe máy thứ nhất đi là  $30(x + 1,5)$  (km).

Vì đoạn đường từ A đến B dài 175 km, ta có phương trình:

$$30(x + 1,5) + 35x = 175$$

$$30x + 45 + 35x = 175$$

$$65x = 130$$

$$x = 2 \text{ (nhận).}$$

Vậy xe máy thứ nhất gặp xe máy thứ hai sau:  $2 + 1,5 = 3,5$  giờ.

**Ví dụ 3:** Gọi  $s$  (km) là quãng đường một chiếc xe máy đi chuyên trong  $t$  (giờ) với vận tốc 50 km/h.

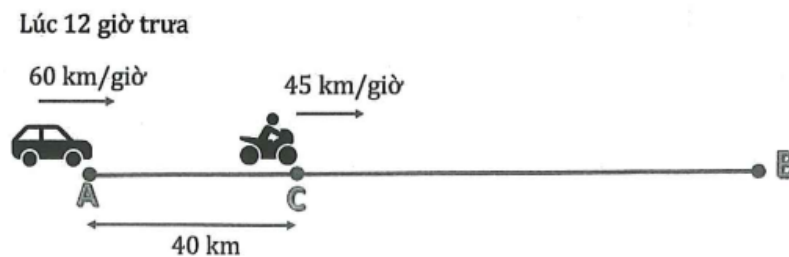
- Lập công thức biểu diễn  $s$  theo  $t$ .
- Tính quãng đường xe máy đi được sau 2 giờ.
- Sau bao lâu xe máy đi được quãng đường dài 120 km?

#### Hướng dẫn giải

- Công thức biểu diễn  $s$  theo  $t$  là  $s = 50t$ .
- Quãng đường xe máy đi được sau 2 giờ là:  $s = 50 \cdot 2 = 100$  (km)  
Vậy quãng đường xe máy đi được sau 2 giờ là 100km.
- Thời gian xe máy đi được quãng đường dài 120 km là:  $120 = 50t \Rightarrow t = \frac{120}{50} = 2,4$  (giờ)

Vậy sau 2,4 giờ, xe máy đi được quãng đường dài 120 km.

**Ví dụ 4:** Lúc 12 giờ trưa, một ô tô xuất phát từ A đến B với vận tốc 60 km/giờ. Cùng lúc đó, từ địa điểm C trên đường từ A đến B và cách A 40 km, một người đi xe máy với vận tốc 45 km/giờ cũng đi về B. Hỏi lúc mấy giờ thì hai xe gặp nhau và chỗ gặp nhau cách A bao xa?



#### Hướng dẫn giải

Gọi  $x$  (giờ) là thời gian hai xe gặp nhau ( $x > 0$ ).

Vì hai xe chuyển động cùng lúc nên thời gian đi của cả hai xe từ lúc xuất phát đến lúc gặp nhau là  $x$  giờ.

Quãng đường ô tô đi được từ lúc xuất phát ở vị trí A đến lúc gặp xe máy là  $60x$  (km).

Quãng đường xe máy đi được từ lúc xuất phát ở vị trí C đến lúc gặp ô tô là  $45x$  (km).

Theo đề bài ta có phương trình:

$$60x - 45x = 40$$

$$15x = 40$$

$$x = \frac{8}{3} \text{ (nhận).}$$

Đổi đơn vị  $\frac{8}{3}$  giờ = 2 giờ 40 phút.

Vậy:

- Hai xe gặp nhau lúc 12 giờ + 2 giờ 40 phút = 14 giờ 40 phút.

- Chỗ gặp nhau cách B là  $60 \cdot \frac{8}{3} = 160$  km.

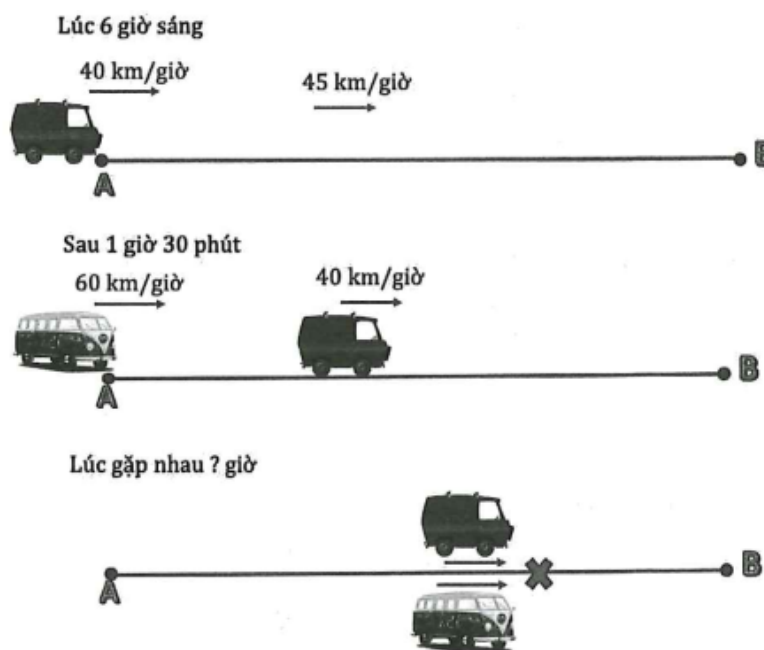
### C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

**Bài 1:** Anh An đi ô tô từ tỉnh A về quê ở tỉnh B với vận tốc 50 km/h, rồi từ tỉnh B quay về tỉnh A với vận tốc 40 km/h. Thời gian cả đi và về hết 5 giờ 24 phút (không kể thời gian nghỉ). Hãy tính quãng đường đi từ tỉnh A về tỉnh B.

**Bài 2:** Một người đi xe máy từ nhà đến bãi biển Hồ Cốc - Huyện Xuyên Mộc, tỉnh Bà Rịa - Vũng Tàu với vận tốc trung bình 40 km/h, sau khi tham quan du lịch xong, người đó quay trở về nhà theo đường cũ với vận tốc lớn hơn lúc đi 10 km/h. Biết thời gian về ít hơn thời gian đi là 3,75 phút. Tính quãng đường xe máy đã đi từ nhà đến bãi biển Hồ Cốc.

**Bài 3:** Một người đi xe máy từ A đến B với vận tốc 50 km/h. Sau khi đến B, người đó quay trở về A theo đường khác dài hơn 2 km với vận tốc giảm 10 km/h, nên thời gian về nhiều hơn thời gian đi 18 phút. Tính quãng đường lúc đi từ A đến B, biết rằng người đó không dừng lại nghỉ và giữ vận tốc đều trong suốt quá trình đi.

**Bài 4:** Lúc 6 giờ sáng, một xe tải khởi hành từ A với vận tốc 40 km/giờ đi về B. Sau 1 giờ 30 phút, một xe du lịch cũng khởi hành từ A với vận tốc 60 km/giờ và đuổi theo xe tải. Hỏi lúc mấy giờ thì hai xe gặp nhau và chỗ gặp nhau cách B bao nhiêu km, biết quãng đường AB dài 200 km.



### D. HƯỚNG DẪN GIẢI

**Bài 1:**

Đổi 5 giờ 24 phút = 5,4 giờ.

Gọi  $x$  (giờ) là thời gian đi từ tỉnh A về đến tỉnh B ( $x > 0$ ).

Thời gian từ tỉnh B quay về tỉnh A là  $5,4 - x$  (giờ).

Quãng đường đi từ tỉnh A về đến tỉnh B là  $50x$  (km).

Quãng đường từ tỉnh B quay về tỉnh A là  $40(5,4 - x)$  (km).

Theo đề bài, ta có phương trình:  $50x = 40(5,4 - x)$

$$50x = 216 - 40x$$

$$90x = 216$$

$$x = 2,4 \text{ (nhận)}$$

Vậy quãng đường đi từ tỉnh A về tỉnh B dài  $50.2,4 = 120$  (km).

### **Bài 2:**

Gọi  $x$  (km) là quãng đường xe máy đi từ nhà đến bãi biển Hồ Cốc ( $x > 0$ ).

Thời gian xe máy đi là  $\frac{x}{40}$  (giờ).

Thời gian xe máy về là  $\frac{x}{40+10} = \frac{x}{50}$  (giờ).

Vì thời gian về ít hơn đi 3,75 phút = 0,0625 giờ, ta có phương trình:

$$\frac{x}{40} - \frac{x}{50} = \frac{5}{8}$$

$$5x - 4x = 125$$

$$x = 125 \text{ (nhận)}$$

Vậy quãng đường cần tìm là 125 km.

### **Bài 3:**

Gọi  $x$  (giờ) là thời gian lúc đi từ A đến B ( $x > 0$ ).

Đổi đơn vị: 18 phút = 0,3 giờ.

Thời gian xe đi từ B về A là  $x + 0,3$  (giờ).

Vận tốc xe đi từ B về A là  $50 - 10 = 40$  (km/h).

Theo đề bài, ta có phương trình:

$$50x + 2 = 40(x + 0,3)$$

$$50x + 2 = 40x + 12$$

$$10x = 10$$

$$x = 1 \text{ (nhận)}$$

Quãng đường lúc đi từ A đến B là  $50.1 = 50$  km.

### **Bài 4:**

Gọi  $x$  (giờ) là thời gian hai xe gặp nhau từ lúc xe tải xuất phát đến lúc gặp xe du lịch ( $x > 0$ ).

Đổi đơn vị: 1 giờ 30 phút = 1,5 giờ.

Quãng đường xe tải đi được từ lúc xuất phát đến lúc gặp xe du lịch là  $40x$  (km).

Quãng đường xe du lịch đi được từ lúc xuất phát đến lúc gặp xe tải là  $60(x - 1,5)$  (km).

Theo đề bài, ta có phương trình:

$$40x = 60(x - 1,5)$$

$$-20x = -90$$

$$x = 4,5 \text{ (nhận).}$$

Vậy:

- Hai xe gặp nhau lúc 6 giờ + 4,5 giờ = 10,5 giờ = 10 giờ 30 phút.

- Chỗ hai xe gặp nhau cách A là  $40 \cdot 4,5 = 180$  (km).

- Chỗ hai xe gặp nhau cách B là  $200 - 180 = 20$  (km).

## Bài 2 - BÀI TOÁN VỀ TĂNG GIÁ - GIẢM GIÁ LỢI NHUẬN - LÃI SUẤT NGÂN HÀNG

### A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

#### 1. Tăng giá; giảm giá hàng bán:

Một sản phẩm có giá ban đầu là  $a$  (đồng), số tiền của sản phẩm sau khi tăng  $n\%$  giá ban đầu là  $a(100\% + n\%)$ .

Một sản phẩm có giá ban đầu là  $a$  (đồng), số tiền của sản phẩm sau khi giảm  $n\%$  giá ban đầu là  $a(100\% - n\%)$ .

#### 2. Lợi nhuận:

Giá vốn = Giá gốc

Giá bán = Giá niêm yết

Giá bán = Giá vốn + Lãi

Lãi = Lãi

Giá vốn không thay đổi.

Giá bán và lãi có thể thay đổi.

#### 3. Lãi suất ngân hàng:

Số tiền lãi = Số tiền gửi  $\times$  Lãi suất.

Số tiền cả vốn lẫn lãi = Số tiền gửi  $\times (1 + \text{lãi suất})$ .

### B. BÀI TẬP MINH HỌA

**Ví dụ 1:** Trong một đợt khuyến mãi, tất cả các mặt hàng giày dép của một siêu thị được giảm 20% (so với giá niêm yết). Trong dịp này, một người đã mua một bộ quần áo và hai đôi giày với giá tổng cộng là 980,000 đồng. Biết giá niêm yết của bộ quần áo là 500,000 đồng; giá của hai đôi giày bằng nhau. Hỏi giá tiền niêm yết của một đôi giày là bao nhiêu?

#### Hướng dẫn giải

Gọi  $x$  (đồng) là giá tiền niêm yết của một đôi giày ( $x > 0$ ).

Giá tiền của hai đôi giày là  $2x$  (đồng).

Giá tiền của hai đôi giày sau khi giảm giá là  $2x(100\% - 20\%) = 1,6x$  (đồng).

Một người đã mua một bộ quần áo và hai đôi giày với giá tất cả là 980,000 đồng, ta có phương trình:  $500\ 000 + 1,6x = 980\ 000$

$$1,6x = 480\ 000$$

$$x = 300\ 000$$

Vậy giá tiền niêm yết của một đôi giày là 300,000 đồng.

**Ví dụ 2:** Tại một cửa hàng bán bánh có chương trình khuyến mãi như sau: “Bắt đầu từ cái bánh thứ 5 trở đi, giá mỗi cái bánh được giảm 10% so với giá ban đầu.” Bạn Hoa mua 10 cái bánh đã trả tổng cộng 112,800 đồng. Tính giá ban đầu của mỗi cái bánh.

#### Hướng dẫn giải

Gọi  $x$  (đồng) là giá ban đầu của mỗi cái bánh ( $x > 0$ ).

Giá của cái bánh sau khi giảm  $x(1-10\%) = 0,9x$  (đồng).

Theo đề bài, ta có phương trình:

$$4x + (10 - 4)0,9x = 112\,800$$

$$9,4x = 112\,800$$

$$x = 12\,000 \text{ (nhận).}$$

Vậy giá ban đầu của mỗi cái bánh là 12,000 đồng.

**Ví dụ 3:** Tại cửa hàng, giá niêm yết của một cái áo là 300,000 đồng. Nếu bán với giá bằng ba phần tư giá niêm yết thì cửa hàng lãi 20%. Hỏi để lãi 40% thì cửa hàng phải niêm yết giá một cái áo là bao nhiêu?

#### Hướng dẫn giải

Gọi  $x$  (đồng) là giá vốn của món hàng ( $x > 0$ ).

Nếu bán với giá bằng ba phần tư giá niêm yết thì cửa hàng lãi 20%, ta có phương trình:

$$x + 20\% \cdot x = 300\,000 \cdot \frac{3}{4}$$

$$x(1 + 20\%) = 225\,000$$

$$x = 225\,000 : (1 + 20\%)$$

$$x = 187\,500 \text{ (nhận).}$$

Vậy để đạt lợi nhuận 40%, cửa hàng phải niêm yết giá món hàng này là

$$(1 + 50\%) \cdot 187\,500 = 281\,250 \text{ đồng.}$$

**Ví dụ 4:** Cửa hàng buôn bán xe cũ mua một chiếc xe gắn máy và nâng giá của nó thêm 40%. Chiếc xe sau đó được bán với giá bằng 80% giá đã nâng và thu về 16,800,000 đồng. Hỏi cửa hàng đã thu lãi được bao nhiêu phần trăm?

#### Hướng dẫn giải

Gọi  $x$  (đồng) là giá cửa hàng mua chiếc xe ( $x > 0$ ).

Giá bán của chiếc xe sau khi được nâng thêm  $x(100\% + 40\%) = 1,4x$  (đồng).

Chiếc xe sau đó được bán với giá bằng 80% giá đã nâng và thu về 16,800,000 đồng.

Ta có phương trình:

$$1,4 \cdot 80\% \cdot x = 16\,800\,000$$

$x = 15\,000\,000$  (nhận).

Số phần trăm lãi của cửa hàng là:  $\frac{16\,800\,000 - 15\,000\,000}{15\,000\,000} = 12\%$ .

Vậy cửa hàng có lãi 12%.

**Ví dụ 5:** Theo quy định của công ty A, nhân viên bán hàng mỗi tháng bán được 50 sản phẩm thì hoàn thành chỉ tiêu và được nhận lương cơ bản là 8,000,000 đồng. Nếu nhân viên bán hơn 50 sản phẩm thì cứ mỗi sản phẩm vượt chỉ tiêu được hưởng 10% số tiền lời của sản phẩm đó. Biết mỗi sản phẩm bán ra công ty lời 1,000,000 đồng. Trong tháng 12 công ty trả anh Minh 9,500,000 đồng. Hỏi trong tháng 12 anh Minh bán được bao nhiêu sản phẩm?

#### Hướng dẫn giải

Gọi  $x$  (sản phẩm) là số sản phẩm anh Minh bán được trong tháng 12 ( $x \in \mathbb{N}^*$ ).

Vì  $9,500,000 > 8,000,000$  nên anh Minh đã bán vượt chỉ tiêu.

Số sản phẩm vượt chỉ tiêu là  $x - 50$  (sản phẩm).

Số tiền anh Minh nhận được từ số sản phẩm vượt chỉ tiêu là:

$$1\,000\,000 \cdot 10\% (x - 50) = 100\,000 (x - 50) \text{ (đồng)}.$$

Theo đề bài, ta có phương trình:

$$8\,000\,000 + 100\,000 (x - 50) = 9\,500\,000$$

$$100\,000x = 6\,500\,000$$

$$x = 65 \text{ (nhận)}.$$

Vậy trong tháng 12, anh Minh bán được 65 sản phẩm.

**Ví dụ 6:** Anh An gửi một số tiền vào ngân hàng với lãi suất 8% một năm, kỳ hạn một năm. Sau một năm anh nhận được số tiền cả vốn lẫn lãi là 54,000,000 đồng. Hỏi anh đã gửi vào ngân hàng bao nhiêu tiền?

#### Hướng dẫn giải

Gọi  $x$  (đồng) là số tiền anh An gửi vào ngân hàng ( $x > 0$ ).

Số tiền cả vốn lẫn lãi anh nhận được sau một năm là  $x(1 + 8\%)$  (đồng).

Ta có phương trình:

$$x(1 + 8\%) = 54\,000\,000$$

$$1,08x = 54\,000\,000$$

$$x = 50\,000\,000 \text{ (nhận)}.$$

Vậy anh An đã gửi vào ngân hàng 50,000,000 đồng.

**Ví dụ 7:** Chị Bình đến ngân hàng A gửi 500,000,000 đồng, kỳ hạn một năm. Sau một năm chị nhận được số tiền cả vốn lẫn lãi là 537,500,000 đồng. Hỏi chị đã gửi ngân hàng với lãi suất bao nhiêu phần trăm?

### Hướng dẫn giải

Gọi  $x$  là lãi suất hàng năm ( $x > 0$ ).

Số tiền cả vốn lẫn lãi chị Bình nhận được sau một năm là:  $500\,000\,000(1+x)$  (đồng).

Ta có phương trình:

$$500\,000\,000(1+x) = 537\,500\,000$$

$$x = 0,075 \text{ (nhận).}$$

Vậy lãi suất của ngân hàng trong một năm là  $0,075 = 7,5\%$ .

### C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

**Bài 1:** Tại cửa hàng, giá niêm yết của một cái áo là 500,000 đồng. Nếu bán với giá bằng một phần năm giá niêm yết thì cửa hàng lãi 25%. Hỏi để lãi 45% thì cửa hàng phải niêm yết giá một cái áo là bao nhiêu?

**Bài 2:** Tuần trước, bạn My đi đến tiệm mua 1 ly trà sữa và 1 ly trà đào với tổng chi phí là 47,000 đồng. Hôm nay My lại đến tiệm đó để mua 5 ly trà sữa và 3 ly trà đào, nhưng giá trà sữa đã giảm 20%, còn giá trà đào tăng 10% so với tuần trước. Vì thế My đã trả chi phí là 172,600 đồng. Hỏi ở tuần trước, giá bán 1 ly trà sữa là bao nhiêu? Giá bán 1 ly trà đào là bao nhiêu?

**Bài 3:** Nhằm động viên, khen thưởng các em đạt danh hiệu “học sinh giỏi cấp thành phố” năm học 2022 - 2023, trường A tổ chức chuyến tham quan ngoại khóa tại một điểm du lịch với mức giá ban đầu là 375,000 đồng/người. Biết công ty du lịch giảm 10% chi phí cho mỗi giáo viên và giảm 30% chi phí cho mỗi học sinh. Số học sinh nhiều hơn số giáo viên là 27 người và tổng chi phí tham quan (sau khi giảm giá) là 12,487,500 đồng. Tính số giáo viên và số học sinh đã tham gia chuyến đi.

**Bài 4:** Anh Long muốn mua một điện thoại di động iPhone 14 để tặng vợ. Cửa hàng di động có chương trình khuyến mãi lớn, giảm 10% so với giá ban đầu. Do anh Long là khách hàng VIP nên được giảm thêm 5% so với giá đã giảm. Tổng số tiền giảm hai lần là 3,915,000 đồng. Hỏi giá ban đầu của điện thoại iPhone 14 là bao nhiêu?

**Bài 5:** Bạn Nam và nhóm bạn học sinh lớp 8 cùng đi mua bánh. Các bạn vào hai cửa hàng A và B thì thấy giá một cái bánh ở cả hai cửa hàng bằng nhau nhưng mỗi cửa hàng có hình thức khuyến mãi khác nhau như sau:

Cửa hàng A có chương trình khuyến mãi: “Mua 5 cái bánh được tặng thêm 1 cái bánh miễn phí”.

Cửa hàng B thì giảm giá 15% cho mỗi cái bánh nếu khách hàng mua từ 4 cái trở lên.

Bạn Nam và nhóm bạn muốn mua 14 cái bánh thì chọn cửa hàng B vì có lợi hơn 1,500 đồng. Tính giá ban đầu của mỗi cái bánh.

**Bài 6:** Chị Kim Thịnh có một số tiền và dự định gửi vào ngân hàng trong một năm. Tham khảo lãi suất một năm của các ngân hàng: A là 8.9%, B là 8.5%. Chị Kim Thịnh tính rằng trong một năm, tiền lời của ngân hàng A nhiều hơn ngân hàng B là 250 triệu đồng. Tính số tiền chị Kim Thịnh dự định gửi.

**Bài 7:** Bác Tâm vay 200,000,000 đồng của ngân hàng trong thời hạn một năm. Đáng lẽ cuối năm bác phải trả cả vốn lẫn lãi, nhưng bác đã được ngân hàng cho kéo dài thời hạn thêm một năm nữa, số lãi của năm đầu được gộp vào với vốn để tính lãi năm sau và lãi suất vẫn như cũ. Hết hai năm bác phải trả tổng cộng 242,000,000 đồng. Hỏi lãi suất cho vay là bao nhiêu phần trăm trong một năm?

#### D. HƯỚNG DẪN GIẢI

##### Bài 1:

Gọi  $x$  (đồng) là giá vốn của món hàng ( $x > 0$ ).

Nếu bán với giá bằng một phần năm giá niêm yết thì cửa hàng lãi 25%, nên ta có phương trình:

$$x + 25\%.x = 500\,000 \cdot \frac{1}{5}$$

$$x(1 + 25\%) = 100\,000$$

$$x = 100\,000 : (1 + 25\%)$$

$$x = 80\,000 \text{ (nhận).}$$

Vậy để đạt lợi nhuận 55%, thì phải bán món hàng này giá là:

$$(1 + 55\%)80\,000 = 124\,000 \text{ đồng.}$$

##### Bài 2:

Gọi  $x$  (đồng) là giá bán 1 ly trà sữa ở tuần trước ( $x > 0$ ).

Vì tổng giá 1 ly trà sữa và 1 ly trà đào là 47,000 đồng.

Nên suy ra  $47\,000 - x$  là giá bán 1 ly trà đào ở tuần trước.

Giá bán 1 ly trà sữa hôm nay là  $x(100\% - 20\%) = 0,8x$ .

Giá bán 1 ly trà đào hôm nay là  $(47\,000 - x)(100\% + 10\%) = 51\,700 - 1,1x$ .

Theo đề bài ta có phương trình:

$$5 \cdot 0,8x + 3(51\,700 - 1,1x) = 172\,600$$

$$4x + 155\,100 - 3,3x = 172\,600$$

$$0,7x = 17\,500$$

$$x = 25\,000 \text{ (nhận).}$$

Vậy giá 1 ly trà sữa ở tuần trước là 25,000 đồng; giá 1 ly trà đào ở tuần trước là  $47\,000 - 25\,000 = 22\,000$  đồng.

##### Bài 3:

Gọi  $x$  (học sinh) là số lượng học sinh đi tham quan ( $x > 0$ ).

Số lượng giáo viên đi tham quan là  $x - 27$  (giáo viên).

Giá vé của một học sinh là  $375\,000(100\% - 30\%) = 262\,500$  (đồng).

Giá vé của một giáo viên là  $375\,000(100\% - 10\%) = 337\,500$  (đồng).

Theo đề bài ta có phương trình:

$$262\,500x + 337\,500(x - 27) = 12\,487\,500$$

$$600\,000x = 21\,600\,000$$

$$x = 36 \text{ (nhận).}$$

Vậy có 36 học sinh và  $36 - 27 = 9$  giáo viên đi tham quan.

#### **Bài 4:**

Gọi  $x$  (đồng) là giá ban đầu của điện thoại ( $x > 0$ ).

Số tiền được giảm 10% giá ban đầu là  $10\%x = 0,1x$  (đồng).

Giá của cái điện thoại sau khi giảm 10% giá ban đầu là  $x(100\% - 10\%) = 0,9x$  (đồng).

Số tiền được giảm 5% giá đã giảm là  $5\%.0,9x = 0,045x$  (đồng).

Theo đề bài ta có phương trình:

$$0,1x + 0,045x = 3\,915\,000$$

$$x = 27\,000\,000 \text{ (nhận).}$$

Vậy giá ban đầu của cái điện thoại iPhone 14 là 27,000,000 đồng.

#### **Bài 5:**

Gọi  $x$  (đồng) là giá ban đầu của mỗi cái bánh ( $x > 0$ ).

Giá mỗi cái bánh sau khi giảm 15% là  $x(100\% - 15\%) = 0,85x$  (đồng).

Số tiền phải trả khi mua ở cửa hàng A là  $12x$  đồng.

Số tiền phải trả khi mua ở cửa hàng B là  $14.0,85x = 11,9x$  (đồng).

Theo đề bài ta có phương trình:

$$0,1x = 1500$$

$$x = 15\,000 \text{ (nhận).}$$

Vậy giá ban đầu của mỗi cái bánh là 15,000 đồng.

#### **Bài 6:**

Gọi  $x$  (triệu đồng) là số tiền chị Kim Thịnh dự định gửi ( $x > 0$ ).

Số tiền lời gửi vào ngân hàng A trong 1 năm là  $8,9\%x$  (triệu đồng).

Số tiền lời gửi vào ngân hàng B trong 1 năm là  $8,5\%x$  (triệu đồng).

Một năm tiền lời của ngân hàng A nhiều hơn ngân hàng B là 250 triệu đồng.

Nên ta có phương trình:

$$8,9\%x - 8,5\%x = 250$$

$$0,4\%x = 250$$

$$x = 62\,500 \text{ (nhận).}$$

Số tiền của chị Kim Thịnh dự định gửi là 62,500 triệu đồng.

### **Bài 7:**

Gọi  $x$  là lãi suất ngân hàng trong một năm ( $x > 0$ ).

Số tiền cả vốn lẫn lãi bác Tâm phải trả sau một năm là:  $200\,000\,000(1+x)$  (đồng).

Số tiền cả vốn lẫn lãi bác Tâm phải trả sau hai năm là:

$$200\,000\,000(1+x)(1+x) = 200\,000\,000(1+x)^2 \text{ (đồng).}$$

Ta có phương trình:

$$200\,000\,000(1+x)^2 = 242\,000\,000$$

$$(1+x)^2 = 1,21$$

$$1+x = \sqrt{1,21}$$

$$1+x = 1,1$$

$$x = 0,1 \text{ (nhận).}$$

Vậy lãi suất của ngân hàng trong một năm là  $0,1 = 10\%$ .

### Bài 3 - BÀI TOÁN VỀ TRUNG BÌNH CỘNG

#### A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

Cho  $n$  số  $x_1; x_2; x_3; \dots; x_n$

Khi đó trung bình cộng của  $n$  số là  $\bar{X} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n}$ .

#### B. BÀI TẬP MINH HỌA

**Ví dụ 1:** Hai trường A và B có tất cả 480 học sinh tham dự kỳ thi tuyển sinh lớp 10, nhưng chỉ có 378 học sinh được trúng tuyển. Tỷ lệ trúng tuyển vào lớp 10 của trường A và trường B lần lượt là 75% và 84%. Tính số học sinh tham dự kỳ thi tuyển sinh lớp 10 của mỗi trường.

##### Hướng dẫn giải

Tỷ lệ trúng tuyển của hai trường là  $378 : 480 = 0,7875 = 78,75\%$ .

Gọi  $x$  (học sinh) là số học sinh tham dự kỳ thi tuyển sinh lớp 10 của trường A ( $0 < x < 480; x \in \mathbb{N}^*$ ).

Suy ra số học sinh tham dự kỳ thi tuyển sinh lớp 10 của trường B là  $480 - x$  (học sinh).

Áp dụng công thức trung bình cộng, ta có phương trình:

$$\frac{x \cdot 75\% + (480 - x) \cdot 84\%}{480} = 78,75\%$$

$$x \cdot 75\% + (480 - x) \cdot 84\% = 480 \cdot 78,75\%$$

$$0,75x + 403,2 - 0,84x = 378$$

$$0,75x - 0,84x = 378 - 403,2$$

$$-0,09x = -25,2$$

$$x = 280 \text{ (nhận)}$$

Vậy số học sinh tham dự kỳ thi tuyển sinh lớp 10 của trường A và trường B lần lượt là 280 và 200.

**Ví dụ 2:** Điểm trung bình của 100 học sinh trong hai lớp 9A và 9B là 7,2. Biết rằng số học sinh của lớp 9A gấp rưỡi số học sinh của lớp 9B và điểm trung bình của mỗi học sinh của lớp 9B gấp rưỡi điểm trung bình của mỗi học sinh của lớp 9A. Tính điểm trung bình của mỗi học sinh của lớp 9A và 9B (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ ba).

##### Hướng dẫn giải

Số học sinh của lớp 9A là  $100 : (1 + 1,5) = 40$  (học sinh).

Suy ra số học sinh của lớp 9B là  $100 - 40 = 60$  (học sinh).

Gọi  $x$  (điểm) là điểm trung bình của mỗi học sinh lớp 9A ( $0 < x < 7,2$ ).

Suy ra điểm trung bình của mỗi học sinh lớp 9B là  $1,5x$ .

Áp dụng công thức trung bình cộng, ta có phương trình:

$$\frac{x \cdot 40 + 1,5x \cdot 60}{100} = 7,2$$

$$x \cdot 40 + 1,5x \cdot 60 = 100 \cdot 7,2$$

$$40x + 90x = 720$$

$$130x = 720$$

$$x = 5,538 \text{ (nhận)}$$

Vậy điểm trung bình của mỗi học sinh lớp 9A và lớp 9B lần lượt là 5,538 và 8,308.

**Ví dụ 3:** Một trường học có tổng số giáo viên là 80 và hiện tại tuổi trung bình của mỗi giáo viên là 35. Biết rằng tuổi trung bình của mỗi giáo viên nữ và mỗi giáo viên nam lần lượt là 32 và 38. Tính số giáo viên nữ và số giáo viên nam.

#### Hướng dẫn giải

Gọi  $x$  (giáo viên) là số giáo viên nữ ( $0 < x < 24; x \in \mathbb{N}^*$ ).

Suy ra số giáo viên nam là  $80 - x$  (giáo viên).

Áp dụng công thức trung bình cộng, ta có phương trình:

$$\frac{x \cdot 32 + (80 - x) \cdot 38}{80} = 35$$

$$x \cdot 32 + (80 - x) \cdot 38 = 80 \cdot 35$$

$$32x + 3040 - 38x = 2800$$

$$32x - 38x = 2800 - 3040$$

$$-6x = -240$$

$$x = 40 \text{ (nhận)}$$

Vậy số giáo viên nữ bằng số giáo viên nam là 40.

**Ví dụ 4:** Nhà ông Bình bán một đàn gà có số gà trống nhiều hơn gà mái 40 con và biết:

Cân nặng trung bình của mỗi con gà mái là 2,2 kg.

Cân nặng trung bình của mỗi con gà trống là 3,0 kg.

Cân nặng trung bình của cả đàn gà là 2,76 kg.

Tính số gà mái và gà trống của đàn gà.

#### Hướng dẫn giải

Gọi  $x$  (con) là số lượng con gà trống ( $x \in \mathbb{N}^*$ ).

Số lượng con gà mái là  $x - 40$  (con).

Số cân nặng của tất cả gà trống là  $3x$  kg.

Số cân nặng của tất cả gà mái là  $2,2(x - 40)$  (kg).

Tổng số cân nặng của cả đàn gà là  $2,76 \cdot (x + x - 40) = 2,76 \cdot (2x - 40)$  (kg).

Ta có phương trình:

$$3x + 2,2(x - 40) = 2,76(2x - 40)$$

$$\frac{-8}{25}x = \frac{-112}{5}$$

$$x = 70 \text{ (nhận)}$$

Vậy đàn gà có 70 con gà trống và 30 con gà mái.

### C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

**Bài 1:** Điểm trung bình của 100 học sinh trong hai lớp 9A và 9B là 7,608. Biết rằng số học sinh của lớp 9A nhiều hơn số học sinh của lớp 9B là 2 và điểm trung bình của mỗi học sinh của lớp 9B bằng 0,9 lần điểm trung bình của mỗi học sinh của lớp 9A. Tính điểm trung bình của mỗi học sinh của lớp 9A và 9B (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ ba).

**Bài 2:** Ở một trung tâm bồi dưỡng văn hóa gồm ba môn Toán, Văn, Anh và có tổng số giáo viên là 18. Hiện tại, tuổi trung bình của mỗi giáo viên là 31,33. Cho biết tuổi trung bình của mỗi giáo viên Toán, mỗi giáo viên Văn và mỗi giáo viên Anh lần lượt là 34, 30, 28. Tính số giáo viên mỗi môn biết rằng số giáo viên Anh gấp đôi số giáo viên Văn (làm tròn kết quả đến chữ số hàng đơn vị).

**Bài 3:** Hai trường A và B có tổng cộng 810 học sinh thi đậu vào lớp 10 và đạt tỉ lệ trúng tuyển là 90%. Nếu tính riêng từng trường, thì trường A có tỉ lệ học sinh thi đậu là 92% và trường B có tỉ lệ học sinh thi đậu là 88%. Hỏi mỗi trường có bao nhiêu học sinh dự thi.

**Bài 4:** Hai trường A và B có tổng cộng 450 học sinh tham dự kỳ thi vào lớp 10 và đạt tỉ lệ trúng tuyển là 69%. Nếu tính riêng từng trường, thì trường A có tỉ lệ học sinh thi đậu là 75% và trường B có tỉ lệ học sinh thi đậu là 60%. Hỏi mỗi trường có bao nhiêu học sinh dự thi.

### D. HƯỚNG DẪN GIẢI

**Bài 1:**

Số học sinh của lớp 9A là  $(100 - 2) : 2 = 49$  (học sinh).

Suy ra số học sinh của lớp 9B là  $100 - 49 = 51$  (học sinh).

Gọi  $x$  (điểm) là điểm trung bình của mỗi học sinh lớp 9A ( $x > 7,608$ ).

Suy ra điểm trung bình của mỗi học sinh lớp 9B là  $0,9x$  điểm.

Áp dụng công thức trung bình cộng, ta có phương trình:

$$\frac{x.49 + 0,9x.51}{100} = 7,608$$

$$x.49 + 0,9x.51 = 100.7,608$$

$$49x + 45,9x = 760,8$$

$$94,9x = 760,8$$

$$x = 8,017 \text{ (nhận)}$$

Vậy, điểm trung bình của mỗi học sinh lớp 9A và lớp 9B lần lượt là 8,017 điểm và 7,215 điểm.

**Bài 2:**

Gọi  $x$  (giáo viên) là số giáo viên Văn ( $0 < x < 18; x \in \mathbb{N}^*$ ).

Suy ra số giáo viên Anh và Toán lần lượt là  $2x$  giáo viên và  $18 - x - 2x = 18 - 3x$  (giáo viên).

Áp dụng công thức trung bình cộng, ta có phương trình:

$$\frac{(18 - 3x) \cdot 34 + x \cdot 30 + 2x \cdot 28}{18} = 31,33$$

$$(18 - 3x) \cdot 34 + x \cdot 30 + 2x \cdot 28 = 18 \cdot 31,33$$

$$612 - 102x + 30x + 56x = 558,594$$

$$-102x + 30x + 56x = 558,594 - 612$$

$$-16x = -53,406$$

$$x = 3 \text{ (nhận)}$$

Vậy, số giáo viên Văn, Anh và Toán lần lượt là 3, 6, và 9.

### Bài 3:

Số học sinh trúng tuyển của hai trường là  $810 : 90\% = 900$ .

Gọi  $x$  (học sinh) là số học sinh tham dự kỳ thi tuyển sinh 10 của trường A ( $0 < x < 900; x \in \mathbb{N}^*$ ).

Suy ra số học sinh tham dự kỳ thi tuyển sinh 10 của trường B là  $900 - x$ .

Theo đề bài, ta có phương trình:

$$\frac{x \cdot 92\% + (900 - x) \cdot 88\%}{900} = 90\%$$

$$x \cdot 92\% + (900 - x) \cdot 88\% = 900 \cdot 90\%$$

$$0,92x + 792 - 0,88x = 810$$

$$-0,04x = -18$$

$$x = 450 \text{ (nhận)}$$

Vậy số học sinh tham dự kỳ thi tuyển sinh 10 của trường A và trường B bằng nhau là 450.

### Bài 4:

Gọi  $x$  (học sinh) là số học sinh tham dự kỳ thi tuyển sinh 10 của trường A ( $0 < x < 450; x \in \mathbb{N}^*$ ).

Suy ra số học sinh tham dự kỳ thi tuyển sinh 10 của trường B là  $450 - x$ .

Áp dụng công thức trung bình cộng, ta có phương trình:

$$\frac{x \cdot 75\% + (450 - x) \cdot 60\%}{450} = 69\%$$

$$x \cdot 75\% + (450 - x) \cdot 60\% = 450 \cdot 69\%$$

$$0,75x + 270 - 0,6x = 310,5$$

$$0,75x - 0,6x = 310,5 - 270$$

$$-0,15x = -40,5$$

$$x = 270 \text{ (nhận)}$$

Vậy số học sinh tham dự kỳ thi tuyển sinh 10 của trường A và trường B lần lượt là 270 và 180.

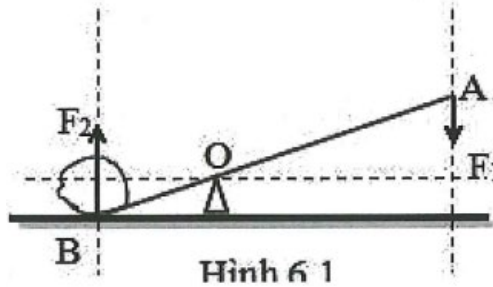
## Bài 4 - BÀI TOÁN VỀ VẬT LÝ - HÓA HỌC

### A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Nồng độ phần trăm dung dịch được cho bởi công thức  $C\% = \frac{m_{ct}}{m_{dd}} \cdot 100\%$ .

Trong đó:  $m_{ct}$  là khối lượng chất tan và  $m_{dd}$  là khối lượng dung dịch.

2. Quy tắc đòn bẩy:



#### • Mô tả

Đòn bẩy được mô tả như sau:

- $O$  là điểm tựa
- $A$  là điểm tác dụng lực  $F_1$
- $B$  là điểm tác dụng lực  $F_2$ .

#### • Công thức

Áp dụng quy tắc đòn bẩy, ta có  $F_1 \cdot OA = F_2 \cdot OB$

#### • Lưu ý

Ta nhận thấy vật nặng tại điểm  $B$  chịu tác dụng của trọng lượng  $P$  (là lực hút của trái đất).

Cho nên dễ dàng nhận thấy  $F_2 = P = 10m$  ( $m$  là khối lượng của vật nặng).

3. Nhiệt lượng:  $Q = mc\Delta t$

Trong đó:

- $Q$  là nhiệt lượng, đơn vị là Jun (J).
- $m$  là khối lượng của vật, được đo bằng đơn vị kilogram (kg).
- $c$  là nhiệt dung riêng của chất, được đo bằng đơn vị Jun trên mỗi kilogram mỗi độ C hoặc Kelvin (J/kg.K).
- $\Delta t$  là sự thay đổi của nhiệt độ, được đo bằng đơn vị độ C hoặc Kelvin ( $^{\circ}\text{C}$  hoặc K).

4. Khối lượng riêng:  $D = \frac{m}{V}$ . Trong đó:

- $D$  là khối lượng riêng ( $\text{kg}/\text{m}^3$ )
- $m$  là khối lượng (kg)
- $V$  là thể tích ( $\text{m}^3$ ).

## B. BÀI TẬP MINH HỌA

**Ví dụ 1:** Một nhóm học sinh trong lớp đang thử nghiệm một dự án nuôi cá trong một hồ nước lợ. Ban đầu nhóm học sinh này đã đổ vào hồ rỗng 1000 lít nước biển (là một loại nước mặn chứa muối với nồng độ dung dịch 3,5%). Để có một hồ chứa nước lợ (nước trong hồ là dung dịch 1% muối), nhóm học sinh này đã phải đổ thêm vào hồ một khối lượng nước ngọt (có lượng muối không đáng kể) là bao nhiêu?

### Hướng dẫn giải

Gọi  $x$  (kg) là khối lượng nước ngọt đổ thêm ( $x > 0$ ).

Khối lượng chất tan lúc đầu là  $1000.35\% = 35$ .

Khối lượng chất tan lúc sau là 35.

Khối lượng dung dịch lúc sau là  $x + 1000$ .

Nồng độ dung dịch lúc sau là  $\frac{35}{x + 1000}$ .

Vì nồng độ dung dịch lúc sau là 1%, ta có phương trình:

$$\frac{35}{x + 1000} = 1\%$$

$$35 = 1\%(x + 1000)$$

$$x + 1000 = 3500$$

$$x = 2500 \text{ (nhận)}$$

Vậy khối lượng nước ngọt đổ thêm là 2500kg.

**Ví dụ 2:** Một hỗn hợp dung dịch gồm nước và muối trong đó có 6% muối (về khối lượng). Hỏi phải thêm bao nhiêu kg nước vào 50 kg dung dịch trên để có được một dung dịch mới có 3% muối?

### Hướng dẫn giải

Gọi  $x$  (kg) là khối lượng nước đổ thêm ( $x > 0$ ).

Ta có bảng tóm tắt như dưới đây:

Khối lượng chất tan lúc đầu là  $50.6\% = 3$  (kg).

Khối lượng chất tan lúc sau là 3 (kg).

Khối lượng dung dịch lúc sau là  $x + 50$  (kg).

Nồng độ dung dịch lúc sau là  $\frac{3}{x + 50}$ .

Vì nồng độ dung dịch lúc sau là 3%, ta có phương trình:

$$\frac{3}{x + 50} = 3\%$$

$$x + 50 = 100$$

$$x = 50 \text{ (nhận)}$$

Vậy khối lượng nước đổ thêm là 50kg.

**Ví dụ 3:** Có hai dung dịch acid cùng loại có nồng độ acid lần lượt là 35% và 20%. Tính khối lượng mỗi dung dịch acid đem trộn để được 5 kg dung dịch có nồng độ acid là 30%.

#### Hướng dẫn giải

Gọi  $x$  (kg) là khối lượng dung dịch acid có nồng độ 35% ( $x > 0$ ).

Khối lượng dung dịch acid có nồng độ 20% là  $5 - x$  (kg).

Khối lượng acid nguyên chất trong 5 kg dung dịch acid là  $30\% \cdot 5 = 1,5$  (kg).

Khối lượng acid nguyên chất có trong  $x$  kg acid 35% là  $35\%x$  (kg).

Khối lượng acid nguyên chất có trong  $5 - x$  kg acid 20% là  $20\%(5 - x)$  (kg).

Ta có phương trình:

$$35\%x + 20\%(5 - x) = 1,5$$

$$0,15x = 0,5$$

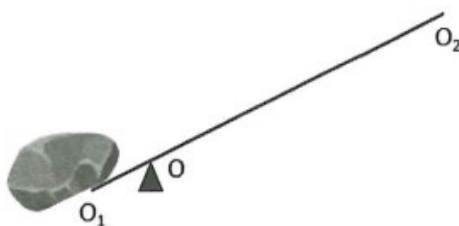
$$x = \frac{10}{3} \text{ (nhận)}$$

Vậy:

- Khối lượng của dung dịch acid 35% là khoảng  $\frac{10}{3}$  kg.

- Khối lượng của dung dịch acid 20% là  $5 - \frac{10}{3} = \frac{5}{3}$  (kg).

**Ví dụ 4:** Để nâng một hòn đá có khối lượng một tấn, người ta sử dụng một đòn bẩy như hình vẽ. Cho biết  $OO_2 = 5OO_1$ . Hỏi lực  $F_2$  tối thiểu tác dụng vào điểm  $O_2$  là bao nhiêu để có thể nâng được tảng đá này lên.



#### Hướng dẫn giải

Ta nhận thấy vật nặng tại điểm  $O_1$  chịu tác dụng của trọng lượng  $P$  (là lực hút của trái đất).

Cho nên dễ dàng nhận thấy  $F_1 = P = 10 \cdot 1000 = 10000$  N.

Tóm tắt:

**Đầu  $O_1$**

$$F_1 = 10000 \text{ N}$$

**Đầu  $O_2$**

$$F_2 = ?$$

$$OO_1 \qquad OO_2 = 5OO_1$$

Gọi  $x$  (N) là độ lớn lực  $F_2$  tại điểm  $O_2$  ( $x > 0$ ).

Áp dụng quy tắc đòn bẩy, ta có:

$$F_1 \cdot OO_1 = F_2 \cdot OO_2$$

$$10000 \cdot OO_1 = x \cdot 5OO_1$$

$$x = 2000 \text{ (nhận).}$$

Vậy độ lớn tối thiểu của lực  $F_2$  tại điểm  $O_2$  là 2000 N.

**Ví dụ 5:** Một thanh nhẹ  $AB$  có thể quay tự do quanh một điểm  $O$  cố định với  $OA = 2OB$ . Cho biết đầu  $A$  treo một vật có khối lượng 8 kg. Để hệ thống cân bằng, người ta treo vào đầu  $B$  một vật có khối lượng chưa biết. Hỏi khối lượng của vật nặng treo ở đầu  $B$  là bao nhiêu?

### Hướng dẫn giải

Vì thanh nhẹ có thể quay quanh điểm  $O$  nên ta xem như  $O$  là điểm tựa của đòn bẩy.

Ta nhận thấy hai vật nặng treo ở hai đầu  $A$  và  $B$  của thanh lần lượt chịu tác dụng của trọng lượng  $P_1$  và  $P_2$  (là lực hút của trái đất).

Cho nên dễ dàng nhận thấy  $F_A = P_1 = 10 \cdot 8 = 80$  N và  $F_B = P_2$ .

Tóm tắt:

**Đầu  $A$**

$$F_A = 80 \text{ N}$$

$$OA = 2OB$$

**Đầu  $B$**

$$F_B = 10x$$

$$OB$$

Gọi  $x$  (kg) là khối lượng của vật nặng treo tại đầu  $B$  ( $x > 0$ ).

Áp dụng quy tắc đòn bẩy, ta có:

$$F_1 \cdot OA = F_2 \cdot OB$$

$$80 \cdot 2OB = 10x \cdot OB$$

$$x = 16 \text{ (nhận)}$$

Vậy khối lượng của vật nặng treo tại đầu  $B$  là 16 kg.

**Ví dụ 6:** Pha 3 kg nước nóng ở nhiệt độ  $91^\circ\text{C}$  vào 5 kg nước lạnh ở nhiệt độ  $13^\circ\text{C}$ . Tính nhiệt độ của nước sau khi pha. Cho biết nhiệt dung riêng của nước là  $4200 \text{ J/kg}\cdot\text{K}$ .

### Hướng dẫn giải

Gọi  $x$  ( $^\circ\text{C}$ ) là nhiệt độ của nước sau khi pha ( $13 < x < 91$ ).

Nhiệt lượng tỏa ra để 3 kg nước nóng ở  $91^\circ\text{C}$  hạ xuống  $x^\circ\text{C}$  là:

$$Q_1 = m_1 c_1 (t_1 - t_3) = 3 \cdot 4200 (91 - x)$$

Nhiệt lượng thu vào để 5 kg nước lạnh ở  $13^\circ\text{C}$  tăng lên  $x^\circ\text{C}$  là:

$$Q_2 = m_2 c_2 (t_3 - t_2) = 5.4200(x - 13)$$

Áp dụng phương trình cân bằng nhiệt, ta có:

$$3.4200(91 - x) = 5.4200(x - 13)$$

$$3(91 - x) = 5(x - 13)$$

$$273 - 3x = 5x - 65$$

$$-3x - 5x = -65 - 273$$

$$x = 42,25 \text{ (nhận)}$$

Vậy nhiệt độ của nước sau khi pha là  $42,25^\circ\text{C}$ .

**Ví dụ 7:** Để xác định nhiệt dung riêng của một kim loại, một học sinh bỏ vào một lượng kế chứa 500 g nước ở nhiệt độ  $13^\circ\text{C}$  một miếng kim loại có khối lượng 400 g và được nung nóng tới  $100^\circ\text{C}$ . Biết rằng nhiệt độ khi có cân bằng nhiệt là  $20^\circ\text{C}$ . Tính nhiệt dung riêng của kim loại (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ ba). Cho biết nhiệt dung riêng của nước là  $4190 \text{ J/kg}\cdot\text{K}$ .

#### Hướng dẫn giải

Gọi  $x \text{ (J/kg}\cdot\text{K)}$  là nhiệt dung riêng của kim loại ( $x > 0$ ).

Nhiệt lượng tỏa ra để 0,4 kg kim loại ở  $100^\circ\text{C}$  hạ xuống  $20^\circ\text{C}$  là:

$$Q_1 = m_1 c_1 (t_1 - t_3) = 0,4 \cdot x (100 - 20)$$

Nhiệt lượng thu vào để 500 g nước ở  $13^\circ\text{C}$  tăng lên  $20^\circ\text{C}$  là:

$$Q_2 = m_2 c_2 (t_3 - t_2) = 0,5 \cdot 4190 (20 - 13)$$

Áp dụng phương trình cân bằng nhiệt, ta có:

$$0,4 \cdot x (100 - 20) = 0,5 \cdot 4190 (20 - 13)$$

$$32 = 14665$$

$$x = 458,281 \text{ (nhận)}$$

Vậy nhiệt dung riêng của kim loại là  $458,281 \text{ J/kg}\cdot\text{K}$ .

**Ví dụ 8:** Người ta trộn chất lỏng I với chất lỏng II (chất lỏng II có khối lượng riêng lớn hơn chất lỏng I là  $0,2 \text{ g/cm}^3$ ). Tìm khối lượng của chất lỏng I. Biết khối lượng riêng của chất lỏng thứ I là  $0,6 \text{ g/cm}^3$ ; thể tích của hai chất lỏng bằng nhau và chất lỏng thứ I nhẹ hơn chất lỏng thứ II là 2 kg.

#### Hướng dẫn giải

Gọi  $x$  là khối lượng của chất lỏng thứ I ( $x > 0$ ).

Khối lượng của chất lỏng thứ II là  $x + 2 \text{ (kg)}$ .

Thể tích của chất lỏng thứ I là  $\frac{x}{0,6} \text{ (m}^3\text{)}$ .

Thể tích của chất lỏng thứ II là  $\frac{x + 2}{0,6 + 0,2} = \frac{x + 2}{0,8} \text{ (m}^3\text{)}$ .

Ta có phương trình:

$$\frac{x}{0,6} = \frac{x+2}{0,8}$$

$$0,8x = 0,6(x+2)$$

$$0,2x = 1,2$$

$$x = 6 \text{ (nhận)}$$

Vậy khối lượng của chất lỏng thứ I là 6 kg.

**Ví dụ 9:** Người ta hòa lẫn chất lỏng I với chất lỏng II thì được hỗn hợp có thể tích 0,04 m<sup>3</sup>. Biết khối lượng của chất lỏng II nhỏ hơn khối lượng của chất lỏng I là 3 kg; khối lượng riêng của chất lỏng I là 500 kg/m<sup>3</sup>; khối lượng riêng của chất lỏng thứ II là 350 kg/m<sup>3</sup>. Tính khối lượng của chất lỏng I.

### Hướng dẫn giải

Gọi  $x$  là khối lượng của chất lỏng thứ I ( $x > 0$ ).

Khối lượng của chất lỏng thứ II là  $x - 3$  (kg).

Thể tích của chất lỏng thứ I là  $\frac{x}{500}$  (m<sup>3</sup>).

Thể tích của chất lỏng thứ II là  $\frac{x-3}{350}$  (m<sup>3</sup>).

Ta có phương trình:

$$\frac{x}{500} + \frac{x-3}{350} = 0,04$$

$$35x + 50(x-3) = 700$$

$$85x = 850$$

$$x = 10 \text{ (nhận)}$$

Vậy khối lượng của chất lỏng thứ I là 10kg.

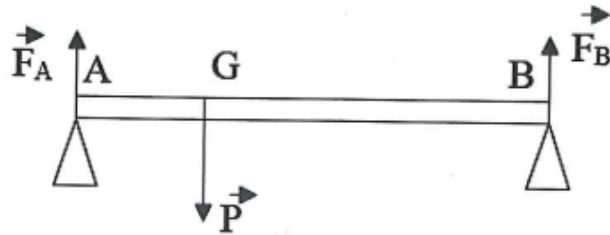
### C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

**Bài 1:** Bạn An dùng 150 g nước cốt chanh để pha một ly nước chanh nóng 500 g (chỉ có nước và nước cốt chanh). Hỏi nếu bạn muốn có một ly nước chanh có 20% nước cốt chanh thì phải pha thêm bao nhiêu gam nước nóng?

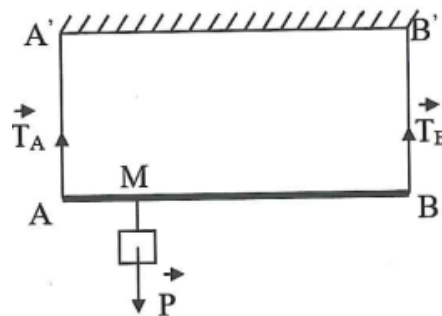
**Bài 2:** Người ta đổ một lượng nước biển vào một bể nước. Biết tỷ lệ muối có trong nước biển là 3,5%. Sau đó người ta đổ thêm 5000 kg nước có nồng độ muối không đáng kể vào bể thì nồng độ muối trong bể chỉ là 1%. Hỏi ban đầu người ta đổ vào bể bao nhiêu kg nước biển (ban đầu bể không có nước)?

**Bài 3:** Có hai loại dung dịch muối I và muối II. Người ta hòa 200 g dung dịch muối I với 300 g dung dịch muối II thì được dung dịch có nồng độ muối là 33%. Tính nồng độ muối trong mỗi dung dịch I và II, biết rằng nồng độ muối trong dung dịch I lớn hơn nồng độ muối trong dung dịch II là 20%.

**Bài 4:** Một chiếc xà không đồng chất dài 16 m và có khối lượng 100 kg. Biết rằng chiếc xà được tì vào hai đầu  $A$  và  $B$  lên hai bức tường. Cho biết trọng tâm của xà cách đầu  $A$  một khoảng  $GA = 4$  m. Hãy xác định lực đỡ của tường lên các đầu xà.



**Bài 5:** Một cái sào có khối lượng không đáng kể, được treo theo phương nằm ngang bằng hai sợi dây  $AA'$  và  $BB'$ . Tại điểm  $M$ , người ta treo một vật nặng có khối lượng là 70 kg. Tính lực căng của các sợi dây  $AA'$  và  $BB'$ . Cho biết  $AB = 1,4$  m và  $AM = 0,2$  m.



**Bài 6:** Một nhiệt lượng kế chứa 2 lít nước ở nhiệt độ  $15^\circ\text{C}$ . Một học sinh bỏ vào nhiệt lượng kế một quả cầu bằng đồng thau có khối lượng 500 g và được đun nóng tới  $100^\circ\text{C}$ . Tính nhiệt độ khi có sự cân bằng nhiệt (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ ba). Cho biết nhiệt dung riêng của nước và đồng lần lượt là  $4186 \text{ J/kg}\cdot\text{K}$  và  $368 \text{ J/kg}\cdot\text{K}$ .

**Bài 7:** Một học sinh đổ 738 g nước ở nhiệt độ  $15^\circ\text{C}$  vào một nhiệt lượng kế bằng đồng có khối lượng 100 g. Sau đó thả tiếp vào đó một miếng đồng có khối lượng 200 g ở nhiệt độ  $100^\circ\text{C}$ . Biết rằng nhiệt độ khi có sự cân bằng nhiệt là  $17^\circ\text{C}$ . Tính nhiệt dung riêng của đồng. Cho biết nhiệt dung riêng của nước là  $4186 \text{ J/kg}\cdot\text{K}$ .

**Bài 8:** Người ta hòa lẫn chất lỏng thứ nhất có khối lượng riêng  $700 \text{ kg/m}^3$  với chất lỏng thứ hai có khối lượng riêng  $500 \text{ kg/m}^3$  thì được một hỗn hợp có khối lượng riêng  $600 \text{ kg/m}^3$ . Biết khối lượng của chất lỏng thứ nhất lớn hơn khối lượng của chất lỏng thứ hai là 2 kg. Tính khối lượng của mỗi chất lỏng.

#### D. HƯỚNG DẪN GIẢI

##### Bài 1:

Gọi  $x$  (g) là số gam nước nóng cần thêm vào ( $x > 0$ ).

Khối lượng nước chanh sau khi pha thêm  $x$  (g) nước là  $500 + x$  (g).

Vì nồng độ dung dịch mới là 20% nên ta có phương trình:

$$\frac{150}{500+x} = 20\%$$

$$150 = 20\%(500+x)$$

$$500+x = 600$$

$$x = 100 \text{ (nhận)}$$

Vậy bạn An cần pha thêm 250 g nước nóng.

### **Bài 2:**

Gọi  $x$  (kg) là khối lượng nước biển đổ vào bể lúc đầu ( $x > 0$ ).

Khối lượng muối có trong  $x$  (kg) nước biển là  $3,5\%x$  (kg).

Khối lượng nước có trong bể sau khi đổ thêm 5000 kg nước là  $5000+x$  (kg).

Ta có phương trình:

$$\frac{3,5\%x}{5000+x} = 1\%$$

$$3,5\%x = 1\%(5000+x)$$

$$0,025x = 50$$

$$x = 2000 \text{ (nhận)}$$

Vậy ban đầu người ta đổ vào bể 2000 kg nước biển.

### **Bài 3:**

Gọi  $x$  là nồng độ muối của dung dịch I ( $x > 0$ ).

Nồng độ muối của dung dịch II là  $x - 20\%$ .

Khối lượng muối trong dung dịch I là  $200x$  (g).

Khối lượng muối trong dung dịch II là  $300(x - 20\%)$  (g).

Khối lượng muối trong dung dịch sau khi pha là  $33\% \cdot 500 = 165$  (g).

Ta có phương trình:

$$200x + 300(x - 20\%) = 165$$

$$500x = 225$$

$$x = 0,45$$

$$x = 45\% \text{ (nhận)}$$

Nồng độ muối của dung dịch I là 45%, của dung dịch II là 25%.

### **Bài 4:**

Ta nhận thấy xà chịu tác dụng của trọng lượng  $P$  (là lực hút của trái đất).

Trọng lượng của xà là  $P = 10 \cdot 100 = 1000$  N.

Trọng lượng của xà tập trung tại trọng tâm  $G$  của xà.

Ta dễ dàng nhận thấy xà chịu tác dụng của ba lực:  $F_A; F_B; P$ .

Để tính  $F_A$ , ta xem xà là một đòn bẩy có điểm tựa tại  $B$ .

Gọi  $x$  (N) là độ lớn lực  $F_A$  tại điểm  $A$  ( $x > 0$ ).

Áp dụng quy tắc đòn bẩy, ta có:

$$F_A \cdot AB = P \cdot GB$$

$$x \cdot 16 = 1000(16 - 4)$$

$$x = 750 \text{ (nhận)}$$

Để tính  $F_B$ , ta xem xà là một đòn bẩy có điểm tựa tại  $A$ .

Gọi  $y$  (N) là độ lớn lực  $F_B$  tại điểm  $B$  ( $y > 0$ ).

Áp dụng quy tắc đòn bẩy, ta có:

$$F_B \cdot BA = P \cdot GA$$

$$y \cdot 16 = 1000 \cdot 4$$

$$y = 250 \text{ (nhận)}$$

Vậy độ lớn các lực  $F_A$  và  $F_B$  tại các điểm  $A$  và  $B$  lần lượt là 750 N và 250 N.

### **Bài 5:**

Ta nhận thấy vật nặng chịu tác dụng của trọng lượng  $P$  (là lực hút của trái đất).

Trọng lượng của vật nặng là  $P = 10 \cdot 70 = 700$  N.

Ta dễ dàng nhận thấy sào chịu tác dụng của ba lực:  $T_A; T_B; P$ .

Để tính  $T_A$ , ta xem sào là một đòn bẩy có điểm tựa tại  $B$ .

Gọi  $x$  (N) là độ lớn lực  $T_A$  tại điểm  $A$  ( $x > 0$ ).

Áp dụng quy tắc đòn bẩy, ta có:

$$T_A \cdot AB = P \cdot MB$$

$$x \cdot 1,4 = 700(1,4 - 0,2)$$

$$x = 600 \text{ (nhận)}$$

Để tính  $T_B$ , ta xem sào là một đòn bẩy có điểm tựa tại  $A$ .

Gọi  $y$  (N) là độ lớn lực  $T_B$  tại điểm  $B$  ( $y > 0$ ).

Áp dụng quy tắc đòn bẩy, ta có:

$$T_B \cdot BA = P \cdot MA$$

$$y \cdot 1,4 = 700 \cdot 0,2$$

$$y = 100 \text{ (nhận)}$$

Vậy độ lớn các lực  $T_A$  và  $T_B$  tại các điểm  $A$  và  $B$  lần lượt là 600 N và 100 N.

**Bài 6:**

Gọi  $x$  ( $^{\circ}\text{C}$ ) là nhiệt độ khi có sự cân bằng nhiệt ( $15 < x < 100$ ).

Nhiệt lượng thu vào để 2 kg nước ở  $15^{\circ}\text{C}$  tăng lên  $x$  ( $^{\circ}\text{C}$ ) là:

$$Q_1 = m_1 c_1 (t_3 - t_1) = 2.4186(x - 15)$$

Nhiệt lượng tỏa ra để 0.5 kg đồng thau ở  $100^{\circ}\text{C}$  hạ xuống  $x$  ( $^{\circ}\text{C}$ ) là:

$$Q_2 = m_2 c_2 (t_2 - t_3) = 0,5.368(100 - x)$$

Áp dụng phương trình cân bằng nhiệt, ta có:  $Q_1 = Q_2$

$$0,5.368(100 - x) = 2.4186(x - 15)$$

$$184(100 - x) = 8372(x - 15)$$

$$18400 - 184x = 8372x - 125580$$

$$-184x - 8372x = -18400 - 125580$$

$$x = 16,828 \text{ (nhận)}$$

Vậy nhiệt độ khi có sự cân bằng nhiệt là  $16,828^{\circ}\text{C}$ .

**Bài 7:**

Gọi  $x$  ( $\text{J/kg}\cdot\text{K}$ ) là nhiệt dung riêng của đồng ( $x > 0$ ).

Nhiệt lượng thu vào để 0.1 kg nhiệt lượng kế và 0.738 kg nước ở  $15^{\circ}\text{C}$  tăng lên  $17^{\circ}\text{C}$  là:

$$Q_1 = m_1 c_1 (t_4 - t_1) + m_2 c_2 (t_4 - t_2)$$

$$= 0,1x(17 - 15) + 0,738.4186(17 - 15) = 0,2x + 6178,536$$

Nhiệt lượng tỏa ra để 0.2 kg đồng ở  $100^{\circ}\text{C}$  hạ xuống  $17^{\circ}\text{C}$  là:

$$Q_2 = m_3 c_3 (t_3 - t_4) = 0,2x(100 - 17) = 16,6x$$

Áp dụng phương trình cân bằng nhiệt, ta có:  $Q_1 = Q_2$

$$16,6x = 0,2x + 6178,536$$

$$16,6x - 0,2x = 6178,536$$

$$16,4x = 6178,536$$

$$x = 376,74 \text{ (nhận)}$$

Vậy nhiệt dung riêng của đồng là  $376,74 \text{ J/kg}\cdot\text{K}$ .

**Bài 8:**

Gọi  $x$  (kg) là khối lượng của chất lỏng thứ hai ( $x > 0$ ).

Khối lượng của chất lỏng thứ nhất là  $x + 2$  (kg).

Thể tích của chất lỏng thứ nhất là  $\frac{x+2}{700} \text{ kg/m}^3$ .

Thể tích của chất lỏng thứ hai là  $\frac{x}{500}$  kg/m<sup>3</sup>.

Thể tích của hỗn hợp chất lỏng là  $\frac{x+x+2}{600} = \frac{2x+2}{600}$  kg/m<sup>3</sup>.

Ta có phương trình:

$$\frac{x+2}{700} + \frac{x}{500} = \frac{2x+2}{600}$$

$$30(x+2) + 42x = 35(2x+2)$$

$$2x = 10$$

$$x = 5 \text{ (nhận)}$$

Vậy khối lượng của chất lỏng thứ hai là 5 kg.

## Bài 5 - BÀI TOÁN NĂNG SUẤT

### A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

Khối lượng công việc = Năng suất  $\times$  Thời gian.

### B. BÀI TẬP MINH HỌA

**Ví dụ 1:** Công ty A ký hợp đồng sản xuất khẩu trang cho đại lý B. Theo kế hoạch, công ty A sẽ hoàn thành hợp đồng trong 25 ngày. Nhưng mỗi ngày công ty làm đã vượt năng suất so với dự định là 2 hộp, nên đã hoàn thành sớm hơn kế hoạch 1 ngày và làm dư thêm 8 hộp. Hỏi công ty A ký hợp đồng sản xuất bao nhiêu hộp khẩu trang?

#### Hướng dẫn giải

Gọi  $x$  (hộp) là số hộp khẩu trang công ty A làm được mỗi ngày ( $x \in \mathbb{N}^*$ ).

Số hộp khẩu trang làm được trong 25 ngày là  $25x$  (hộp).

Số ngày công ty A thực hiện làm là  $25 - 1 = 24$  (ngày).

Số hộp khẩu trang công ty A làm được mỗi ngày khi thực hiện là  $x + 2$  (hộp).

Số hộp khẩu trang công ty A đã sản xuất thực tế là  $24(x + 2)$  (hộp).

Do công ty A sản xuất thực tế dư 8 hộp so với kế hoạch nên ta có phương trình:

$$24(x + 2) - 25x = 8$$

$$-x = -40$$

$$x = 40 \text{ (nhận)}$$

Số hộp khẩu trang công ty A ký hợp đồng sản xuất là  $25 \cdot 40 = 1000$  hộp.

**Ví dụ 2:** Một phân xưởng may nhận được đơn hàng may đồng phục cho nhân viên của một hệ thống cửa hàng trà sữa trong 20 ngày. Khi thực hiện, phân xưởng đó đã tăng năng suất 20% nên sau 18 ngày không những đã xong số áo đó mà còn may thêm được 24 áo nữa. Tính số bộ đồng phục mà phân xưởng đó đã may được trên thực tế.

#### Hướng dẫn giải

Gọi  $x$  (bộ) là số bộ đồng phục phân xưởng đã may được trên thực tế ( $x \in \mathbb{N}^*$ ).

Số bộ đồng phục phân xưởng may thực tế mỗi ngày là  $\frac{x}{18}$  (bộ).

Số bộ đồng phục phân xưởng may theo đơn hàng là  $x - 24$  (bộ).

Ta có phương trình:

$$\frac{x - 24}{20} \cdot 120\% = \frac{x}{18}$$

$$1,2(x - 24) \cdot 18 = 20x$$

$$1,6x = 518,4$$

$$x = 324 \text{ (nhận)}$$

Vậy phân xưởng may thực tế được 324 bộ đồng phục.

**Ví dụ 3:** Tại điểm tiêm phòng Covid-19 Trường A, một bàn tiêm dự định tiêm một số mũi tiêm vaccine phòng Covid-19 cho người dân trong 20 ngày. Do yêu cầu cấp bách của việc phòng bệnh, bàn tiêm đã tăng năng suất thêm 20% nên sau 18 ngày không những đã tiêm xong số mũi tiêm dự định mà còn tiêm thêm được 24 mũi tiêm nữa. Tính số mũi tiêm phòng Covid-19 mà một bàn tiêm dự định tiêm.

### Hướng dẫn giải

Gọi  $x$  (mũi tiêm) là số mũi tiêm phòng Covid-19 mà một bàn tiêm dự định tiêm ( $x \in \mathbb{N}^*$ ).

Năng suất tiêm dự định của bàn tiêm là  $\frac{x}{20}$ .

Năng suất tiêm thực tế của bàn tiêm là  $\frac{x}{20}(100\% + 20\%)$ .

Theo đề bài ta có phương trình:

$$18 \cdot \frac{x}{20}(100\% + 20\%) - x = 24$$

$$1,08x - x = 24$$

$$0,08x = 24$$

$$x = 300 \text{ (nhận)}$$

Vậy một bàn dự định tiêm 300 mũi.

**Ví dụ 4:** Một công nhân được giao làm một số sản phẩm trong 10 giờ. Sau khi làm được 2 giờ với năng suất dự kiến, người đó đã cải tiến kỹ thuật nên đã tăng năng suất được 3 sản phẩm mỗi giờ. Sau đó, trong 8 giờ 24 phút, người công nhân đã làm xong số sản phẩm được giao. Hỏi người công nhân được giao làm bao nhiêu sản phẩm?

### Hướng dẫn giải

Gọi  $x$  (sản phẩm) là số sản phẩm công nhân được giao làm trong 10 giờ ( $x \in \mathbb{N}^*$ ).

Số sản phẩm công nhân làm được trong 1 giờ theo kế hoạch là  $\frac{x}{10}$  (sản phẩm).

Số sản phẩm người đó làm được trong 2 giờ là  $2 \cdot \frac{x}{10} = \frac{x}{5}$  (sản phẩm).

Số sản phẩm thực tế người đó làm trong 1 giờ từ giờ thứ 3 là  $\frac{x}{10} + 3$  (sản phẩm).

Số sản phẩm người công nhân làm được trong 8 giờ 24 phút = 8.4 giờ là:

$$\frac{x}{5} + (8,4 - 2) \cdot \left( \frac{x}{10} + 3 \right) = \frac{1}{5}x + \frac{16}{25}x + \frac{96}{5} = \frac{21}{25}x + \frac{96}{5} \quad (\text{sản phẩm}).$$

Ta có phương trình:  $x = \frac{21}{25}x + \frac{96}{5}$

$$\frac{4}{25}x = \frac{96}{5}$$

$$x = 120 \quad (\text{nhận})$$

Vậy người công nhân đó được giao làm 120 sản phẩm.

### C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

**Bài 1:** Một xưởng dệt theo đơn hàng thì mỗi ngày dệt 30 cây vải, nhưng do trong xưởng có một anh thợ nghỉ việc nên số lượng cây vải làm ra giảm 5 cây vải mỗi ngày. Do đó, xưởng đã hoàn thành đơn hàng chậm hơn 4 ngày. Hỏi đơn hàng mà xưởng nhận dệt bao nhiêu cây vải?

**Bài 2:** Nhà máy xay xát gạo nhận đơn hàng cung cấp gạo cho một công ty xuất khẩu gạo sang Châu Phi. Vì vậy, nhà máy dự định trung bình mỗi tuần phải xay xát được 20 tấn gạo thành phẩm. Do lượng lúa của các thương lái mua về nhiều nên nhà máy đã xay xát vượt mức 2 tấn/tuần gạo thành phẩm. Do đó, nhà máy chẳng những đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn 1 tuần mà còn vượt mức đã dự định là 5 tấn gạo thành phẩm. Hỏi theo kế hoạch, nhà máy phải xay xát được bao nhiêu tấn để đủ cung cấp cho công ty xuất khẩu?

**Bài 3:** Một công nhân phải làm một số sản phẩm trong 18 ngày. Do đã vượt mức mỗi ngày 5 sản phẩm nên sau 16 ngày anh đã làm xong và làm thêm 20 sản phẩm nữa ngoài kế hoạch. Tính xem mỗi ngày anh đã làm được bao nhiêu sản phẩm.

### D. HƯỚNG DẪN GIẢI

**Bài 1:**

Gọi  $x$  (cây vải) là số cây vải theo đơn hàng ( $x > 0$ ).

Thời gian làm theo đơn hàng mất là  $\frac{x}{30}$  (ngày).

Thời gian làm theo thực tế mất là  $\frac{x}{25}$  (ngày).

Theo đề bài, ta có phương trình:

$$\frac{x}{25} - \frac{x}{30} = 4$$

$$\frac{1}{150}x = 4$$

$$x = 600 \quad (\text{nhận})$$

Vậy số sản phẩm dệt theo đơn hàng là 600 cây vải.

**Bài 2:**

Gọi  $x$  (tấn) là số tấn gạo thành phẩm cần cung cấp theo kế hoạch của nhà máy ( $x > 0$ ).

Thời gian dự định để xay xát được đủ lượng gạo thành phẩm theo kế hoạch là  $\frac{x}{20}$  (tuần).

Thời gian xay xát thực tế của nhà máy là  $\frac{x+5}{20+2} = \frac{x+5}{22}$  (tuần).

Ta có phương trình:

$$\frac{x}{20} - \frac{x+5}{22} = 1$$

$$22x - 20(x+5) = 440$$

$$2x = 540$$

$$x = 270 \text{ (nhận)}$$

Vậy theo kế hoạch nhà máy phải xay xát được 270 tấn.

**Bài 3:**

Gọi số sản phẩm phải hoàn thành trong một ngày theo kế hoạch là  $x$  ( $x > 0$ ).

Số sản phẩm thực tế mỗi ngày người đó làm được là  $x+5$  (sản phẩm).

Số sản phẩm phải làm theo kế hoạch là  $18x$  (sản phẩm).

Vì số ngày thực tế hoàn thiện công việc là 16 ngày và số sản phẩm làm được nhiều hơn so với kế hoạch là 20 sản phẩm nên ta có phương trình:

$$18x = 16(x+5) - 20$$

$$18x = 16x + 80 - 20$$

$$2x = 60$$

$$x = 30 \text{ (nhận)}$$

Vậy mỗi ngày người đó đã làm được  $30+5=35$  sản phẩm.

## Bài 6 - MỘT SỐ BÀI TOÁN KHÁC

### A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

- Diện tích hình chữ nhật = chiều dài  $\times$  chiều rộng.
- Chu vi hình chữ nhật = (chiều dài + chiều rộng)  $\times$  2.
- Số tiền = số tờ tiền  $\times$  giá trị một tờ.
- Định lý Pythagore: Trong tam giác vuông bình phương cạnh huyền bằng tổng bình phương hai cạnh góc vuông.

### B. BÀI TẬP MINH HỌA

**Ví dụ 1:** Một công ty có 100 xe chở khách gồm hai loại, loại xe chở được 30 khách và loại xe chở được 50 khách. Nếu dùng tất cả số xe đó, công ty có thể chở tối đa 4300 khách trong một lần. Hãy tính số xe mỗi loại của công ty.

#### Hướng dẫn giải

Gọi  $x$  là số xe chở được 30 khách ( $x > 0$ ).

Số xe chở được 50 khách là  $100 - x$  (xe).

Ta có phương trình:  $30x + 50(100 - x) = 4300$

$$-20x = -700$$

$$x = 35 \text{ (nhận).}$$

Vậy công ty có 35 xe chở 30 khách và 65 xe chở 50 khách.

**Ví dụ 2:** Số học sinh khối 8 của một trường không thay đổi trong cả năm học. Cuối học kỳ 2, có 60% học sinh khối 8 không đạt danh hiệu học sinh giỏi, và số học sinh giỏi ở học kỳ 1 chỉ bằng  $\frac{5}{7}$  số học sinh giỏi ở học kỳ 2. Có 28% số học sinh không đạt danh hiệu học sinh giỏi ở học kỳ 1 lại đạt danh hiệu học sinh giỏi ở học kỳ 2. Có 18 em từng đạt danh hiệu học sinh giỏi ở học kỳ 1 lại không đạt danh hiệu học sinh giỏi ở học kỳ 2. Hãy tìm số học sinh khối 8 của trường đó.

#### Hướng dẫn giải

Gọi số học sinh khối 8 là  $x$ ,  $x$  nguyên dương.

Số học sinh giỏi ở học kỳ 2:  $x - x.60\% = \frac{2}{5}x$  (học sinh).

Số học sinh giỏi ở học kỳ 1:  $\frac{5}{7} \cdot \frac{2}{5}x = \frac{2}{7}x$  (học sinh).

Số học sinh không đạt giỏi ở học kỳ 1:  $x - \frac{2}{7}x = \frac{5}{7}x$  (học sinh).

Số học sinh chỉ đạt giỏi ở học kỳ 2 (không đạt giỏi ở học kỳ 1):  $28\% \cdot \frac{5}{7}x = \frac{1}{5}x$  (học sinh).

Ta có phương trình:  $\frac{2}{7}x + \frac{1}{5}x - 18 = \frac{2}{5}x$

$$\frac{3}{35}x = 18$$

$$x = 210 \text{ (nhận).}$$

Vậy khối 8 có 210 học sinh.

**Ví dụ 3:** Hai lớp 8A và 8B có 80 học sinh. Trong đợt góp tập vở ủng hộ các bạn có gia đình gặp khó khăn trong đại dịch COVID-19, lớp 8A mỗi em góp 2 quyển và lớp 8B mỗi em góp 3 quyển nên cả hai lớp góp được 198 quyển. Tìm số học sinh của mỗi lớp.

#### Hướng dẫn giải

Gọi  $x$  (học sinh) là số học sinh lớp 8A ( $x \in \mathbb{N}^*$ ).

Số học sinh lớp 8B là  $80 - x$  (học sinh).

Số quyển tập lớp 8A góp là  $2x$  (quyển).

Số quyển tập lớp 8B góp là  $3(80 - x)$  (quyển).

Vì hai lớp góp 198 quyển nên ta có phương trình:

$$2x + 3(80 - x) = 198$$

$$2x + 240 - 3x = 198$$

$$x = 42 \text{ (nhận).}$$

Vậy lớp 8A có 42 học sinh; lớp 8B có 38 học sinh.

**Ví dụ 4:** Thùng cam thứ hai nặng hơn thùng cam thứ nhất 13 kg. Nếu tăng khối lượng thùng cam thứ nhất thêm 2 kg và giảm khối lượng thùng cam thứ hai đi 5 kg thì khối lượng thùng cam thứ hai bằng

$\frac{3}{2}$  khối lượng thùng cam thứ nhất. Tính khối lượng mỗi thùng cam ban đầu.

#### Hướng dẫn giải

Gọi  $x$  (kg) là khối lượng thùng cam thứ nhất lúc đầu ( $x > 0$ ).

Khối lượng thùng cam thứ hai lúc đầu là  $x + 13$  (kg).

Khối lượng thùng cam thứ nhất lúc sau là  $x + 2$  (kg).

Khối lượng thùng cam thứ hai lúc sau là  $x + 13 - 5 = x + 8$  (kg).

Vì khối lượng thùng cam thứ hai bằng  $\frac{3}{2}$  khối lượng thùng cam thứ nhất, nên ta có phương trình:

$$x + 8 = \frac{3}{2}(x + 2)$$

$$\frac{-1}{2}x = -5$$

$$x = 10 \text{ (nhận).}$$

Vậy thùng cam thứ nhất lúc đầu nặng 10 kg và thùng cam thứ hai lúc đầu nặng 23 kg.

**Ví dụ 5:** Đi xe đạp trong 1 phút tiêu hao 15 calo, đi bộ trong 1 phút tiêu hao 10 calo. Nếu bạn An cần tiêu hao 775 calo trong thời gian 1 giờ cho cả 2 hoạt động trên thì bạn sẽ phải thực hiện mỗi hoạt động trong thời gian bao lâu?

#### Hướng dẫn giải

Gọi  $x$  (phút) là thời gian đi xe đạp ( $x > 0$ ).

Thời gian đi bộ là  $60 - x$  (phút).

Lượng calo tiêu thụ do đạp xe là  $15x$  (calo).

Lượng calo tiêu thụ do đi bộ là  $10(60 - x)$  (calo).

Vì cả hai hoạt động tiêu hao 775 calo nên ta có phương trình:

$$15x + 10(60 - x) = 775$$

$$5x = 175$$

$$x = 35 \text{ (nhận).}$$

Vậy thời gian đi xe đạp là 35 phút và thời gian đi bộ là 25 phút.

**Ví dụ 6:** Một tấm bìa hình chữ nhật có chu vi là 24 cm và chiều dài gấp 2 lần chiều rộng. Tìm diện tích của tấm bìa.

#### Hướng dẫn giải

Gọi  $x$  (cm) là chiều rộng tấm bìa của hình chữ nhật ( $x > 0$ ).

Chiều dài của tấm bìa hình chữ nhật là:  $2x$  (cm).

Vì chu vi của tấm bìa hình chữ nhật là 24 cm nên ta có phương trình:

$$2(2x + x) = 24$$

$$6x = 24$$

$$x = 4 \text{ (nhận).}$$

Vậy chiều rộng của tấm bìa hình chữ nhật là 4 cm.

Chiều dài của tấm bìa hình chữ nhật là:  $2 \cdot 4 = 8$  cm.

Diện tích của tấm bìa hình chữ nhật là:  $4 \cdot 8 = 32$  cm<sup>2</sup>.

**Ví dụ 7:** Một khu vườn hình chữ nhật có chiều dài gấp ba lần chiều rộng. Nếu tăng chiều dài thêm 2 m và giảm chiều rộng đi 3 m thì diện tích khu vườn sẽ giảm 90 m<sup>2</sup>. Tính chiều dài và chiều rộng ban đầu của khu vườn.

#### Hướng dẫn giải

Gọi  $x$  (m) là chiều rộng ban đầu của hình chữ nhật ( $x > 0$ ).

Chiều dài hình chữ nhật lúc đầu là  $3x$  (m).

Chiều rộng hình chữ nhật lúc sau là  $x - 3$  (m).

Chiều dài hình chữ nhật lúc sau là  $3x + 2$  (m).

Vì diện tích khu vườn sẽ giảm  $90 \text{ m}^2$  nên ta có phương trình:

$$3x^2 - (x-3)(3x+2) = 90$$

$$3x^2 - (3x^2 + 2x - 9x - 6) = 90$$

$$7x + 6 = 90$$

$$7x = 84$$

$$x = 12 \text{ (nhận)}.$$

Vậy hình chữ nhật ban đầu có chiều rộng 12 m và chiều dài 36 m.

**Ví dụ 8:** Một hình chữ nhật có chu vi là 56 m. Nếu tăng chiều rộng 2 m và giảm chiều dài 3 m thì diện tích của hình chữ nhật không thay đổi. Tính diện tích của hình chữ nhật lúc đầu.

#### Hướng dẫn giải

Nửa chu vi hình chữ nhật là  $56 : 2 = 28 \text{ (m)}$ .

Gọi  $x \text{ (m)}$  là chiều rộng lúc đầu của hình chữ nhật ( $x > 0$ ).

Chiều dài lúc đầu của hình chữ nhật là:  $28 - x \text{ (m)}$ .

Diện tích lúc đầu của hình chữ nhật là:  $x(28 - x) \text{ (m}^2\text{)}$ .

Chiều rộng lúc sau của hình chữ nhật là:  $x + 2 \text{ (m)}$ .

Chiều dài lúc sau của hình chữ nhật là:  $28 - x - 3 = 25 - x \text{ (m)}$ .

Diện tích lúc sau của hình chữ nhật là:  $(x + 2)(25 - x) \text{ (m}^2\text{)}$ .

Theo đề bài, ta có phương trình:

$$x(28 - x) = (x + 2)(25 - x)$$

$$5x - 50 = 0$$

$$x = 10 \text{ (nhận)}.$$

Vậy chiều rộng lúc đầu của hình chữ nhật là 10 m.

Chiều dài lúc đầu của hình chữ nhật  $28 - x = 28 - 10 = 18 \text{ m}$ .

Diện tích ban đầu của hình chữ nhật là  $10 \cdot 18 = 180 \text{ m}^2$ .

**Ví dụ 9:** Chị Thịnh mang 15 tờ tiền loại 50,000 đồng và 100,000 đồng đến cửa hàng điện máy mua một cái máy sấy tóc có giá 790,000 đồng thì còn dư lại 210,000 đồng. Hỏi chị Thịnh có bao nhiêu tờ tiền loại 50,000 đồng?

#### Hướng dẫn giải

Gọi  $x \text{ (tờ)}$  là số tờ tiền loại 50,000 đồng ( $x \in \mathbb{N}^*$ ).

Số tờ tiền loại 100,000 đồng là  $15 - x \text{ (tờ)}$ .

Số tiền chị Thịnh có từ 15 tờ tiền là  $50\,000x + 100\,000(15 - x) \text{ (đồng)}$ .

Chị mang số tiền đó mua cái máy sấy tóc thì còn dư lại 210,000 đồng, nên ta có phương trình:

$$50\,000x + 100\,000(15 - x) = 790\,000 + 210\,000$$

$$-50\,000x = -500\,000$$

$$x = 10 \text{ (nhận).}$$

Vậy chị Thịnh có 10 tờ tiền loại 50,000 đồng.

### C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

**Bài 1:** Nhu cầu mua hàng online hiện nay rất lớn. Để vận chuyển các món hàng đó đến khách hàng tiêu dùng, không ai khác chính là các shipper. Ngày 05/01/2022, công ty ABC tính nhờ các shipper vận chuyển hàng đến khách hàng. Mỗi shipper vận chuyển 30 món hàng. Sau khi tính toán lại, mỗi shipper vận chuyển 36 món hàng. Do đó, số shipper vận chuyển hàng giảm đi 3 người. Tính số món hàng ngày 05/01/2022 công ty ABC giao cho khách.

**Bài 2:** Một khu vườn hình chữ nhật có chiều dài hơn chiều rộng 2 m. Nếu tăng chiều dài thêm 4 m và giảm chiều rộng 3 m thì diện tích hình chữ nhật không thay đổi. a) Hỏi diện tích của mảnh vườn là bao nhiêu? b) Người ta trồng rau muống trong vườn. Cứ mỗi mét vuông đất trồng thì thu hoạch được 1,2 kg rau và bán với giá 9,000 đồng/kg. Hỏi với khu vườn như trên thì người ta sẽ bán được bao nhiêu tiền rau?

**Bài 3:** Một tháng, nhà bạn Lan có tổng thu nhập là 9,500,000 đồng. Mẹ bạn Lan dùng số tiền trên như sau: Dành 15% thu nhập để tiết kiệm, số tiền còn lại để trả tiền sinh hoạt phí của gia đình và tiền học cho Lan. Số tiền sinh hoạt phí của gia đình nhiều hơn số tiền học của Lan là 75,000 đồng. Tính số tiền tiết kiệm, tiền sinh hoạt phí, tiền học của Lan trong một tháng.

**Bài 4:** Bạn Hằng phải trả 660,000 đồng (đã bao gồm 10% thuế VAT - thuế giá trị gia tăng) khi mua tám gói kẹo sô-cô-la và năm lốc sữa chua. Mỗi gói kẹo sô-cô-la có giá bằng 2,5 lần một lốc sữa chua. Hỏi khi chưa tính thuế, mỗi gói kẹo sô-cô-la có giá bao nhiêu, mỗi lốc sữa chua có giá bao nhiêu?

**Bài 5:** Bác Năm mua một thùng trái cây cân nặng 18 kg gồm hai loại là táo và xoài. Một kg táo bán giá 65 nghìn đồng, một kg xoài bán với giá 70 nghìn đồng. Hỏi bác Năm mua bao nhiêu kg táo và xoài mỗi loại, biết rằng giá tiền của thùng trái cây là 1,205,000 đồng.

**Bài 6:** Lớp 9T có 30 bạn, mỗi bạn dự định đóng góp mỗi tháng 70,000 đồng và sau 3 tháng sẽ đủ tiền mua tặng cho mỗi em ở “Mái ấm tình thương X” ba món quà (giá tiền các món quà đều như nhau). Khi các bạn đóng đủ số tiền như dự trù thì “Mái ấm tình thương X” đã nhận chăm sóc thêm 9 em và giá tiền của mỗi món quà lại tăng thêm 5% nên chỉ tặng được mỗi em hai gói quà. Hỏi có bao nhiêu em của “Mái ấm tình thương X” được nhận quà.

**Bài 7:** Kết thúc học kì I, lớp A gồm 40 học sinh tổ chức đi tham quan (chi phí chuyến đi chia đều cho mỗi người). Sau khi đã hợp đồng xong, vào giờ chót có 5 bạn bận việc đột xuất không đi được. Vì vậy, mỗi bạn đi phải trả thêm 15,000 đồng so với dự kiến ban đầu. Hỏi tổng chi phí chuyến đi là bao nhiêu tiền.

**Bài 8:** Một hợp tác xã trồng khóm gồm 45 hộ tham gia sản xuất trong năm 2019. Đến năm 2020, do điều kiện không cho phép, có 9 hộ không tham gia sản xuất nhưng do kỹ thuật canh tác cải thiện, sản

lượng trung bình tăng thêm 1,75 tấn mỗi hộ nên tổng sản lượng của năm 2019 và 2020 là như nhau.  
Tìm tổng sản lượng năm 2019 và sản lượng trung bình mỗi hộ.

**Bài 9:** Một mảnh đất hình chữ nhật có chiều rộng 24 m; biết đường chéo của nó hơn chiều dài 8 m.  
Tìm chiều dài và tính diện tích mảnh đất.

## D. HƯỚNG DẪN GIẢI

### Bài 1:

Gọi  $x$  (món hàng) là số món hàng công ty ABC giao cho khách ngày 05/01/2022 ( $x \in \mathbb{N}^*$ ).

Số shipper dự tính:  $\frac{x}{30}$  (người)

Số shipper thực tế:  $\frac{x}{36}$  (người)

Do số shipper vận chuyển hàng giảm đi 3 người nên ta có phương trình:

$$\frac{x}{30} - \frac{x}{36} = 3$$

$$\frac{1}{180}x = 3$$

$$x = 540 \text{ (nhận)}$$

Vậy số món hàng ngày 05/01/2022 công ty ABC giao cho khách là 540 món.

### Bài 2:

a) Gọi  $x$  (m) là chiều rộng khu vườn ( $x > 0$ ).

Chiều dài khu vườn là  $x + 2$  (m).

Nếu tăng chiều dài thêm 4 m thì chiều dài lúc sau là:  $x + 2 + 4 = x + 6$  (m).

Giảm chiều rộng đi 3 m thì chiều rộng lúc sau là:  $x - 3$  (m).

Theo đề bài ta có phương trình:

$$x(x + 2) = (x + 6)(x - 3)$$

$$x^2 + 2x = x^2 - 3x + 6x - 18$$

$$-x = -18$$

$$x = 18 \text{ (nhận)}$$

Diện tích khu vườn là:  $18(18 + 2) = 360$  (m<sup>2</sup>).

b) Số kg rau thu hoạch được:  $360 \cdot 1,2 = 432$  kg.

Số tiền bán được là:  $432 \cdot 9000 = 3\,888\,000$  (đồng).

### Bài 3:

Số tiền mẹ Lan để dành tiết kiệm là:  $9\,500\,000 \cdot 15\% = 1\,425\,000$  (đồng).

Số tiền để trả tiền sinh hoạt phí và tiền học cho Lan là:  $9\,500\,000 - 1\,425\,000 = 8\,075\,000$  (đồng).

Gọi  $x$  (đồng) là số tiền học của Lan ( $x > 0$ ).

Số tiền để trả sinh hoạt phí là:  $x + 75\,000$  (đồng).

Theo bài toán ta có phương trình:

$$x + x + 75\,000 = 8\,075\,000$$

$$x = 4\,000\,000 \text{ (nhận)}$$

Số tiền để trả sinh hoạt phí là:  $4\,000\,000 + 75\,000 = 4\,075\,000$  đồng.

#### **Bài 4:**

Gọi  $x$  (đồng) là giá một lít sữa chua khi chưa tính thuế ( $x > 0$ ).

Giá một gói kẹo sô-cô-la:  $2,5x$  (đồng).

Giá tám gói kẹo sô-cô-la và năm lít sữa chua khi chưa tính thuế:  $(2,5x)8 + 5x = 25x$  (đồng).

Vì bạn Hằng phải trả 660.000 đồng (đã bao gồm 10% thuế VAT) nên:

$$25x + 10\%(25x) = 660\,000$$

$$27,5x = 660\,000$$

$$x = 24\,000 \text{ (nhận)}$$

Vậy khi chưa tính thuế, giá một lít sữa chua là 24.000 đồng, giá một gói kẹo sô-cô-la là 60.000 đồng.

#### **Bài 5:**

Gọi  $x$  (kg) là khối lượng của táo ( $x > 0$ ).

Khối lượng của xoài là  $18 - x$  (kg).

Số tiền mua táo là  $65\,000x$  (đồng).

Số tiền mua xoài là  $70\,000(18 - x)$  (đồng).

Ta có phương trình:

$$65\,000x + 70\,000(18 - x) = 1\,205\,000$$

$$-5000x = -55\,000$$

$$x = 11 \text{ (nhận)}$$

Vậy bác Năm mua 11 kg táo và 7 kg xoài.

#### **Bài 6:**

Gọi  $x$  (em) là số em trong mái ấm tình thương lúc đầu ( $x > 0$ ).

Tổng số tiền mà 30 bạn đã đóng góp sau 3 tháng theo dự định là:  $70\,000.30.3 = 6\,300\,000$  (đồng)

Giá tiền của mỗi món quà lúc đầu tăng thêm 5%:  $\frac{6\,300\,000}{3x}(1 + 5\%) = \frac{2\,205\,000}{x}$  (đồng).

Ta có phương trình:  $\frac{6\,300\,000}{(x+9)^2} = \frac{2\,205\,000}{x}$

$$6\,300\,000x = 2\,205\,000.2(x+9)$$

$$6\,300\,000x = 4\,410\,000x + 39\,690\,000$$

$$1\,890\,000x = 39\,690\,000$$

$$x = 21 \text{ (nhận)}$$

Vậy số em nhận được quà là 30 em.

### Bài 7:

Gọi  $x$  (đồng) là tổng chi phí của chuyến đi ( $x > 0$ ).

Chi phí của mỗi bạn lúc đầu là:  $\frac{x}{40}$  (đồng).

Chi phí của mỗi bạn lúc sau là:  $\frac{x}{40-5} = \frac{x}{35}$  (đồng).

Ta có phương trình:  $\frac{x}{35} - \frac{x}{40} = 15\,000$

$$\frac{1}{280}x = 15\,000$$

$$x = 4\,200\,000 \text{ (nhận)}$$

Vậy tổng chi phí chuyến đi là 4.200.000 đồng.

### Bài 8:

Gọi  $x$  (tấn) là sản lượng trung bình năm 2019 của hợp tác xã ( $x > 0$ ).

Nên  $x + 1,75$  (tấn) là sản lượng trung bình năm 2020.

Năm 2019 có 45 hộ, năm 2020 có  $45 - 9 = 36$  hộ.

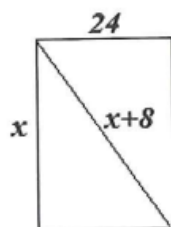
Theo đề bài ta có phương trình:  $45x = 36(x + 1,75)$

$$9x = 63$$

$$x = 7 \text{ (nhận)}$$

Vậy sản lượng trung bình năm 2019 là 7 tấn và tổng sản lượng năm 2019 là  $7 \cdot 45 = 315$  (tấn).

### Bài 9:



Gọi  $x$  (m) là chiều dài của hình chữ nhật ( $x > 0$ ).

Độ dài đường chéo hình chữ nhật là  $x + 8$  (m).

Áp dụng định lý Pythagore, ta có phương trình:

$$(x + 8)^2 = x^2 + 24^2$$

$$x^2 + 16x + 64 - x^2 - 576 = 0$$

$$16x = 512$$

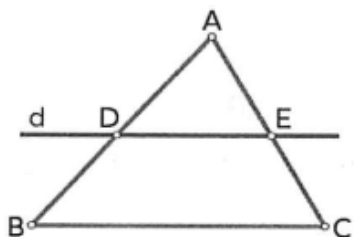
$$x = 32 \text{ (nhận)}$$

Vậy diện tích tấm bìa là  $32.24 = 768 \text{ m}^2$ .

## Bài 1 - ỨNG DỤNG ĐỊNH LÝ THALÈS

### A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

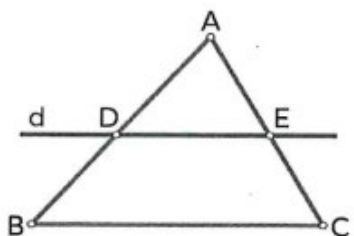
**1. Định lý Thalès:** Nếu một đường thẳng song song với một cạnh của tam giác và cắt hai cạnh còn lại thì nó định ra trên hai cạnh đó các đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ.



GT:  $\triangle ABC, DE \parallel BC, D \in AB, E \in AC$ .

$$\text{KL: } \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}; \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}; \frac{DB}{AB} = \frac{EC}{AC}.$$

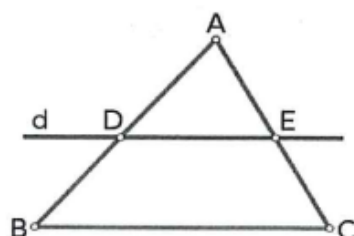
**2. Định lý Thalès đảo:** Nếu một đường thẳng cắt hai cạnh của một tam giác và định ra trên hai cạnh này những đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ thì đường thẳng đó song song với cạnh còn lại của tam giác.



GT:  $\triangle ABC, D \in AB, E \in AC, \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$ .

KL:  $DE \parallel BC$ .

**3. Hệ quả Ta-lét:** Nếu một đường thẳng cắt hai cạnh của một tam giác và song song cạnh còn lại thì nó tạo ra một tam giác mới có ba cạnh tương ứng tỉ lệ với ba cạnh của tam giác đã cho.

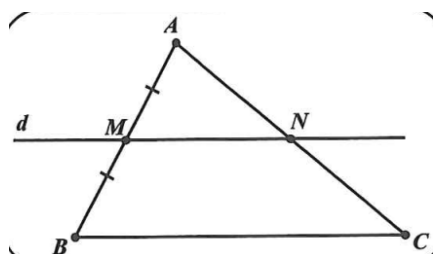


GT:  $\triangle ABC, DE \parallel BC, D \in AB, E \in AC$

$$\text{KL: } \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}.$$

### 4. Đường trung bình của tam giác

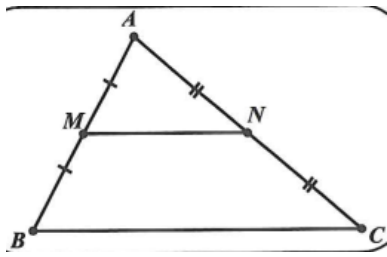
Đường thẳng đi qua trung điểm cạnh thứ nhất, song song với cạnh thứ hai thì đi qua trung điểm cạnh còn lại.



GT:  $\triangle ABC, MA = MB, MN \parallel BC$ .

KL:  $NA = NC$ .

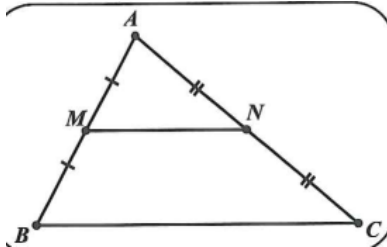
Đường trung bình của tam giác là đoạn thẳng nối trung điểm hai cạnh của tam giác.



GT:  $\triangle ABC$ ,  $MA = MB$ ,  $NA = NC$ .

KL:  $MN$  là đường trung bình  $\triangle ABC$ .

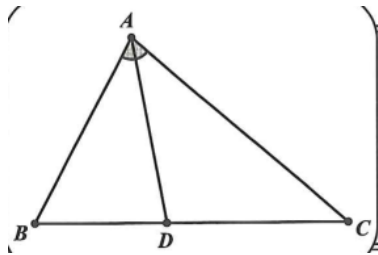
Đường trung bình của tam giác thì song song với cạnh thứ ba và bằng nửa cạnh ấy.



GT:  $\triangle ABC$ ,  $MA = MB$ ,  $NA = NC$ .

KL:  $MN \parallel BC$ ,  $MN = \frac{1}{2}BC$ .

**5. Tính chất đường phân giác của tam giác:** Trong một tam giác, đường phân giác của một góc chia cạnh đối diện thành hai đoạn thẳng tỉ lệ với hai cạnh kề hai đoạn ấy.

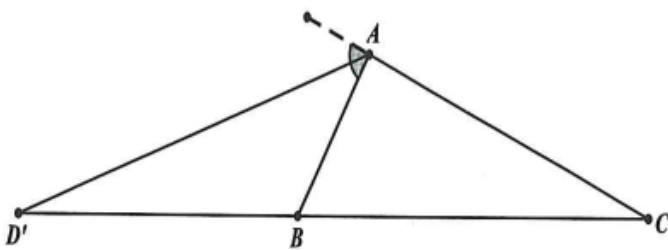


GT:  $\triangle ABC$ ,  $AD$  là tia phân giác  $\widehat{BAC}$  ( $D \in BC$ ).

KL:  $\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC}$ .

**Lưu ý:**

Định lý vẫn đúng đối với tia phân giác của góc ngoài của tam giác.



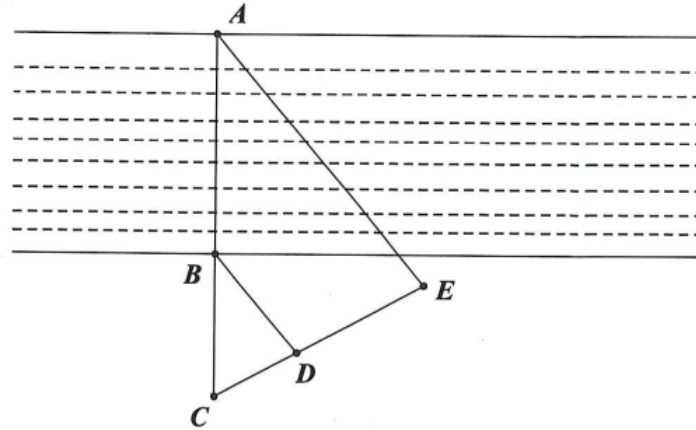
GT:  $\triangle ABC$ ,  $AD'$  là tia phân giác ngoài

$\widehat{BAC}$  ( $D' \in BC$ ).

KL:  $\frac{D'B}{D'C} = \frac{AB}{AC}$ .

## B. CÁC BÀI TẬP MINH HỌA

**Ví dụ 1:** Để đo chiều rộng  $AB$  của một khúc sông người ta dựng ba điểm  $C, D, E$  thẳng hàng và ba điểm  $C, B, A$  thẳng hàng;  $BD \parallel AE$  (xem hình vẽ). Biết rằng  $CB = 38m$ ,  $CD = 32m$ ,  $DE = 78m$ . Tính chiều rộng  $AB$  của khúc sông đó (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).



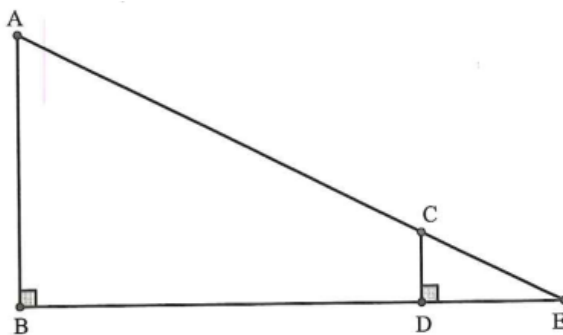
**Hướng dẫn giải:**

Xét  $\triangle ABC$  có  $BD \parallel AE$  (gt) nên:  $\frac{CB}{BA} = \frac{CD}{DE}$  (định lí Thales).

$$\Rightarrow \frac{38}{BA} = \frac{32}{78} \Rightarrow AB = \frac{78 \cdot 38}{32} = 92,6(m).$$

Vậy chiều rộng  $AB$  của khúc sông khoảng  $92,6m$ .

**Ví dụ 2:** Để đo chiều cao  $AB$  của tòa nhà, người ta đặt một cọc  $CD$  thẳng đứng gần tòa nhà. Trên đầu  $C$  của cọc có gắn 1 thước ngắm sao cho hướng của thước đi qua đỉnh  $A$  của tòa nhà. Sau đó xác định điểm  $E$  là giao điểm của hai đường thẳng  $AC$  và  $BD$ . Người ta đo được  $CD = 3m$ ,  $ED = 4m$ ,  $EB = 72m$ . Tính chiều cao  $AB$  của tòa nhà.



**Hướng dẫn giải:**

Xét  $\triangle EDC$  vuông tại  $D$  có:

$$EC^2 = DC^2 + DE^2 \text{ (định lí Pythagore).}$$

$$EC^2 = 3^2 + 4^2$$

$$EC = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5(m).$$

$$\text{Có } \begin{cases} CD \perp EB \text{ (gt)} \\ AB \perp EB \text{ (gt)} \end{cases} \Rightarrow CD \parallel AB \text{ (quan hệ vuông góc và song song).}$$

Xét  $\triangle EAB$  có  $CD \parallel AB$  (cmt) nên:  $\frac{ED}{EB} = \frac{EC}{EA}$  (định lí Thales).

$$\frac{4}{72} = \frac{5}{EA} \Rightarrow EA = \frac{72 \cdot 5}{4} = 90(m).$$

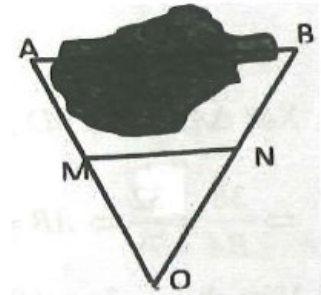
Xét  $\triangle EAB$  vuông tại  $D$  có:  $AE^2 = AB^2 + BE^2$  (định lí Pythagore).

$$90^2 = AB^2 + 72^2$$

$$AB = \sqrt{90^2 - 72^2} = 54(m).$$

Vậy chiều cao  $AB$  của tòa nhà là  $54m$ .

**Ví dụ 3:** Giữa hai điểm  $A$  và  $B$  là một hồ nước sâu (như hình vẽ). Biết  $OM = 20m$ ,  $MA = 15m$ ,  $MN = 18m$  và  $3ON = 4NB$ . Hỏi hai địa điểm  $A$  và  $B$  cách nhau bao nhiêu mét? (Làm tròn một chữ số thập phân)



**Hướng dẫn giải:**

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \frac{OM}{MA} = \frac{20}{15} = \frac{4}{3} \\ 3ON = 4NB \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{OM}{MA} = \frac{4}{3} \\ \frac{ON}{NB} = \frac{4}{3} \end{cases} \Rightarrow \frac{OM}{MA} = \frac{ON}{NB} \left( = \frac{4}{3} \right).$$

Xét  $\triangle OAB$  có  $\frac{OM}{MA} = \frac{ON}{NB}$  (cmt)  $\Rightarrow MN \parallel AB$  (định lí Thales đảo).

Xét  $\triangle OAB$  có  $MN \parallel AB$  (cmt) nên:  $\frac{OM}{OA} = \frac{MN}{AB}$  (hệ quả định lí Thales).

$$\Rightarrow \frac{20}{20+15} = \frac{18}{AB} \Rightarrow AB = \frac{(20+15)18}{20} = 31,5(m).$$

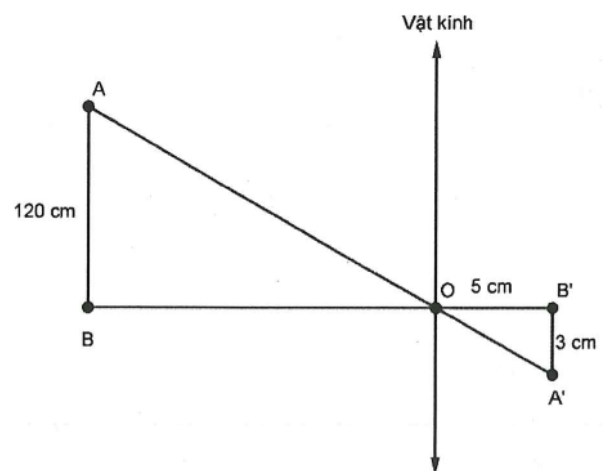
Vậy hai địa điểm  $A$  và  $B$  cách  $31,5m$ .

**Ví dụ 4:** Người ta dùng máy ảnh để chụp vật  $AB$  cao  $120cm$  (như hình vẽ). Sau khi tráng phim thấy ảnh cao  $3cm$ . Biết khoảng cách từ phim đến vật kính của máy ảnh lúc chụp là  $5cm$ . Hỏi vật  $AB$  được đặt cách vật kính máy ảnh là bao nhiêu mét?

**Hướng dẫn giải:**

Xét  $\triangle OAB$  có  $AB \parallel A'B'$  (gt) nên:  $\frac{OB'}{OB} = \frac{A'B'}{AB}$

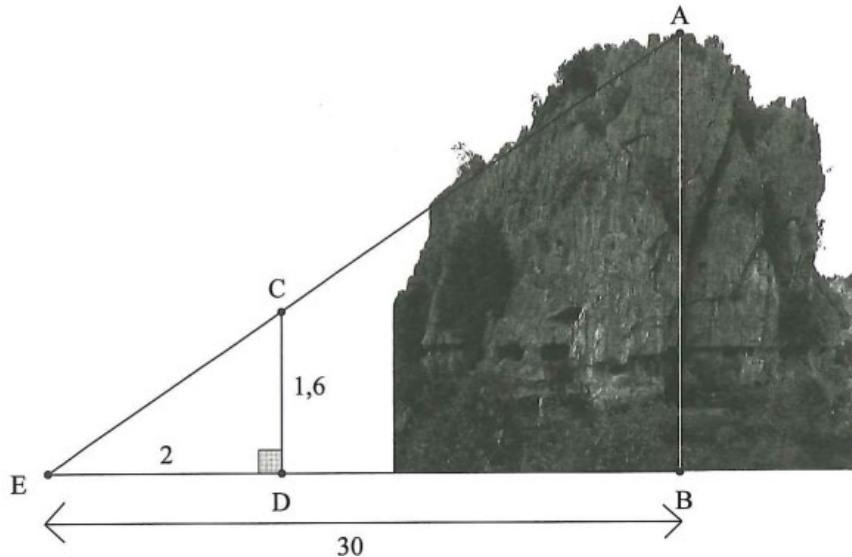
(hệ quả định lí Thales).



$$\Rightarrow \frac{5}{OB} = \frac{3}{120} \Rightarrow OB = \frac{120 \cdot 5}{3} = 200(m)$$

Vậy vật  $AB$  được đặt cách vật kính máy ảnh là  $200m$ .

**Ví dụ 5:** Người ta đo chiều cao của một vách đá dựng đứng bằng cách dùng một thước ngắm  $CD$  cao  $1,6m$  đặt vuông góc với mặt đất sao cho ba điểm  $E, C, A$  thẳng hàng và điểm  $E$  cách chân vách đá  $B$  một khoảng  $30m$ . Hãy tính độ cao  $AB$  của vách đá. Biết rằng khoảng cách từ  $E$  đến  $D$  là  $2m$ .



**Hướng dẫn giải:**

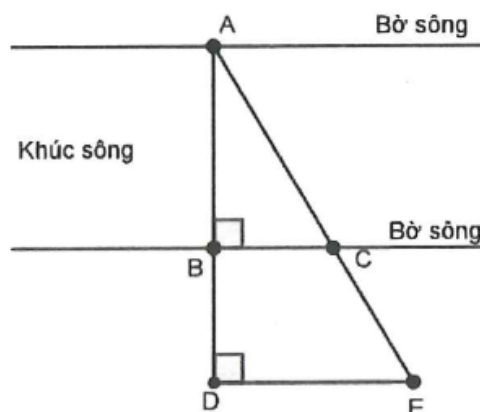
Có:  $\begin{cases} CD \perp EB (gt) \\ AB \perp EB (gt) \end{cases} \Rightarrow CD \parallel AB$  (quan hệ vuông góc và song song).

Xét  $\triangle EAB$  có  $DC \parallel AB$  (cmt) nên:  $\frac{ED}{EB} = \frac{DC}{AB}$  (hệ quả định lí Thales).

$$\Rightarrow \frac{2}{30} = \frac{1,6}{AB} \Rightarrow AB = \frac{30 \cdot 1,6}{2} = 24(m)$$

Vậy độ cao  $AB$  của vách đá là  $24m$ .

**Ví dụ 6:** Tính chiều rộng  $AB$  của khúc sông (xem hình vẽ). Biết rằng góc  $\widehat{ABC} = \widehat{ADE} = 90^\circ$ ,  $BC = 40m$ ,  $AD = 90m$ ,  $DE = 60m$ .



### Hướng dẫn giải:

$$\text{Có: } \begin{cases} BC \perp AD \text{ (gt)} \\ DE \perp AD \text{ (gt)} \end{cases} \Rightarrow BC \parallel DE \text{ (quan hệ vuông góc và song song)}.$$

$$\text{Xét } \triangle ADE \text{ có } BC \parallel DE \text{ (cmt) nên: } \frac{AB}{AD} = \frac{BC}{DE} \text{ (hệ quả định lí Thales).}$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{90} = \frac{40}{60} \Rightarrow AB = \frac{90 \cdot 40}{60} = 60(m).$$

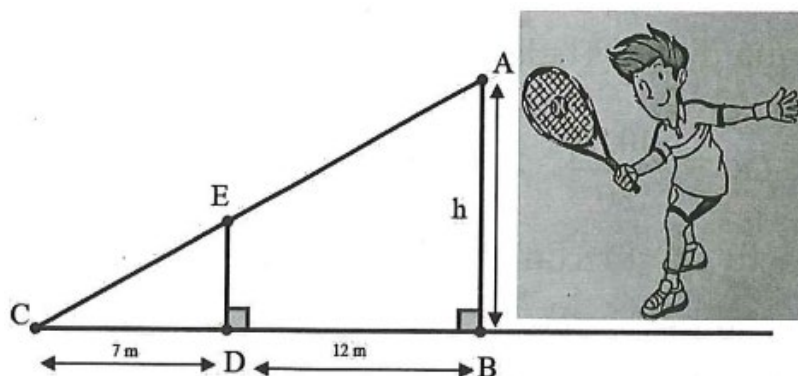
Vậy chiều rộng  $AB$  của khúc sông là  $60m$ .

**Ví dụ 7:** Một vận động viên đánh quần vợt đang giao banh. Từ chỗ giao banh tại điểm  $A$  có độ cao  $h$  so với mặt đất, anh ta muốn banh rơi ở vị trí  $C$  cách lưới  $ED$  là  $7m$  như hình vẽ dưới.

a) Tính  $BC$ .

b) Tính độ cao  $h$  so với mặt đất khi giao banh để banh bay chạm mép lưới  $ED$ , biết  $ED = 0,914m$ .

(Làm tròn đến hàng phần trăm)



### Hướng dẫn giải:

$$\text{a) } BC = DC + D = 7 + 12 = 19(m)$$

Vậy  $BC = 19m$ .

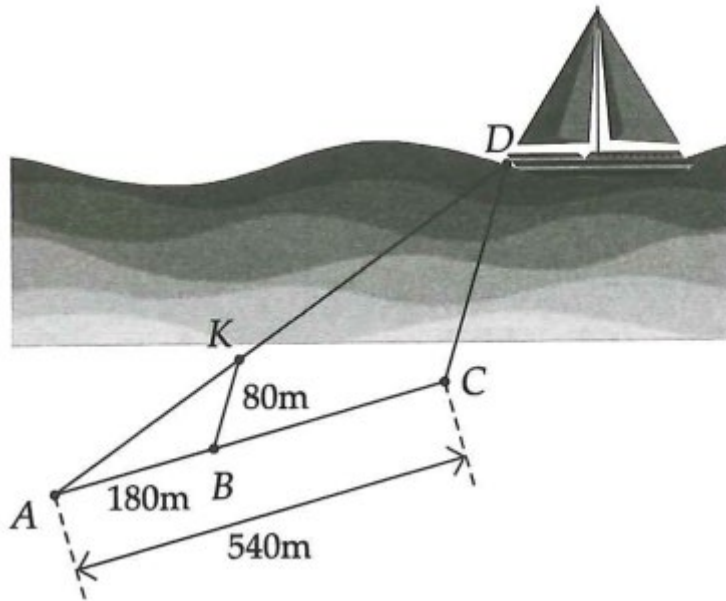
$$\text{b) Có: } \begin{cases} ED \perp BC \text{ (gt)} \\ AB \perp BC \text{ (gt)} \end{cases} \Rightarrow ED \parallel AB \text{ (quan hệ vuông góc và song song)}.$$

$$\text{Xét } \triangle ABC \text{ có } ED \parallel AB \text{ (cmt) nên: } \frac{CD}{CB} = \frac{ED}{AB} \text{ (hệ quả định lí Thales).}$$

$$\Rightarrow \frac{7}{19} = \frac{0,914}{h} \Rightarrow h = \frac{19 \cdot 0,914}{7} \approx 2,48(m).$$

Vậy độ cao  $h$  so với mặt đất khi giao banh để banh bay chạm mép lưới  $ED$  là khoảng  $2,48m$ .

**Ví dụ 8:** Với số liệu ghi trên hình vẽ, biết  $BK \parallel CD$  và  $B \in AC$ ,  $K \in AD$ . Hãy tính khoảng cách  $DC$  từ con thuyền đến trạm quan trắc đặt tại  $C$ .



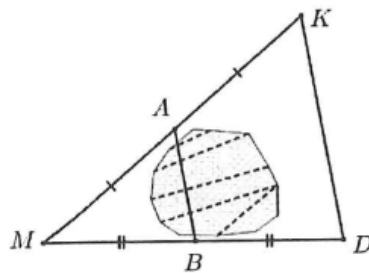
**Hướng dẫn giải:**

Xét  $\triangle ADC$  có  $KB \parallel DC$  (gt) nên:  $\frac{KB}{DC} = \frac{AB}{AC}$  (hệ quả định lí Thales).

$$\Rightarrow \frac{80}{DC} = \frac{180}{540} \Rightarrow DC = \frac{540 \cdot 80}{180} = 240(m)$$

Vậy khoảng cách  $DC$  từ con thuyền đến trạm quan trắc đặt tại  $C$  là  $240m$ .

**Ví dụ 9:** Giữa hai điểm  $A, B$  là một hồ nước sâu. Biết  $A, B$  lần lượt là trung điểm của  $MK, MD$  (như hình vẽ). Bạn Bình đi từ  $K$  đến  $D$  với vận tốc  $2,5m/giây$  hết 1 phút 30 giây. Hỏi hai điểm  $A$  và  $B$  cách nhau bao nhiêu mét?



**Hướng dẫn giải:**

Đổi 1 phút 30 giây = 90 giây.

Độ dài đoạn thẳng  $DK$  là:  $2,5 \cdot 90 = 225(m)$

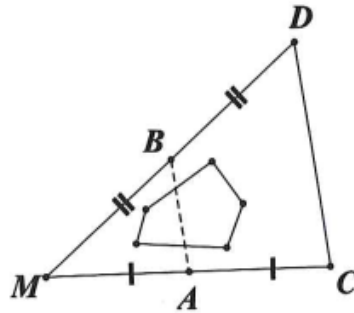
Xét  $\triangle MDK$  có:  $\begin{cases} A \text{ là trung điểm của } MK \text{ (gt)} \\ B \text{ là trung điểm của } MD \text{ (gt)} \end{cases}$

$\Rightarrow AB$  là đường trung bình  $\triangle MDK$

$$\Rightarrow AB = \frac{1}{2}DK = \frac{1}{2} \cdot 225 = 112,5(m)$$

Vậy hai điểm  $A$  và  $B$  cách nhau  $112,5m$ .

**Ví dụ 10:** Giữa hai điểm  $A, B$  là một hồ nước sâu. Biết  $A, B$  lần lượt là trung điểm của  $MC, MD$  (xem hình vẽ). Bạn Mai đi từ  $C$  đến  $D$  hết 120 bước chân, trung bình mỗi bước chân của Mai đi được  $4m$ . Hỏi hai điểm  $A, B$  cách nhau bao nhiêu mét?



**Hướng dẫn giải:**

Độ dài đoạn thẳng  $DC$  là:  $120 \cdot 4 = 480 (dm)$

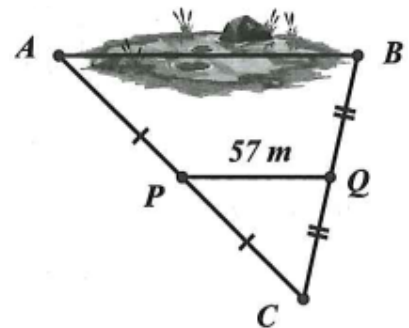
Xét  $\triangle MDC$  có:  $\begin{cases} A \text{ là trung điểm của } MC \text{ (gt)} \\ B \text{ là trung điểm của } MD \text{ (gt)} \end{cases}$

$\Rightarrow AB$  là đường trung bình  $\triangle MDC$

$$\Rightarrow AB = \frac{1}{2}DC = \frac{1}{2} \cdot 480 = 240 (m)$$

Vậy hai điểm  $A$  và  $B$  cách nhau  $240m$ .

**Ví dụ 11:** Ở hai bên bờ của một đầm lầy có hai cái cây mọc ở hai địa điểm  $A$  và  $B$ . Để đo được khoảng cách giữa hai cây đó, người ta đánh dấu (cắm cọc) ở các vị trí  $C, P, Q$  với các yếu tố được mô tả như hình vẽ bên. Biết  $P, Q$  lần lượt là trung điểm của  $AB$  và  $BC$ . Tính khoảng cách giữa hai cây, biết độ dài cạnh  $PQ$  là  $57m$ .



**Hướng dẫn giải:**

Xét  $\triangle ABC$  có:  $\begin{cases} P \text{ là trung điểm của } AB \text{ (gt)} \\ Q \text{ là trung điểm của } BC \text{ (gt)} \end{cases}$

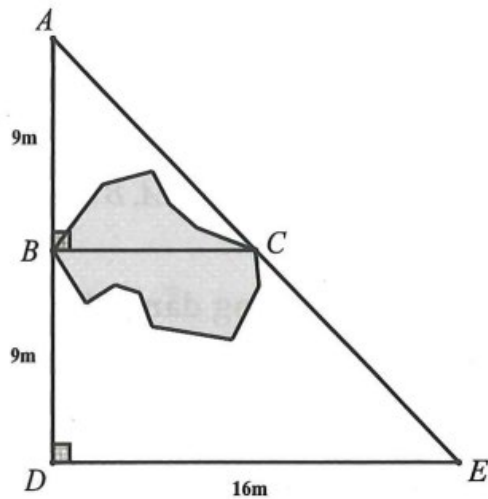
$\Rightarrow PQ$  là đường trung bình  $\triangle ABC$

$$\Rightarrow PQ = \frac{1}{2}AC \Rightarrow AC = 2PQ = 2 \cdot 57 = 114 (m)$$

Vậy khoảng cách giữa hai cây là  $114m$ .

**Ví dụ 12:** Ông Hòa muốn tính khoảng cách giữa hai vị trí  $B, C$  ở hai bên bờ ao cá. Để làm điều đó ông đã thực hiện đo đạc và vẽ mô phỏng lên giấy với các số đo như hình vẽ.

Em hãy giúp ông Hòa tính khoảng cách từ  $B$  đến  $C$  ở hai bên bờ nhé!



**Hướng dẫn giải:**

$$\text{Có: } \begin{cases} BC \perp AD \text{ (gt)} \\ DE \perp AD \text{ (gt)} \end{cases} \Rightarrow BC \parallel DE$$

$$\text{Xét } \triangle ADE \text{ có: } \begin{cases} B \text{ là trung điểm } AD \text{ (gt)} \\ BC \parallel DE \text{ (cmt)} \\ C \in AE \end{cases}$$

$\Rightarrow C$  là trung điểm  $AE$ .

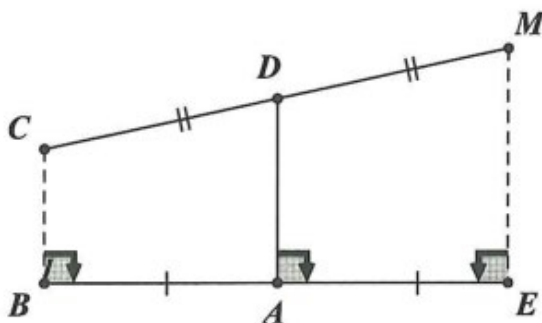
$$\text{Xét } \triangle ADE \text{ có: } \begin{cases} B \text{ là trung điểm của } AD \text{ (gt)} \\ C \text{ là trung điểm của } AE \text{ (gt)} \end{cases}$$

$\Rightarrow BC$  là đường trung bình  $\triangle AED$

$$\Rightarrow BC = \frac{1}{2}DE = \frac{1}{2} \cdot 16 = 8(m)$$

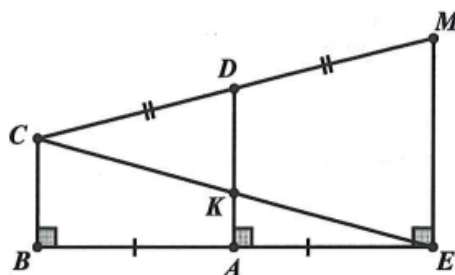
Vậy khoảng cách giữa hai vị trí  $B, C$  ở hai bên bờ ao cá là  $8m$ .

**Ví dụ 13:** Hai bạn An và Huệ ra công viên chơi bập bênh (như hình vẽ). Biết An cách mặt đất  $BC = 40(cm)$ , Huệ cách mặt đất  $ME = 100(cm)$ . Hỏi trụ bập bênh  $AD$  cao bao nhiêu  $cm$ ?



**Hướng dẫn giải:**

Theo đề bài ta có hình vẽ sau:



Gọi  $K$  là giao điểm của  $DA$  và  $CE$ .

Xét  $\triangle EBC$  có:  $\begin{cases} A \text{ là trung điểm } EB \text{ (gt).} \\ KA \parallel BC \text{ (cùng vuông góc } EB). \\ K \in EC \end{cases}$

$\Rightarrow K$  là trung điểm  $EC$ .

Xét  $\triangle EBC$  có:  $\begin{cases} K \text{ là trung điểm của } CE \text{ (cmt)} \\ A \text{ là trung điểm của } EB \text{ (gt)} \end{cases}$

$\Rightarrow KA$  là đường trung bình  $\triangle EBC$

$$\Rightarrow KA = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2} \cdot 40 = 20 \text{ (cm)}$$

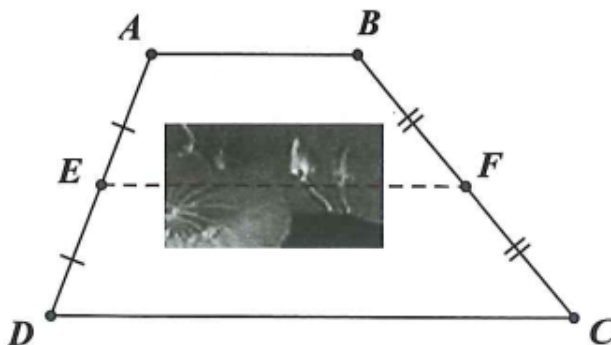
Xét  $\triangle ECM$  có:  $\begin{cases} K \text{ là trung điểm của } CE \text{ (cmt)} \\ D \text{ là trung điểm của } CM \text{ (gt)} \end{cases}$

$\Rightarrow KD$  là đường trung bình  $\triangle ECM$

$$\Rightarrow KD = \frac{1}{2}ME = \frac{1}{2} \cdot 100 = 50 \text{ (cm)}$$

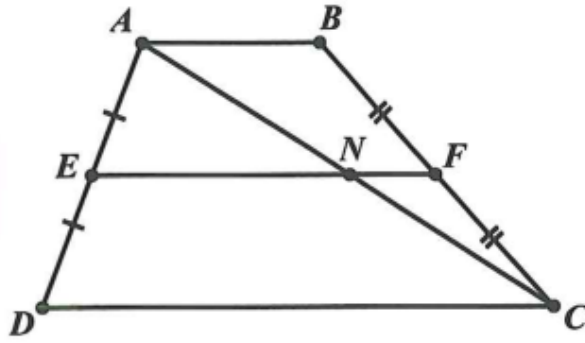
Vậy trụ bập bênh  $AD$  cao  $50 + 20 = 70 \text{ (cm)}$ .

**Ví dụ 14:** Tại một khu nghỉ dưỡng người ta muốn xây một cây cầu bắc qua ao sen đoạn  $EF$  (như hình vẽ) để du khách có thể đi bộ ngắm sen và đàn cá KOI bơi, cây cầu đi bộ này song song với hai con đường  $AB$  và  $CD$ . Em hãy tính độ dài cây cầu  $EF$ , biết con đường  $AB$  và  $DC$  dài lần lượt là  $37m$  và  $49m$ ,  $E$  và  $F$  là điểm chính giữa  $AD$  và  $BC$ .



**Hướng dẫn giải:**

Theo đề bài ta có hình vẽ sau:



Gọi  $N$  là giao điểm của  $AC$  và  $EF$ .

Xét  $\triangle CAB$  có:  $\begin{cases} F \text{ là trung điểm } BC \text{ (gt).} \\ NF \parallel AB \text{ (} AB \parallel NF, N \in EF \text{).} \\ N \in AC \end{cases}$

$\Rightarrow N$  là trung điểm  $EF$ .

Xét  $\triangle CAD$  có:  $\begin{cases} N \text{ là trung điểm của } CA \text{ (cmt)} \\ E \text{ là trung điểm của } AD \text{ (gt)} \end{cases}$

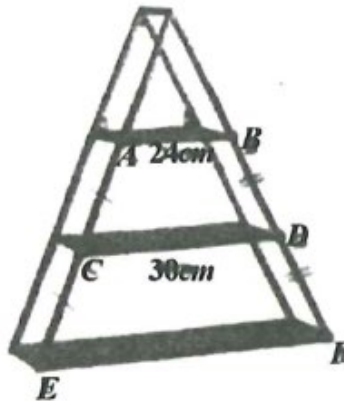
$\Rightarrow NF$  là đường trung bình  $\triangle CAB \Rightarrow NF = \frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} \cdot 37 = 18,5(m)$

Xét  $\triangle CAD$  có:  $\begin{cases} N \text{ là trung điểm của } AC \text{ (cmt)} \\ E \text{ là trung điểm của } AD \text{ (gt)} \end{cases}$

$NE$  là đường trung bình  $\triangle CAD \Rightarrow NE = \frac{1}{2} DC = \frac{1}{2} \cdot 49 = 24,5(m)$

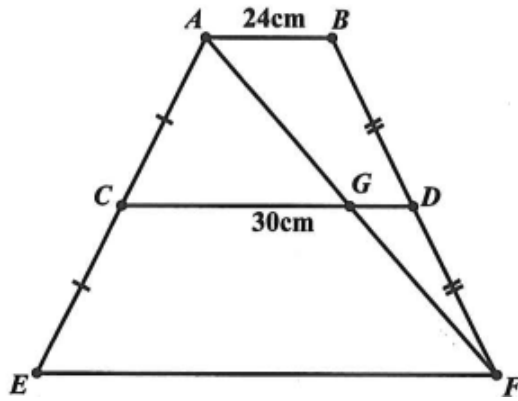
Vậy độ dài cây cầu  $EF$  là  $18,5 + 24,5 = 43(m)$ .

**Ví dụ 15:** Nhà bác An có một chiếc kệ để cây cảnh ngoài ban công (như hình vẽ). Biết các tầng  $AB$ ,  $CD$ ,  $EF$  song song và cách đều nhau. Em hãy cho biết tầng  $EF$  của kệ có chiều dài bao nhiêu? (Biết  $CD = 30cm$ ,  $AB = 24cm$ ).



**Hướng dẫn giải:**

Theo đề bài ta có hình vẽ sau:



Gọi  $G$  là giao điểm của  $AFC$  và  $CD$ .

Xét  $\triangle FAB$  có:  $\begin{cases} D \text{ là trung điểm } BF \text{ (gt).} \\ DG \parallel AB \text{ (} AB \parallel CD, G \in CD \text{).} \\ G \in AF \end{cases}$

$\Rightarrow G$  là trung điểm  $AF$ .

Xét  $\triangle FAB$  có:  $\begin{cases} G \text{ là trung điểm của } AF \text{ (cmt)} \\ D \text{ là trung điểm của } BF \text{ (gt)} \end{cases}$

$\Rightarrow GD$  là đường trung bình  $\triangle FAB \Rightarrow GD = \frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} \cdot 24 = 12 \text{ (cm)}$

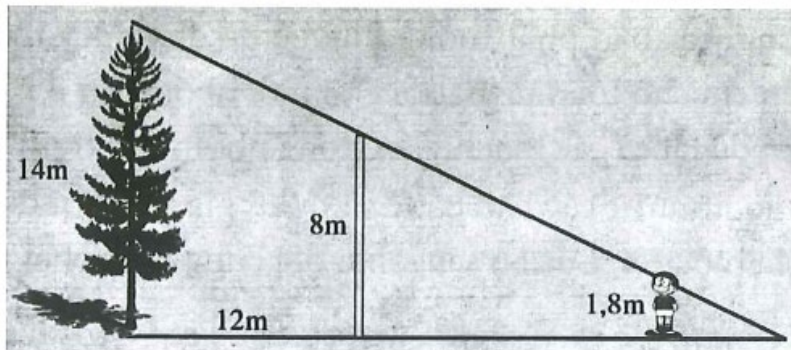
Xét  $\triangle AEF$  có:  $\begin{cases} G \text{ là trung điểm của } AF \text{ (cmt)} \\ C \text{ là trung điểm của } AE \text{ (gt)} \end{cases}$

$\Rightarrow GC$  là đường trung bình  $\triangle AEF$ .

$\Rightarrow GC = \frac{1}{2} EF \Rightarrow EF = 2GC = 2(30 - 12) = 36 \text{ (cm)}$ .

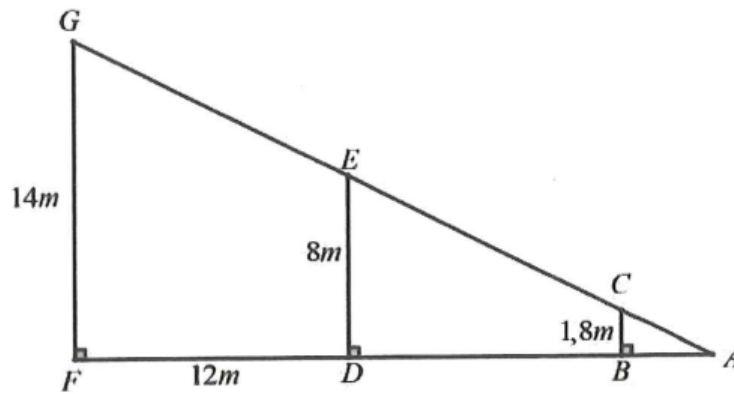
Vậy tầm  $EF$  của kẹ có chiều dài là  $36 \text{ cm}$ .

**Ví dụ 16:** Một cây có chiều cao  $14 \text{ m}$  mọc phía sau một bức tường cao  $8 \text{ m}$  và cách bức tường  $12 \text{ m}$  (như hình vẽ). Hỏi người quan sát có chiều cao  $1,8 \text{ m}$  phải đứng cách bức tường bao nhiêu mét để có thể nhìn thấy ngọn cây?



**Hướng dẫn giải:**

Theo đề bài ta có hình vẽ sau:



$$\text{Có } \begin{cases} CB \perp AF \text{ (gt)} \\ ED \perp AF \text{ (gt)} \Rightarrow CB \parallel ED \parallel GF. \\ GF \perp AF \text{ (gt)} \end{cases}$$

Xét  $\triangle AFG$  có  $ED \parallel GF$  (cmt) nên:  $\frac{AD}{AF} = \frac{ED}{GF}$  (hệ quả định lí Thales).

$$\Rightarrow \frac{AD}{12} = \frac{8}{14} \Rightarrow AD = \frac{12 \cdot 8}{14} = 6,857(m)$$

Xét  $\triangle ADE$  có  $CB \parallel ED$  (cmt) nên:  $\frac{AB}{AD} = \frac{CB}{ED}$  (hệ quả định lí Thales).

$$\Rightarrow \frac{AB}{6,857} = \frac{1,8}{8} \Rightarrow AB = \frac{6,857 \cdot 1,8}{8} = 1,52(m) \Rightarrow BD = AD - AB = 6,857 - 1,52 = 5,337(m)$$

Vậy người quan sát có chiều cao  $1,8m$  phải đứng cách bức tường  $5,337$  mét để có thể nhìn thấy ngọn cây.

**Ví dụ 17:** Hoạt động trải nghiệm giúp các em học sinh tiếp cận với thực tế, qua đó hình thành kỹ năng sống tốt hơn. Tháng 10 năm 2023, nhà trường tổ chức hoạt động trải nghiệm cho các bạn học sinh. Để thuận tiện cho việc học tập trải nghiệm và ứng dụng toán học vào thực tế, giáo viên bộ môn Toán chia học sinh khối 6 thành từng nhóm, mỗi nhóm 30 người.

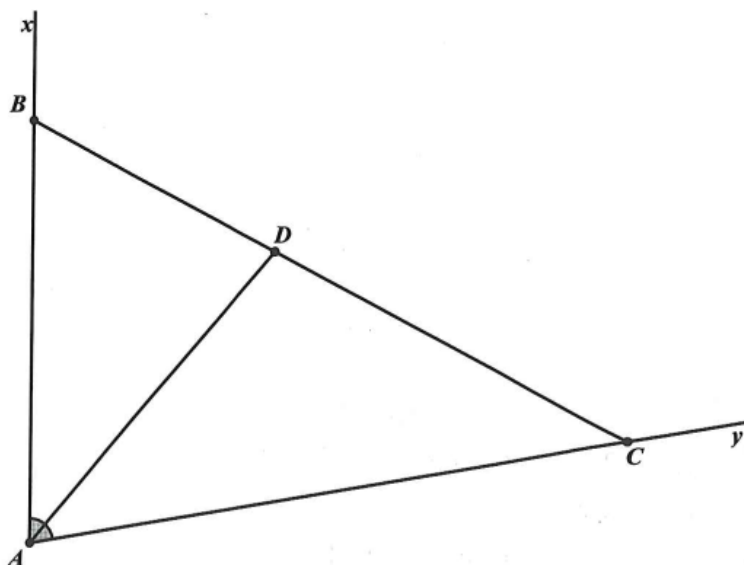
a) Khi đến nơi, các bạn phải xuống thuyền để qua trạm 1. Biết rằng mỗi chiếc thuyền chỉ chở tối đa 5 người. Hỏi mỗi nhóm cần ít nhất bao nhiêu chiếc thuyền để tất cả các thành viên trong nhóm qua trạm?

b) Sau khi qua trạm 1, các bạn bắt đầu tham gia trò chơi đi tìm kho báu. Mỗi nhóm là một đội. Lúc 8h sáng, hai đội cùng xuất phát từ vị trí  $A$ , đi thẳng theo hai hướng  $x$  và  $y$  sao cho  $\widehat{xAy} = 80^\circ$ . Đội 1 đi theo hướng  $x$  với tốc độ  $4,5$  km/h và đến vị trí  $x$  lúc 8 giờ 15 phút sáng cùng ngày; đội 2 đi theo hướng  $y$  với tốc độ  $4,86$  km/h và đến vị trí  $C$  lúc 8 giờ 20 phút sáng cùng ngày. Kho báu nằm ngay vị trí giao nhau giữa đường thẳng  $BC$  và phân giác góc  $\widehat{xAy}$ . Hỏi kho báu cách vị trí  $B$  và vị trí  $C$  bao nhiêu mét? Biết hai vị trí  $B$  và  $C$  cách nhau  $1805m$ . (Làm tròn đến hàng đơn vị).

### Hướng dẫn giải:

a) Số chiếc thuyền mỗi nhóm cần để chở tất cả các thành viên trong nhóm qua trạm là:  $30 : 5 = 6$  (chiếc thuyền).

b) Theo đề bài ta có hình vẽ sau:



Độ dài quãng đường đội 1 đã đi là:  $4,5 \cdot \frac{15}{60} = 1,125(km) = 1125(m)$ .

Độ dài quãng đường đội 2 đã đi là:  $4,86 \cdot \frac{20}{60} = 1,62(km) = 1620(m)$ .

Xét  $\triangle ACB$  có  $AD$  là đường phân giác nên ta có:

$$\frac{AB}{AC} = \frac{DB}{DC} \text{ (tính chất đường phân giác của tam giác)}$$

$$\frac{AB}{AC} = \frac{DB}{DC} \Rightarrow \frac{DB}{DC} = \frac{1125}{1620} = \frac{25}{36} \Rightarrow \frac{DB}{25} = \frac{DC}{36}$$

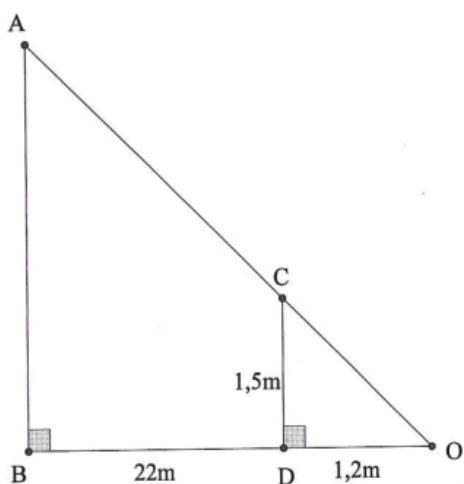
Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau, ta có:

$$\frac{DB}{25} = \frac{DC}{36} = \frac{DB+DC}{25+36} = \frac{1805}{61} \Rightarrow DB \approx 740(m), DC \approx 1065(m).$$

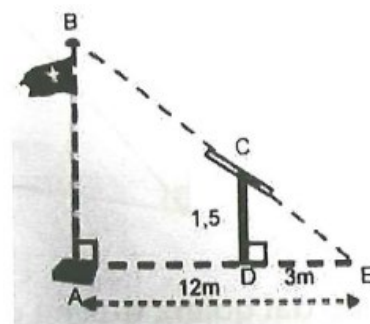
Vậy kho báu cách vị trí  $B$  khoảng  $740m$  và cách vị trí  $C$  khoảng  $1065m$ .

### C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

**Bài 1:** Để đo chiều cao  $AB$  của một cái cây bằng ánh nắng mặt trời, bạn Bình cắm một cọc  $CD$  thẳng đứng cách cây  $22m$ . Khi bóng của ngọn cây trùng với bóng của đầu cọc, bạn Bình đánh dấu vị trí đó là  $O$ . Đo khoảng cách  $OD$  được  $1,2m$  (như hình vẽ). Hỏi chiều cao  $AB$  của cây, biết cọc  $CD$  có chiều cao  $1,5m$ .



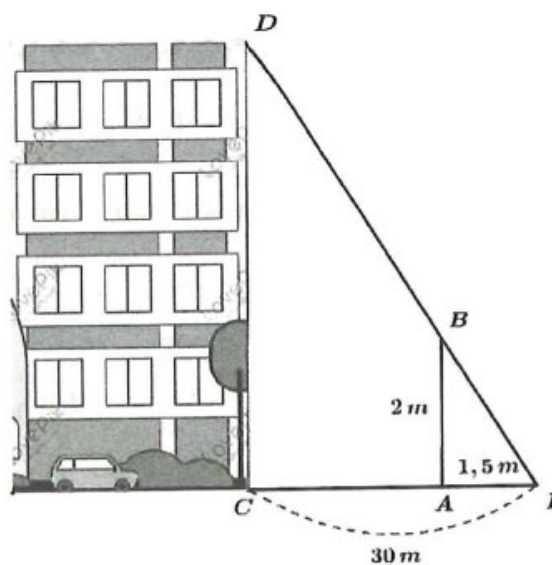
**Bài 2:** Để đo chiều cao của cột cờ, người ta đặt cọc  $DC$  thẳng đứng cao  $1,5m$  có gắn thước ngắm như hình vẽ. Điều khiển thước ngắm đi qua điểm  $B$  của cột cờ và xác định giao điểm  $E$  của  $BC$  và  $AD$ . Em hãy tính chiều cao của cột cờ.



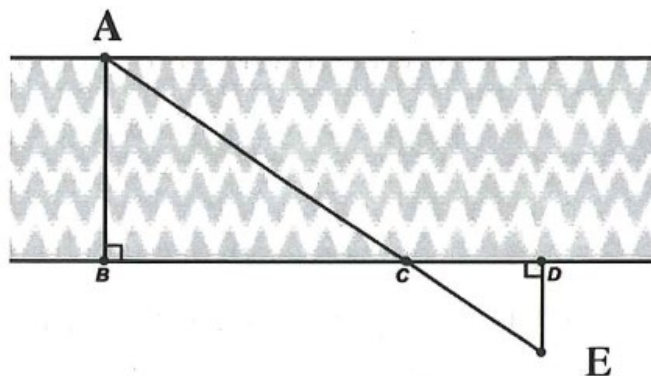
**Bài 3:** Để đo chiều cao của một tòa nhà bằng ánh nắng mặt trời, bạn Tín cắm một cọc ( $AB$ ) cao  $1m$  thẳng đứng sao cho bóng của tòa nhà ( $CI$ ) trùng với bóng của cọc ( $DI$ ). Tại thời điểm này, bạn Tín đo được đoạn  $IA = 1,5m$ , đoạn  $IC = 30m$  (như hình vẽ).

a) Tính chiều cao của tòa nhà ( $CI$ ) mà bạn Tín đang thực hiện?

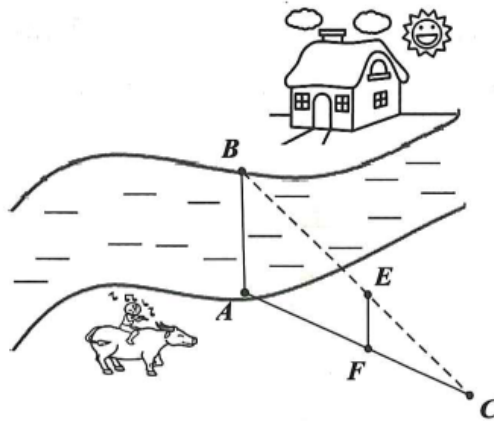
b) Giả sử bạn Tín thay cọc ( $AB$ ) bởi cọc ( $EF$ ) dài  $3m$  và di chuyển cọc ( $EF$ ) lại gần điểm  $I$  sao cho  $AE = 0,3m$  và  $IM = 2m$ , với  $M$  là giao điểm của cọc ( $EF$ ) và đoạn  $ID$ . Em thử đoán xem bạn Tín đã di chuyển cọc đến vị trí mới có song song với vị trí cọc ( $AB$ ) lúc đầu không?



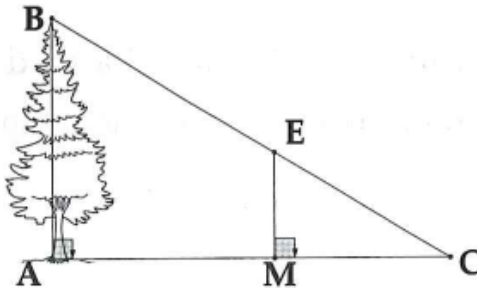
**Bài 4:** Tìm chiều rộng của khúc sông  $AB$  như hình vẽ, biết  $BC = 30m, DE = 20m, CD = 15m$ .



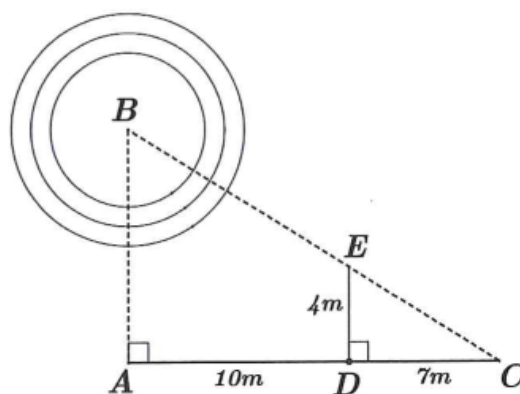
**Bài 5:** Cho hình vẽ biết  $AB \parallel EF$ ;  $AF = 44,5m$ ;  $FC = 44,2m$ ;  $EF = 18,6m$ . Tính chiều rộng khúc sông  $AB$  (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).



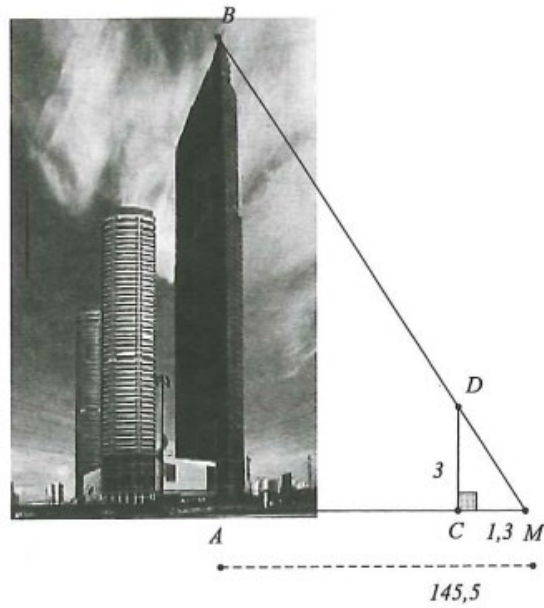
**Bài 6:** Để đo chiều cao của một cây  $AB$  bằng ánh nắng mặt trời, bạn Minh cắm một cây cọc  $ME$  thẳng đứng vuông góc với mặt đất như hình vẽ. Biết ba điểm  $A, M, C$  thẳng hàng; ba điểm  $B, E, C$  thẳng hàng,  $AB \perp AC$  và  $AC = 5m$ ;  $ME = 1,2m$ ;  $MC = 1,5m$ . Hỏi cây  $AB$  cao bao nhiêu mét?



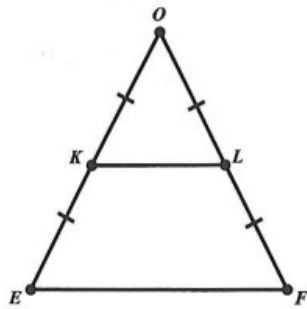
**Bài 7:** Để đo khoảng cách giữa hai địa điểm  $A$  và  $B$ , trong đó địa điểm  $B$  không tới được, người ta tiến hành đo bằng cách lấy các điểm  $C, D, E$  như hình vẽ bên. Giả sử  $AD = 10m$ ,  $CD = 7m$ ,  $DE = 4m$  thì khoảng cách  $AB$  dài bao nhiêu? (Làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).



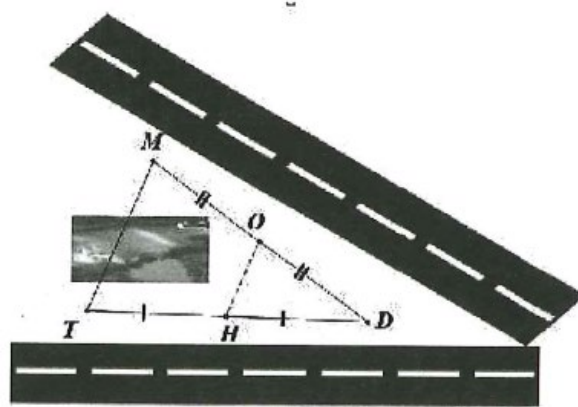
**Bài 8:** Tòa nhà cao nhất Hà Nội là Keangnam Hanoi Landmark Tower có 72 tầng, được hoàn thành vào cuối năm 2011. Đây là tòa nhà có diện tích lớn thứ năm thế giới. Bóng của tòa nhà Keangnam Landmark 72 trên mặt đất  $AM$  dài  $145,5m$ . Cùng thời điểm đó, một cột sắt  $CD$  cao cắm vuông góc với mặt đất có bóng  $CM$  dài  $10m$ . Tính chiều cao  $AB$  của tòa nhà Keangnam Landmark 72 (làm tròn kết quả đến chữ số hàng đơn vị).



**Bài 9:** Người ta muốn thiết kế một căn nhà di động Bungalow hình tam giác (như hình vẽ). Biết chiều ngang gác lửng ( $KL$ ) được xây dựng là  $2,6m$ . Vậy chiều ngang của tầng trệt ( $EF$ ) là bao nhiêu  $dm$ ?



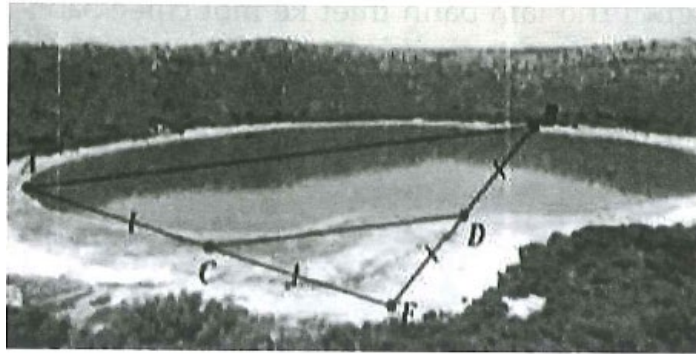
**Bài 10:** Người dân trong thôn muốn xây một cây cầu bắc qua một cái ao để đi từ  $M$  đến  $T$  (như hình vẽ). Hãy giúp dân làng tính khoảng cách  $MT$ . Biết rằng đoạn đường  $OH$  dài  $2,5km$  và  $O, H$  lần lượt là trung điểm của  $MD, TD$ .



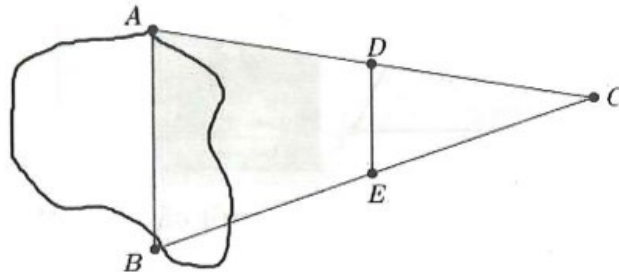
**Bài 11:** Muốn đo chiều rộng  $AB$  của hồ nước mà không phải băng qua hồ, người ta làm như sau: lấy một điểm  $E$  bất kỳ trên bờ, lấy điểm  $C$  sao cho  $C$  là trung điểm của  $AE$ , lấy điểm  $D$  sao cho  $D$  là trung điểm của  $BE$ , đo được độ dài của đoạn thẳng  $CD$  bằng  $250m$ .

a) Xác định khoảng cách  $AB$ .

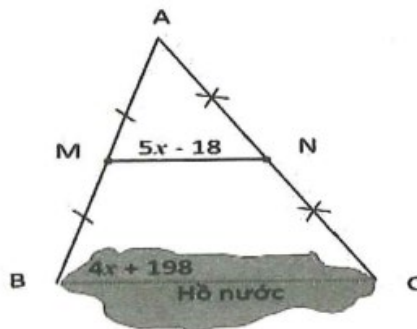
b) Bạn Bình chèo xuồng từ  $A$  đến  $B$  mất bao nhiêu phút biết tốc độ của bạn là  $2,5\text{km/h}$ .



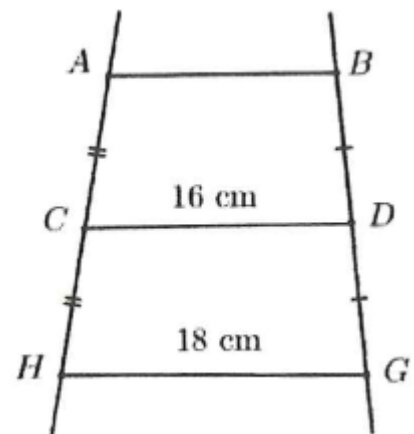
**Bài 12:** Giữa hai điểm  $A$  và  $B$  có một hồ nước sâu nên không thể đo trực tiếp khoảng cách hai điểm  $A$  và  $B$ . Biết hai điểm  $D, E$  lần lượt là trung điểm của  $AC, BC$  và  $DE = 12\text{m}$ . Em hãy tính khoảng cách hai điểm  $A$  và  $B$ .



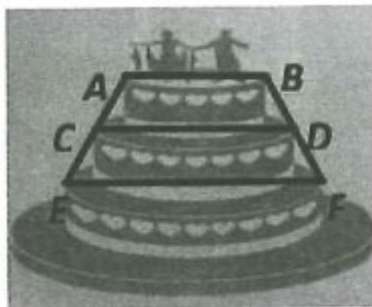
**Bài 13:** Khoảng cách  $BC$  trong hình vẽ dưới đây bằng bao nhiêu mét, biết  $M$  và  $N$  lần lượt là trung điểm của  $AB$  và  $AC$ ,  $MN = 5x - 18(m)$ ;  $BC = 4x + 198(m)$ .



**Bài 14:** Chiếc thang gỗ của ba bạn An bị gãy một bậc  $AB$  (như hình vẽ). Biết rằng độ dài của hai bậc thang kế tiếp là  $CD = 16\text{cm}$  và  $HG = 18\text{cm}$ , các bậc của thang song song với nhau, điểm  $C$  và điểm  $D$  lần lượt là trung điểm của đoạn thẳng  $AH$  và đoạn thẳng  $BG$ . Tính độ dài  $AB$  của bậc thang đã gãy trên?

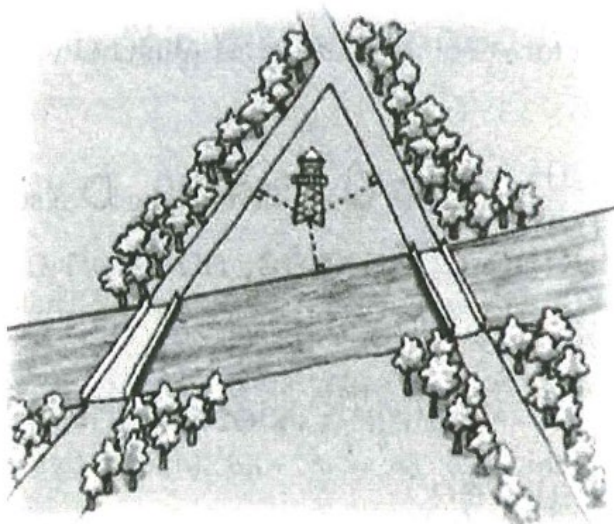


**Bài 15:** Một người thợ làm bánh thiết kế một chiếc bánh cưới ba tầng hình tròn như hình bên. Tầng đáy có đường kính  $EF = 50\text{cm}$ . Tầng thứ nhất có đường kính  $AB$  nhỏ hơn đường kính  $CD$  của tầng thứ hai là  $15\text{cm}$ .



Em hãy tính độ dài đường kính  $AB$  của bánh. Biết rằng  $EF \parallel AB$  và  $C, D$  lần lượt là trung điểm của  $AE, BF$ ?

**Bài 16:** Có hai con đường cắt nhau và cùng cắt một con sông tại hai điểm khác nhau (xem hình).



a) Hãy tìm một địa điểm để xây dựng một đài quan sát sao cho các khoảng cách từ đó đến hai con đường và đến bờ sông bằng nhau? Có tất cả mấy địa điểm như vậy?

b) Nhà Mai nằm ở vị trí ven sông và tạo thành một đường thẳng với đài quan sát và điểm cắt của hai con đường (đài quan sát, giao điểm hai con đường, nhà Mai nằm cùng một phía so với bờ sông). Biết điểm cắt của hai con đường cách hai cây cầu lần lượt là  $20\text{km}$  và  $12\text{km}$ . Khoảng cách giữa hai cây cầu là  $28\text{km}$ . Hỏi nhà Mai cách hai cây cầu bao nhiêu  $\text{km}$ ?

#### D. HƯỚNG DẪN GIẢI

**Bài 1:**

Xét  $\triangle OCD$  vuông tại  $D$  có:  $OC^2 = CD^2 + OD^2$  (định lí Pythagore).

$$\Rightarrow OC = \sqrt{1,2^2 + 1,5^2} \approx 1,92(m).$$

Có:  $\begin{cases} CD \perp OB (gt) \\ AB \perp OB (gt) \end{cases} \Rightarrow CD \parallel AB$  (quan hệ vuông góc và song song).

Xét  $\triangle OAB$  có  $CD \parallel AB$  (cmt) nên:  $\frac{OC}{OA} = \frac{OD}{OB}$  (định lí Thales).

$$\Rightarrow \frac{1,92}{OA} = \frac{1,2}{1,2+22} \Rightarrow OA = \frac{1,92(1,2+22)}{1,2} = 37,12(m)$$

Xét  $\triangle OAB$  vuông tại  $B$  có:  $OA^2 = OB^2 + AB^2$  (định lí Pythagore).

$$\Rightarrow AB = \sqrt{37,12^2 - (1,2+22)^2} \approx 29(m)$$

Vậy chiều cao  $AB$  của cây là  $29m$ .

### Bài 2:

Xét  $\triangle ECD$  vuông tại  $D$  có:  $CE^2 = CD^2 + ED^2$  (định lí Pythagore).

$$\Rightarrow CE = \sqrt{1,5^2 + 3^2} \approx 3,35(m)$$

Có:  $\begin{cases} CD \perp AE \text{ (gt)} \\ AB \perp AE \text{ (gt)} \end{cases} \Rightarrow CD \parallel AB$  (quan hệ vuông góc và song song).

Xét  $\triangle EAB$  có  $CD \parallel AB$  (cmt) nên:  $\frac{ED}{EA} = \frac{EC}{EB}$  (định lí Thales).

$$\Rightarrow \frac{3}{12} = \frac{3,35}{EB} \Rightarrow EB = \frac{12 \cdot 3,35}{3} = 13,4(m)$$

Xét  $\triangle EAB$  vuông tại  $A$  có:  $EB^2 = AE^2 + AB^2$  (định lí Pythagore).

$$\Rightarrow AB = \sqrt{13,4^2 - 12^2} \approx 6(m)$$

Vậy chiều cao  $AB$  của cột cờ là  $6m$ .

### Bài 3:

a) Xét  $\triangle ICD$  có  $BA \parallel CD$  (gt) nên:  $\frac{IA}{IC} = \frac{BA}{DC}$  (hệ quả định lí Thales).

$$\Rightarrow \frac{1,5}{30} = \frac{2}{DC} \Rightarrow DC = \frac{30 \cdot 2}{1,5} = 40(m)$$

Vậy chiều cao của tòa nhà ( $CD$ ) là  $40m$ .

b) Xét  $\triangle ICD$  vuông tại  $C$  có:  $ID^2 = IC^2 + CD^2$  (định lí Pythagore)

$$\Rightarrow ID = \sqrt{30^2 + 40^2} = 50(m)$$

Có:  $\frac{IE}{IC} = \frac{1,5-0,3}{30} = \frac{1}{25}$ ;  $\frac{IM}{ID} = \frac{2}{50} = \frac{1}{25} \Rightarrow \frac{IE}{IC} = \frac{IM}{ID} \left( = \frac{1}{25} \right)$

$\Rightarrow EF \parallel CD$  (định lí Thales đảo)

Mà:  $AB \parallel CD$  (gt)

$\Rightarrow EF \parallel AB$

Vậy bạn Tín đã di chuyển cọc đến vị trí mới song song với cọc ( $AB$ ) lúc đầu.

**Bài 4:**

$$\text{Có } \begin{cases} AB \perp BC \text{ (gt)} \\ DE \perp BC \text{ (gt)} \end{cases} \Rightarrow AB \parallel DE \text{ (quan hệ vuông góc và song song).}$$

$$\text{Xét } \triangle ABC \text{ có } BA \parallel DE \text{ (cmt) nên: } \frac{CD}{CB} = \frac{DE}{AB} \text{ (hệ quả định lí Thales)}$$

$$\Rightarrow \frac{15}{30} = \frac{20}{AB} \Rightarrow AB = \frac{30 \cdot 20}{15} = 40(m)$$

Vậy chiều rộng của khúc sông  $AB$  là  $40m$ .

**Bài 5:**

$$\text{Xét } \triangle ABC \text{ có } EF \parallel AB \text{ (gt) nên: } \frac{CF}{CA} = \frac{EF}{AB} \text{ (hệ quả định lí Thales)}$$

$$\Rightarrow \frac{44,2}{44,5 + 44,2} = \frac{18,6}{AB} \Rightarrow AB = \frac{18,6 \cdot 88,7}{44,2} = 37,3(m)$$

Vậy chiều rộng của khúc sông  $AB$  là  $37,3m$ .

**Bài 6:**

$$\text{Có } \begin{cases} ME \perp AC \text{ (gt)} \\ AB \perp AC \text{ (gt)} \end{cases} \Rightarrow ME \parallel AB \text{ (quan hệ vuông góc và song song)}$$

$$\text{Xét } \triangle ABC \text{ có } ME \parallel AB \text{ (cmt) nên: } \frac{MC}{AC} = \frac{ME}{AB} \text{ (hệ quả định lí Thales)}$$

$$\Rightarrow \frac{1,5}{5} = \frac{1,2}{AB} \Rightarrow AB = \frac{5 \cdot 1,2}{1,5} = 4(m)$$

Vậy cây  $AB$  cao  $4m$ .

**Bài 7:**

$$\text{Có } \begin{cases} DE \perp AC \text{ (gt)} \\ AB \perp AC \text{ (gt)} \end{cases} \Rightarrow DE \parallel AB \text{ (quan hệ vuông góc và song song)}$$

$$\text{Xét } \triangle ABC \text{ có } DE \parallel AB \text{ (cmt) nên: } \frac{CD}{AC} = \frac{DE}{AB} \text{ (hệ quả định lí Thales)}$$

$$\Rightarrow \frac{7}{17} = \frac{4}{AB} \Rightarrow AB = \frac{17 \cdot 4}{7} = 9,71(m)$$

Vậy khoảng cách  $AB$  dài khoảng  $9,71m$ .

**Bài 8:**

$$\text{Có } \begin{cases} DC \perp AM \text{ (gt)} \\ AB \perp AM \text{ (gt)} \end{cases} \Rightarrow DC \parallel AB \text{ (quan hệ vuông góc và song song)}$$

$$\text{Xét } \triangle MAB \text{ có } DC \parallel AB \text{ (cmt) nên: } \frac{CM}{AM} = \frac{DC}{AB} \text{ (hệ quả định lí Thales)}$$

$$\Rightarrow \frac{1,3}{145,5} = \frac{3}{AB} \Rightarrow AB = \frac{145,5 \cdot 3}{1,3} = 336(m)$$

Vậy chiều cao  $AB$  của tòa nhà Keangnam Landmark 72 khoảng  $336m$ .

**Bài 9:**

Xét  $\triangle OEF$  có:  $\begin{cases} K \text{ là trung điểm của } OE \text{ (gt)} \\ L \text{ là trung điểm của } OF \text{ (gt)} \end{cases}$

$\Rightarrow KL$  là đường trung bình  $\triangle OEF$

$$\Rightarrow KL = \frac{1}{2}EF \Rightarrow EF = 2KL = 2 \cdot 2,6 = 5,2(m) = 52(dm)$$

Vậy chiều ngang của tầng trệt ( $EF$ ) là  $52dm$ .

**Bài 10:**

Xét  $\triangle DMT$  có:  $\begin{cases} O \text{ là trung điểm của } MD \text{ (gt)} \\ H \text{ là trung điểm của } TD \text{ (gt)} \end{cases}$

$\Rightarrow OH$  là đường trung bình  $\triangle DMT$

$$\Rightarrow OH = \frac{1}{2}MT \Rightarrow MT = 2OH = 2 \cdot 2,5 = 5(km)$$

Vậy khoảng cách  $MT$  là  $5km$ .

**Bài 11:**

a) Xét  $\triangle EAB$  có:  $\begin{cases} D \text{ là trung điểm của } EB \text{ (gt)} \\ C \text{ là trung điểm của } EA \text{ (gt)} \end{cases}$

$\Rightarrow CD$  là đường trung bình  $\triangle EAB$

$$\Rightarrow CD = \frac{1}{2}AB \Rightarrow AB = 2CD = 2 \cdot 250 = 500(m)$$

Vậy khoảng cách  $AB$  là  $500m$ .

b) Đổi:  $2,5km/h = \frac{25}{36}m/s$

Thời gian bạn Bình chèo xuồng từ  $A$  đến  $B$  là:  $500 : \frac{25}{36} = 720(s) = 12$  (phút)

Vậy thời gian bạn Bình chèo xuồng từ  $A$  đến  $B$  là 12 phút.

**Bài 12:**

Xét  $\triangle ABC$  có:  $\begin{cases} D \text{ là trung điểm của } AC \text{ (gt)} \\ E \text{ là trung điểm của } BC \text{ (gt)} \end{cases}$

$\Rightarrow ED$  là đường trung bình  $\triangle ABC$

$$\Rightarrow DE = \frac{1}{2}AB \Rightarrow AB = 2DE = 2 \cdot 12 = 24(m)$$

Vậy khoảng cách giữa hai điểm  $A$  và  $B$  là  $24m$ .

**Bài 13:**

Xét  $\triangle ABC$  có:  $\begin{cases} M \text{ là trung điểm của } AB \text{ (gt)} \\ N \text{ là trung điểm của } AC \text{ (gt)} \end{cases}$

$\Rightarrow MN$  là đường trung bình  $\triangle ABC$

$$\Rightarrow MN = \frac{1}{2}BC \Rightarrow BC = 2MN \Rightarrow 4x + 198 = 2(5x - 18) \Rightarrow 6x = 234 \Rightarrow x = 39$$

Thay  $x = 39$  vào  $BC = 4x + 198$ , ta được:  $BC = 4.39 + 198 = 354(m)$

Vậy khoảng cách giữa hai điểm  $B$  và  $C$  là  $354m$ .

**Bài 14:**

Theo đề bài ta có hình vẽ sau:

Gọi  $N$  là giao điểm của  $AH$  và  $CD$ .

Xét  $\triangle AHG$  có:  $\begin{cases} C \text{ là trung điểm của } AH \text{ (gt)} \\ CN \parallel HG \text{ (} N \in CD, CD \parallel HG \text{)} \\ N \in AG \end{cases}$

$\Rightarrow N$  là trung điểm  $AG$

$\Rightarrow CN$  là đường trung bình  $\triangle AHG$

$$\Rightarrow CN = \frac{1}{2}HG = \frac{1}{2}.18 = 9(cm) \Rightarrow GD = 16 - 9 = 7(cm)$$

Xét  $\triangle ABG$  có:  $\begin{cases} D \text{ là trung điểm của } AB \text{ (gt)} \\ N \text{ là trung điểm của } AG \text{ (cmt)} \end{cases}$

$\Rightarrow DN$  là đường trung bình  $\triangle ABG$

$$\Rightarrow DN = \frac{1}{2}AB \Rightarrow AB = 2DN = 2.7 = 14(cm)$$

Vậy độ dài  $AB$  của bậc thang đã gãy là  $14cm$ .

**Bài 15:**

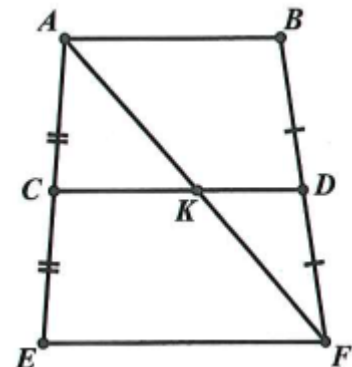
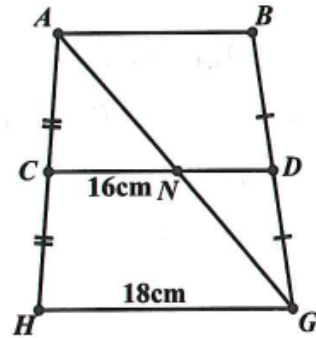
Theo đề bài ta có hình vẽ sau:

Gọi  $K$  là giao điểm của  $AF$  và  $CD$

Xét  $\triangle AEF$  có:  $\begin{cases} C \text{ là trung điểm của } AE \text{ (gt)} \\ CK \parallel EF \text{ (} K \in CD, CD \parallel EF \text{)} \\ K \in AF \end{cases}$

$\Rightarrow K$  là trung điểm  $AF \Rightarrow CK$  là đường trung bình  $\triangle AEF$

$$\Rightarrow CK = \frac{1}{2}EF = \frac{1}{2}.50 = 25(cm) \Rightarrow KD = CD - CK = CD - 25(cm)$$



Xét  $\Delta ABF$  có:  $\begin{cases} D \text{ là trung điểm của } BF \text{ (gt)} \\ K \text{ là trung điểm của } AF \text{ (cmt)} \end{cases}$

$$\Rightarrow KD \text{ là đường trung bình } \Delta ABF \Rightarrow KD = \frac{1}{2} AB \Rightarrow AB = 2(CD - 25)$$

Lại có:  $CD = AB + 15$

$$\text{Nên: } AB = 2(AB + 15 - 25) \Rightarrow AB = 2AB - 20 \Rightarrow AB = 20(\text{cm})$$

Vậy độ dài đường kính  $AB$  của bánh là  $20\text{cm}$ .

### Bài 16:

a) Địa điểm để xây dựng đài quan sát thỏa mãn đề bài phải là giao điểm  $I$  của ba đường phân giác trong của tam giác  $ABC$  và giao điểm  $K$  của tia phân giác trong của góc  $A$  và hai tia phân giác của hai góc ở đỉnh  $D$  và  $E$ .

Vậy địa điểm cần tìm là  $I$  hoặc  $K$  hay có hai địa điểm thỏa mãn đề bài.

b) Theo đề bài ta có hình vẽ sau:

Vì nhà Mai nằm ở vị trí ven sông và tạo thành một đường thẳng với đài quan sát và điểm cắt của hai con đường và nằm cùng phía so với bờ sông nên nhà Mai nằm ngay tại vị trí  $E$  là chân đường phân giác trong của tam giác  $ABC$ .

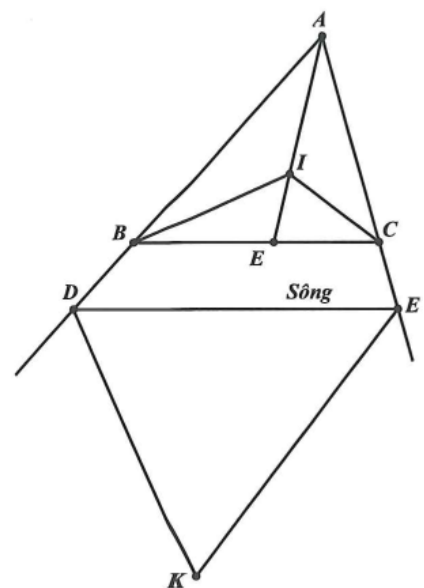
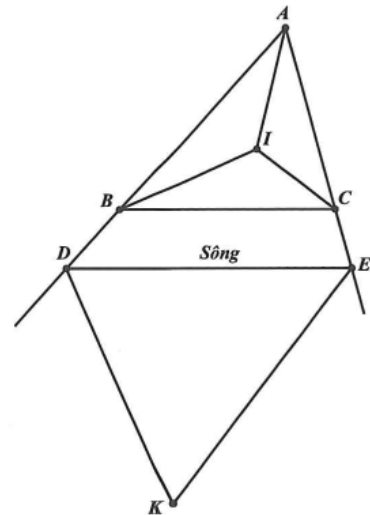
Vì  $AE$  là tia phân giác tam giác  $ABC$  nên ta có:

$$\frac{AB}{AC} = \frac{EB}{EC} \Leftrightarrow \frac{EB}{EC} = \frac{20}{12} = \frac{5}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{EB}{5} = \frac{EC}{3} = \frac{EB + EC}{5 + 3} = \frac{28}{8} = 3,5$$

$$\Rightarrow EB = 5.3,5 = 17,5(\text{km}); EC = 3.3,5 = 10,5(\text{km})$$

Vậy nhà Mai cách hai cây cầu lần lượt là  $17,5\text{km}$  và  $10,5\text{km}$ .



## HÌNH ĐỒNG DẠNG

### A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

#### 1. Hai tam giác đồng dạng

##### a. Định nghĩa

Hai tam giác đồng dạng là hai tam giác có ba cặp góc bằng nhau và ba cặp cạnh tương ứng tỉ lệ.

Tam giác  $\triangle ABC$  gọi là đồng dạng với tam giác  $\triangle A'B'C'$  nếu:

$$\triangle ABC \# \triangle A'B'C' \Leftrightarrow \begin{cases} \widehat{A} = \widehat{A'}; \widehat{B} = \widehat{B'}; \widehat{C} = \widehat{C'} \\ \frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CA}{C'A'} \end{cases}$$

##### Chú ý:

Khi tam giác  $\triangle ABC$  đồng dạng với tam giác  $\triangle A'B'C'$ .

Ta viết  $\triangle ABC \# \triangle A'B'C'$  với các đỉnh được ghi theo thứ tự các góc tương ứng bằng nhau.

Tỉ số các cạnh tương ứng  $\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CA}{C'A'} = k$  được gọi là tỉ số đồng dạng.

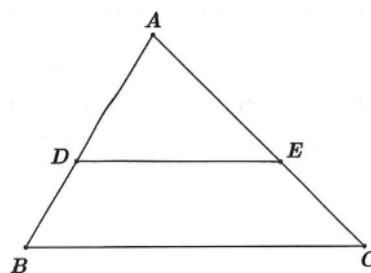
##### b. Tính chất

- Mỗi tam giác đồng dạng với chính tam giác đó.
- Nếu  $\triangle ABC \# \triangle A'B'C'$  thì  $\triangle A'B'C' \# \triangle ABC$ .
- Nếu  $\triangle A''B''C'' \# \triangle A'B'C'$  và  $\triangle A'B'C' \# \triangle ABC$  thì  $\triangle A''B''C'' \# \triangle ABC$ .

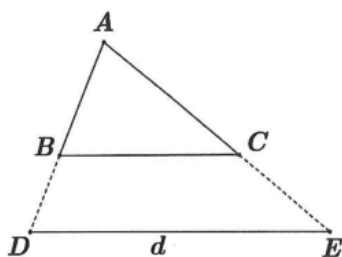
##### c. Định lí

Nếu một đường thẳng cắt hai cạnh của tam giác và song song với cạnh còn lại thì nó tạo thành một tam giác mới đồng dạng với tam giác đã cho.

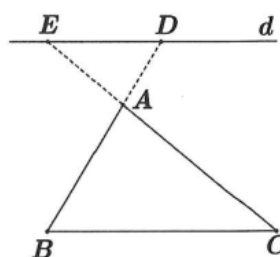
|    |   |
|----|---|
| GT | $\triangle ABC$<br>$DE \parallel BC \ (D \in AB, E \in AC)$ |
| KL | $\triangle ADE \# \triangle ABC$                            |



\* **Nhận xét:** Định lí trên cũng đúng cho trường hợp đường thẳng  $d$  cắt phần kéo dài hai cạnh của tam giác và  $d$  song song với cạnh còn lại. Chẳng hạn, trong hình 1a và hình 1b cũng có  $\triangle ADE \# \triangle ABC$ .



Hình 1a



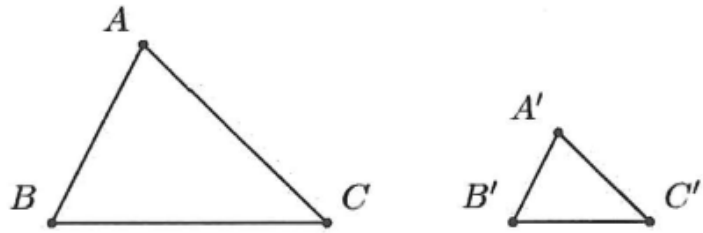
Hình 1b

## 2. Các trường hợp đồng dạng của tam giác

### a. Trường hợp đồng dạng thứ nhất: cạnh - cạnh - cạnh

**Định lý:** Nếu ba cạnh của tam giác này tỉ lệ với ba cạnh của tam giác kia thì hai tam giác đó đồng dạng.

|    |  |
|----|--|
| GT | $\Delta ABC$ và $\Delta A'B'C'$<br>$\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'}$ |
| KL | $\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$  |



### b. Trường hợp đồng dạng thứ hai: cạnh - góc - cạnh.

**Định lý:** Nếu hai cạnh của tam giác này tỉ lệ với hai cạnh của tam giác kia và hai góc tạo bởi các cặp cạnh đó bằng nhau, thì hai tam giác đó đồng dạng.

### c. Trường hợp đồng dạng thứ ba: góc - góc

**Định lý:** Nếu hai góc của tam giác này bằng hai góc của tam giác kia thì hai tam giác đó đồng dạng với nhau.

## 3. Các trường hợp đồng dạng của hai tam giác vuông

+ Trường hợp 1: Nếu cạnh huyền và một cạnh góc vuông của tam giác này tỉ lệ với cạnh huyền và một cạnh góc vuông của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó đồng dạng.

+ Trường hợp 2: Nếu hai cạnh góc vuông của tam giác vuông này tỉ lệ với hai cạnh góc vuông của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó đồng dạng.

+ Trường hợp 3: Nếu tam giác vuông này có một góc nhọn bằng góc nhọn của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó đồng dạng với nhau.

### Lưu ý:

- Tỉ số đường cao, đường trung tuyến, đường phân giác tương ứng của hai tam giác đồng dạng bằng tỉ số đồng dạng.

- Tỉ số chu vi của hai tam giác đồng dạng bằng tỉ số đồng dạng.

- Tỉ số diện tích của hai tam giác đồng dạng bằng bình phương tỉ số đồng dạng.

## 4. Hai hình đồng dạng

### a. Hình đồng dạng phối cảnh:

- Hình đồng dạng phối cảnh của một điểm: Cho điểm  $O$  và một điểm  $A$ . Nếu trên tia  $OA$  có điểm  $A'$  sao cho  $OA' = OA \cdot k$  thì ta nói điểm  $A'$  là hình đồng dạng phối cảnh của điểm  $A$  với tâm  $O$  tỉ số  $k$ .

**Ví dụ:** Cho  $\triangle OMN$ . Trên tia  $OM$  lấy điểm  $A$  sao cho  $OA = \frac{1}{4}OM$ . Trên tia  $ON$  lấy điểm  $B$  sao cho

$$OB = \frac{1}{4}ON.$$

### Lời giải

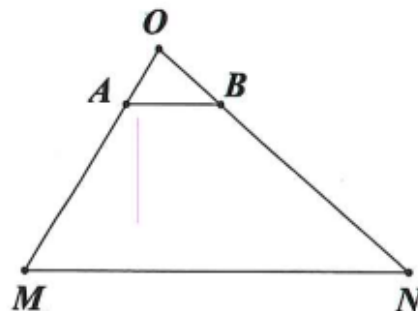
Như vậy:

+ Điểm  $A$  là hình đồng dạng phối cảnh của điểm  $M$  với tâm

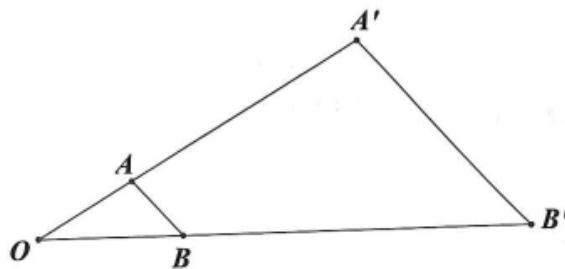
$$O \text{ tỉ số } \frac{1}{4}.$$

+ Điểm  $B$  là hình đồng dạng phối cảnh của điểm  $N$  với tâm

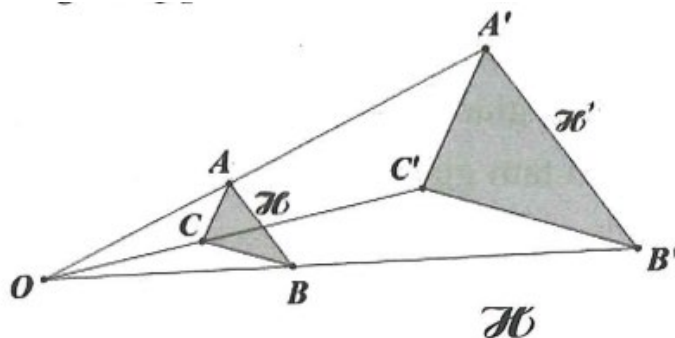
$$O \text{ tỉ số } \frac{1}{4}.$$



- Hình đồng dạng phối cảnh của một đoạn thẳng: Cho đoạn thẳng  $AB$  và điểm  $O$ . Kẻ các tia  $OA, OB$ . Trên tia  $OA, OB$  lần lượt lấy các điểm  $A', B'$  sao cho  $OA' = OA.k, OB' = OB.k$  thì ta nói đoạn thẳng  $A'B'$  là hình đồng dạng phối cảnh của đoạn thẳng  $AB$  với tâm  $O$  tỉ số  $k$ .

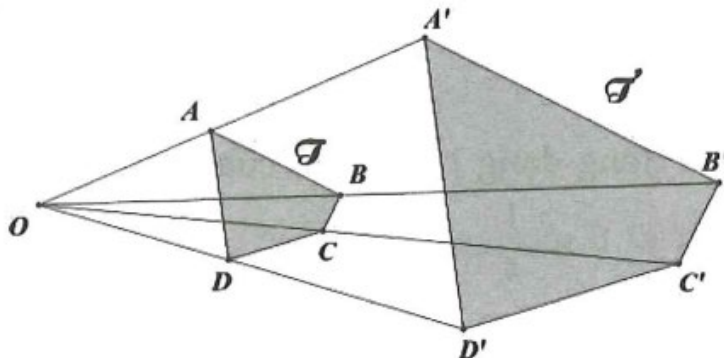


- Hình đồng dạng phối cảnh của một tam giác: Cho tam giác  $ABC$  và điểm  $O$ . Kẻ các tia  $OA, OB, OC$ . Trên tia  $OA, OB, OC$  lần lượt lấy các điểm  $A', B', C'$  sao cho  $OA' = OA.k, OB' = OB.k, OC' = OC.k$  thì ta nói tam giác  $A'B'C'$  là hình đồng dạng phối cảnh của tam giác  $ABC$  với tâm  $O$  tỉ số  $k$ .



- Hình đồng dạng phối cảnh của một tứ giác: Cho điểm  $O$  và một điểm  $A$ . Nếu trên tia  $OA$  có điểm  $A'$  sao cho  $OA' = OA.k$  thì ta nói điểm  $A'$  là hình đồng dạng phối cảnh của điểm  $A$  với tâm  $O$  tỉ số  $k$ .

- Cho tứ giác  $ABCD$  và điểm  $O$ . Kẻ các tia  $OA, OB, OC, OD$ . Trên tia  $OA, OB, OC, OD$  lần lượt lấy các điểm  $A', B', C', D'$  sao cho  $OA' = OA.k, OB = OB.k, OC' = OC.k, OD' = OD.k$  thì ta nói tứ giác  $A'B'C'D'$  là hình đồng dạng phối cảnh của tứ giác  $ABCD$  với tâm  $O$  tỉ số  $k$ .



- Những cặp hình như  $H$  và  $H', T$  và  $T'$  được gọi là những hình đồng dạng phối cảnh.

### b. Hai hình đồng dạng:

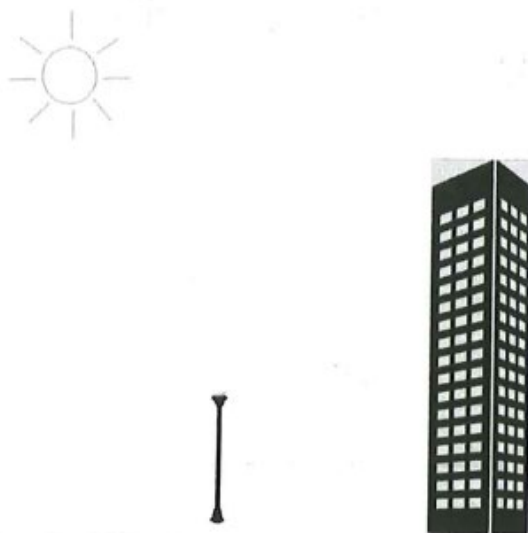
Hai hình  $H, H'$  được gọi là đồng dạng nếu có hình đồng dạng phối cảnh của hình  $H$  bằng hình  $H'$ .

## B. BÀI TẬP MINH HỌA

### Dạng 1:

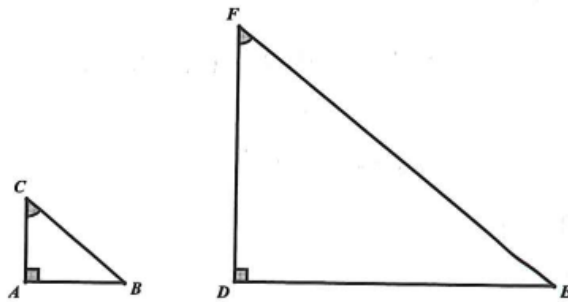
### ĐO CHIỀU CAO VÀ KHOẢNG CÁCH

**Ví dụ 1:** Một cột đèn cao  $7m$  có bóng trên mặt đất  $AB = 4m$ . Gần đó có một tòa nhà cao tầng có bóng trên mặt đất  $ED = 80m$ . Hỏi tòa nhà cao bao nhiêu mét?



### Hướng dẫn giải:

Khi cùng một giờ, góc tia nắng chiếu tới cột đèn và tòa nhà là như nhau, nên ta có hai tam giác đồng dạng như hình vẽ.

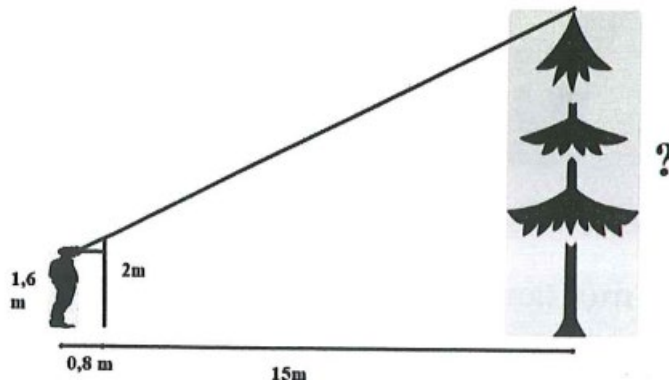


Ta có  $\Delta ABC \sim \Delta DFE$  (g - g).

Suy ra  $\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF}$ . Hay  $\frac{4}{80} = \frac{7}{DF}$  suy ra  $DF = \frac{80 \cdot 7}{4} = 140$ .

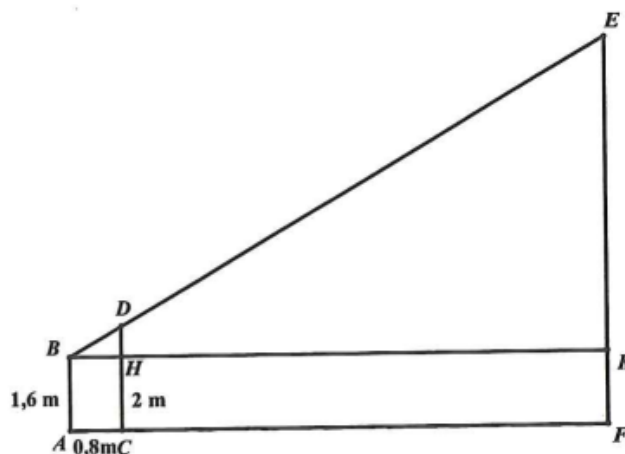
Vậy tòa nhà cao 140 mét.

**Ví dụ 2:** Một người đo chiều cao của một cây nhờ một cọc chôn xuống đất, cọc  $CD$  cao  $2m$  và đặt xa cây  $15m$ . Sau khi người ấy lùi ra xa cách cọc  $0,8m$  thì nhìn thấy đầu cọc và đỉnh cây cùng nằm trên một đường thẳng. Hỏi cây cao bao nhiêu, biết rằng khoảng cách từ chân đến mắt người ấy là  $1,6m$ ?



**Hướng dẫn giải:**

Từ đề bài, ta có hình vẽ.



Ta có:  $CF = 15m$ .

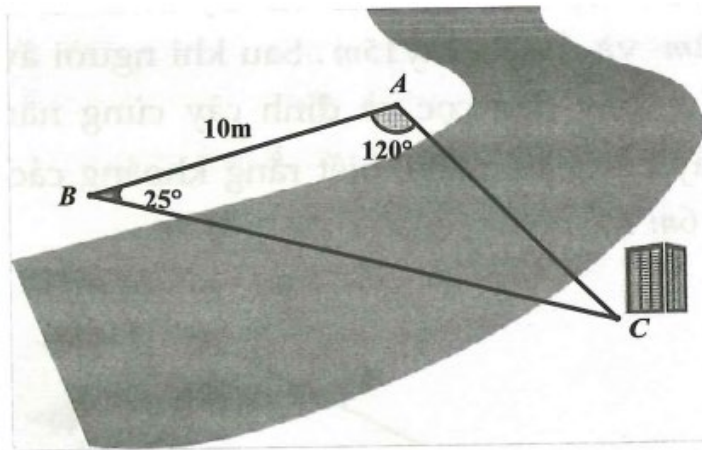
Dựa vào hình vẽ, ta có  $\Delta BDH \sim \Delta BEK$  (g - g).

Suy ra  $\frac{BH}{BK} = \frac{DH}{EK}$  hay  $\frac{0,8}{0,8+15} = \frac{0,4}{EK}$ .

$$\text{Suy ra } EK = \frac{15,8 \cdot 0,4}{0,8} = 7,9.$$

Vậy chiều cao của cây là  $7,9 + 1,6 = 9,5$  mét.

**Ví dụ 3:** Đi đến bờ sông, bạn Phương ngắm thấy một tòa tháp. Hãy giúp bạn Phương tính khoảng cách từ chân bạn Phương tới chân tòa tháp, biết bạn Phương đã dùng một giác kế và cắm một cột tại vị trí BBB như hình vẽ và không đi qua sông được.



#### Hướng dẫn giải:

Ta vẽ trên giấy một tam giác  $DFE$  có  $\widehat{D} = 120^\circ$ ,  $\widehat{E} = 25^\circ$  và  $DE = 2\text{cm}$  ta đo được  $DF$  xấp xỉ  $1,5\text{cm}$ .

Đổi  $10\text{m} = 1000\text{cm}$ .

$$\text{Ta có } \triangle ABC \sim \triangle DEF \text{ (g-g) nên } \frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF} \Rightarrow \frac{1000}{2} = \frac{AC}{1,5}$$

$$\Rightarrow AC = \frac{1000 \cdot 1,5}{2} = 750(\text{cm})$$

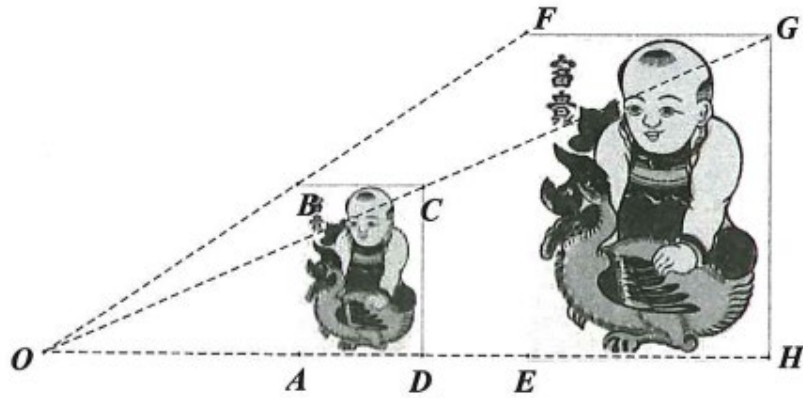
Đổi đơn vị:  $750\text{cm} = 7,5\text{m}$ .

Vậy khoảng cách từ chân bạn Phương tới tòa tháp là  $7,5$  mét.

#### Dạng 2:

### CÁC HÌNH ĐỒNG DẠNG TRONG THỰC TẾ

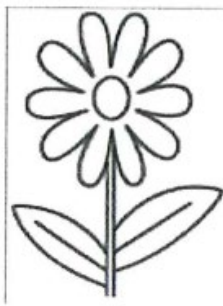
**Ví dụ 1:** Hình ảnh bên dưới là bức tranh Đông Hồ nhưng có kích thước khác nhau. Cho biết hai hình chữ nhật  $ABCD, EFGH$  có đồng dạng phối cảnh không? Nếu có, hãy chỉ ra tâm đồng dạng phối cảnh.



**Hướng dẫn giải:**

Hai hình chữ nhật trên có đồng dạng phối cảnh với tâm đồng dạng phối cảnh là điểm  $O$ .

**Ví dụ 2:** Biết mỗi hình dưới đây đồng dạng với một hình khác, hãy tìm các cặp hình đồng dạng đó.



Hình a



Hình b



Hình c



Hình d



Hình e

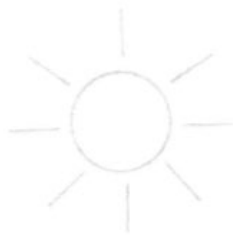
**Hướng dẫn giải:**

Hình  $a$  đồng dạng với hình  $c$ .

Hình  $b$  đồng dạng với hình  $d$ .

**B. BÀI TẬP VẬN DỤNG**

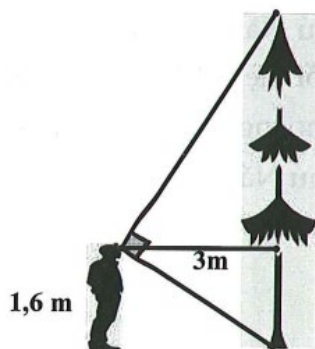
**Bài 1:** Một người cao 1,5 mét có bóng trên mặt đất dài 2,1 mét. Cùng lúc ấy, một cái cây gần đó có bóng trên mặt đất dài 4,2 mét. Tính chiều cao của cây.



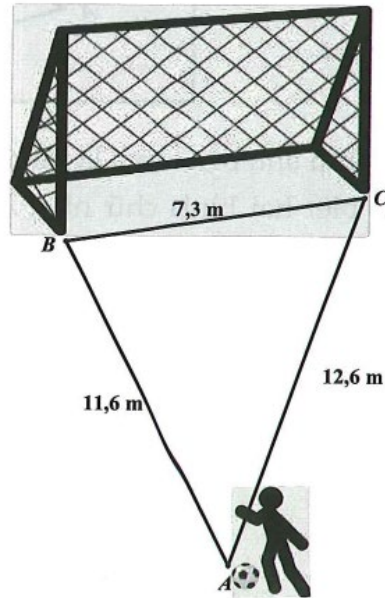
**Bài 2:** Bóng của tháp Bình Sơn (Vĩnh Phúc) trên mặt đất có độ dài  $20m$ . Cùng thời điểm đó, một cột sắt cao  $1,65m$  cắm vuông góc với mặt đất có bóng dài  $2m$ . Tính chiều cao của tháp.



**Bài 3:** Bạn Nam dùng một giác kế để ngắm một cái cây. Góc Nam nhìn từ gốc cây đến đỉnh cây là một góc vuông. Em hãy giúp bạn Nam tính chiều cao của cây, biết khoảng cách từ Nam đến cây là  $3m$ , chiều cao từ chân đến mắt của Nam là  $1,6m$ .

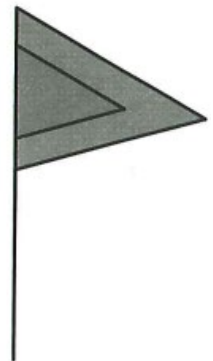


**Bài 4:** Trong bóng đá, khi đối diện thủ môn, độ khó của mỗi cú sút còn phụ thuộc vào góc sút rộng hay hẹp. Trong trường hợp một cầu thủ dẫn bóng đối mặt thủ môn và cách cột dọc gôn bên trái là  $11,6m$  và cột dọc gôn bên phải là  $12,6m$ , tính góc sút của cầu thủ, biết độ rộng khung thành là  $7,3m$ .



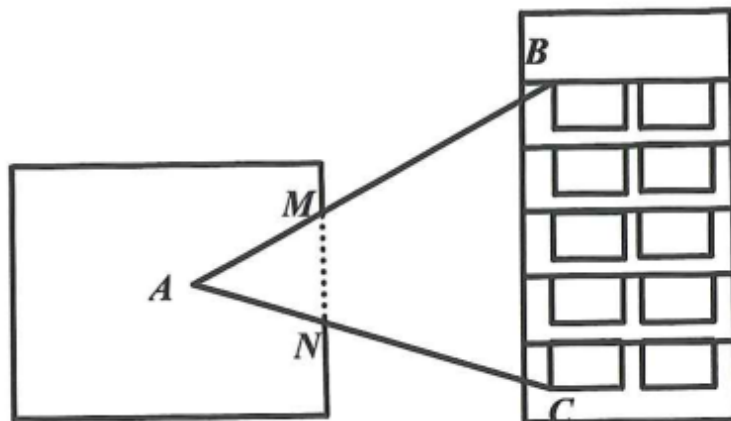
**Bài 5:** Hai chú lính cứu hỏa dùng hai chiếc thang khác nhau để vào tầng 2 và tầng 3 của một ngôi nhà để cứu người. Chú lính cứu hỏa thứ nhất dùng chiếc thang có chân thang cách tường  $2m$  để vào tầng 3. Chú lính thứ 2 dùng chiếc thang ngắn bằng  $\frac{1}{2}$  thang dài và cách tường  $1m$ . Hỏi chú lính thứ 2 có vào được tầng 2 không, biết mỗi tầng cao  $3m$ .

**Bài 6:** Một bạn làm cờ cho một lễ hội có hình dạng 2 tam giác đồng dạng chồng lên nhau như hình vẽ. Biết phần màu đỏ bên ngoài có các cạnh là  $50cm$  và diện tích là  $1,25m^2$ . Phần bên trong có cạnh bằng  $30cm$ . Bác Huệ có một tấm vải màu vàng có diện tích  $9m^2$  thì làm được bao nhiêu phần bên trong cho chiếc cờ.

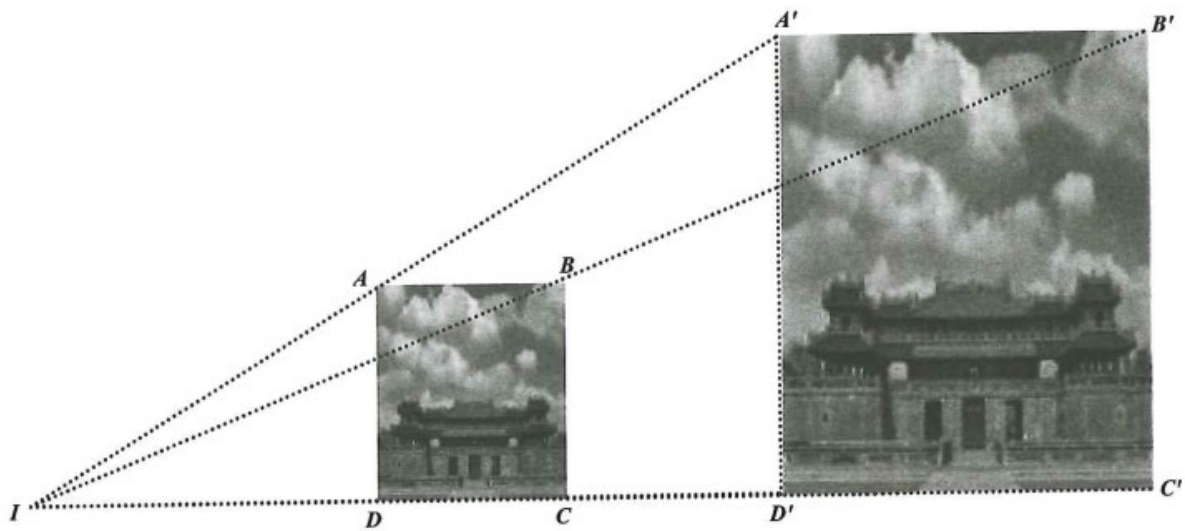


**Bài 7:** Chú Năm ở trong phòng cách cửa sổ  $40cm$ , thấy được 5 tầng của tòa nhà đối diện (1 tầng nhà cao  $3m$ ).

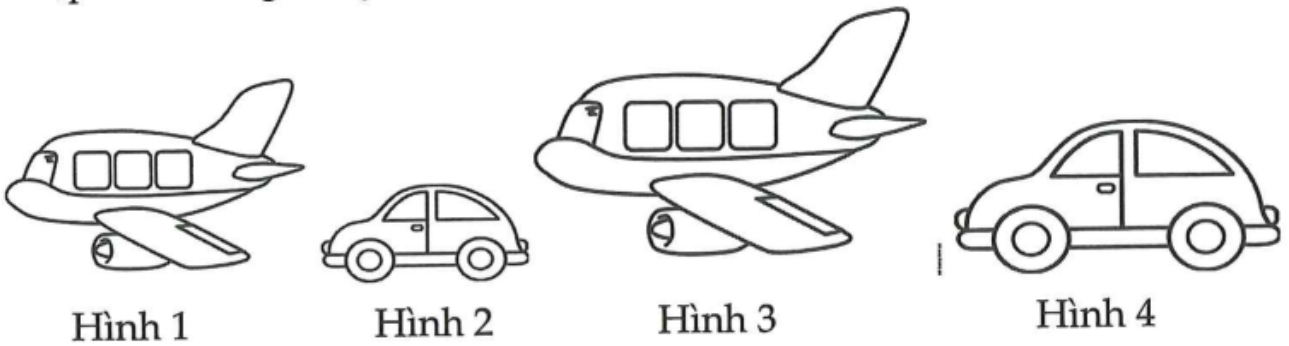
- Hỏi khoảng cách giữa hai tòa nhà? Biết cửa sổ nhà chú Năm cao  $1m$ .
- Hỏi chú Năm đứng cách cửa sổ bao xa để thấy được 3 tầng của tòa nhà.



**Bài 8:** Hình ảnh bên dưới là bức hình Ngọ Môn Huế có kích thước khác nhau. Cho biết hai hình chữ nhật  $ABCD$ ,  $A'B'C'D'$  có đồng dạng phối cảnh không? Nếu có, hãy chỉ ra tâm đồng dạng phối cảnh.



**Bài 10:** Trong các cặp hình dưới đây, hãy chọn ra các cặp hình đồng dạng.





Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4



Hình 5



Hình 6



Hình 7



Hình 8



Hình 9



Hình 10



Hình 11



Hình 12

**Bài 11:** Hình 2 là Hình 1 sau khi phóng to với  $k = 1,5$  (xem hình bên dưới). Hỏi kích thước của Hình 2 là bao nhiêu, biết rằng kích thước của Hình 1 là  $8 \times 10$ .



Hình 1



Hình 2

A.  $10 \times 12$

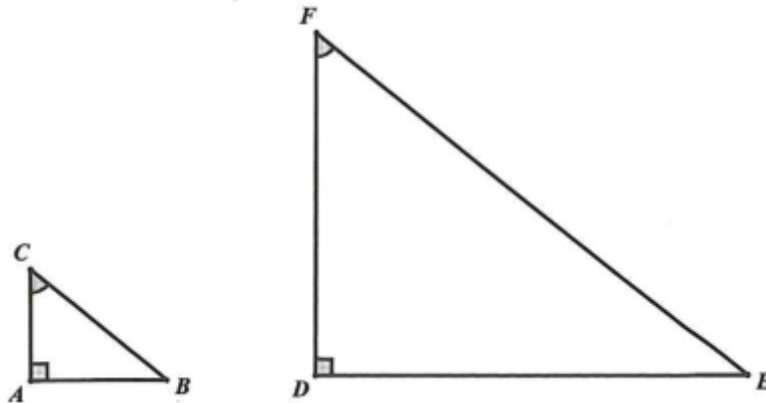
B.  $16 \times 20$

C.  $4 \times 6$

D.  $12 \times 15$

## D. HƯỚNG DẪN GIẢI

**Bài 1:** Khi cùng một giờ, góc tia nắng chiếu tới cột đèn và tòa nhà là như nhau nên ta có hai tam giác đồng dạng như hình vẽ.



Ta có  $\triangle ABC \sim \triangle DEF$  (g-g).

$$\text{Suy ra } \frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF}. \text{ Hay suy ra } \frac{2,1}{4,2} = \frac{1,5}{DF} \text{ suy ra } DF = \frac{4,2 \cdot 1,5}{2,1} = 3.$$

Vậy chiều cao của tháp là 3 mét.

**Bài 3:** Từ bài toán, ta có hình vẽ:

Áp dụng định lý Pythagoras vào tam giác  $\triangle AHC$  (g - g) suy ra:

$$AC^2 = AH^2 + HC^2 = 3^2 + 1,6^2 = 11,56 \Rightarrow AC = \sqrt{11,56} = 3,4.$$

Xét  $\triangle ABC$  và  $\triangle ACH$  có:  $\hat{A} = \hat{H} = 90^\circ$

$\hat{C}$  là góc chung.

Vậy  $\triangle ABC \sim \triangle HAC$  (g - g).

$$\text{Suy ra } \frac{AC}{HC} = \frac{BC}{AC} \Rightarrow BC \cdot HC = AC \cdot AC$$

$$\Rightarrow BC = \frac{AC^2}{HC} = \frac{3,4^2}{1,6} = 7,225$$

Vậy chiều cao của cây là 7,225 mét.

**Bài 4:** Trên giấy, ta vẽ  $\triangle GHK$  có các kích thước  $GH = 5,8\text{cm}$ ;  $HK = 3,65\text{cm}$ ;  $KG = 6,3\text{cm}$ .

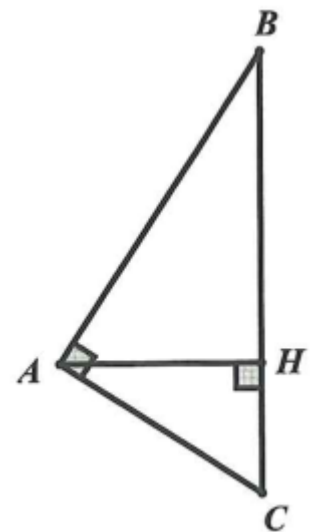
Ta thấy  $\frac{GH}{AB} = \frac{HK}{BC} = \frac{KG}{CA}$ . Suy ra  $\triangle ABC \sim \triangle GHK$  (c-c-c).

Tam giác  $\triangle GHK$  ta đo được  $\hat{G} \approx 35^\circ$ .

Suy ra  $\hat{A} \approx 35^\circ$ .

Vậy góc sút gần bằng  $35^\circ$ .

**Bài 5:** Khi thang dựa vào tường tạo ra hai tam giác vuông, ta có hình vẽ.



Ta có  $AB = 2m$ ;  $A'B' = 1m$ ;  $A'C' = \frac{1}{2}AC$ ;  $BC = 6m$ .

Xét  $\triangle ABC$  và  $\triangle A'B'C'$  có:  $\widehat{B} = \widehat{B'} = 90^\circ$ .

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC} = \frac{1}{2}.$$

Vậy  $\triangle A'B'C' \sim \triangle ABC$ .

$$\text{Suy ra } \frac{B'C'}{BC} = \frac{A'B'}{AB} = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Suy ra } BC = \frac{1}{2} \cdot 6 = 3m.$$

Vậy chú lính cứu hỏa thứ hai có thể leo vào tầng 2.

**Bài 6:** Gọi tam giác bên trong và bên ngoài lần lượt là  $\triangle ABC$  và  $\triangle A'B'C'$ .

Theo đề ta có  $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$

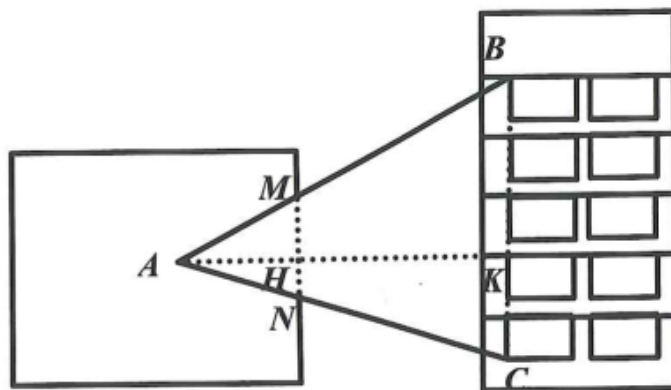
$$\text{Suy ra } \frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle A'B'C'}} = \left(\frac{30}{50}\right)^2 = \frac{9}{25} \Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{9}{25} S_{\triangle A'B'C'} = \frac{9}{25} \cdot 1,25 = 0,45(m^2).$$

Vậy số tam giác bên trong còn được làm là  $9 : 0,45 = 20$  chiếc.

**Bài 7:**

a) Kẻ  $AH \perp MN$  và  $AK \perp BC$ .

Nên khoảng cách từ chú Năm đến cửa sổ là  $AH$ , khoảng cách tới tòa nhà đối diện là  $AK$ .



$$AH = 40cm = 0,4m.$$

Vì  $MN \parallel BC$  nên  $\triangle AMN \sim \triangle ABC$  suy ra  $\frac{AH}{AK} = \frac{MN}{BC}$ .

$$\text{Hay } \frac{0,4}{AK} = \frac{1}{15} \Rightarrow AK = 0,4 \cdot 15 = 6m.$$

$$\text{Suy ra } HK = AK - AH = 6 - 0,4 = 5,6.$$

Vậy hai tòa nhà cách nhau 5,6 mét.

b) Ta có  $HK = 5,6m$  và quan sát được 3 tầng nên  $BC = 9m$ .

Vì  $\triangle AMN \sim \triangle ABC$  suy ra  $\frac{AH}{AK} = \frac{MN}{BC}$ .

Hay  $\frac{AH}{5,6} = \frac{1}{9} \Rightarrow AH = \frac{5,6}{9} \approx 0,62m$ .

Vậy bác Năm cần đứng cách cửa sổ  $62cm$ .

**Bài 8:** Hai hình  $ABCD, A'B'C'D'$  có đồng dạng phối cảnh với nhau, tâm đồng dạng phối cảnh là III.

**Bài 9:** Các hình đồng dạng với nhau là 1 và 3, 2 và 4.

**Bài 10:** Hình 1 và hình 10; hình 2 và hình 11; hình 3 và hình 12; hình 4 và hình 7; hình 5 và hình 8; hình 6 và hình 9.

**Bài 11:** Vì tỉ lệ phóng to là  $k = 1,5$  nên  $8 \cdot 1,5 = 12; 10 \cdot 1,5 = 15$ .

Vậy kích thước bức tranh thứ 2 là  $12 \times 15$ .

## Bài 1 - THU NHẬP VÀ PHÂN LOẠI DỮ LIỆU

### A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

Những thông tin thu thập được như: số, chữ, hình ảnh,... được gọi là **dữ liệu**. **Dữ liệu** dưới dạng số được gọi là **số liệu**. Việc thu thập, phân loại, tổ chức và trình bày dữ liệu là những hoạt động **thống kê**.

Thông tin rất đa dạng và phong phú. Việc sắp xếp thông tin theo những tiêu chí nhất định gọi là **phân loại dữ liệu**.

- Thu thập dữ liệu qua nhiều cách khác nhau, chẳng hạn: quan sát, lập phiếu điều tra (phiếu hỏi), phỏng vấn,... hoặc thu thập từ những nguồn có sẵn như sách, báo, trang web, các phương tiện thông tin đại chúng,...

- Có những dữ liệu thống kê là số (số liệu), những dữ liệu này còn gọi là dữ liệu định lượng.
- Có những dữ liệu thống kê không phải là số, những dữ liệu này còn gọi là dữ liệu định tính.
- Dữ liệu định lượng được biểu diễn bằng số thực.
- Dữ liệu định tính được biểu diễn bằng từ, chữ cái, ký hiệu,...
- Phải có tính đại diện đối với vấn đề cần thống kê.

#### Tính hợp lý của dữ liệu:

- Để đánh giá tính hợp lý của dữ liệu, ta cần đưa ra các tiêu chí đánh giá, chẳng hạn như dữ liệu phải:

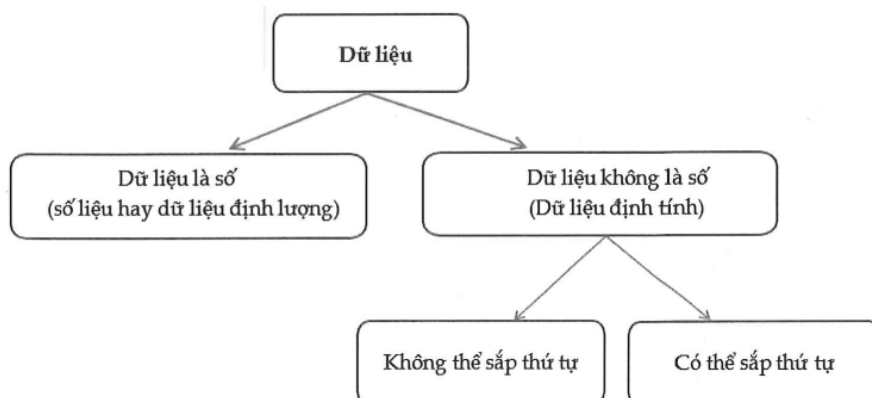
- Đúng định dạng.
- Nằm trong phạm vi dự kiến của người điều tra dữ liệu.
- Phải có tính đại diện đối với vấn đề cần thống kê.

- Để đánh giá tính hợp lý của dữ liệu, ta có thể dựa vào mối liên hệ toán học đơn giản giữa các số liệu.

- Để đảm bảo tính hợp lý, dữ liệu cần phải đáp ứng đúng các tiêu chí toán học đơn giản như:

- Tổng tất cả các số liệu thành phần phải bằng số liệu của toàn thể.
- Số lượng của bộ phận phải nhỏ hơn số lượng của toàn thể.

Có thể biểu diễn quá trình thu thập và phân loại dữ liệu bằng sơ đồ tư duy sau: Phân loại dữ liệu.



## B. BÀI TẬP MINH HỌA

**Ví dụ 1:** Trường THCS Nguyễn Du thống kê số học sinh giỏi cấp thành phố cho học sinh tất cả các lớp. Biết rằng mỗi lớp chỉ có tối đa 3 học sinh đạt giải. Bảng thống kê số học sinh đi thi học sinh giỏi có giải của từng lớp như sau:

| Lớp | Số HS đạt giải |
|-----|----------------|
| 6A  | 2              |
| 6B  | 1              |
| 6C  | 3              |
| 7A  | 2              |
| 7B  | 3              |
| 7C  | 2              |
| 8A  | 4              |
| 8B  | 2              |
| 9A  | 3              |
| 9B  | 2              |

Theo em, số liệu nào trong bảng trên là không hợp lý? Vì sao?

### Hướng dẫn giải:

Vì kết quả là mỗi lớp chỉ có tối đa 3 học sinh đạt giải, mà số liệu bảng trên đưa ra lớp 8A có 4 học sinh đạt giải, nên bảng số liệu trên là không hợp lý.

**Ví dụ 2:** Một nhóm học sinh nghiên cứu thu thập thông tin tỷ lệ phần trăm phân bố người uống trà sữa của học sinh một số trường học như sau:

- Các trường: *Trường THCS Nguyễn Du, THPT Lê Lợi, THCS Nam Anh, THCS Quốc Ánh, THPT Nguyễn Huệ, THCS Lam Sơn.*

- Tỷ lệ phần trăm của các trường lần lượt là: 15%; 28%; 32%; 35%; 40%; 19%.

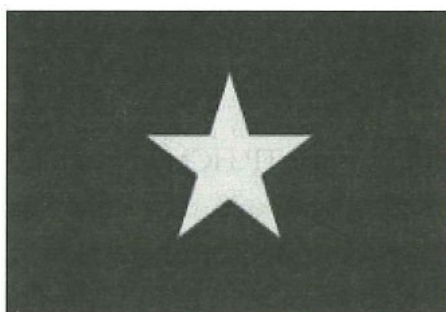
Hãy phân loại các dữ liệu đó dựa trên tiêu chí: dữ liệu định tính, dữ liệu định lượng.

### Hướng dẫn giải:

Dữ liệu định tính: *Trường THCS Nguyễn Du, THPT Lê Lợi, THCS Nam Anh, THCS Quốc Ánh, THPT Nguyễn Huệ, THCS Lam Sơn.*

Dữ liệu định lượng: 15%; 28%; 32%; 35%; 40%; 19%.

**Ví dụ 3:** Bạn Nam đã sưu tầm được lá cờ của một số quốc gia: *Mỹ, Việt Nam, Thái Lan, Myanmar, Singapore, Indonesia, Brunei, Nga, Ukraine, Pháp, Tây Ban Nha, Thụy Điển.*

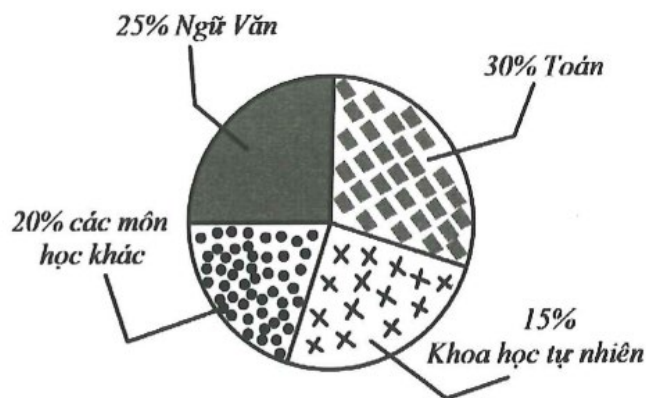


- a) Bạn Nam sưu tầm được lá cờ của bao nhiêu nước?  
 b) Hãy sắp xếp lá cờ mà bạn Nam đã sưu tầm theo những nhóm:  
 + Nhóm 1: Các nước khu vực Đông Nam Á.  
 + Nhóm 2: Các nước khu vực Châu Âu.

**Hướng dẫn giải:**

- a) Bạn Nam sưu tầm được lá cờ của 12 nước.  
 b) Sắp xếp các lá cờ mà bạn Nam đã sưu tầm theo những nhóm:  
 + Nhóm 1: Các nước khu vực Đông Nam Á: *Việt Nam, Thái Lan, Myanmar, Singapore, Indonesia, Brunei.*  
 + Nhóm 2: Các nước khu vực Châu Âu: *Nga, Ukraine, Pháp, Tây Ban Nha, Thụy Điển.*

**Ví dụ 4:** Trường THCS A khảo sát sự yêu thích môn học của 450 em học sinh khối 8 đầu năm học được cho bởi biểu đồ hình quạt tròn sau:



Em thấy thông tin trên đã hợp lý chưa? Vì sao?

**Hướng dẫn giải:**

Theo em, thông tin về sự yêu thích các môn học của 450 em học sinh khối 8 được cho bởi biểu đồ hình quạt là chưa hợp lý. Vì tổng phần trăm của một hình tròn là 100%, mà tổng tỷ số phần trăm của hình bên là 90%, nên số liệu không hợp lý.

**Ví dụ 5:** Anh Thành đọc báo thấy thông tin hiện nay TP.HCM có độ tuổi kết hôn rất muộn so với các tỉnh thành trong cả nước. Theo Niên giám thống kê của Tổng cục Thống kê, năm 2022 độ tuổi kết hôn trung bình lần đầu của thành phố là 29,8 tuổi (sắp chạm mốc 30 tuổi). Anh Thành nghi ngờ về kết quả này, nên anh đã thực hiện một cuộc khảo sát 500 người sinh sống tại TP.HCM gồm cả nam và nữ độ tuổi từ 25 đến 35 về độ tuổi kết hôn lần đầu.

Theo em, anh Thành có thể thu thập thông tin đó bằng cách nào?

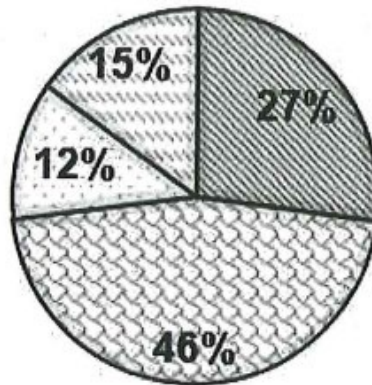
**Hướng dẫn giải:**

Anh Thành sẽ lập phiếu hỏi và đưa cho đối tượng được khảo sát điền vào, sau đó thống kê kết quả vào bảng như sau:

|                      |    |    |    |     |     |    |    |       |
|----------------------|----|----|----|-----|-----|----|----|-------|
| Tuổi kết hôn lần đầu | 25 | 26 | 27 | 28  | 29  | 30 | 31 | 32-25 |
| Số người             | 55 | 45 | 70 | 100 | 120 | 50 | 40 | 20    |

**Bài 6:** Khảo sát nhóm 150 học sinh trung học cơ sở về tình hình có sử dụng điện thoại di động khi ở nhà, thu được kết quả sau. Tỷ lệ học sinh có sử dụng điện thoại di động khi ở nhà của bốn khối 6, 7, 8, 9 được thống kê qua biểu đồ hình quạt tròn sau:

Khối 6   
 Khối 7   
 Khối 8   
 Khối 9



- a) Hãy cho biết số học sinh khối 6 và khối 8 sử dụng điện thoại chiếm bao nhiêu phần trăm?  
b) Có bao nhiêu học sinh lớp 9 sử dụng điện thoại di động khi ở nhà?

**Hướng dẫn giải:**

- a) Số học sinh khối 6 sử dụng điện thoại chiếm 27%.  
Số học sinh khối 8 sử dụng điện thoại chiếm 12%.  
b) Số học sinh lớp 9 sử dụng điện thoại di động khi ở nhà là:  $46\% \cdot 150 = 69$  (học sinh).

**C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN**

**Bài 1:** Thầy giáo thống kê số học sinh trong lớp có sở thích về các môn thể thao như sau:

- Các môn thể thao: Nhảy dây, bóng đá, cờ vua, đá cầu.
- Số học sinh yêu thích lần lượt là: 20, 15, 18, 12.

Hãy phân loại các dữ liệu đó dựa trên tiêu chí: dữ liệu định tính, dữ liệu định lượng.

**Bài 2:** Nhóm học sinh đi vườn bách thú chơi, các bạn thống kê được những loại động vật trong đó như sau: *Bò cày, đại bàng, đà điểu, thú mỏ vịt, nai sừng tấm, hươu sao, rắn, thằn lằn, rùa, cá sấu.*

Hãy phân nhóm những động vật bên trên theo tiêu chí sau để biết sự đa dạng của thế giới động vật:

|                             |  |
|-----------------------------|--|
| <b>Động vật nhóm bò sát</b> | Tên các động vật ( <i>liệt kê cụ thể</i> ) |
| <b>Động vật nhóm chim</b>   | Tên các động vật ( <i>liệt kê cụ thể</i> ) |
| <b>Động vật nhóm thú</b>    | Tên các động vật ( <i>liệt kê cụ thể</i> ) |

**Bài 3:** Để chuẩn bị cho chuyến đi dã ngoại cùng trường, khối 8 có 350 học sinh. Giáo viên chia làm 8 nhóm để dễ quản lý trong quá trình vui chơi. Bảng thống kê số học sinh ở mỗi nhóm như sau:

| Tên nhóm | Số học sinh |
|----------|-------------|
| 1        | 40          |
| 2        | 41          |
| 3        | 39          |
| 4        | 42          |
| 5        | 45          |
| 6        | 45          |
| 7        | 40          |
| 8        | 41          |

Theo em, số liệu đã cho trong bảng thống kê trên có hợp lý không? Giải thích?

**Bài 4:** Lớp 8B thực hiện chương trình quyên góp đồ dùng học tập để tặng cho các bạn khó khăn. Số liệu được cho bởi bảng thống kê sau:

| Tên            | Số lượng (quyển/cái) |
|----------------|----------------------|
| Sách Giáo Khoa | 100                  |
| Sách Giáo Khoa | 80                   |
| Truyện         | 50                   |
| Bút            | 200                  |

Phân loại các dữ liệu trong bảng thống kê trên dựa trên hai tiêu chí định tính và định lượng.

**Bài 5:** Một cơ sở dạy bán trú tại TP.HCM muốn xây dựng tinh thần đoàn kết, vui chơi cho học sinh, mỗi tháng đều tổ chức sinh nhật cho các bạn học sinh có sinh nhật trong tháng đó. Biết rằng cơ sở bán trú đó có 300 học sinh. Số lượng học sinh sinh nhật mỗi tháng được thống kê như bảng sau:

| Tháng                | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 |
|----------------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| Số HS cùng sinh nhật | 30 | 28 | 40 | 10 | 50 | 20 | 30 | 25 | 25 | 15 | 10 | 25 |

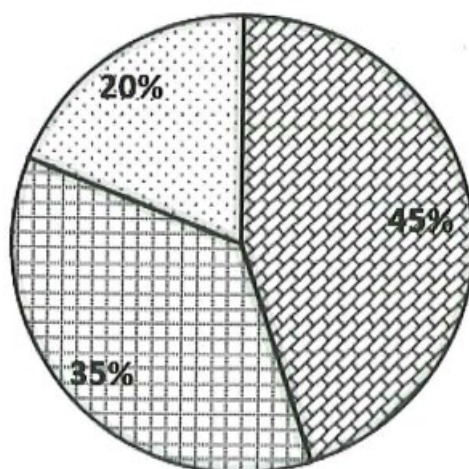
Theo em, số liệu đã cho trong bảng thống kê trên có hợp lý không? Giải thích?

**Bài 6:** Vừa qua, liên tiếp xảy ra 2 vụ học sinh tử vong tại bể bơi trường học đã gây hoang mang cho rất nhiều phụ huynh trên cả nước. Cụ thể, ngày 22/8/2023, ở Trường Phổ thông Quốc tế Việt Nam (quận Hà Đông, Hà Nội), một nam sinh lớp 9 tử vong khi đang học bơi tại bể bơi của nhà trường. Ngày 23/8/2023, một nam sinh ở Nghệ An cũng tử vong khi đi bơi ở bể của Trường THPT Nguyễn Trường Tộ (TP Vinh, tỉnh Nghệ An). Hai vụ đuối nước thương tâm xảy ra liên tiếp trong trường học đã dấy lên cảnh báo về việc đảm bảo an toàn tính mạng cho học sinh trong nhà trường. Để đảm bảo an toàn tuyệt đối cho học sinh khi học bơi trong nhà trường, một trường THCS đã yêu cầu thực hiện điều tra kỹ càng về tình hình học sinh trước khi học bơi xem bạn nào biết bơi, bạn nào chưa biết bơi, bạn nào đã bơi thành thạo...

Từ kết quả thu thập dữ liệu về kỹ năng bơi của 1000 học sinh tại trường THCS Thanh Liệt, kết quả được thống kê như biểu đồ sau:

## KẾT QUẢ PHỔ CẬP BƠI SAU MỘT NĂM TRIỂN KHAI

☒ Bơi thành      ☐ Biết bơi nhưng chưa thành      ☐ Chưa biết



Hỏi: Có bao nhiêu học sinh bơi thành thạo? Bao nhiêu học sinh chưa bơi thành thạo?

### D. HƯỚNG DẪN GIẢI

#### Bài 1:

- Dữ liệu định tính: *Nhảy dây, bóng đá, cờ vua, đá cầu.*
- Dữ liệu định lượng: 20, 15, 18, 12.

#### Bài 2:

|                             |  |
|-----------------------------|--|
| <b>Động vật nhóm bò sát</b> | <i>Rắn, thằn lằn, rùa, cá sấu.</i>         |
| <b>Động vật nhóm chim</b>   | <i>Bò câu, đại bàng, đà điểu.</i>          |
| <b>Động vật nhóm thú</b>    | <i>Thú mỏ vịt, nai sừng tấm, hươu sao.</i> |

#### Bài 3:

Theo em, bảng số liệu đã cho trong bảng thống kê trên là chưa hợp lý. Vì: Khối 8 có 350 học sinh mà khi chia thành 8 nhóm, tổng số học sinh chỉ có 333, nên số liệu thống kê đó không hợp lý.

#### Bài 4:

Dữ liệu định tính: *Sách giáo khoa, sách tham khảo, truyện, bút.*

Dữ liệu định lượng: 100, 80, 50, 200.

#### Bài 5:

Vì: tổng cộng cơ sở có 300 học sinh.

Tổng số học sinh có sinh nhật trong 12 tháng là:

$$30 + 26 + 40 + 10 + 50 + 20 + 30 + 25 + 25 + 15 + 10 + 25 = 208 \text{ (học sinh).}$$

Vậy bảng thống kê trên không hợp lý.

#### Bài 6:

Số học sinh bơi thành thạo là:  $1000.45\% = 450$  (học sinh).

Số học sinh biết bơi nhưng chưa bơi thành thạo là:  $1000.35\% = 350$  (học sinh).

## Bài 2 - CÁC BÀI TOÁN DỮ LIỆU DẠNG BẢNG, BIỂU ĐỒ

### A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

- Nhận biết được mối liên hệ toán học đơn giản giữa các số liệu đã được biểu diễn.
- Thực hiện được tính toán và suy luận toán học.
- Ta thực hiện những tính toán và suy luận trên cơ sở mối liên hệ toán học giữa các số liệu đó để biểu diễn bài toán ở dạng bảng hoặc biểu đồ phù hợp.

Phát hiện vấn đề dựa trên phân tích và xử lý dữ liệu thu được ở dạng bảng, biểu đồ.

Để phát hiện vấn đề (hoặc quy luật đơn giản) dựa trên phân tích và xử lý số liệu thu được, ta cần:

- Nhận biết được mối liên hệ toán học đơn giản giữa các số liệu đã được biểu diễn.
- Thực hiện được tính toán và suy luận toán học.

Phát hiện vấn đề đơn giản dựa trên phân tích và xử lý dữ liệu thu được ở dạng bảng, biểu đồ.

- Để giải quyết vấn đề đã được phát hiện (dựa trên phân tích và xử lý số liệu thu được), ta cần thực hiện những tính toán và suy luận trên cơ sở mối liên hệ toán học giữa các số liệu đó.

### B. BÀI TẬP MINH HỌA

**Ví dụ 1:** Một tổ trưởng thống kê số con trong một gia đình của khu phố mình như sau:

|             |    |    |   |   |   |   |
|-------------|----|----|---|---|---|---|
| Số con/1 hộ | 2  | 1  | 3 | 0 | 4 | 5 |
| Số hộ       | 13 | 10 | 4 | 2 | 1 | 1 |

- Tính tổng số con của khu phố mẫu.
- Số gia đình có từ 1 đến 2 con chiếm bao nhiêu phần trăm so với tổng số gia đình trong khu phố?

#### Hướng dẫn giải:

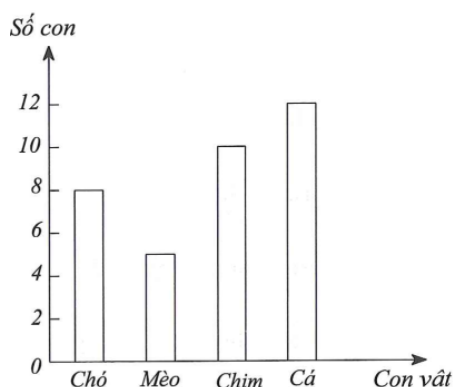
a) Tổng số con của khu phố mẫu là:  $(2.13 + 1.10 + 3.4 + 0.2 + 4.1 + 5.1) = 57$  (con)

b) Gia đình có từ 1 đến 2 con:  $10 + 13 = 23$  (gia đình)

Số gia đình có từ 1 đến 2 con chiếm tỉ lệ là:  $(23 : 31).100\% \approx 74,2\%$ .

**Ví dụ 2:** Các bạn lớp 8A làm cuộc khảo sát về sở thích nuôi thú cưng ở nhà. Biểu đồ ở Hình 2 thể hiện số các con vật nuôi của các bạn trong lớp.

- Lập bảng thống kê cho biểu đồ trên.
- Con vật nào được nuôi nhiều nhất, ít nhất, là bao nhiêu?



Hình 2

### Hướng dẫn giải:

a) Bảng thống kê:

|                |     |     |      |    |
|----------------|-----|-----|------|----|
| Tên con vật    | Chó | Mèo | Chim | Cá |
| Số lượng (con) | 8   | 5   | 10   | 12 |

b) Nhìn vào bảng thống kê, ta thấy mèo nuôi ít nhất: 5 con; cá nuôi nhiều nhất: 12 con

**Ví dụ 3:** Nhân dịp liên hoan cuối năm học, tổ trưởng rủ các bạn của tổ mình đi uống trà sữa. Số ly mỗi loại trà sữa được các bạn chọn được thống kê dưới bảng sau:

|              |           |           |        |        |
|--------------|-----------|-----------|--------|--------|
| Loại trà sữa | Trân châu | Hoàng kim | Truyền | Matcha |
| Học sinh     | 2         | 3         | 2      | 5      |

a) Với bảng trên, em sẽ dùng biểu đồ nào để thể hiện thông tin trong bảng?

b) Vẽ biểu đồ mà em lựa chọn ở câu a.

### Hướng dẫn giải:

a) Với thông tin trong bảng, ta nên vẽ biểu đồ tròn. b) Ta có biểu đồ:

|                        |           |           |              |           |
|------------------------|-----------|-----------|--------------|-----------|
| Loại trà sữa           | Trân châu | Hoàng kim | Truyền thống | Matcha    |
| Số lượng học sinh chọn | ○ ○       | ○ ○ ○     | ○ ○          | ○ ○ ○ ○ ○ |

(Học sinh có thể vẽ biểu đồ khác)

**Ví dụ 4:** Trung tâm luyện thi Tri Thức Sài Gòn muốn thúc đẩy động lực học tập của học sinh, đã khuyến khích các bạn đạt điểm kiểm tra, điểm thi cao sẽ được nhận phần thưởng cụ thể như sau: Các bạn trên 9 điểm sẽ nhận ngay một áo phông. Các bạn đạt 7 đến 8 điểm sẽ nhận ngay hộp bút.

Số liệu về điểm một bài kiểm tra của 30 học sinh như sau:

|             |   |   |    |   |   |    |
|-------------|---|---|----|---|---|----|
| Điểm        | 5 | 6 | 7  | 8 | 9 | 10 |
| Số học sinh | 2 | 6 | 10 | 6 | 4 | 2  |

a) Em hãy xem có bao nhiêu học sinh nhận áo phông, có bao nhiêu học sinh nhận hộp bút?

b) Số học sinh không nhận phần thưởng chiếm bao nhiêu phần trăm so với tổng học sinh tham gia kiểm tra?

### Hướng dẫn giải:

a) Số học sinh nhận áo phông là các bạn đạt điểm 9 và điểm 10 gồm:  $4 + 2 = 6$  bạn

Số học sinh nhận hộp bút là các bạn đạt điểm 7 và điểm 8 gồm:  $10 + 6 = 16$  bạn

b) Phần trăm học sinh không nhận được quà là:  $(8 : 30) \cdot 100\% \approx 26\%$ .

**Ví dụ 5:** Để tạo khích lệ tinh thần học tập cho 3 đứa con, anh chị Khang đã đưa ra giải thưởng. Bạn nào đạt nhiều điểm 10 nhất trong năm học sẽ được thưởng một chiếc điện thoại thông minh, ai được số điểm 10 nhiều thứ 2 sẽ được chuyến dã ngoại, ai được ít điểm 10 nhất sẽ chỉ được thưởng 1 bộ đồ đẹp.

+ Ba bạn Lan, Lâm, Linh mỗi lần được điểm 10 thể hiện bằng một dấu tích và kết quả như bảng sau:

|      |               |
|------|---------------|
| Lan  | ✓✓✓✓✓✓✓✓✓     |
| Lâm  | ✓✓✓✓✓✓✓✓✓✓✓✓✓ |
| Linh | ✓✓✓✓✓✓✓       |

- a) Bạn nào được nhiều điểm 10 nhất? Bạn nào ít điểm 10 nhất? Lập bảng thống kê.  
b) Ai là người sẽ được thưởng chuyến đi dã ngoại?  
c) Ai là người sẽ được thưởng chiếc điện thoại thông minh?

**Hướng dẫn giải:**

a) Mỗi dấu tích (✓) là một lần được điểm 10.

Lan được điểm 10 tất cả 9 lần

Lâm được điểm 10 tất cả 13 lần

Linh được điểm 10 tất cả 7 lần

Bảng thống kê:

| Bạn  | Số lần được điểm 10 |
|------|---------------------|
| Lan  | 9                   |
| Lâm  | 13                  |
| Linh | 7                   |

Bạn Lâm được nhiều điểm 10 nhất, bạn Linh ít điểm 10 nhất.

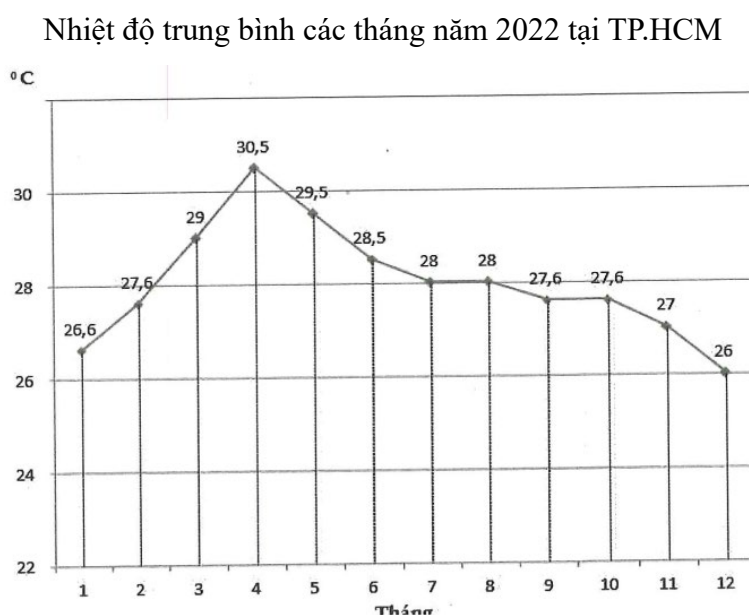
b) Ai là người sẽ được thưởng chuyến đi dã ngoại?

Vì ba mẹ đưa ra tiêu chí, ai được nhiều điểm 10 đứng thứ 2 sẽ được đi dã ngoại, nên bạn Lan sẽ được thưởng chuyến đi dã ngoại.

c) Ai là người sẽ được thưởng chiếc điện thoại thông minh?

Bạn Lâm là người đạt nhiều điểm 10 nhất nên bạn Lâm sẽ được thưởng chiếc điện thoại thông minh.

**Ví dụ 6:** Một bạn thống kê lượng mưa các tháng trong năm 2022 tại TP.HCM biểu diễn thông qua biểu đồ đoạn thẳng sau:



Các em chú ý biểu đồ đoạn thẳng đi lên và có đầu mút cao nhất và thấp nhất.







Nhiệt độ trung bình của tháng nào cao nhất, thấp nhất?


**Hướng dẫn giải:**

Nhiệt độ trung bình của tháng cao nhất là tháng 4. Nhiệt độ trung bình của tháng thấp nhất là tháng 12.

**C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN**





**Bài 1:** Một vựa gạo thống kê số lượng gạo bán được trong tháng vừa qua của các chi nhánh được biểu diễn trong biểu đồ sau:


| Chi nhánh   | Số gạo bán được   |
|-------------|---|
| Chi nhánh 1 |   |
| Chi nhánh 2 |    |
| Chi Nhánh 3 |    |
| Chi Nhánh 4 |    |
| Chi Nhánh 5 |    |
| Chi nhánh 6 |  |

( = 1 tấn gạo)

Nếu vựa gạo đưa ra tiêu chuẩn những chi nhánh nào bán dưới 3 tấn gạo buộc phải đóng cửa hoặc chuyển sang kinh doanh mặt hàng khác, em hãy cho biết đó có thể là chi nhánh nào?

**Bài 2:** Để tìm hiểu về kỳ nghỉ hè của học sinh trong lớp, cô yêu cầu lớp trưởng thống kê địa điểm đi du lịch hoặc ở nhà của các bạn học sinh trong lớp bằng biểu đồ tranh sau đây:

|                       |  |
|-----------------------|--|
| Đi Đà Lạt / Nha Trang |   |
| Về quê thăm ông bà    |  |
| Ở nhà                 |   |
| Đi nước ngoài         |   |

(Mỗi  ứng với 4 học sinh)

- Có bao nhiêu học sinh nghỉ hè đi (Đà Lạt / Nha Trang)?
- Lớp 8B có tất cả bao nhiêu học sinh?
- Lập bảng thống kê biểu diễn số lượng học sinh đi đâu trong dịp hè?
- Tính tỉ số phần trăm học sinh đi nước ngoài dịp hè?

**Bài 3:** Trung tâm luyện thi A thực hiện cuộc điều tra về số năm nhân viên, giáo viên gắn bó với trung tâm trong bao lâu. Số liệu thu thập được thống kê như sau:

|                                 |             |
|---------------------------------|-------------|
| Cô Hà (giáo viên toán):         | 2015 - 2021 |
| Thầy Nam (giáo viên toán):      | 2014 - 2020 |
| Thầy Huy (giáo viên tiếng Anh): | 2015 - 2019 |
| Cô Lan (giáo viên tiểu học):    | 2017 - 2022 |
| Cô Mai (giáo viên tiếng Trung): | 2016 - 2017 |
| Thầy Hùng (giáo viên hóa):      | 2016 - 2021 |
| Chú Tiến (bảo vệ):              | 2015 - 2018 |
| Chị Hoa (kế toán):              | 2015 - 2022 |
| Chị Lam (nhân viên ghi danh):   | 2019 - 2022 |

- a) Biểu diễn thời gian số năm làm việc của mỗi người qua biểu đồ.  
 b) Số nhân viên làm việc từ 6 năm trở lên chiếm bao nhiêu phần trăm so với tổng số nhân viên đã nghỉ việc? (làm tròn đến số thập phân thứ hai). Trình bày thông tin thu thập bằng bảng biểu đồ tranh.

| TÊN NHÂN VIÊN, GIÁO VIÊN ĐÃ NGHỈ VIỆC |                          |
|---------------------------------------|--------------------------|
| Tên nhân viên, giáo viên              | Thời gian làm việc (năm) |
| Cô Hà (giáo viên toán)                | ...                      |
| Thầy Nam (giáo viên toán)             | ...                      |
| Cô Lan (giáo viên tiểu học)           | ...                      |
| ...                                   | ...                      |

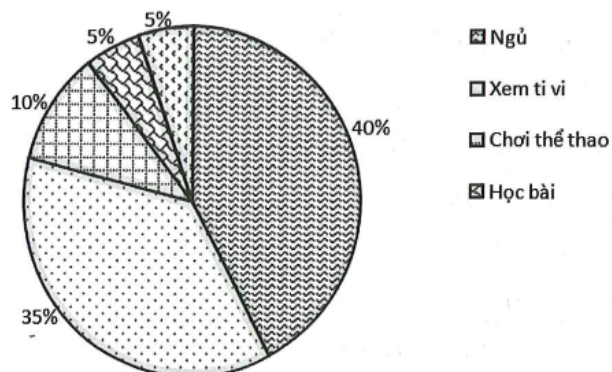
**Bài 4:** Siêu thị điện máy A muốn đánh giá chất lượng đánh giá sản phẩm của khách hàng của một cửa hàng bán đồ điện tử.

| Đánh giá | Rất tốt | Tốt | Trung bình | Không tốt |
|----------|---------|-----|------------|-----------|
| Số lượng | 6       | 32  | 10         | 2         |

- a) Với bảng trên, ta nên dùng biểu đồ quạt tròn hay cột kép để biểu diễn thông tin trên?  
 b) Hãy tính xem với đánh giá rất tốt, tốt hay trung bình chiếm bao nhiêu %.

**Bài 5:** Khảo sát về thời gian rảnh rỗi ngoài giờ học thì học sinh làm gì. Cô giáo cho biểu đồ hình quạt tròn biểu diễn thống kê “Bạn làm gì trong thời gian rảnh rỗi” của học sinh khối 8.

**HỌC SINH LỚP 8 LÀM GÌ TRONG THỜI GIAN RÀNH RỖI?**



Em hãy cho biết trong 300 học sinh khối 8 có bao nhiêu bạn thích học bài hoặc ngủ trong thời gian rảnh rỗi. Tính tỷ số học sinh thích ngủ so với số học sinh thích xem ti vi.

#### D. HƯỚNG DẪN GIẢI

**Bài 1:** Chi nhánh 3 bán được: 2 tấn

Chi nhánh 5 bán được: 1 tấn

Vậy chi nhánh 3 và chi nhánh 5 buộc phải đóng cửa hoặc chuyển sang kinh doanh mặt hàng khác.

**Bài 2:**

a) Số học sinh nghỉ hè đi Đà Lạt / Nha Trang là:  $4.3 = 12$  (học sinh)

b) Số học sinh lớp 8B có tất cả:  $10.4 = 40$  (học sinh)

c) Ta có bảng thống kê sau:

| Địa điểm          | Đi Đà Lạt/Nha Trang | Về quê thăm ông bà | Ở nhà | Đi nước ngoài |
|-------------------|---------------------|--------------------|-------|---------------|
| Số lượng học sinh | 12                  | 16                 | 8     | 4             |

d) Tỷ lệ phần trăm học sinh đi nước ngoài dịp hè là:  $\frac{4}{40} \cdot 100\% = 10\%$

**Bài 3:**

a) Biểu diễn thời gian số năm làm việc của mỗi người qua biểu đồ:

| TÊN NHÂN VIÊN, GIÁO VIÊN ĐÃ NGHỈ VIỆC |                          |
|---------------------------------------|--------------------------|
| Tên nhân viên, giáo viên              | Thời gian làm việc (năm) |
| Cô Hà (giáo viên toán)                | 6                        |
| Thầy Nam (giáo viên toán)             | 6                        |
| Thầy Huy (giáo viên tiếng anh)        | 4                        |
| Cô Lan (giáo viên tiểu học)           | 5                        |
| Cô Mai (giáo viên tiếng trung)        | 1                        |
| Thầy Hùng (giáo viên hóa)             | 5                        |
| Chú Tiến (bảo vệ)                     | 3                        |
| Chị Hoa (kế toán)                     | 7                        |
| Chị Lam (nhân viên ghi danh)          | 3                        |

b) Số nhân viên làm việc từ 6 năm trở lên chiếm bao nhiêu phần trăm so với tổng số nhân viên đã nghỉ việc?

Tổng số nhân viên đã nghỉ việc là 9.

Có 3 nhân viên làm việc trên 6 năm (Cô Hà, Thầy Nam, Chị Hoa).

Vậy tỷ lệ phần trăm nhân viên làm việc từ 6 năm trở lên là:  $(3 : 9) \cdot 100\% \approx 33,33\%$ .

**Bài 4:** Với bảng trên, ta nên dùng biểu đồ hình quạt tròn để thể hiện thông tin.

Ta có tổng số lượng đánh giá là  $6 + 32 + 10 + 2 = 50$

Đánh giá rất tốt chiếm tỷ lệ:  $\frac{6}{50} \cdot 100\% = 12\%$

Đánh giá tốt chiếm tỷ lệ:  $\frac{32}{500} \cdot 100\% = 64\%$

Đánh giá trung bình chiếm tỷ lệ:  $\frac{10}{50} \cdot 100\% = 20\%$ .

**Bài 5:**

a) Số học sinh thích học bài là:  $300 \cdot 5\% = 15$  (học sinh)

b) Số học sinh thích ngủ là:  $300 \cdot 40\% = 120$  (học sinh)

c) Tỷ số học sinh thích ngủ so với số học sinh thích xem ti vi là:  $40\% : 35\% = \frac{8}{7}$ .

### Bài 3 - XÁC SUẤT BIẾN CỐ NGẪU NHIÊN TRONG CÁC TRÒ CHƠI

#### A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

##### \* Xác suất của biến cố trong trò chơi tung đồng xu

- Xác suất của biến cố “Mặt xuất hiện của đồng xu là mặt ngửa” bằng  $\frac{1}{2}$ .

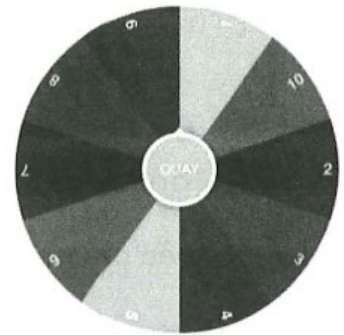


- Xác suất của biến cố “Mặt xuất hiện của đồng xu là mặt sấp” bằng  $\frac{1}{2}$ .

##### \* Xác suất của biến cố trong trò chơi vòng quay số.

- Trong trò chơi vòng quay số bên có 10 khả năng xảy ra, nếu  $n$  là số

kết quả thuận lợi cho một biến cố, thì xác suất của biến cố đó bằng  $\frac{n}{10}$ .



Xác suất của biến cố trong trò chơi chọn ngẫu nhiên một đối tượng từ một nhóm đối tượng:

- Trong trò chơi chọn ngẫu nhiên một đối tượng từ một nhóm đối tượng, xác suất của một biến cố bằng tỉ số của số kết quả thuận lợi cho biến cố và số các kết quả có thể xảy ra đối tượng được chọn ra.

#### B. BÀI TẬP MINH HỌA

**Ví dụ 1:** Gieo ngẫu nhiên xúc xắc một lần. Tính xác suất của các biến cố sau:

- “Mặt xuất hiện của xúc xắc có số chấm là số chẵn”.
- “Mặt xuất hiện của xúc xắc có số chấm là số chia hết cho 3”.

##### Hướng dẫn giải:

- Có ba kết quả cho biến cố “Mặt xuất hiện của xúc xắc có số chấm là số chẵn”: mặt 2 chấm, mặt 4 chấm, mặt 6 chấm.

Xác suất của biến cố đó là:  $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ .

- Có hai kết quả cho biến cố “Mặt xuất hiện của xúc xắc có số chấm là số chia hết cho 3”: mặt 3 chấm, mặt 6 chấm.

Xác suất của biến cố đó là:  $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ .

**Ví dụ 2:** Giáo viên đưa ra một cái hộp có 20 thẻ cùng loại, mỗi thẻ được ghi một trong các số từ 1 đến 20, và hai thẻ khác nhau thì ghi số khác nhau.

Yêu cầu học sinh rút ngẫu nhiên một thẻ trong hộp. Tính xác suất của mỗi biến cố sau:

- “Số xuất hiện trên thẻ được rút ra là số chia hết cho 3”.
- “Số xuất hiện trên thẻ được rút ra là số nguyên tố”.
- “Số xuất hiện trên thẻ được rút ra là số có hai chữ số với tích các chữ số bằng 4”.

**Hướng dẫn giải:**

a) Có 6 kết quả thuận lợi cho biến cố “Số xuất hiện trên thẻ được rút ra là số chia hết cho 3”: 3, 6, 9, 12, 15, 18.

Xác suất của biến cố đó là:  $\frac{6}{20} = \frac{3}{10}$ .

b) Có 8 số nguyên tố trong khoảng từ 1 đến 20: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19.

Nên xác suất xuất hiện trên thẻ được rút ra là số nguyên tố đó là  $\frac{8}{20}$ .

c) Có 1 kết quả thuận lợi cho biến cố “Số xuất hiện trên thẻ được rút ra là số có hai chữ số với tích các chữ số bằng 4” đó là số 14.

Vì thế xác suất của biến cố đó là  $\frac{1}{20}$ .

**Ví dụ 3:** Lớp 8A, giáo viên cho học sinh tham gia chơi trò quay tầm bìa như hình sau và xem mũi tên chỉ vào ô nào khi tằm bìa dừng lại. Hãy tính xác suất quay trúng ô “con Nai”.

**Hướng dẫn giải:**

Có 10 kết quả xảy ra khi quay tằm bìa.

Số lần xuất hiện quay trúng ô “con Nai” là 2 lần.

Vậy xác suất quay trúng ô “con Nai” là:  $\frac{2}{10} = \frac{1}{5}$ .



**Ví dụ 4:** Giáo viên cho một hộp chứa các hình {hình vuông, hình chữ nhật, tam giác cân, hình thang cân, hình tròn}. Chọn ngẫu nhiên một hình trong hộp trên. Tính xác suất để “Hình được chọn có đúng một trục đối xứng”.

**Hướng dẫn giải:**

Trong hộp có tổng: 5 hình {hình vuông, hình chữ nhật, tam giác cân, hình thang cân, hình tròn}.

Các hình có đúng một trục đối xứng là: tam giác cân, hình thang cân.

Xác suất để hình được chọn có đúng một trục đối xứng là:  $\frac{2}{5}$ .

**Ví dụ 5:** Chị Thủy đang tìm kiếm mua một căn nhà, khu vực chị muốn mua tại Quận 6, Quận 11, Quận 5 - Thành phố Hồ Chí Minh. Mỗi giới nhà đất giới thiệu cho chị 7 căn nhà tại Quận 6, 4 căn nhà tại Quận 5, và 3 căn nhà tại Quận 11. Biết rằng, chị Thủy sẽ chọn một căn nhà trong đó để mua.

- Tính xác suất mà nhà chị Thủy mua sẽ ở Quận 6 - Thành phố Hồ Chí Minh.
- Tính xác suất chị Thủy không mua nhà ở Quận 5 - Thành phố Hồ Chí Minh.

#### Hướng dẫn giải:

a) Tổng cộng có 14 căn nhà.

Có 7 căn nhà tại Quận 6.

Vậy xác suất để “nhà chị Thủy mua sẽ ở Quận 6” là:  $\frac{7}{14} = \frac{1}{2}$ .

b) Không mua nhà ở Quận 5, nghĩa là nhà chị mua sẽ ở Quận 6 hoặc Quận 11. Có 10 căn tại Quận 6 và Quận 11.

Vậy xác suất “chị Thủy không mua nhà ở Quận 5” là:  $\frac{10}{14} = \frac{5}{7}$ .

### C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

**Bài 1:** Trung tâm ngoại ngữ A tháng 8 năm 2023 tổng cộng có 60 học viên tham gia học. Trong đó có 25 học viên học tiếng Trung; 25 học viên học tiếng Nhật; 7 học viên học tiếng Hàn; 3 học viên học cả tiếng Trung và tiếng Hàn. Chọn ngẫu nhiên một học viên từ trung tâm đó. Tính xác suất của các biến cố sau:

- “Học viên học tiếng Trung”.
- “Học viên học cả tiếng Trung và tiếng Hàn”.

**Bài 2:** Một doanh nghiệp để kích cầu người tiêu dùng trong tháng 9 năm 2023 đã dùng chương trình marketing như sau: Mỗi khách hàng đều được bốc thăm may mắn, trong một hộp có chứa 90 lá thăm khác nhau. Trên mỗi lá thăm ghi các số từ 1 đến 90. Nếu khách hàng nào bốc trúng lá thăm chứa chữ số 9 thì sẽ được nhận quà. Và giải đặc biệt sẽ dành cho khách hàng bốc trúng số 99.

- Em hãy giúp doanh nghiệp tính xác suất mà khách hàng nhận được quà.
- Tính xác suất khách hàng dành giải đặc biệt.

**Bài 3:** Ba tặng cho Tiến một hộp quà trong đó có 30 viên bi nhiều màu sắc được đánh số từ 1 đến 30. Khi Tiến xem thấy rằng số viên bi từ 1 đến 10 được tô màu đỏ và các viên bi còn lại được tô màu xanh; các viên bi có kích cỡ và khối lượng như nhau. Tiến rủ các bạn chơi trò ngẫu nhiên, nhắm mắt lấy bất kỳ một viên bi trong hộp. Tính xác suất của các biến cố sau:

- “Viên bi được lấy ra được tô màu đỏ”.
- “Viên bi được lấy ra ghi số chẵn có một chữ số”.

c) “Viên bi được lấy ra màu xanh và ghi số chia hết cho 5”.

**Bài 4:** Trong tiết toán, thầy yêu cầu viết ngẫu nhiên một số tự nhiên nhỏ hơn 99. Tính xác suất của mỗi biến cố sau:

- “Số tự nhiên được viết ra là số lẻ có một chữ số”.

- “Số tự nhiên được viết ra là bội của 10”.

- “Số tự nhiên được viết ra là số chia hết cho 5 và có hai chữ số”.

**Bài 5:** Giáo viên thực hiện một cuộc điều tra bằng hình thức ghi lựa chọn vào giấy và nộp lại đối với 200 học sinh lớp 8 về vấn đề có nên có tình yêu sớm tuổi học trò. Trong 200 bạn tham gia, có 180 bạn đồng ý với việc không nên có tình yêu sớm ở độ tuổi học trò.

Em hãy tính xác suất “lựa chọn ngẫu nhiên một bạn học sinh ủng hộ việc không nên có tình yêu sớm tuổi học trò”.

**Bài 6:** Một trung tâm luyện thi nhận thấy rằng, tỷ lệ học sinh bị cận thị phải đeo kính ở trung tâm mình chiếm khoảng 35%. Nếu gặp ngẫu nhiên một học sinh tại trung tâm, tính xác suất học sinh đó không bị cận thị.

#### D. HƯỚNG DẪN GIẢI

##### Bài 1:

a) Có 25 học viên học tiếng Trung.

Tổng số học viên là 60.

Xác suất của biến cố “Học viên học tiếng Trung” là:  $\frac{25}{60} = \frac{5}{12}$ .

b) Số học viên học cả tiếng Trung và tiếng Hàn là  $(25 + 7 + 3) - 3 = 32$

Xác suất của biến cố “Học viên học cả tiếng Trung và tiếng Hàn” là:  $\frac{32}{60} = \frac{8}{15}$ .

##### Bài 2:

a) Có tổng cộng 90 lá thăm.

Có 10 khả năng bốc trúng lá thăm có chứa chữ số 9: 9, 19, 29, 39, 49, 59, 69, 79, 89, 90.

Vậy xác suất để khách hàng nhận được quà là:  $\frac{10}{90} = \frac{1}{9}$ .

b) Chỉ có 1 khả năng khách bốc trúng số 99.

Vậy xác suất khách dành giải đặc biệt là:  $\frac{1}{90}$ .

##### Bài 3:

a) Có 10 kết quả thuận lợi cho biến cố “viên bi được lấy ra là màu đỏ” đó là 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10.

Vậy xác suất lấy được bi đỏ là:  $\frac{10}{30} = \frac{1}{3}$ .

b) Có 4 kết quả thuận lợi cho biến cố “Viên bi được lấy ra ghi số chẵn có một chữ số” đó là 2, 4, 6, 8.

Vậy xác suất Viên bi được lấy ra ghi số chẵn có một chữ số là:  $\frac{4}{30} = \frac{2}{15}$ .

c) Có 3 kết quả thuận lợi cho biến cố “Viên bi được lấy ra màu xanh và ghi số chia hết cho 5: đó là 15, 20, 25.

Vậy xác suất viên bi được lấy ra màu xanh và ghi số chia hết cho 5 là  $\frac{4}{30} = \frac{2}{15}$ .

#### **Bài 4:**

- Có 5 kết quả thuận lợi cho biến cố “Số tự nhiên được viết ra là số lẻ có một chữ số” đó là: 1, 3, 5, 7, 9.

Vậy xác suất của biến cố đó là:  $\frac{5}{100} = \frac{1}{20}$ .

- Có 9 kết quả thuận lợi cho biến cố “Số tự nhiên được viết ra là bội của 10” đó là: 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90.

Vậy xác suất của biến cố đó là:  $\frac{9}{100}$ .

- Có 18 kết quả thuận lợi cho biến cố “Số tự nhiên được viết ra là số chia hết cho 5 và có hai chữ số” đó là: 10, 15, 20, 25, 30, ..., 90, 95.

Vì thế xác suất của biến cố đó là:  $\frac{18}{100} = \frac{9}{50}$ .

#### **Bài 5:**

Gọi  $A$  là biến cố người lựa chọn ngẫu nhiên ủng hộ việc không nên có tình yêu sớm tuổi học trò.

Có tổng cộng 200 học sinh được điều tra.

Có 180 bạn đồng ý với việc không nên có tình yêu sớm ở độ tuổi học trò.

Vậy xác suất của biến cố đó là:  $P(A) = \frac{180}{200} = 0,9$ .

#### **Bài 6:**

Gọi  $A$  là biến cố học sinh được lựa chọn ngẫu nhiên không bị cận:

Học sinh không bị cận chiếm:  $100\% - 35\% = 65\%$ .

Xác suất của biến cố học sinh ấy không bị cận là:  $65\% = \frac{65}{100} = 0,65$ .



## Bài 4 - XÁC SUẤT THỰC NGHIỆM TRONG CÁC TRÒ CHƠI

### A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

- Thực hiện lặp đi lặp lại một hoạt động nào đó  $n$  lần.
- Gọi  $n(A)$  là số lần sự kiện  $A$  xảy ra trong  $n$  lần đó. Tỉ số bằng số lần sự kiện  $A$  xảy ra: tổng số lần thực hiện hoạt động được gọi là xác suất thực nghiệm của sự kiện  $A$ .

Xác suất thực nghiệm xuất hiện mặt  $N$  khi tung đồng xu nhiều lần bằng:

$$\frac{\text{Số lần mặt } N \text{ xuất hiện}}{\text{Tổng số lần tung đồng xu}}$$

Xác suất thực nghiệm xuất hiện mặt  $S$  khi tung đồng xu nhiều lần bằng:

$$\frac{\text{Số lần mặt } S \text{ xuất hiện}}{\text{Tổng số lần tung đồng xu}}$$

Xác suất thực nghiệm xuất hiện màu  $A$  khi lấy bóng nhiều lần bằng:

$$\frac{\text{Số lần màu } A \text{ xuất hiện}}{\text{Tổng số lần lấy bóng}}$$

Tỉ số:  $\frac{\text{Số lần mũi tên chỉ vào ô màu vàng}}{\text{Số lần quay}}$  được gọi là xác suất thực nghiệm của sự kiện mũi tên

chỉ vào ô màu vàng.

⇒ Thực hiện lặp đi lặp lại một hoạt động nào đó  $n$  lần. Gọi  $n(A)$  là số lần sự kiện  $A$  xảy ra trong  $n$  lần đó. Tỉ số

$$P(A) = \frac{n(A)}{n} = \frac{\text{Số lần sự kiện } A \text{ xảy ra}}{\text{Tổng số lần thực hiện hoạt động}}$$

Được gọi là xác suất thực nghiệm của sự kiện  $A$  sau  $n$  hoạt động vừa thực hiện.

+ Xác suất thực nghiệm của một biến cố trong trò chơi chọn ngẫu nhiên một đối tượng từ một nhóm đối tượng.

+ Xác suất thực nghiệm của biến cố “Đối tượng  $A$  được chọn ra” khi chọn đối tượng nhiều lần bằng:

$$\frac{\text{Số lần đối tượng } A \text{ được chọn ra}}{\text{Tổng số lần chọn đối tượng}}$$

### B. BÀI TẬP MINH HỌA

**Bài 1:** Gieo một con xúc xắc 30 lần liên tiếp, có 15 lần xuất hiện mặt 3 chấm. Tính xác suất thực nghiệm của biến cố “Mặt xuất hiện của xúc xắc là mặt 3 chấm”.

**Hướng dẫn giải:**

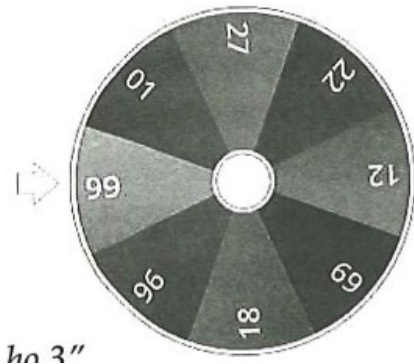
Có 15 lần xuất hiện mặt 3 chấm.



Tổng số lần thực hiện thí nghiệm: 30 lần.

Xác suất thực nghiệm của biến cố “Mặt xuất hiện của xúc xắc là mặt 3 chấm” là:  $\frac{15}{30} = \frac{1}{2}$ .

**Bài 2:** Một đĩa tròn bằng bìa cứng được chia làm tám phần bằng nhau và ghi các số 1; 12; 18; 22; 27; 69; 96; 99. Chiếc kim được gắn cố định vào trục quay ở tâm của đĩa. Quay đĩa tròn một lần. Tính xác suất của các biến cố sau:



- “Mũi tên chỉ vào hình quạt ghi số là số chia hết cho 3”.
- “Mũi tên chỉ vào hình quạt ghi số là bội của 22”.
- “Mũi tên chỉ vào hình quạt ghi số là số chia hết cho 5 dư 2”.

**Hướng dẫn giải:**

a) Có 6 kết quả thuận lợi cho biến cố “Mũi tên chỉ vào hình quạt ghi số là số chia hết cho 3” đó là 12; 18; 27; 69; 96; 99.

Vì thế, xác suất của biến cố đó là:  $\frac{6}{8} = \frac{3}{4}$ .

b) Có 1 kết quả thuận lợi cho biến cố “Mũi tên chỉ vào hình quạt ghi số là bội của 22” đó là 22.

Vì thế, xác suất của biến cố đó là:  $\frac{1}{8}$ .

c) Có 3 kết quả thuận lợi cho biến cố “Mũi tên chỉ vào hình quạt ghi số là số chia hết cho 5 dư 2” đó là 12; 22; 27.

Vì thế, xác suất của biến cố đó là:  $\frac{3}{8}$ .

**Bài 3:** Đầu năm học, cô giáo muốn bầu một bạn làm lớp trưởng. Biết trong lớp có 25 bạn nam và 15 bạn nữ. Hỏi xác suất để bạn nữ làm lớp trưởng là bao nhiêu?

**Hướng dẫn giải:**

Lớp có tổng cộng 40 học sinh, trong đó có 15 bạn nữ.

Vậy xác suất để bạn nữ làm lớp trưởng là:  $15 : 40 = \frac{3}{8} = 0,375$ .

**Bài 4:** Chuẩn bị cho Tết Trung thu năm 2023, một nhóm thiện nguyện đã chuẩn bị trao 200 phần quà cho trẻ em mồ côi, bệnh tật. Với mong muốn mang thêm đến cho các em tình yêu thương, động viên, khích lệ tinh thần để vượt qua bệnh tật. Trong đó có 50 phần quà là bánh, 50 phần quà là kẹo, 70 phần quà là thập cẩm, 30 phần quà là sữa. Nếu một bạn lấy bất kỳ một phần quà thì:

Tính xác suất của các biến cố sau:

- E: “Lấy được phần quà thập cẩm”.
- F: “Lấy được phần quà sữa”.

c) G: “Lấy được bánh hoặc sữa”.

### Hướng dẫn giải:

a) E: “Lấy được phần quà thập cẩm”.

Tổng cộng 200 phần quà.

Có 70 phần quà thập cẩm, vậy có 70 kết quả thuận lợi cho biến cố E.

Do đó xác suất của biến cố E là:  $P(E) = \frac{70}{200} = \frac{7}{20}$ .

b) F: “Lấy được phần quà sữa”

Tổng cộng 200 phần quà.

Có 30 phần quà sữa, vậy có 30 kết quả thuận lợi cho biến cố F.

Do đó xác suất của biến cố F là:  $P(F) = \frac{30}{200} = \frac{3}{200}$ .

c) G: “Lấy được bánh hoặc sữa”

Tổng cộng 200 phần quà.

Có 50 phần quà bánh và 30 phần quà sữa, vậy có 80 kết quả thuận lợi cho biến cố G.

Do đó xác suất của biến cố G là:  $P(G) = \frac{80}{200} = \frac{2}{5}$ .

### C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

**Bài 1:** Thành phố Hồ Chí Minh một năm thường có 2 mùa (mùa mưa và mùa khô). Mùa mưa tại Sài Gòn bắt đầu từ tháng 5 đến tháng 11 hàng năm. Mùa khô tại Sài Gòn thường bắt đầu từ tháng 12 đến tháng 4 năm sau.

Tính xác suất thực nghiệm của biến cố “*Những tháng không mưa tại Hồ Chí Minh*”.

**Bài 2:** Trong giờ thực hành môn toán, giáo viên cho nhóm học sinh gieo con xúc xắc có 6 mặt 50 lần, kết quả thu được ghi ở bảng sau:

| Mặt              | 1 chấm | 2 chấm | 3 chấm | 4 chấm | 5 chấm | 6 chấm |
|------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| Số lần xuất hiện | 5      | 10     | 7      | 3      | 14     | 16     |

a) Tính xác suất của thực nghiệm của biến cố “Mặt xuất hiện là mặt 5 chấm hoặc 6 chấm”.

b) Tính xác suất của thực nghiệm của biến cố “Mặt xuất hiện có số chấm là số chia hết cho 2 và 3”.

c) Tính xác suất của thực nghiệm của biến cố “Mặt xuất hiện có số chấm là số bội của 2”.

**Bài 3:** Để kiểm tra trình độ ngẫu nhiên, giáo viên chuẩn bị 1 cái hộp chứa 5 câu hỏi mức độ khác nhau: mức độ nhận biết, mức độ thông hiểu, mức độ vận dụng, mức độ vận dụng cao, mức độ sáng tạo nâng cao.

Cho 30 học sinh từng bạn bốc ngẫu nhiên một câu, ghi lại mức độ câu hỏi và bỏ lại câu hỏi vào trong hộp. Sau khi 30 học sinh từng người bốc câu hỏi xong, giáo viên thống kê lại được có 8 bạn bốc trúng câu hỏi mức độ nhận biết, 2 bạn bốc trúng câu hỏi mức độ thông hiểu, 5 bạn bốc trúng câu

hỏi mức độ vận dụng, 6 bạn bốc trúng câu hỏi mức độ vận dụng cao, 9 bạn bốc trúng câu hỏi mức độ sáng tạo nâng cao.

Em hãy tính xác suất thực nghiệm của mỗi biến cố sau:

- “Học sinh bốc được câu hỏi thông hiểu”.
- “Học sinh bốc được câu hỏi nhận biết hoặc vận dụng”.
- “Học sinh bốc được mức độ sáng tạo nâng cao”.
- “Học sinh không bốc được mức độ sáng tạo nâng cao”.

**Bài 4:** Thầy giáo có 5 thẻ ghi riêng từng loại từ trong Tiếng Anh đã học: danh từ (D), động từ (Đ), tính từ (T), trạng từ (Tr), giới từ (G) và xác định xem thẻ đó có từ thuộc loại nào. Thầy yêu cầu học sinh lấy ngẫu nhiên 1 thẻ trong số 5 thẻ đó và thực hiện thí nghiệm này 15 lần (trả lại thẻ sau mỗi lần lấy) và thu được kết quả như sau:

| Lần thứ | 1 | 2 | 3 | 4  | 5 | 6  | 7  | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|---------|---|---|---|----|---|----|----|---|---|----|----|----|
| Thẻ     | D | D | G | Tr | T | Tr | Tr | Đ | G | Tr | G  | Đ  |

- Tính xác suất thực nghiệm của biến cố “thẻ được lấy ra là trạng từ”.
- Tính xác suất thực nghiệm của biến cố “thẻ được lấy ra là danh từ”.
- Tính xác suất thực nghiệm của biến cố “thẻ được lấy ra là tính từ”.

## D. HƯỚNG DẪN GIẢI

### Bài 1:

Số tháng không mưa là: 5 tháng; Tổng số tháng trong năm: 12 tháng.

Xác suất thực nghiệm của biến cố “*Những tháng không mưa tại Hồ Chí Minh*” là:  $\frac{5}{12}$ .

### Bài 2:

- Tính xác suất thực nghiệm của biến cố “Mặt xuất hiện là mặt 5 chấm hoặc 6 chấm”.

Gieo tổng cộng 50 lần.

Có 14 lần xuất hiện mặt 5 chấm và 16 lần xuất hiện mặt 6 chấm, vậy có 30 kết quả thuận lợi cho biến cố “Mặt xuất hiện là mặt 5 chấm hoặc 6 chấm”.

Do đó xác suất của biến cố đó là:  $\frac{30}{50} = \frac{3}{5}$ .

- Tính xác suất thực nghiệm của biến cố “Mặt xuất hiện có số chấm là số chia hết cho 2 và 3”.

Số mặt xuất hiện chia hết cho cả 2 và 3 là mặt 6 chấm: 16 lần.

Do đó xác suất của biến cố đó là:  $\frac{16}{50} = \frac{8}{25}$ .

- Tính xác suất thực nghiệm của biến cố “Mặt xuất hiện có số chấm là số bội của 2”.

Mặt xuất hiện có số chấm là số bội của 2: các mặt xuất hiện 2 chấm, 4 chấm, 6 chấm.

$10 + 3 + 16 = 29$  (lần).

Do đó xác suất của biến cố đó là:  $\frac{29}{50}$ .

### Bài 3:

a) Xác suất thực nghiệm để học sinh bốc được câu hỏi mức độ thông hiểu:

Số lần xuất hiện bốc câu hỏi mức độ thông hiểu chia cho tổng số học sinh bốc câu hỏi.

Có tổng 30 học sinh tham gia bốc câu hỏi.

Có 2 bạn bốc trúng câu hỏi mức độ thông hiểu.

Vậy xác suất của biến cố đó là:  $\frac{2}{30} = \frac{1}{15}$ .

b) Xác suất thực nghiệm để học sinh bốc được câu hỏi mức độ nhận biết hoặc vận dụng:

Có tổng 30 học sinh tham gia bốc câu hỏi.

Có 8 bạn bốc trúng câu hỏi mức độ nhận biết và 5 bạn bốc trúng câu hỏi mức độ vận dụng.

Vậy xác suất của biến cố đó là:  $\frac{8+5}{30} = \frac{13}{30}$ .

c) Xác suất thực nghiệm để học sinh bốc được câu hỏi mức độ sáng tạo nâng cao:

Có tổng 30 học sinh tham gia bốc câu hỏi.

Có 9 bạn bốc trúng câu hỏi mức độ sáng tạo nâng cao.

Vậy xác suất của biến cố đó là:  $\frac{9}{30} = \frac{3}{10}$ .

d) Xác suất thực nghiệm để học sinh không bốc được mức độ sáng tạo nâng cao:

Không bốc trúng câu mức độ sáng tạo nâng cao, có nghĩa là học sinh sẽ bốc trúng câu thuộc bốn mức độ còn lại:

Có tổng 30 học sinh tham gia bốc câu hỏi.

Có 8 bạn bốc trúng câu hỏi mức độ nhận biết, 2 bạn bốc trúng câu mức độ thông hiểu, 5 bạn bốc trúng câu mức độ vận dụng, 6 bạn bốc trúng câu mức độ vận dụng cao.

Vậy xác suất của biến cố đó là:  $\frac{8+2+5+6}{30} = \frac{21}{30}$ .

### Bài 4:

a) Tính xác suất thực nghiệm của biến cố “thẻ được lấy ra là trạng từ”.

Gọi  $A$  là biến cố “thẻ được lấy ra là trạng từ”.

Xác suất thực nghiệm của biến cố sau 15 lần lấy thẻ là:  $P(A) = \frac{4}{15}$ .

b) Tính xác suất thực nghiệm của biến cố “thẻ được lấy ra là danh từ”.

Gọi  $B$  là biến cố “thẻ được lấy ra là danh từ”.

Xác suất thực nghiệm của biến cố sau 15 lần lấy thẻ là:  $P(B) = \frac{2}{15}$ .

c) Tính xác suất thực nghiệm của biến cố “thẻ được lấy ra là tính từ”.

Gọi  $C$  là biến cố “thẻ được lấy ra là tính từ”.

Xác suất thực nghiệm của biến cố sau 15 lần lấy thẻ là:  $P(C) = \frac{1}{15}$ .

## BÀI TOÁN PHẦN TRĂM

### A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

Tỉ lệ phần trăm của số  $a$  so với  $b$  là:  $\frac{a}{b} \cdot 100\%$ .

### B. CÁC DẠNG TOÁN

**Dạng 1:**

#### TÍNH PHẦN TRĂM

**Ví dụ 1:** Lớp 8A có 24 học sinh nữ và 16 học sinh nam vào đầu học kỳ I. Sang học kỳ II, 4 học sinh nữ chuyển qua lớp khác và 4 bạn nam từ lớp khác chuyển vào lớp 8A. Tính phần trăm số học sinh nữ trong lớp trong 2 học kỳ.

**Hướng dẫn giải:**

Phần trăm số học sinh nữ ở học kỳ I:  $\frac{24}{24+16} \cdot 100 = 60\%$ .

Học kỳ II, lớp 8A có  $24 - 4 = 20$  học sinh nữ và  $16 + 4 = 20$  học sinh nam.

Phần trăm số học sinh nữ ở học kỳ II:  $\frac{20}{20+20} \cdot 100 = 50\%$ .

**Ví dụ 2:** Thống kê tiền điện phải trả của gia đình bạn Minh trong tháng 7 và tháng 8 như sau: Tháng 7 tiêu thụ 506 kWh nên phải thanh toán số tiền 1.356.000 đồng; tháng 8 do nhu cầu tăng cao nên lượng điện tiêu thụ là 718 kWh và trả số tiền 2.046.000 đồng. Lượng điện và số tiền điện trong tháng 8 đã tăng bao nhiêu phần trăm so với tháng trước? (*Làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất*)

**Hướng dẫn giải:**

Mức tăng lượng điện tiêu thụ trong tháng 8 so với tháng 7:

$$\frac{718 - 506}{506} \cdot 100 = 41,9\%$$

Phần trăm số tiền điện tăng thêm trong tháng 8 so với tháng trước:

$$\frac{2\,046\,000 - 1\,356\,000}{1\,356\,000} \cdot 100 = 50,9\%$$

**Dạng 2:**

#### BÀI TOÁN TĂNG/ GIẢM PHẦN TRĂM

**Ví dụ 3:** Giá niêm yết của một xe đạp thể thao là 2.450.000 đồng. Để tăng doanh số bán hàng quý 3, cửa hàng có chương trình khuyến mãi giảm 5% trên giá niêm yết. Đồng thời, vào đầu năm học cửa hàng giảm thêm 6% trên giá khuyến mãi. Tính phần trăm số tiền được giảm so với giá niêm yết ban đầu khi mua dịp đầu năm học.

**Hướng dẫn giải:**

Số tiền phải trả khi mua 1 xe đạp thể thao dịp đầu năm học:

$$2\,450\,000 \times 95\% \times 94\% = 2.187.850 \text{ (đồng)}$$

Số tiền được giảm:  $2.450.000 - 2.187.850 = 262.150$  (đồng)

Phần trăm số tiền được giảm so với giá niêm yết ban đầu:

$$\frac{262\,150}{2\,450\,000} \cdot 100 = 10,7\%$$

**Ví dụ 4:** Một chiếc máy tính cầm tay và một cây bút chì có giá niêm yết lần lượt 880.000 đồng và 12.000 đồng. Vào đầu năm học, cửa hàng văn phòng phẩm giảm 8% cho tất cả các mặt hàng. Tính số tiền phải trả khi mua 1 máy tính bỏ túi và 1 hộp 20 bút chì.

**Hướng dẫn giải:**

Số tiền phải trả là:  $(880\,000 + 12\,000 \times 20) \times 92\% = 1\,030\,400$  đồng.

**Ví dụ 5:** Một siêu thị điện máy bán máy lạnh với giá 9,5 triệu đồng. Để tăng doanh số bán hàng, cửa hàng tung ra khuyến mãi giảm 10% so với giá niêm yết cho tất cả các khách hàng. Đặc biệt, giảm thêm 2% trên giá đã khuyến mãi cho khách hàng có thẻ VIP. Tính số tiền mà khách hàng có thẻ VIP được giảm khi mua 1 máy lạnh.

**Hướng dẫn giải:**

Số tiền khách hàng có thẻ VIP phải trả khi mua 1 máy lạnh:

$$9,5(1 - 10\%)(1 - 2\%) = 8,379 \text{ triệu đồng.}$$

Vậy số tiền được giảm là:  $9,5 - 8,379 = 1,121$  triệu đồng.

**Ví dụ 6:** Một bộ trang điểm có giá bán là 350 nghìn đồng trên sàn Shopee. Cửa hàng giảm giá 8% trên giá niêm yết cho mỗi bộ trang điểm và giảm thêm một số phần trăm trên giá đã có khuyến mãi nếu khách hàng thanh toán online. Biết số tiền khách hàng phải trả để mua bộ trang điểm trên khi thanh toán online là 309,12 nghìn đồng. Hỏi phần trăm giảm giá khi thanh toán online là bao nhiêu?

**Hướng dẫn giải:**

Giá tiền 1 bộ trang điểm sau khi giảm 8% là:  $350(1 - 8\%) = 322$  nghìn đồng

Phần trăm giảm giá khi thanh toán online là:  $\frac{322 - 309,12}{322} \cdot 100 = 4\%$ .

**Dạng 3:**

### GIẢI BÀI TOÁN PHẦN TRĂM BẰNG PHƯƠNG TRÌNH

**Ví dụ 7:** Cửa hàng đồng giá 80 nghìn đồng một món có chương trình giảm giá 15% cho một món hàng và nếu khách hàng mua 4 món trở lên thì từ món thứ 4 trở đi khách hàng chỉ trả 75% giá đang bán.

a) Tính số tiền 1 khách hàng phải trả khi mua 8 món hàng.

b) Nếu có khách hàng đã trả 924 nghìn đồng thì khách hàng này đã mua bao nhiêu món hàng.

**Hướng dẫn giải:**

a) Giá 1 món hàng khi giảm 15% là:  $80(1-15\%) = 68$  nghìn đồng.

Giá một món hàng tính từ cái thứ 4 trở đi là:  $80.75\% = 60$  nghìn đồng.

Khi mua 8 món, số tiền phải trả:  $3.68 + 5.60 = 504$  nghìn đồng.

b) Số tiền phải trả cho 3 món hàng đầu:  $3.68 = 204$  nghìn đồng.

Số tiền trả 924 nghìn đồng nhiều hơn tổng 3 món hàng đầu tiên nên số món hàng đã mua nhiều hơn 3 món.

Đặt  $x$  là số món hàng đã mua ( $x \in \mathbb{N}^*$ ).

Ta có số tiền mua hàng:  $204 + 60(x-3) = 924 \Rightarrow x = 15$ .

Vậy khách hàng đã mua 15 món hàng.

**Ví dụ 8:** Một vé xem phim có giá 75 nghìn đồng. Khi có đợt giảm giá, mỗi ngày số lượng người xem tăng lên 25%, do đó doanh thu cũng tăng 20% so với trước. Hỏi giá vé khi được giảm là bao nhiêu?

#### Hướng dẫn giải:

Gọi  $x$  là số vé bán ra trước khi khuyến mãi ( $x \in \mathbb{N}^*$ ). Sau khi có khuyến mãi, số vé bán ra là:

$$x(1+25\%) = 1,25x.$$

Doanh thu trước khuyến mãi:  $75x$

Gọi  $y$  là giá vé khi có khuyến mãi ( $y > 0$ ) (đơn vị nghìn đồng).

Doanh thu khi có khuyến mãi là:  $1,25x.y = 1,2.75x \Rightarrow y = 72$ .

Vậy giá bán vé khi có khuyến mãi là 72 nghìn đồng.

#### Dạng 4:

### BÀI TOÁN GIẢI QUYẾT PHƯƠNG ÁN

**Ví dụ 9:** Bạn Nhi khởi nghiệp bán trà trái cây. Giá vốn cho nguyên vật liệu của 1 ly trà trái cây thành phẩm là 15 nghìn đồng. Bạn Nhi đưa ra 2 đề xuất về giá bán:

+ Phương án 1: Tăng 75% giá vốn để niêm yết trên menu, sau đó thông báo giảm giá 20% trên giá niêm yết.

+ Phương án 2: Bán ra với giá tăng 30% so với giá vốn.

Phương án nào cho bạn Nhi lợi nhuận nhiều hơn trên 1 ly trà trái cây?

#### Hướng dẫn giải:

+ Phương án 1: Giá bán của 1 ly trà trái cây là:

$$15(1+75\%)(1-20\%) = 21 \text{ nghìn đồng.}$$

+ Phương án 2: Giá bán 1 ly trà trái cây là:

$$15(1+30\%) = 19,5 \text{ nghìn đồng.}$$

Vậy ở phương án 1, lợi nhuận thu được nhiều hơn.

**Ví dụ 10:** Siêu thị A thực hiện chương trình giảm giá cho khách hàng mua loại túi nước giặt 3,6 kg như sau: Nếu mua 1 túi thì được giảm 12 nghìn đồng so với giá niêm yết. Nếu mua 2 túi thì túi thứ nhất được giảm 12 nghìn đồng và túi thứ hai được giảm 18 nghìn đồng so với giá niêm yết. Nếu mua từ 3 túi trở lên thì ngoài 2 túi đầu được hưởng chương trình giảm giá như trên, từ túi thứ ba trở đi mỗi túi sẽ được giảm 15% so với giá niêm yết.

a) Cô Hằng mua 3 túi nước giặt loại 3,6 kg ở siêu thị A thì phải trả số tiền là bao nhiêu, biết rằng loại túi nước giặt mà cô Hằng mua có giá niêm yết là 230.000 đồng/túi.

b) Siêu thị B lại có hình thức giảm giá khác cho loại túi nước giặt nêu trên là: nếu mua từ 2 túi trở lên thì sẽ giảm giá 10% cho mỗi túi. Nếu cô Hằng mua 3 túi nước giặt thì cô nên mua ở siêu thị nào để số tiền phải trả là ít hơn? Biết rằng giá niêm yết của hai siêu thị là như nhau.

**Hướng dẫn giải:**

a) Số tiền cô Hằng phải trả để mua 3 túi nước giặt ở siêu thị A:

$$(230 - 12) + (230 - 18) + 230(1 - 15\%) = 625,5 \text{ nghìn đồng}$$

b) Số tiền để mua 3 túi nước giặt ở siêu thị B là:

$$3.230(1 - 10\%) = 621 \text{ nghìn đồng.}$$

Vậy cô Hằng nên mua ở siêu thị B để trả số tiền ít hơn.

**Dạng 5:**

**BÀI TOÁN TÍNH ĐIỆN - NƯỚC - TAXI - LÃI SUẤT**

**Ví dụ 11:** Bảng giá cước của một công ty taxi A được cho như bảng sau:

| Giá mở cửa       | Giá km tiếp theo  | Từ km thứ 26    |
|------------------|-------------------|-----------------|
| Từ 0km đến 0,6km | Từ 0,6km đến 25km | Từ 26km trở lên |
| 10.000 đ/0.6km   | 13.000 đ/km       | 11.000 đ/km     |

a) Một hành khách thuê taxi đi quãng đường 20km phải trả số tiền là bao nhiêu?

b) Biết rằng nếu khách hàng đặt xe trước 24h thì được giảm 5% trên hóa đơn. Tính số tiền phải trả khi hành khách đi taxi với quãng đường 32km và có ưu đãi như trên. (Làm tròn kết quả đến hàng nghìn)

**Hướng dẫn giải:**

a) Với quãng đường 20km thì số tiền phải trả là:

$$10\ 000 + 13\ 000(20 - 0,6) = 262,2 \text{ nghìn đồng.}$$

b) Với quãng đường 32km thì số tiền cho chuyến đi:

$$10\ 000 + 13\ 000.24,4 + 11\ 000(32 - 25) = 404,2 \text{ nghìn đồng.}$$

Số tiền phải trả khi có ưu đãi 5%:

$$404,2(1-5\%) = 384 \text{ nghìn đồng.}$$

**Ví dụ 12:** Quy định giá nước máy của tỉnh A được tính như sau: Mỗi người trong một gia đình được sử dụng 4 m<sup>3</sup> nước với giá 6.000 đồng/m<sup>3</sup>, 2 m<sup>3</sup> tiếp theo với giá 8.000 đồng/m<sup>3</sup>, các m<sup>3</sup> còn lại tính với giá 12.000 đồng/m<sup>3</sup>. Một hộ gia đình có 5 người, trong một tháng đã sử dụng hết 45 m<sup>3</sup> nước máy. Hỏi gia đình này phải trả bao nhiêu tiền? Biết rằng mỗi gia đình phải đóng thêm thuế giá trị gia tăng và phí bảo vệ môi trường là 15%.

**Hướng dẫn giải:**

Lượng nước trung bình mỗi người sử dụng là: 9 m<sup>3</sup>.

Tiền nước trung bình cho mỗi người là:  $4.6000 + 2.8000 + 3.12000 = 76000$  đồng.

Suy ra, tiền nước của hộ gia đình 5 người là:  $76000 \cdot 5 = 380000$  đồng.

Số tiền phải trả bao gồm thuế và phí:  $380000(1+15\%) = 437000$  đồng.

**Ví dụ 13:** Cách đây hai năm chị Trang có gửi 250.000.000 đồng vào ngân hàng C theo kỳ hạn 1 năm, lãi suất kép (tiền lãi được nhập vào vốn ban đầu để tính lãi tiếp). Năm nay chị Trang nhận được số tiền là 289.444.000 đồng. Hỏi lãi suất ngân hàng là bao nhiêu phần trăm, biết lãi suất không thay đổi?

**Hướng dẫn giải:**

Đặt  $x$  là lãi suất ngân hàng C cho kỳ hạn 1 năm. ( $x > 0$ )

Số tiền nhận được sau năm đầu tiên:  $250(1+x)$  triệu đồng.

Sau khi kết thúc năm thứ 2, số tiền chị Trang nhận được là:  $250(1+x)(1+x) = 250(1+x)^2$ .

Ta có:  $250(1+x)^2 = 289,444$

$$(x+1)^2 = 1,57776$$

$$x+1 = 1,076$$

$$x = 0,076$$

Vậy lãi suất ngân hàng là 7,6%/năm.

**Ví dụ 14:** Dân số của Việt Nam trong năm 2020 là 97.338.579 người. Tỷ lệ tăng dân số của Việt Nam trong năm 2021 là 0,95%. Dự kiến tỷ lệ tăng dân số của Việt Nam trong năm 2022 là 0,9%. Em hãy tính gần đúng số dân của Việt Nam trong năm 2022.

**Hướng dẫn giải:**

Dân số của Việt Nam năm 2022 dự kiến là:

$$97\,338\,579(1+0,95\%)(1+0,9\%) = 99\,147\,665 \text{ người.}$$

**C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN**

**Bài 1:** Một người đi siêu thị mua 2 món hàng. Món thứ nhất có giá niêm yết 240.000 đồng. Nhưng đúng vào đợt khuyến mãi nên món hàng thứ nhất được giảm 10%, còn món hàng thứ hai được giảm 8% nên người đó phải trả 538.000 đồng. Hỏi giá niêm yết của món hàng thứ hai là bao nhiêu?

**Bài 2:** Nhân dịp tổ chức sinh nhật, cô Minh đến cửa hàng tiện lợi mua một thùng Sting và hai thùng nước suối với giá niêm yết tổng cộng là 249 nghìn đồng. Khi tính tiền thì cô Minh mới biết giá mỗi thùng Sting giảm 6%, còn mỗi thùng nước suối lại được giảm 5% so với giá niêm yết. Nên cô Minh đã trả 235,9 nghìn đồng trên tổng hóa đơn. Tính giá niêm yết của một thùng Sting và một thùng nước suối.

**Bài 3:** Chú Hoàng mua một cái máy giặt, thấy trên bảng giá là 12.000.000 đồng và đang được khuyến mãi giảm 10% trên giá niêm yết. Ngoài ra, nếu là khách hàng VIP còn được giảm thêm một số phần trăm trên giá niêm yết tương ứng với loại thẻ.

| Loại thẻ     | Đồng | Bạc | Vàng | Bạch kim |
|--------------|------|-----|------|----------|
| Mức giảm giá | 2%   | 4%  | 5%   | 6%       |

Biết số tiền chú Hoàng đã trả cho máy giặt trên là 10.200.000 đồng. Hỏi loại thẻ mà chú Hoàng đã dùng trong trường hợp này là loại nào?

**Bài 4:** Một cửa hàng nhập về 50 bàn học mẫu mới và bán với giá tăng 40% so với giá nhập. Nhưng sau khi bán được 24 cái thì cửa hàng muốn tăng lợi nhuận nên đã tăng giá bán 20% so với giá đang bán. Sau khi bán hết toàn bộ 50 bàn học, cửa hàng thu được 34.776.000 đồng. Hỏi cửa hàng đã nhập mỗi cái bàn học với giá là bao nhiêu đồng?

**Bài 5:** Giá niêm yết của một chiếc áo in theo yêu cầu là 180.000 đồng. Nếu đặt in 15 áo trở lên thì từ cái thứ 15, mỗi áo giảm 9% so với giá niêm yết. Nếu đặt trên 25 áo thì từ cái thứ 25, mỗi áo được giảm 5% so với giá đã giảm. Lớp 9A đặt áo lớp cho các thành viên trong lớp và đã thanh toán số tiền 6.803.370 đồng. Hỏi số áo mà lớp 9A đặt là bao nhiêu?

**Bài 6:** Trong tháng 4, anh Hoàng có tổng thời gian làm việc là 180 giờ. Sau đó, do biến động của đơn hàng nên trong tháng 5 và 6, thời gian làm việc của anh lần lượt tăng rồi giảm với cùng một lượng phần trăm như nhau so với tháng liền kề trước. Biết rằng tổng thời gian làm việc trong tháng 6 ít hơn trong tháng 4 là 4,05 giờ. Hỏi thời gian làm việc tháng 5 là bao nhiêu?

**Bài 7:** Hai bạn An và Bình thực hiện khảo sát với nhóm học sinh khối 8 và 9. Sau khi hoàn tất quá trình thu thập thông tin, bạn An ghi nhận tổng cộng 120 phiếu trả lời, trong đó có 35 phiếu của học sinh lớp 9. Còn bạn Bình thấy có 40% tổng số phiếu trả lời thu thập được là của học sinh khối 9. Biết rằng tổng số phiếu trả lời của học sinh khối 9 thực hiện do cả hai bạn thống kê chiếm 35% tổng số phiếu thu về. Hỏi bạn Bình ghi nhận được bao nhiêu phiếu trả lời?

**Bài 8:** Một cửa hàng thời trang nhập về một số áo với giá vốn là 185.000 đồng/cái. Tuần thứ nhất, cửa hàng bán được một nửa số lượng áo thì lời được 38% so với giá vốn. Tuần thứ hai, cửa hàng bán 3/5 số áo còn lại với giá vốn. Tuần thứ ba, cửa hàng bán hết số áo còn lại với giá bằng 85% giá vốn.

Sau khi thống kê thì cửa hàng thu lợi nhuận từ việc bán hết số áo trên là 7.696.000 đồng. Hỏi cửa hàng đã nhập về bao nhiêu cái áo?

**Bài 9:** Cửa hàng thời trang nhập một lô hàng mũ thời trang với giá vốn 125.000 đồng/chiếc. Giai đoạn đầu, với mức lợi nhuận 25% so với giá vốn thì cửa hàng bán được  $\frac{2}{5}$  tổng số mũ nhập vào. Cửa hàng quyết định giảm 30% giá niêm yết thì bán được 80% số mũ còn lại. Để thanh lý hết số hàng còn lại, cửa hàng quyết định bán với giá bằng 50% giá vốn. Tổng kết, cửa hàng thu về 50.837.500 đồng. Tính số mũ nhập vào ban đầu.

**Bài 10:** Mức đóng bảo hiểm y tế của đối tượng quy định như sau: Người thứ nhất mỗi tháng đóng bằng 4,5% mức lương cơ sở; người thứ hai, thứ ba, thứ tư đóng lần lượt bằng 70%, 60%, 50% mức đóng của người thứ nhất; từ người thứ năm trở đi đóng bằng 40% mức đóng của người thứ nhất. Biết rằng tổng số tiền gia đình An phải trả để mua bảo hiểm y tế cho 3 người lớn trong thời hạn 1 năm (12 tháng) là 1.850.580 đồng. Hỏi mức lương cơ sở được áp dụng trong trường hợp này là bao nhiêu?

**Bài 11:** Một cửa hàng buffet thịt nướng mới khai trương tung ra đồng thời 2 chương trình khuyến mãi như sau:

+ *Khuyến mãi 1:* Mua 4 vé tính tiền 3 vé, phụ thu 25.000 đồng trên 1 khách tiền phục vụ.

+ *Khuyến mãi 2:* Giảm 12% mỗi vé so với giá niêm yết, không có phụ thu.

Biết giá niêm yết một vé buffet là 250.000 đồng. Gia đình bạn Huy có 5 người thì chọn hình thức khuyến mãi nào để trả tiền ít hơn?

**Bài 12:** Một người có 500 triệu đồng muốn gửi vào ngân hàng A có hai lựa chọn: Người gửi có thể nhận lãi suất 6,8%/năm và 2.000.000 đồng tiền thưởng nếu gửi bằng tiền Việt Nam hoặc lãi suất 1,8%/năm nếu gửi bằng đồng đô la Mỹ. Biết giá đô la ở thời điểm gửi vào và lấy ra sau cùng một năm lần lượt là 21.200 đồng/đô la và 21.800 đồng/đô la. Hỏi nếu người đó gửi có kỳ hạn một năm thì nên chọn cách gửi nào có lợi hơn (tính theo tiền đồng Việt Nam). (Làm tròn đến hàng trăm nghìn).

**Bài 13:** Lợi nhuận của một cửa hàng cafe trong 9 tháng đầu năm 2023 có kết quả như sau: Quý 2 có lợi nhuận ít hơn 12,5% so với Quý 1; lợi nhuận của Quý 3 ít hơn của Quý 1 là 16,65 triệu nhưng cao hơn trung bình 3 quý là 3,9 triệu đồng. Tính lợi nhuận của Quý 3 tăng hay giảm so với Quý 2 bao nhiêu phần trăm.

**Bài 14:** Định mức tiêu thụ nước mỗi người là  $m^3$ /người/tháng và đơn giá được tính theo bảng sau:

| Lượng nước sử dụng ( $m^3$ )        | Đơn giá (đồng/ $m^3$ ) |
|-------------------------------------|------------------------|
| Đến 4 $m^3$ /người/tháng            | 5.300                  |
| Từ 4 $m^3$ đến 6 $m^3$ /người/tháng | 10.200                 |
| Trên 6 $m^3$ /người/tháng           | 11.400                 |

Biết số tiền phải trả trong hóa đơn, bao gồm: 10% phí bảo vệ môi trường được tính theo số tiền nước tiêu thụ và thuế giá trị gia tăng 5%.

Tháng 4 năm 2023 gia đình bác Hồng phải trả theo hóa đơn là 388.773 đồng. Hỏi gia đình bác Hồng sử dụng bao nhiêu m<sup>3</sup> nước? Biết rằng nhà bác Hồng có 6 người.

**Bài 15:** Siêu thị X đang có chương trình khuyến mãi "Mua nhiều ưu đãi lớn". Trong đó, sản phẩm khăn ướt có giá niêm yết là 40 nghìn đồng/gói. Nếu trong cùng một hóa đơn khách hàng mua sản phẩm thứ 1, 3, 5, 7 với giá niêm yết thì sẽ được mua sản phẩm thứ 2, 4, 6, 8 với giá ưu đãi giảm 70% trên giá niêm yết.

a) Một khách hàng A mua 8 gói khăn ướt Nuna trong cùng một hóa đơn. Tính tổng số tiền khách hàng A phải trả?

b) Một khách hàng B mua khăn ướt Nuna với số tiền phải trả trong cùng một hóa đơn là 62.400 đồng. Hỏi khách hàng B đã tiết kiệm được bao nhiêu tiền so với khi không có khuyến mãi (tất cả sản phẩm đều bán với giá niêm yết)?

#### D. HƯỚNG DẪN GIẢI

##### Bài 1:

Giá tiền phải trả cho món hàng thứ nhất sau khi giảm giá 10% là:

$$240\,000(100\% - 10\%) = 216\,000 \text{ (đồng)}$$

Giá tiền phải trả cho món hàng thứ hai sau khi giảm giá 8% là:

$$538\,000 - 216\,000 = 322\,000 \text{ (đồng)}$$

Giá niêm yết của món hàng thứ hai là:  $\frac{322\,000}{(100\% - 8\%)} = 350\,000$  đồng.

##### Bài 2:

Gọi giá tiền niêm yết của một thùng nước suối là  $x$  (nghìn đồng) ( $0 < x < 249$ ).

Suy ra, giá niêm yết của một thùng Sting là  $249 - 2x$  (nghìn đồng).

Số tiền mua một thùng Sting và hai thùng nước suối với giá đã giảm tổng cộng là 235,9 nghìn đồng:

$$\Rightarrow 0,94(249 - 2x) + 0,95.2x = 235,9 \Leftrightarrow x = 92 \text{ nghìn đồng.}$$

Suy ra, giá niêm yết một thùng Sting là  $249 - 2.92 = 65$  nghìn đồng.

##### Bài 3:

Phần trăm giảm giá so với giá niêm yết:

$$\frac{12\,000\,000 - 10\,200\,000}{12\,000\,000} \cdot 100 = 15\%$$

Vậy chú Hoàng được giảm thêm 5%, tức chú dùng thẻ Vàng.

##### Bài 4:

Đặt  $x$  là giá mỗi cái bàn học nhập về lúc đầu ( $x > 0$ ).

Số tiền thu về sau khi bán 24 cái:  $1,4x.24 = 33,6x$ .

Số tiền thu về sau khi bán hết 26 cái còn lại:  $1,4x.1,2.26 = 43,68x$

Tổng số tiền thu về:  $33,6x + 43,68x = 34\,776\,000 \Rightarrow x = 450\,000$  đồng.

Vậy giá nhập vào của một chiếc bàn học là 450.000 đồng.

### **Bài 5:**

Số tiền phải trả khi đặt 24 áo là:

$$180\,000 \cdot 14 + 180\,000 \cdot 91\% \cdot 10 = 4\,158\,000 \text{ đồng}$$

Vì số tiền lớp 9A thanh toán là 6.803.370 đồng, nhiều hơn 4.158.000 đồng nên số áo lớp 9A đã đặt nhiều hơn 24 áo.

Đặt  $x$  là số áo lớp 9A đã đặt ( $x > 24; x \in \mathbb{N}$ ).

Số tiền lớp 9A phải trả:  $4\,158\,000 + 180\,000 \cdot 91\% \cdot 95\% (x - 24) = 6\,803\,370 \Rightarrow x = 41$

Vậy lớp 9A đã đặt 41 áo in.

### **Bài 6:**

Đặt  $x$  là phần trăm thời gian làm việc trong tháng 5 tăng so với tháng 4 ( $x > 0$ ).

Tổng thời gian làm việc trong tháng 5:  $180(1+x)$  giờ.

Tổng thời gian làm việc trong tháng 6:  $180(1+x)(1-x) = 180(1-x^2)$  giờ.

Ta có:  $180 - 180(1-x^2) = 4,05 \Rightarrow x^2 = 0,0225 \Rightarrow x = 0,15 = 15\%$

Vậy thời gian làm việc trong tháng 5 là:  $180(1+0,15) = 207$  giờ.

### **Bài 7:**

Đặt  $x$  là tổng số phiếu bạn Bình thống kê được ( $x \in \mathbb{N}^*$ ).

Trong đó, số phiếu do học sinh khối 9 thực hiện là:  $40\%x = 0,4x$ .

Tổng số phiếu 2 bạn thu thập được:  $x + 120$ .

Suy ra, tổng số phiếu trả lời của học sinh khối 9 của cả 2 bạn:

$$0,35(x + 120) = 35 + 0,4x \Rightarrow x = 140$$

Vậy bạn Bình nhận được 140 phiếu trả lời.

### **Bài 8:**

Gọi số lượng áo của hàng nhập về là  $x$  ( $x \in \mathbb{N}^*$ ) (cái).

Tiền lời của tuần thứ nhất là:  $\frac{1}{2}x \times 185\,000 \times 38\% = 3150x$  (đồng).

Tiền lời của tuần thứ hai là: 0 (đồng).

Số áo còn lại sau 2 tuần là:  $x - \frac{1}{2}x - \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2}x = \frac{1}{5}x$  (cái).

Tiền lỗ của tuần thứ ba là:  $\frac{1}{5}x \cdot 185\,000 \cdot 15\% = 5550x$  (đồng).

Vì cửa hàng thu lợi nhuận từ việc bán hết số áo là 7.696.000 đồng, ta có phương trình:

$$35150x - 5550x = 7\,696\,000 \Leftrightarrow x = 260 \text{ (nhận)}$$

Vậy số lượng áo cửa hàng nhập về là 260 cái.

**Bài 9:**

Đặt  $x$  là số mũ cửa hàng nhập vào ban đầu ( $x \in \mathbb{N}$ ).

Giá niêm yết để có lợi nhuận 25% là:  $125\,000 \cdot 125\% = 156\,250$  đồng.

Giá bán giảm 30% so với giá niêm yết:  $156\,250 \cdot 70\% = 109\,375$  đồng.

Giá bán bằng 50% giá vốn:  $150\,000 \cdot 50\% = 62\,500$  đồng.

$$\text{Số tiền thu về: } \frac{2x}{5} \cdot 156\,250 + \frac{3x}{5} \cdot 80\% \cdot 109\,375 + \frac{3x}{5} \cdot 20\% \cdot 62\,500 = 50\,837\,500 \Rightarrow x = 415.$$

Vậy, ban đầu cửa hàng nhập 415 mũ.

**Bài 10:**

Đặt  $x$  là mức lương cơ sở tại thời điểm đóng bảo hiểm y tế ( $x > 0$ ).

Số tiền đóng BHYT của người thứ nhất:  $4,5\%x = 0,045x$ .

Mức đóng BHYT của người thứ 2 và 3 lần lượt:  $0,045x \cdot 0,7 = 0,0315x$  và  $0,045x \cdot 0,6 = 0,027x$ .

Tổng số tiền cần đóng cho 3 người trong 1 năm là:

$$(0,045x + 0,0315x + 0,027x)12 = 1\,850\,580 \Rightarrow x = 1\,490\,000.$$

Vậy mức lương cơ sở được áp dụng là: 1.490.000 đồng.

**Bài 11:**

Với hình thức khuyến mãi 1, gia đình bạn Huy cần trả tiền cho 4 vé và tiền phụ thu dịch vụ cho 5 người nên số tiền phải trả:  $250\,00 \cdot 4 + 25\,00 \cdot 5 = 1\,125\,000$  đồng

Với hình thức khuyến mãi 2, gia đình bạn Huy mua 5 vé và được giảm 12% giá mỗi vé nên số tiền phải trả:  $5\,250\,000(100\% - 12\%) = 1\,100\,000$  đồng

Gia đình bạn Huy nên chọn khuyến mãi 2 để trả ít tiền hơn.

**Bài 12:** Tại thời điểm gửi, quy đổi 500 triệu đồng thành 23.584,9\$.

Với lãi suất 1,8%/năm, sau 1 năm gửi bằng đồng đô la thì số tiền nhận được là:

$$23.584,9(1 + 0,018) = 24.046,4\$.$$

Quy đổi thành tiền Việt Nam là:  $24.046,4 \cdot 21.800 \approx 524\,212\,000$  đồng.

Trong trường hợp gửi tiết kiệm bằng tiền Việt Nam, số tiền nhận được sau 1 năm là:

$$500\,000\,000(1 + 0,068) + 2\,000\,000 = 536\,000\,000 \text{ đồng}$$

Vậy gửi tiết kiệm bằng tiền Việt Nam thì số tiền nhận được sau 1 năm được nhiều hơn.

**Bài 13:**

Đặt  $x$  là lợi nhuận Quý 1 ( $x > 0$ ) (đơn vị: triệu đồng)

Lợi nhuận trong Quý 2 là:  $(1 - 12,5\%)x = 0,875x$  triệu đồng.

Lợi nhuận Quý 3:  $x - 16,65$  triệu đồng.

Trung bình lợi nhuận của 3 quý:  $\frac{x + 0,875x + x - 16,65}{3} = \frac{2,875x - 16,65}{3}$

Ta có:  $\frac{2,875x - 16,65}{3} + 3,9 = x - 16,65 \Rightarrow x = 360$

Suy ra, lợi nhuận Quý 2 và 3 lần lượt: 315 triệu đồng và 343,35 triệu đồng.

Lợi nhuận Quý 3 tăng so với Quý 2:  $\frac{343,35 - 315}{315} \cdot 100 = 9\%$ .

#### **Bài 14:**

Số tiền phải trả chưa bao gồm thuế bảo vệ môi trường và thuế giá trị gia tăng là:  $\frac{388\,773}{1,1 \cdot 1,05} = 336\,600$

đồng.

Kiểm tra lần lượt với 3 đơn giá, ta thấy mức 10 200 đồng/người thì mỗi thành viên trong gia đình bác

Hồng đã sử dụng  $\frac{336\,600}{6 \cdot 10\,200} = 5,5m^3$  nước trong tháng là phù hợp với đơn giá đã cho.

Vậy lượng nước gia đình bác Hồng đã sử dụng là:  $5,5 \cdot 6 = 33m^3$ .

#### **Bài 15:**

Số tiền mua 8 gói khăn ướt theo ưu đãi là:

$$4.40\,000 + 4.40\,000(1 - 70\%) = 208\,000 \text{ (đồng)}$$

Giả sử số gói mua  $x$  ( $x \in \mathbb{N}$ ) là chẵn, ta có:

$$\frac{x}{2}(40\,000 + 40\,000 \cdot 30\%) = 624\,000$$

$\Rightarrow x = 24$  (gói), vậy số gói mua là chẵn (giả sử đúng)

Số tiền tiết kiệm là:  $24 \cdot 40\,000 - 624\,000 = 336\,000$  (đồng).