

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn thi: TOÁN

(Đề thi gồm có 01 trang)

Thời gian thi: 150 phút (Không kể thời gian giao đề)

Câu 1 (2,5 điểm). Cho biểu thức $M = \left[\frac{(a-1)^2}{3a+(a-1)^2} - \frac{1-2a^2+4a}{a^3-1} + \frac{1}{a-1} \right] : \frac{a^3+4a}{4a^2}$ với $a \neq 0, a \neq 1$.

a) Rút gọn M .b) Tìm giá trị của a để M đạt giá trị lớn nhất.

Câu 2 (4,5 điểm). a) Cho $P(x)$ là đa thức có hệ số nguyên. Biết $P(x)$ chia cho $x+3$ dư 2, chia cho $x-4$ dư -5 , chia cho x^2-x-12 được thương là x^2+2x+3 và còn dư. Tính $P(5)$.

b) Cho ba số thực x, y, z thỏa mãn $\frac{x+y-3}{z} = \frac{x+z+2}{y} = \frac{y+z+1}{x} = \frac{1}{x+y+z}$.

Tính giá trị của biểu thức $B = 2024x + y^{2025} + z^{2025}$

c) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2 + y^2 = x + 3 \\ y^2 - y + 3 + 3xy = 0 \end{cases}$

Câu 3 (3,0 điểm). a) Tìm tất cả các cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $x^2 + xy + 3x + 2y = 5$.

b) Cho x, y là các số nguyên thỏa mãn $x^2 + 2xy + 4y^2 + 4$ và $2x^2 + 4xy + 8y^2 + 9$ đều là các số nguyên tố. Chứng minh $4x^2 + 8xy + 16y^2 + 17$ là hợp số.

Câu 4 (3,0 điểm). Một công ty chế biến hạt điều đã thống kê các loại hạt điều thu hoạch được theo bảng sau:

Loại hạt điều	Loại 1	Loại 2	Loại 3
Khối lượng thu hoạch được (kg)	2175	3345	2790

a) Hãy tính xác suất thực nghiệm của các biến cố sau:

A: "Hạt điều đạt loại 1".

B: "Hạt điều đạt loại 2 và loại 3".

b) Công ty lấy ngẫu nhiên 100 kg hạt điều chưa phân loại và tiến hành phân loại.

Hãy dự đoán xem:

(i) Có bao nhiêu kilôgam hạt điều loại 1?

(ii) Có bao nhiêu kilôgam hạt điều loại 2 và loại 3?

Câu 5 (6,0 điểm). Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB < AC$ và đường cao AH . Gọi D, E lần lượt là chân các đường vuông góc hạ từ H xuống AB, AC . Gọi I là giao điểm của AH và DE , BI cắt AC tại điểm F . Đường thẳng qua A song song với BI cắt BC tại P .

a) Chứng minh B là trung điểm PH .

b) CI cắt AB tại Q . Chứng minh: $AF = FC \cdot \sin^2 \widehat{ACB}$ và $\frac{AF}{FC} + \frac{AQ}{QB} = 1$.

c) Gọi M là giao điểm của DE và CB . Kẻ HT vuông góc với AM (T thuộc AM).

Chứng minh rằng $\widehat{BTC} = 90^\circ$.

Câu 6 (1,0 điểm). Có 2025 điểm trên mặt phẳng sao cho không có ba điểm nào thẳng hàng. Chứng minh rằng số tam giác có 3 đỉnh được chọn từ 2025 điểm và có diện tích bằng 1 nhỏ hơn hoặc bằng 2732400.

..... Hết

Họ và tên thí sinh: Số báo danh: