

Bài 1 (4,0 điểm)

a, Tìm điều kiện xác định của biểu thức $M = \frac{2025}{\sqrt{x-6}\sqrt{x-6}+3}$

b, Cho biểu thức $N = \left(\frac{3a+3\sqrt{a}-3}{a+\sqrt{a}-2} + \frac{1}{\sqrt{a}-1} + \frac{1}{\sqrt{a}+2} - 2 \right) : \frac{1}{a-1}$ với $a \geq 0; a \neq 1$

+ Rút gọn biểu thức N

+ Tính giá trị của N , biết $a = \sqrt[3]{2+10\sqrt{\frac{1}{27}}} + \sqrt[3]{2-10\sqrt{\frac{1}{27}}}$

Bài 2 (5,0 điểm)

a, Chứng minh rằng $a^4 + 6a^3 + 11a^2 + 6a + 2025$ (với $a \in \mathbb{Z}$) không chia hết 24.

b, Cho đa thức $P(x)$ với hệ số thực thoả mãn $P(1) = 5, P(3) = 9$. Tìm số dư của phép chia $P(x)$ cho $x^2 - 4x + 3$

c, Giải hệ phương trình $\begin{cases} \sqrt{4a^2 + (b+2)(a-b)} + 2\sqrt{ab} = 4b \\ \sqrt{a-1} + \sqrt{5b-1} = 3a^2 - 7a + 6 \end{cases}$

Bài 3 (4,0 điểm)



a, Hồ Gươm có diện tích khoảng 12 ha, chu vi (đường vòng quanh hồ) khoảng 1,7km. Trước kia, hồ còn có các tên gọi là Lục Thủy (vì nước có màu xanh quanh năm), hồ Thủy Quân (dùng để duyệt thủy binh). Tên gọi Hoàn Kiếm xuất hiện vào đầu thế kỷ XV gắn với truyền thuyết vua Lê Lợi trả gươm báu cho Rùa thần. Buổi sáng, hai bạn Thắng và Lợi cùng nhau chạy bộ tập thể dục. Nếu chạy ngược chiều thì sau 4 phút 43, 33 giây hai bạn gặp nhau. Nếu chạy cùng chiều thì sau 70 phút 50 giây hai bạn gặp nhau. Tính vận tốc (m/s) của mỗi bạn, biết bạn Thắng chạy nhanh hơn bạn Lợi

b, Tìm m để 2 phương trình $2x^2 + mx - 1 = 0$ và $mx^2 - x + 2 = 0$ có nghiệm chung;

c, Giải phương trình $2x^2 - 2x + 3 = \sqrt{4x+1} + \sqrt{6x+4}$

Bài 4 (7,0 điểm)

Cho đường tròn (O) , đường kính BC . Trên tia đối của tia CB lấy điểm D , gọi DA là tiếp tuyến của (O) , với A là tiếp điểm. Kẻ đường thẳng qua A vuông góc với BC tại P và cắt (O) tại E (E khác A). Gọi AH là đường cao của tam giác ABE , AH cắt BC tại F . Gọi I là trung điểm của đoạn AH , đường thẳng BI cắt (O) tại K (K khác B), AK cắt BD tại Q .

a, Chứng minh các điểm E, P, F, H cùng thuộc một đường tròn và $DB \cdot DC = DP \cdot DO$;

b, Chứng minh $AFEC$ là hình thoi;

c, Chứng minh PK vuông góc với AQ và $PD = 2PQ$.