

HƯỚNG DẪN ÔN TẬP HỌC KỲ I

Môn: TOÁN 9

Năm học: 2024 – 2025

I. TÀI LIỆU VÀ GỢI Ý NỘI DUNG ÔN TẬP

1. Tài liệu

Sách giáo khoa, sách bài tập Toán học 9 – bộ Cánh diều, vở ghi.

2. Gợi ý nội dung ôn tập

Đại số:

- Phương trình quy về phương trình bậc nhất một ẩn
- Phương trình bậc nhất hai ẩn
- Hệ phương trình bậc nhất 2 ẩn.
- Bất đẳng thức, bất phương trình và các bài toán ứng dụng.
- Căn thức bậc 2, căn thức bậc 3 của một biểu thức đại số.
- Một số phép biến đổi căn thức bậc 2 của biểu thức đại số.
- Rút gọn biểu thức chứa căn và các câu hỏi phụ.

Hình học:

- Tỉ số lượng giác của góc nhọn và ứng dụng
- Hệ thức về cạnh và góc trong tam giác vuông.
- Đường tròn. Vị trí tương đối của hai đường tròn.
- Vị trí tương đối của đường thẳng và đường tròn.
- Tiếp tuyến của đường tròn. Tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau.
- Góc ở tâm, góc nội tiếp.
- Độ dài cung tròn, diện tích hình quạt tròn, diện tích hình vành khuyên

II. CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP

Dạng 1: Phương trình quy về phương trình bậc nhất một ẩn

Bài 1. Biến đổi các phương trình sau về phương trình tích.

a) $5x(x+3)+4x+12=0$.

b) $5x(x-1)-7x+7=0$.

c) $11x(3-2x)+4x-6=0$.

d) $3x(3-2x)+12x-8=0$.

Bài 2. Giải các phương trình sau:

a) $\frac{3}{x+3} - \frac{1}{x-2} = \frac{5}{2x+6}$.

b) $\frac{x}{2x-6} - \frac{x}{2x+2} = \frac{3x+1}{(x+1)(x-3)}$.

c) $\frac{1}{2x-1} + \frac{3}{12x-8} = \frac{-2}{2-3x}$.

d) $\frac{x-5}{x+5} - \frac{2x}{x-5} = \frac{x(x+10)}{25-x^2}$.

Dạng 2: Hệ phương trình và ứng dụng

Bài 3. Giải các hệ phương trình:

$$a) \begin{cases} 2(x+y) + 3(x-y) = 4 \\ (x+y) + 2(x-y) = 5 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 3(x+1) + 2(x+2y) = 4 \\ 4(x+1) - (x+2y) = 9 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} 2(x+1) + 3(y+1) = 8 \\ 2(x+1) - 3(y+1) = 2 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} x+y-1-5(2x-y+3) = -4 \\ 3(x+y-1) + 2x-y+3 = 4 \end{cases}$$

$$e) \begin{cases} \frac{1}{x-2} - \frac{1}{y-1} = 2 \\ \frac{2}{x-2} + \frac{3}{y-1} = 1 \end{cases}$$

$$f) \begin{cases} \frac{7}{x-y+2} - \frac{5}{x+y-1} = 4,5 \\ \frac{3}{x-y+2} + \frac{2}{x+y-1} = 4 \end{cases}$$

$$g) \begin{cases} \sqrt{x+1} + 6\sqrt{y} = 12 \\ 3\sqrt{x+1} - 2\sqrt{y} = -4 \end{cases}$$

$$h) \begin{cases} 2\sqrt{x+1} + 3\sqrt{y-2} = 8 \\ 3\sqrt{x+1} - 2\sqrt{y-2} = -1 \end{cases}$$

$$i) \begin{cases} \frac{8}{\sqrt{x}-3} + \frac{1}{|2y-1|} = 5 \\ \frac{4}{\sqrt{x}-3} + \frac{1}{|1-2y|} = 3 \end{cases}$$

$$j) \begin{cases} |x+2| + 4\sqrt{y-1} = 5 \\ 3|x+2| - 2\sqrt{y-1} = 1 \end{cases}$$

Bài 4. Cho hệ phương trình $\begin{cases} 2ax + by = 5 \\ (a-1)x + (b+2)y = 6 \end{cases}$

a) Giải hệ phương trình khi $a = 2; b = 1$.

b) Biết hệ phương trình đã cho có nghiệm $(1; 2)$. Khi đó tính giá trị $3a + 4b$.

Bài 5. Cho hệ phương trình $\begin{cases} 2x - y - 3a = 3 - b \\ ax + by = 23 \end{cases}$

a) Tìm a và b biết hệ phương trình đã cho có nghiệm $(x; y) = (5; 2)$.

b) Tính giá trị của biểu thức $A = \left(\frac{2}{a} - \frac{3}{b}\right)^2 - 2(a \cdot b)^3$.

Bài 6. Cho hệ phương trình $\begin{cases} 3x - \frac{2}{y+1} = \frac{1}{2} \\ 2x + \frac{1}{y+1} = 2 \end{cases}$

a) Giải hệ phương trình đã cho.

b) Biết hệ có nghiệm $(x_0; y_0)$. Tính giá trị biểu thức $B = 28x_0 + 3y_0$.

Bài 7. Cho hệ phương trình $\begin{cases} x + 3y = 4 \\ \frac{1}{x-4} + \frac{1}{y} = 1 \end{cases}$

a) Giải hệ phương trình đã cho.

b) Biết hệ có nghiệm $(x_0; y_0)$ tính giá trị của biểu thức $M = (4x_0 + 2y_0)^2 - 20x_0y_0$.

Bài 8. Cho hệ phương trình: $\begin{cases} 2x + y = 5m - 1 \\ x - 2y = 2 \end{cases}$. Tìm m để hệ phương trình có nghiệm $(x; y)$ thỏa mãn:
 $x^2 - 2y^2 = -2$.

Bài 9. Với giá trị nào của m thì hệ phương trình $\begin{cases} x + 2y = m + 3 \\ 2x - 3y = m \end{cases}$ (m là tham số) có nghiệm duy nhất thỏa mãn $x + y = -3$.

Bài 10. Cho hệ pt: $\begin{cases} 2x + y = m & (1) \\ 3x - 2y = 5 & (2) \end{cases}$ (Với m là tham số nguyên). Xác định m để hệ có nghiệm duy nhất $(x; y)$ mà $x > 0; y < 0$.

Bài 11. Với giá trị nào của m thì hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 3m - 1 \\ x - 2y = 2 \end{cases}$ (m là tham số) có nghiệm duy nhất $(x; y)$ thỏa mãn $x^2 - 2y^2 = 2$.

Bài 12. Một khách du lịch đi trên ô tô 6 giờ, sau đó đi tiếp bằng tàu hỏa trong 4 giờ được quãng đường dài 620 km . Tính tốc độ của tàu hỏa và ô tô, biết rằng mỗi giờ tàu hỏa đi nhanh hơn ô tô 20 km .

Bài 13. Một người đi xe đạp từ A đến B cách nhau 90 km . Sau 1 giờ 30 phút, một ô tô cũng đi từ A đến B và đến B sớm hơn xe đạp 1 giờ. Tính tốc độ của mỗi xe, biết rằng tốc độ của ô tô gấp 3 lần tốc độ của xe đạp.

Bài 14. Một ô tô và một xe máy ở hai địa điểm A và B cách nhau 180 km , khởi hành cùng một lúc, đi ngược chiều nhau và gặp nhau sau 2 giờ. Biết tốc độ của ô tô lớn hơn tốc độ của xe máy 10 km/h . Tính tốc độ của ô tô và tốc độ của xe máy.

Bài 15. Một người đi xe đạp từ địa điểm A đến địa điểm B trong một thời gian đã định với tốc độ không đổi. Nếu người đó tăng tốc độ lên 3 km/h thì đến B sớm hơn dự định 1 giờ. Nếu người đó giảm tốc độ 2 km/h thì đến B muộn hơn dự định 1 giờ. Tính độ dài quãng đường AB .

Bài 16. Một ca nô đi xuôi dòng từ địa điểm A đến địa điểm B và lại ngược dòng từ địa điểm B về địa điểm A mất 7 giờ, tốc độ của ca nô khi nước yên lặng không đổi trên suốt quãng đường đó và tốc độ của dòng nước cũng không đổi khi ca nô chuyển động. Biết thời gian ca nô đi xuôi dòng 4 km bằng thời gian ca nô đi ngược dòng 3 km và quãng đường AB dài 120 km . Tính tốc độ của ca nô khi nước yên lặng và tốc độ của dòng nước.

Bài 17. Một ca nô chạy trên sông, xuôi dòng 66 km và ngược dòng 54 km hết tất cả 4 giờ. Một lần khác cũng chạy trên khúc sông đó, xuôi dòng 11 km và ngược dòng 18 km hết tất cả 1 giờ. Hãy tính tốc độ khi xuôi dòng và ngược dòng của ca nô, biết tốc độ dòng nước và tốc độ riêng của ca nô không đổi.

Bài 18. Để hoàn thành một công việc theo dự định thì cần một số công nhân làm trong một số ngày nhất định. Nếu tăng thêm 10 công nhân thì công việc hoàn thành sớm được 2 ngày. Nếu bớt đi 10 công nhân thì phải mất thêm 3 ngày nữa mới hoàn thành công việc. Hỏi theo dự định thì cần bao nhiêu công nhân và làm trong bao nhiêu ngày?

Bài 19. Để hoàn thành một công việc theo dự định, cần một số công nhân làm trong một số ngày nhất định. Nếu bớt đi 2 công nhân thì phải mất thêm 3 ngày mới có thể hoàn thành công việc. Nếu tăng thêm 5 công nhân thì công việc hoàn thành sớm hơn 4 ngày. Hỏi theo dự định, cần bao nhiêu công nhân và làm bao nhiêu ngày?

Bài 20. Theo kế hoạch hai tổ phải sản xuất 720 sản phẩm. Nhưng do ảnh hưởng của dịch Covid-19 nên tổ một bị giảm mức 18%, tổ hai giảm mức 20% so với kế hoạch do đó cả hai tổ chỉ sản xuất được 582 sản phẩm. Tính số sản phẩm mỗi tổ phải làm theo kế hoạch.

Bài 21. Hai đội công nhân cùng làm chung một công việc thì sau 15 ngày làm xong. Nếu đội thứ nhất làm riêng trong 3 ngày rồi dừng lại và đội thứ hai làm tiếp công việc đó trong 5 ngày thì cả hai đội hoàn thành được 25% công việc. Hỏi mỗi đội làm riêng thì bao nhiêu ngày mới hoàn thành xong công việc trên.

Bài 22. Hai người cùng làm chung một công việc trong $\frac{12}{5}$ giờ thì xong. Nếu mỗi người một mình thì thời gian để người thứ nhất hoàn thành công việc ít hơn người thứ hai là 2 giờ. Hỏi nếu làm một mình thì mỗi người phải làm trong bao lâu giờ để xong công việc.

Bài 23. Tìm hai số tự nhiên biết rằng hiệu của số lớn với số nhỏ bằng 1814 và nếu lấy số lớn chia số nhỏ thì được thương là 9 và số dư là 182.

Bài 24. Tìm hai số biết tổng bằng 29 và tổng các bình phương của chúng bằng 421.

Bài 25. Tìm số tự nhiên có hai chữ số biết chữ số hàng đơn vị lớn hơn số hàng chục 2 đơn vị và số cần tìm gấp 4 lần tổng các chữ số của nó.

Bài 26. Tìm số tự nhiên có hai chữ số biết: chữ số hàng chục lớn hơn chữ số hàng đơn vị là 2; nếu viết xen chữ số 0 vào giữa hai chữ số thì số đó tăng thêm 630 đơn vị.

Bài 27. Mẫu số của một phân số lớn hơn tử số của nó là 5. Nếu tăng cả tử và mẫu của nó thêm 5 đơn vị thì được phân số mới bằng phân số $\frac{2}{3}$. Tìm phân số ban đầu.

Bài 28. Tổng tử số và mẫu số của một phân số là 37. Nếu cộng thêm tử số 4 lần tử số và cộng thêm mẫu số 3 lần mẫu số thì được phân số mới bằng phân số $\frac{3}{5}$. Tìm phân số ban đầu.

Bài 29. Cho một mảnh đất hình tam giác vuông. Tổng hai cạnh góc vuông là 30m. Tính diện tích mảnh đất đó biết hiệu số đo hai cạnh góc vuông là 6m.

Bài 30. Một thửa ruộng hình tam giác vuông có trung bình cộng số đo hai cạnh góc vuông là 24m. Tính diện tích mảnh ruộng đó biết hiệu số đo hai cạnh góc vuông là 12m.

Bài 31. Cho một tam giác vuông. Nếu tăng các cạnh góc vuông lên 2cm và 3cm thì diện tích sẽ tăng lên thêm 50cm². Nếu giảm cả hai cạnh góc vuông đi 2cm thì diện tích sẽ giảm đi 32cm². Tính hai cạnh góc vuông của tam giác ban đầu.

Bài 32. Một sân trường hình chữ nhật có chiều dài hơn chiều rộng 16m. Hai lần chiều dài kém 5 lần chiều rộng 28m. Tính chiều dài và chiều rộng của sân trường.

Bài 33. Một khu vườn hình chữ nhật có chu vi là 66m, chiều dài gấp đôi chiều rộng. Tính diện tích khu vườn đó.

Bài 34. Một hình thang có diện tích là 140cm^2 , chiều cao 8cm . Tính độ dài hai cạnh đáy của hình thang, biết chúng hơn kém nhau 5cm .

Bài 35. Một mảnh vườn hình chữ nhật có chu vi là 64m . Nếu tăng chiều dài thêm 2m và tăng chiều rộng thêm 3m thì diện tích tăng thêm 88m^2 . Tính chiều dài, chiều rộng của mảnh vườn đó.

Bài 36. Một mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích là 300m^2 . Nếu giảm chiều dài đi 2m và tăng chiều rộng thêm 3m thì mảnh vườn trở thành hình vuông. Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh vườn.

Bài 37. Hiện nay, ông An hơn An 56 tuổi. Cách đây 5 năm, tuổi của ông An gấp 8 lần tuổi An. Hỏi An và ông hiện nay bao nhiêu tuổi?

Bài 38. Trước đây 6 năm, tuổi mẹ gấp 10 lần tuổi con. Năm nay, tuổi mẹ gấp đúng 4 lần tuổi con. Tính tuổi mẹ và tuổi con hiện nay?

Bài 39. Một trường học sắp xếp học sinh xếp hàng thể dục thành các hàng với số học sinh ở mỗi hàng bằng nhau. Nếu mỗi dãy tăng thêm 1 học sinh, số dãy giảm 1 thì có 7 học sinh thừa ngoài hàng. Nếu mỗi dãy giảm đi 3 học sinh, số dãy tăng thêm 2 thì có 18 học sinh thừa ngoài hàng. Hỏi trường có bao nhiêu học sinh?

Bài 40. Một phòng họp có 100 chỗ ngồi, nhưng số người đến họp là 144. Do đó, người ta phải kê thêm 2 dãy ghế và mỗi dãy ghế phải thêm 2 người ngồi. Hỏi phòng họp lúc đầu có mấy dãy ghế?

Dạng 3: Bất đẳng thức, bất phương trình

Bài 41. Giải các bất phương trình sau:

$$1) \frac{7x+3}{4} - \frac{2-5x}{3} \leq \frac{2x-7}{2} + 1.$$

$$2) \frac{x-3}{3} - \frac{x-4}{4} \geq \frac{2x-3}{8}.$$

$$3) \frac{1}{3}(x+4) - \frac{x-2}{10} \leq \frac{3}{2}.$$

$$4) \frac{2x+1}{7} - \frac{2(x-2)}{3} \leq \frac{x-7}{21}.$$

$$5) \frac{4x-1}{3} - \frac{3x+2}{2} \leq \frac{2x-3}{4}.$$

$$6) \frac{3x+2}{4} - \frac{x-2}{3} > \frac{4x+1}{12}.$$

$$7) \frac{5x-1}{4} + \frac{2x-1}{3} \geq \frac{3x}{2}.$$

$$8) \frac{x+2}{5} \geq \frac{x+3}{2} - \frac{7x+5}{10}.$$

Bài 42. Một chiếc cầu có tải trọng 30 tấn. Một xe tải nặng 5,5 tấn. Hỏi nếu xe tải đi qua chiếc cầu đó thì chở được tối đa bao nhiêu tấn hàng?

Bài 43. Một cửa hàng gạo nhập vào kho 480 tấn. Mỗi ngày bán đi 20 tấn. Gọi x ($x \in \mathbb{N}^*$) là số ngày xuất gạo của cửa hàng đó. Tìm x sao cho khối lượng gạo còn lại của cửa hàng nhiều nhất là 84 tấn sau x ngày bán.

Bài 44. Một ngân hàng đang thực hiện tỉ lệ lãi gửi tiết kiệm (lãi suất tiết kiệm) hàng tháng là $0,7\%$. Hỏi muốn có số tiền lãi hàng tháng ít nhất là 2 triệu đồng thì số tiền phải gửi tiết kiệm ít nhất là bao nhiêu?

Bài 45. Bạn Ngân mang 80000 đồng đến nhà sách. Ngân mua một cuốn sách tham khảo hết 45000 đồng. Với số tiền còn lại, Ngân dự định mua bút. Mỗi chiếc bút có giá 6500 đồng. Hỏi Ngân có thể mua tối đa bao nhiêu chiếc bút?

Bài 46. Để lập đội tuyển năng khiếu về bóng rổ của trường thầy thể dục đưa ra quy định tuyển chọn như sau: mỗi bạn dự tuyển sẽ được ném 10 quả bóng vào rổ, quả bóng vào rổ được cộng 4 điểm; quả bóng ném ra ngoài thì bị trừ 2 điểm. Nếu bạn nào có số điểm từ 22 điểm trở lên thì sẽ được chọn vào đội tuyển. Hỏi một học sinh muốn được chọn vào đội tuyển thì phải ném ít nhất bao nhiêu quả vào rổ?

Bài 47. Một hình chữ nhật có các kích thước là 20 cm và 30 cm . Người ta bớt mỗi kích thước của nó đi $x\text{ (cm)}$ ($x > 0$). Hỏi giá trị lớn nhất của x là bao nhiêu để chu vi hình chữ nhật thu được không nhỏ hơn 80 cm ?

Bài 48. Trong một trò chơi phi tiêu mà mỗi người được phát 20 tiêu. Mỗi lần phi tiêu trúng vào vùng điểm thưởng, người chơi được cộng 3 điểm, còn nếu trượt, người chơi bị trừ 1 điểm. Người chơi có 15 điểm ban đầu và cần ít nhất 45 điểm để vào vòng sau. Hỏi người chơi cần trúng ít nhất bao nhiêu lần để đủ điểm qua vòng?

Bài 49. Trong một trò chơi trắc nghiệm nhanh gồm 20 câu hỏi, mỗi câu trả lời đúng được cộng 8 điểm, mỗi câu trả lời sai bị trừ 4 điểm. Thí sinh bắt đầu với 10 điểm và cần đạt ít nhất 90 điểm để vào vòng tiếp theo. Hỏi thí sinh phải trả lời đúng ít nhất bao nhiêu câu hỏi để qua vòng?

Dạng 4: Căn thức bậc hai, căn thức bậc ba

Bài 50. Rút gọn các biểu thức sau:

a) $A = \sqrt{(4 - \sqrt{15})^2} + \sqrt{15}$.

b) $B = \sqrt{(2 - \sqrt{3})^2} + \sqrt{(1 - \sqrt{3})^2}$.

c) $C = \sqrt{49 - 12\sqrt{5}} - \sqrt{49 + 12\sqrt{5}}$.

d) $D = \sqrt{29 + 12\sqrt{5}} - \sqrt{29 - 12\sqrt{5}}$.

Bài 51. Tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $\sqrt{6 - 4\sqrt{2}} + \sqrt{22 - 12\sqrt{2}}$.

b) $\sqrt{(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2} + \sqrt{2}$.

c) $3\sqrt{5} - \sqrt{(1 - \sqrt{5})^2}$.

d) $\sqrt{17 - 12\sqrt{2}} + \sqrt{9 + 4\sqrt{2}}$.

e) $\sqrt{6 + 2\sqrt{5}} + \sqrt{6 - 2\sqrt{5}}$.

f) $\sqrt{3 + 2\sqrt{2}} + \sqrt{6 - 4\sqrt{2}}$.

g) $\sqrt{24 + 8\sqrt{5}} + \sqrt{9 - 4\sqrt{5}}$.

h) $\sqrt{41 - 12\sqrt{5}} - \sqrt{41 + 12\sqrt{5}}$.

Bài 52. Cho biểu thức $M = \frac{2\sqrt{x} - 9}{x - 5\sqrt{x} + 6} - \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} - 2} - \frac{2\sqrt{x} + 1}{3 + \sqrt{x}}$

a) Rút gọn M .

b) Tính giá trị của M khi $x = 11 - 6\sqrt{2}$.

c) Tìm các giá trị của x để $M = 2$.

d) Tìm các giá trị của x để $M < 1$.

e) Tìm các giá trị x nguyên để M nguyên.

Bài 53. Cho biểu thức $Q = \frac{3x + \sqrt{9x} - 3}{x + \sqrt{x} - 2} - \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} + 2} + \frac{\sqrt{x} - 2}{1 - \sqrt{x}}$

a) Rút gọn Q .

b) Tính giá trị của Q khi $x = 4 + 2\sqrt{3}$.

c) Tìm x để $Q = 3$.

d) Tìm x để $Q > \frac{1}{2}$.

e) Tìm x để Q nguyên.

Bài 55. Cho biểu thức $P = \left(\frac{1}{\sqrt{x} - 1} - \frac{2\sqrt{x}}{x\sqrt{x} - x + \sqrt{x} - 1} \right) : \left(\frac{x + \sqrt{x}}{x\sqrt{x} + x + \sqrt{x} + 1} + \frac{1}{x + 1} \right)$

a) Rút gọn P .

b) Tìm x để $P < \frac{1}{2}$.

c) Tìm x để $P = \frac{1}{3}$.

d) Tìm x nguyên để P nguyên.

e) Tìm GTNN của P .

Bài 56. Cho biểu thức $P = \left(\sqrt{x} - \frac{x+2}{\sqrt{x+1}} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+1}} - \frac{\sqrt{x}-4}{1-x} \right)$

- a) Rút gọn P b) Tìm x để $P < \frac{1}{2}$. c) Tìm GTNN của P .

Bài 57. Cho biểu thức $A = \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+1}}$; $B = \frac{x}{x+\sqrt{x}}$ và $P = \frac{A}{B}$

- a) Rút gọn và tính giá trị của P khi $x = 4$.
b) Tìm các giá trị của x để $A \leq 3B$.
c) So sánh B với 1.
d) Tìm x thỏa mãn $P\sqrt{x} + (2\sqrt{5}-1)\sqrt{x} = 3x - 2\sqrt{x-4} + 3$.

Bài 58. Cho biểu thức $P = \left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}} + \frac{1-\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}} \right)$

- a) Rút gọn và tính giá trị của P khi $x = \frac{2}{2+\sqrt{3}}$.
b) Chứng minh $P > 2$ với mọi $x > 0$ và $x \neq 1$.
c) Tìm x thỏa mãn $P\sqrt{x} = 6\sqrt{x} - 3 - \sqrt{x-4}$.

Bài 59. Cho các biểu thức: $A = \frac{\sqrt{x}}{x-4} + \frac{1}{\sqrt{x}-2}$ và $B = \frac{2}{\sqrt{x}-2}$

- a) Tính giá trị của biểu thức B khi $x = 7 - 4\sqrt{3}$.
b) Rút gọn biểu thức $P = \frac{B}{A}$.
c) Tìm các giá trị của x để $P = \frac{4}{3}$.
d) Tìm x thỏa mãn: $(\sqrt{x}+1)P - \sqrt{x} - 4\sqrt{x-1} + 26 = -6x + 10\sqrt{5x}$.

Bài 60. Cho các biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{2}{x-\sqrt{x}}$ và $B = \frac{1}{\sqrt{x}-1}$ (với $x > 0; x \neq 1$)

- a) Tính giá trị của biểu thức B khi $x = 9$. b) Đặt $C = A : B$, rút gọn biểu thức C .
c) Tìm giá trị của x để $C = 3$. d) So sánh C với $\frac{1}{4}$.
e) Chứng minh $C > 2$. f) Tìm x nguyên để biểu thức C có giá trị nguyên.
g) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức C .

Bài 61. Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}}{x-2\sqrt{x}} + \frac{3}{\sqrt{x}}$ và $B = \frac{2}{\sqrt{x}-2}$ với $x > 0; x \neq 4; x \neq \frac{9}{4}$.

- a) Tính giá trị biểu thức B khi $x = 25$.
b) Biết $P = B : A$. Chứng minh rằng: $P = \frac{\sqrt{x}}{2\sqrt{x}-3}$.
c) Tìm giá trị nguyên của x để P nhận giá trị nguyên.

Bài 62. Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}$ và $B = \left(\frac{1}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{x-1} \right) \cdot \frac{x-\sqrt{x}}{2\sqrt{x}+1}$ với $x \geq 0; x \neq 9; x \neq 1$.

- Tính giá trị của A khi $x = 25$.
- Rút gọn biểu thức B .
- Tìm các số nguyên tố x để $A \cdot B < 1$.

Bài 63. Cho biểu thức $P = \frac{1}{\sqrt{x}+1}$ và $Q = \frac{\sqrt{x}+2}{x-5\sqrt{x}+6} + \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}+2}{3-\sqrt{x}}$ với $x \geq 0; x \neq 4; x \neq 9$.

- Tính giá trị biểu thức P khi $x = 25$.
- Rút gọn biểu thức Q .
- Biết $A = \frac{P}{Q}$. Tìm số nguyên x để $|A| > A$.

Bài 64. Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}+5}{2\sqrt{x}-1}$ và $B = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} - \frac{3\sqrt{x}+1}{x-1}$ với $x \geq 0; x \neq 1; x \neq \frac{1}{4}$.

- Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 16$.
- Rút gọn biểu thức B .
- Tìm x để biểu thức $M = A \cdot B$ đạt giá trị lớn nhất.

Bài 65. Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+3}$ và $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} - \frac{3\sqrt{x}+3}{1-\sqrt{x}} + \frac{3+5\sqrt{x}}{x+2\sqrt{x}-3}$ với $x \geq 0; x \neq 1$

- Tính giá trị biểu thức A với $x = \frac{9}{4}$.
- Rút gọn biểu thức B .
- Cho biểu thức $M = A \cdot B$. Tìm m để có x thỏa mãn $M = m$.

Bài 66.

1) Tính giá trị của biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$ với $x = 4$.

2) Cho biểu thức $P = \left(\frac{x-2}{x-2\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}-2} \right) \cdot \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}$ với $x > 0; x \neq 4$.

- Chứng minh $P = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}}$
- Tìm giá trị của x để $2P = 2\sqrt{x} + 5$.

Bài 67. Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+7}$ và $B = \frac{2-3\sqrt{x}}{x-2\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$ với $x > 0; x \neq 4$.

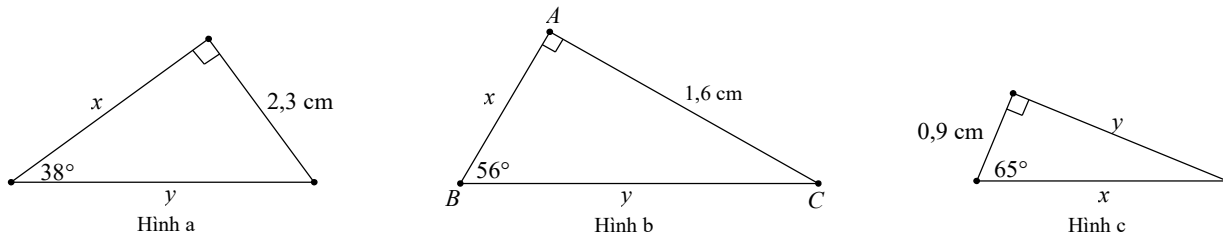
- Tính giá trị của A khi $x = 7 + 4\sqrt{3}$.
- Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}}$.
- Cho biểu thức $P = \frac{A}{B}$. Tìm tất cả các giá trị nguyên của x để $\sqrt{P} \leq \frac{1}{2}$.

Bài 68. Cho biểu thức: $P = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} - \frac{2+5\sqrt{x}}{x-4}$

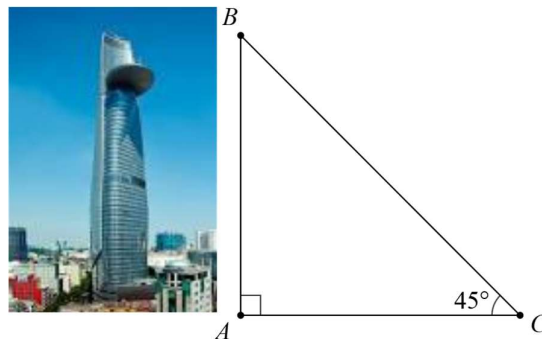
- Tìm điều kiện để P có nghĩa rồi rút gọn P .
- Tìm giá trị của x để $P = 2$.
- So sánh P với 3.
- Tìm các giá trị nguyên của x để P đạt giá trị nguyên.
- Tìm giá trị nhỏ nhất của P .

Dạng 5: Tỷ số lượng giác và ứng dụng

Bài 69. Tìm x, y trong mỗi hình a, b, c trong hình vẽ sau (làm tròn đến kết quả hàng phần mười của centimet).



Bài 70. Một du khách đếm được 645 bước chân khi đi từ ngay dưới chân tòa nhà BITECXCO (Thành phố Hồ Chí Minh) thẳng ra phía ngoài cho đến vị trí có góc nhìn lên đỉnh là 45° . Tính chiều cao của tháp, biết rằng khoảng cách trung bình của mỗi bước chân là $0,4m$.



Bài 71. Cho $\triangle ABC$ có $BC = 11\text{cm}$, $\widehat{ABC} = 38^\circ$, $\widehat{ACB} = 30^\circ$, gọi điểm N là chân của đường vuông góc kẻ từ A đến cạnh BC . Hãy tính:

- Đoạn thẳng AN .
- Cạnh AC (các kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ ba).

Dạng 6: Đường tròn.

Bài 72. Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh 5cm . Hai đường chéo AC cắt BD tại O .

- Chứng minh 4 điểm A, B, C, D cùng thuộc đường tròn (O) .
- Tính độ dài đường tròn (O) . (Lấy $\pi \approx 3,14$).

Bài 73. Cho tam giác ABC đều. Kẻ các đường cao AH, BK cắt nhau tại O .

- a) Chứng minh ba điểm A, B, C cùng thuộc đường tròn (O) .
 b) Tính độ dài đường tròn (O) , biết $AB = 3\text{ cm}$. (Lấy $\pi \approx 3,14$).

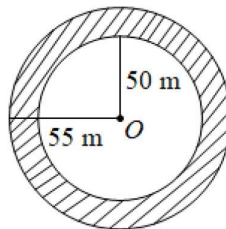
Bài 74. Một bánh pizza có đường kính 30 cm được cắt thành 8 miếng bằng nhau. Tính diện tích của mỗi miếng pizza. (Lấy $\pi \approx 3,14$ và kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).



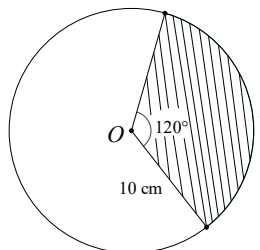
Bài 75. Bề mặt trên của một chiếc trống có dạng hình tròn đường kính 32 cm . Người ta cần thay cả hai mặt trống. Tính diện tích vật liệu tối thiểu cần sử dụng.



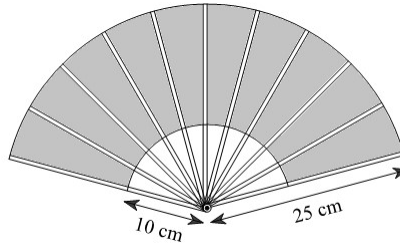
Bài 76. Một công viên có hồ nước hình tròn với bán kính 50 m . Xung quanh hồ, người ta xây một lối đi hình vành khăn có chiều rộng 5 m . Tính diện tích hồ nước và diện tích lối đi. (Lấy $\pi \approx 3,14$ và kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



Bài 77. Cho một hình tròn có bán kính 10 cm . Hình tròn này được cắt thành một hình quạt tròn với góc ở tâm là 120° . Tính diện tích của hình quạt tròn và độ dài cung tròn tạo thành (Lấy $\pi \approx 3,14$ và kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).



Bài 78. Một chiếc quạt giấy khi xòe ra có hình dạng của một hình quạt với bán kính 25 cm và khi xòe hết thì góc tạo bởi hai thanh nan ngoài cùng của chiếc quạt là 150° . Lấy $\pi \approx 3,14$. Tính diện tích phần giấy được dùng để làm một chiếc quạt trên biết quạt được dán bởi hai mặt giống nhau? (các mép dán coi như không đáng kể và kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)



Bài 79. Bánh xe hình tròn có diện tích $400\pi\text{ (cm}^2\text{)}$. Để đi quãng đường dài 2000 m thì bánh xe sẽ phải lăn khoảng bao nhiêu vòng? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



Bài 80. Cho tam giác DEF có ba đỉnh nằm trên đường tròn $(O; R)$ và đường cao DH . Đường thẳng DO cắt đường tròn $(O; R)$ tại điểm thứ hai M . Chứng minh rằng:

- a) DF vuông góc với MF . b) $\widehat{DEF} = \widehat{DMF}$. c) $DE \cdot DF = DH \cdot DM$.

Bài 81. Cho đường tròn (O) đường kính AB , vẽ $CD \perp OA$ tại trung điểm I của OA . Các tiếp tuyến với đường tròn tại C và D cắt nhau ở M

- a) Chứng minh rằng A, B, M thẳng hàng.
b) Tứ giác $OCAD$ là hình gì? c) Tính \widehat{CMD} .

Bài 82: Cho đường tròn (O) đường kính AB . Gọi I là trung điểm của OB . Qua I kẻ dây CD vuông góc với OB . Tiếp tuyến của (O) tại C cắt AB tại E .

- a) Chứng minh $OI \cdot OE = R^2$.
b) Chứng minh ED là tiếp tuyến của đường tròn (O) .
c) Gọi F là trung điểm của dây AC . Chứng minh D, O, F thẳng hàng.

Bài 83: Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB . Lấy điểm C nằm trên đường tròn (O) . Gọi K là trung điểm của dây cung BC . Qua B dựng tiếp tuyến với (O) cắt OK tại D .

- Chứng minh rằng $DO \perp BC$ và $\triangle ABC$ vuông.
- Chứng minh DC là tiếp tuyến của đường tròn (O) .
- Vẽ $CH \perp AB$ tại H . Gọi I là trung điểm của CH . Tiếp tuyến tại A của đường tròn (O) cắt BI tại E . Chứng minh E, C, D thẳng hàng.

Bài 84. <VD> Cho $\triangle ABC$ cân tại B nội tiếp đường tròn (O) . Lấy D thuộc cung AC (B và D nằm khác phía với đường thẳng AC), đường thẳng BD cắt AC ở N . Chứng minh

- $\frac{AN}{NC} = \frac{AD}{DC}$.
- $BC^2 = BD \cdot BN$.

Bài 85. Cho (O) có hai dây $MA \perp MB$. Gọi I, K lần lượt là điểm chính giữa các cung nhỏ MA, MB .

- Chứng minh AB là đường kính của đường tròn tâm (O) .
- Gọi P là giao điểm của AK và BI . Chứng minh P là tâm đường tròn nội tiếp tam giác MBA .

Bài 86. Cho đường tròn $(O; R)$ đường kính AB . Qua điểm A kẻ tiếp tuyến Ax đến đường tròn (O) . Trên tia Ax lấy điểm C sao cho $AC > R$. Từ điểm C kẻ tiếp tuyến CM với đường tròn $(O; R)$ (M là tiếp điểm).

- Chứng minh rằng bốn điểm A, C, O, M cùng thuộc một đường tròn.
- Chứng minh rằng $MB \parallel OC$.
- Gọi K là giao điểm thứ hai của BC với đường tròn $(O; R)$. Chứng minh rằng $BC \cdot BK = 4R^2$

Bài 87. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O) . Các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H . Chứng minh rằng: Bốn điểm B, C, E, F cùng nằm trên một đường tròn.

Bài 88. Cho tam giác cân $\triangle ABC$ ($AB = AC$), các đường cao AD, BE cắt nhau tại H . Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác $\triangle AHE$

- Chứng minh bốn điểm A, E, D, B cùng nằm trên một đường tròn.
- Chứng minh $DE = \frac{1}{2}BC$.

Bài 89. Cho hình vuông $ABCD$. Vẽ đường tròn tâm O đường kính AD ; kẻ BM là tiếp tuyến của đường tròn tâm O (M là tiếp điểm, $M \neq A$), BM cắt CD tại K .

- Chứng minh 4 điểm A, B, M, O cùng thuộc một đường tròn.
- Chứng minh $OB \perp OK$ và $BM \cdot MK = \frac{AB^2}{4}$

----- HẾT -----

Lưu ý: Học sinh làm đề cương ra cuốn vở riêng và nộp lại GVBM sau 01 tuần.