



A. KIẾN THỨC TRỌNG TÂM

I. Đại số

- Phương trình và hệ phương trình bậc nhất hai ẩn.
- Phương trình và bất phương trình bậc nhất một ẩn

II. Hình học

- Tỷ số lượng giác.
- Một số hệ thức liên hệ giữa cạnh và góc trong tam giác vuông và ứng dụng.

B. BÀI TẬP THAM KHẢO

I. ĐẠI SỐ

Bài 1. Giải các hệ phương trình sau:

$$a) \begin{cases} 3x + y = 7 \\ x - 7y = -13 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} 7x - 2y = 1 \\ 3x + y = 6 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 4x + 5y = 3 \\ x - 3y = 5 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} 3x - 2y = 10 \\ x - \frac{2}{3}y = 3\frac{1}{3} \end{cases}$$

Bài 2. Giải hệ phương trình:

$$a) \begin{cases} 2x + 1 & y - 2 = x - 3 & 2y \\ x - 3 & y + 1 = x + 1 & y - 2 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 1 \\ \frac{3}{x} + \frac{4}{y} = 5 \end{cases}$$

$$e) \begin{cases} \frac{2x}{x+1} + \frac{3y}{y-1} = 1 \\ \frac{3x}{x+1} - \frac{4y}{y-1} = 10 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x + 1 & y - 1 = x - 2 & y + 1 - 1 \\ 2 & x - 2 & y - x = 2xy - 3 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{3}{y-2} = 4 \\ \frac{4}{x} - \frac{1}{y-2} = 1 \end{cases}$$

$$f) \begin{cases} \frac{1}{x-2} - \frac{1}{y-1} = 2 \\ \frac{2}{x-2} + \frac{3}{y-1} = 1 \end{cases}$$

Bài 3. Giải phương trình:

$$a) x - 3 \quad x - 4 = 0$$

$$c) \left(\frac{1}{2}x + 5\right) \left(\frac{-2}{3}x - \frac{4}{3}\right) = 0$$

$$b) 5x + 2 \quad 2x - 7 = 0$$

$$d) x + 1^2 \quad 3x - 1 = 0$$

$$e) 3x - 1^2 = 5 \quad 3x - 1$$

$$g) 2x - 3^2 = 3x - 7^2$$

$$f) y^2 - 5y + 2 \quad y - 5 = 0$$

$$h) 2 \quad x + 3 \quad -x^2 - 3x = 0$$

$$i) 2x - 1^2 = 81$$

$$k) x + 1^2 + 2 \quad x + 1 + 1 = 0$$

Bài 4. Giải phương trình:

$$a) \frac{2}{x-3} = 1$$

$$e) \frac{2}{x-3} + \frac{3}{x+3} = \frac{3x-5}{x^2-9}$$

$$b) \frac{4}{2x-3} + \frac{3}{x \quad 2x-3} = \frac{5}{x}$$

$$f) \frac{x-1}{x+1} - \frac{x+1}{x-1} = \frac{8}{x^2-1}$$

$$c) \frac{5}{x+2} + \frac{3}{x-1} = \frac{3x+4}{x+2} \cdot \frac{1}{x-1}$$

$$g) \frac{2x}{x-1} + \frac{4}{x^2+2x-3} = \frac{2x-5}{x+3}$$

$$d) \frac{2x+3}{2x-3} - \frac{3}{4x-6} = \frac{2}{5}$$

$$h) \frac{x^2+2x+1}{x^2+2x+2} + \frac{x^2+2x+2}{x^2+2x+3} = \frac{7}{6}$$

Giải các bài toán sau bằng cách lập hệ phương trình

Bài 5. Tìm hai số nguyên dương biết tổng của chúng bằng 943, nếu lấy số lớn chia cho số bé được thương là 3 và số dư là 67.

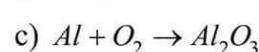
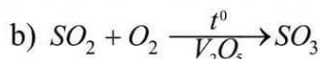
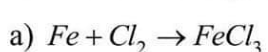
Bài 6. Tìm một số tự nhiên có hai chữ số, tổng các chữ số của nó bằng 11, nếu đổi chỗ hai chữ số hàng chục và hàng đơn vị cho nhau thì số đó tăng thêm 27 đơn vị.

Bài 7. Hai người thợ cùng xây một bức tường trong 3 giờ 45 phút thì xong. Nhưng họ chỉ làm chung trong ba giờ thì người thứ nhất được điều đi làm việc khác, người thứ hai xây tiếp bức tường còn lại trong 2 giờ nữa thì xong. Hỏi nếu làm một mình thì mỗi người xây xong bức tường trong bao lâu?

Bài 8. Hai người thợ quét sơn một ngôi nhà. Nếu họ cùng làm trong 6 ngày thì xong công việc. Hai người làm cùng nhau trong 3 ngày thì người thứ nhất được chuyển đi làm công việc khác, người thứ hai làm một mình trong 4 ngày nữa thì hoàn thành công việc. Hỏi nếu làm riêng thì mỗi người hoàn thành công việc đó trong bao lâu?

Bài 9. Hưởng ứng chiến dịch tình nguyện “Mùa hè xanh” để giúp học sinh vùng cao đến trường thuận lợi hơn, hai tổ thanh niên A và B tham gia sửa một đoạn đường. Nếu hai tổ cùng làm thì trong 8 giờ xong việc. Nếu làm riêng thì thời gian hoàn thành của tổ A ít hơn tổ B là 12 giờ. Hỏi nếu làm riêng thì mỗi tổ sửa xong đoạn đường đó trong bao lâu?

Bài 10. Cân bằng các phương trình hoá học sau bằng phương pháp đại số.



Bài 11. Nhà máy luyện thép hiện có sẵn loại thép chứa 10% carbon và loại thép chứa 20% carbon. Giả sử trong quá trình luyện thép các nguyên liệu không bị hao hụt. Tính khối lượng thép mỗi loại cần dùng để luyện được 1000 tấn thép chứa 16% carbon từ hai loại thép trên.

Bài 12. Để pha chế 1 000 lít cồn nồng độ 16%, người ta trộn lẫn dung dịch cồn nồng độ 10% và dung dịch cồn nồng độ 70%. Tính số lít mỗi dung dịch cồn nồng độ 10% và nồng độ 70% cần dùng.

Bài 13. Một ca nô chạy trên sông trong 8 giờ, xuôi dòng 81km và ngược dòng 105km. Một lần khác cũng chạy trên khúc sông đó, ca nô này chạy trong 4 giờ, xuôi dòng 54km và ngược dòng 42km. Hãy tính vận tốc khi xuôi dòng và ngược dòng của ca nô, biết vận tốc dòng nước và vận tốc riêng của ca nô không đổi.

Bài 14. Hai bến sông A và B cách nhau 200 km. Một ca nô xuôi dòng từ bên A đến bên B rồi ngược từ B trở về A hết tổng thời gian là 9 giờ. Biết thời gian ca nô xuôi dòng 5 km bằng thời gian ca nô ngược dòng 4 km. Tính vận tốc của ca nô khi nước yên lặng và vận tốc của dòng nước.

Bài 15. Một lớp có 40 học sinh, trong đó nam nhiều hơn nữ. Trong giờ ra chơi, cô giáo đưa cả lớp 260 000 đồng để mỗi bạn nam mua một ly Coca giá 5000 đồng/ly, mỗi bạn nữ mua một

bánh phô mai giá 8000 đồng/cái và được căng tin trả lại tiền thừa là 3000 đồng. Hỏi lớp có bao nhiêu học sinh nam và bao nhiêu học sinh nữ?

Bài 16. Giải các bất phương trình sau:

a) $2x - 12 > 3 - 2x + 5$

d) $\frac{2x - 3}{3} \leq \frac{3x - 2}{4}$

b) $-3x + 4 \leq x + 12$

e) $2x + \frac{2x + 1}{2} > 3x - \frac{1}{5}$

c) $2x + 1 - 2 - x + x^2 < 2 - x^2$

f) $\frac{x - 1}{2} - \frac{7x + 3}{15} \leq \frac{2x + 1}{3} + \frac{3 - 2x}{5}$

Bài 17. Bạn Lan để dành tiền mua quà tặng em trai nhân dịp “Quốc tế thiếu nhi 1/6”. Hiện tại bạn Lan đã để dành được số tiền không quá 50 000 đồng gồm 15 tờ giấy bạc với hai loại mệnh giá 5000 đồng và 2000 đồng. Hỏi bạn Lan có thể có nhiều nhất bao nhiêu tờ giấy bạc loại 5000 đồng ?

Bài 18. Sau tết Minh có 1 500 000 đồng tiền lì xì. Mỗi ngày Minh để dành được 25 000 đồng. Minh muốn mua một chiếc xe đạp trị giá 3 280 000 đồng. Hỏi Minh phải để dành ít nhất bao nhiêu ngày thì mua được chiếc xe đạp đó?

Bài 19. Trong cuộc thi “Đố vui để học”, mỗi thí sinh phải trả lời 12 câu hỏi của ban tổ chức. Mỗi câu hỏi gồm bốn phương án, trong đó chỉ có một phương án đúng. Với mỗi câu hỏi, nếu trả lời đúng thì được cộng 5 điểm, trả lời sai bị trừ 2 điểm. Khi bắt đầu cuộc thi mỗi thí sinh có sẵn 20 điểm. Thí sinh nào đạt từ 50 điểm trở lên sẽ được vào vòng tiếp theo. Hỏi thí sinh phải trả lời đúng ít nhất bao nhiêu câu thì được vào vòng thi tiếp theo?

Bài 20. Trong cuộc thi “Đố vui để học”, mỗi thí sinh phải trả lời 12 câu hỏi của ban tổ chức. Mỗi câu hỏi gồm bốn phương án, trong đó chỉ có một phương án đúng. Với mỗi câu hỏi, nếu trả lời đúng thì được cộng 5 điểm, trả lời sai bị trừ 2 điểm. Khi bắt đầu cuộc thi mỗi thí sinh có sẵn 20 điểm. Thí sinh nào đạt từ 50 điểm trở lên sẽ được vào vòng tiếp theo. Hỏi thí sinh phải trả lời đúng ít nhất bao nhiêu câu thì được vào vòng thi tiếp theo?

II. HÌNH HỌC

Bài 1. Cho ΔABC vuông tại A, tính tỉ số lượng giác của góc B trong các trường hợp sau:

a) $AB = 4$ và $BC = 5$

b) $AC = 3$ và $AB = 4$

c) $AC = 3$ và $BC = 5$

Bài 2. Cho ΔABC vuông tại C, có $BC = 12\text{cm}$, $AC = 9\text{cm}$. Tính các tỉ số lượng giác của góc B, từ đó suy ra các tỉ số lượng giác của góc A.

Bài 3. Hãy viết các tỉ số lượng giác sau thành tỉ số lượng giác của các góc nhỏ hơn 45°

a) $\sin 60^\circ$

b) $\cos 75^\circ$

c) $\sin 52^\circ 30'$

d) $\tan 80^\circ$

Bài 4. Tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $A = 4 - \sin^2 45^\circ + 2 \cos^2 60^\circ - 3 \cot^3 45^\circ$

e) $D = \sin 30^\circ - \frac{\tan 29^\circ}{\cot 61^\circ} - 2 \cdot \cos^2 60^\circ + \cot 45^\circ$

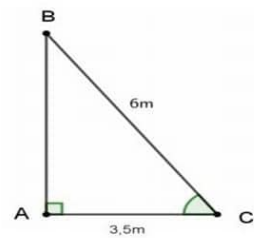
b) $B = \frac{\sin 30^\circ \cdot \cos 30^\circ + 1}{\cot 45^\circ}$

f) $E = \frac{2 \cdot \sin 60^\circ + \sqrt{3} \tan 30^\circ}{2\sqrt{2} \cdot \cos 45^\circ} - \frac{1}{2}$

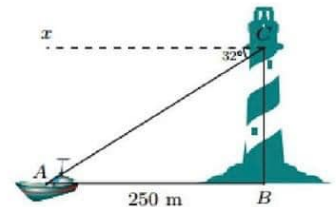
c) $C = \sin 18^\circ + \cos 18^\circ - \sin 72^\circ - \cos 72^\circ$

g) $F = \tan 1^\circ \cdot \tan 2^\circ \cdot \tan 3^\circ \dots \tan 87^\circ \cdot \tan 88^\circ \cdot \tan 89^\circ$

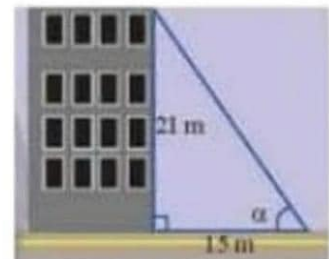
Bài 5. Một cột đèn điện AB cao 6m có bóng in trên mặt đất là AC dài 3,5 m. Hãy tính $\angle BCA$ (làm tròn đến phút) mà tia sáng mặt trời tạo với mặt đất.



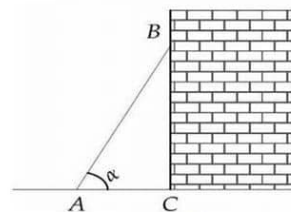
Bài 6. Trên mặt biển, khi khoảng cách AB từ ca nô đến chân tháp hải đăng là 250m, một người đứng trên tháp hải đăng đó nhìn về phía ca nô theo phương CA tạo với phương nằm ngang Cx một góc $\angle ACx = 32^\circ$. Tính chiều cao của tháp hải đăng (làm tròn kết quả đến hàng phần mười của mét), biết $AB \parallel Cx$ và độ cao từ tầm mắt của người đó đến đỉnh tháp hải đăng là 3,2m.



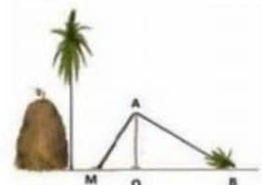
Bài 7. Tia nắng chiếu qua nóc của tòa nhà hợp với mặt đất một góc α . Cho biết tòa nhà cao 21m và bóng của nó trên mặt đất dài 15m. Tính góc α ? (làm tròn kết quả đến độ)



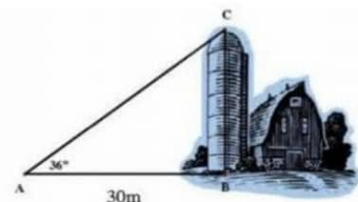
Bài 8. Một cái thang khi dựa vào tường thì góc α giữa thang và mặt đất trong khoảng từ 60° đến 65° thì an toàn. Hỏi một cái thang AB dài 3m dựng vào tường thì chân thang A cách chân tường C trong khoảng nào thì an toàn? (làm tròn đến hai chữ số thập phân).



Bài 9. Một cây cau trồng ở vị trí M cách bức tường AQ một khoảng $MQ = 2m$ bị bão làm gãy bức tường AQ , ngọn cây ở vị trí B trên mặt đất cách bức tường một khoảng $QP = 8m$ và vô tình tạo ra một tam giác vuông AMP như hình vẽ. Tính số đo của góc $\angle APM$ tạo bởi đoạn thân gãy với mặt đất (kết quả làm tròn đến độ).



Bài 10. Một người quan sát đứng ở vị trí A cách một tòa nhà khoảng 30m. Góc nâng từ chỗ anh ta đứng đến nóc tòa nhà (điểm C) là 36° .



a) Tính chiều cao BC của tòa nhà (làm tròn đến chữ số hàng đơn vị).

b) Nếu anh ta đi thêm 5m nữa, đến vị trí D nằm giữa A và B , thì góc nâng từ D đến nóc tòa nhà là bao nhiêu? (sử dụng kết quả đã làm tròn ở câu a và làm tròn kết quả câu b đến độ).

Bài 11. Cho tam giác ABC vuông tại A , giải tam giác vuông trong các trường hợp sau:

a) $B = 35^\circ$ và $BC = 40\text{cm}$

c) $AB = 6\text{cm}$ và $C = 60^\circ$

b) $AB = 7\text{cm}$ và $AC = 6\text{cm}$

d) $AB = 5\text{cm}$; $BC = 7\text{cm}$

Bài 12. Cho ΔABC vuông tại A ($AB < AC$), đường cao AH. Vẽ HM vuông góc với AB tại M, HN vuông góc với AC tại N.

a) Cho biết $AB = 6\text{cm}$, $AC = 8\text{cm}$. Tính độ dài BC, AH và số đo các góc B, C.

b) Chứng minh rằng $AM \cdot AB = AN \cdot AC$.

c) Qua A kẻ đường thẳng vuông góc với MN cắt BC tại D. Chứng minh D là trung điểm của BC.

Bài 13. Cho hình chữ nhật ABCD có $AB = 9\text{cm}$, $BC = 12\text{cm}$. Kẻ $AH \perp BD$ tại H.

a) Tính BD, AH và BDA

b) Kẻ $HI \perp AB$. Chứng minh rằng $AI \cdot AB = DH \cdot HB$.

c) Đường thẳng AH cắt BC tại M và cắt DC tại N. Chứng minh $HA^2 = HM \cdot HN$

Bài 14. Cho ΔABC vuông tại A có đường cao AH.

a) Cho biết $AB = 3\text{cm}$, $AC = 4\text{cm}$. Tính độ dài các đoạn thẳng BC, HB, AH.

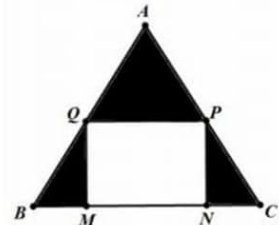
b) Vẽ $HE \perp AB$, $HF \perp AC$ tại F. Chứng minh $AE \cdot EB = EH^2$ và $AE \cdot EB + AF \cdot FC = EF^2$

c) Chứng minh $BE = BC \cdot \cos^3 B$

III. MỞ RỘNG, NÂNG CAO

Bài 1. Hai bạn An và Bình đang so về số lượng những viên bi mà hai bạn hiện có. An nói với Bình rằng “Nếu bạn cho tôi một số viên bi từ túi của bạn thì tôi sẽ có số viên bi gấp 6 lần số viên bi của bạn. Còn nếu tôi cho bạn số viên bi như thế, số viên bi của bạn sẽ bằng $\frac{1}{3}$ số viên bi của tôi”. Hỏi số viên bi ít nhất mà bạn An có thể có là bao nhiêu?

Bài 2. Bác Bình có một miếng đất hình tam giác đều ABC có cạnh bằng 20m. Bác Bình dự định chia khu đất đó thành một số phần diện tích để trồng cây và làm một ngôi nhà có nền nhà là hình chữ nhật MNPQ (như hình vẽ). Hỏi vị trí điểm M cách B một khoảng là bao nhiêu để diện tích nền nhà là lớn nhất.



Bài 3. Cho x, y dương thỏa mãn $x + y \leq 6$. Tìm GTNN của $P = x + y + \frac{6}{x} + \frac{24}{y}$.

Bài 4. Cho $a, b \geq 0$, tìm GTNN của biểu thức $P = a^2 + b^2 + \frac{16}{(a+1)(b+1)}$

Bài 5. Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $abc = 1$. Chứng minh rằng:

$$\frac{1}{a^2 + 2b^2 + 3} + \frac{1}{b^2 + 2c^2 + 3} + \frac{1}{c^2 + 2a^2 + 3} \leq \frac{1}{2}$$

.....HẾT!.....