

TỔ TOÁN – TIN

NĂM HỌC 2024 – 2025

MÔN TOÁN LỚP: 12

ĐẠI SỐ:

Phần I: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

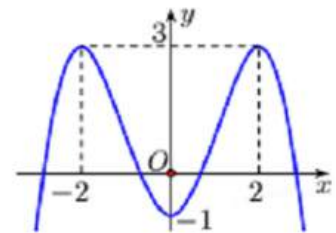
x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$		1		-3		$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào?

- A. $(-3;1)$. B. $(-2;2)$. C. $(2;+\infty)$. D. $(-\infty;-2)$.

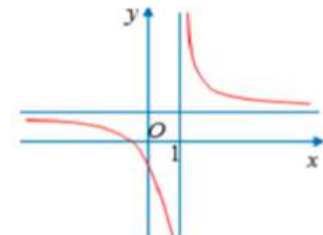
Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào?

- A. $(-2;0)$. B. $(-\infty;-1)$.
C. $(-2;2)$. D. $(0;2)$.



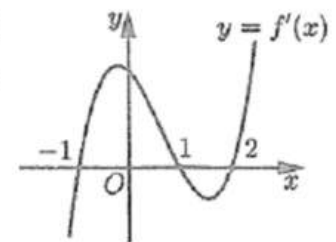
Câu 3. Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$, với a, b, c, d là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. B. $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.
C. $y' > 0, \forall x \neq 1$. D. $y' < 0, \forall x \neq 1$.



Câu 4. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1;2)$. B. $(-\infty;-1)$.
C. $(1;2)$. D. $(-1;1)$.



Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

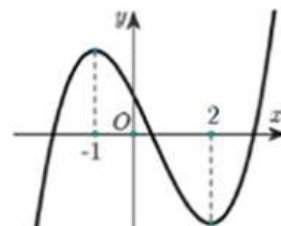
x	$-\infty$	0	1	2	4	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	$-$	0	$+$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào?

- A. $(2;+\infty)$. B. $(1;2)$. C. $(-\infty;1)$. D. $(1;4)$.

Câu 6. Cho hàm bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $f'(0) > 0$. B. $f'(1) < 0$.
C. $f'(-2) < 0$. D. $f'(-2007) < 0$.



Câu 8. Hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 9x - 2007$ đồng biến trên khoảng

- A. $(-3;1)$. B. $(3; +\infty)$. C. $(-\infty; -3)$. D. $(-1;3)$.

Câu 9. Cho hàm số $y = \frac{2x+5}{x-2}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{2\}$. B. Hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định.
C. Hàm số nghịch biến trên tập xác định. D. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$.

Câu 10. Hàm số $y = \frac{x^2 - 2x + 6}{x+1}$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1;2)$. B. $(-4;2)$. C. $(-\infty; -4)$. D. $(2; +\infty)$.

Câu 11. Hàm số $f(x) = \log_{2007}(x^2 - 2x)$ nghịch biến trên khoảng

- A. $(2; +\infty)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(-\infty; 0)$. D. $(0;1)$.

Câu 12. Hàm số $y = x^4 e^x$ nghịch biến trên khoảng

- A. $(-\infty; -4)$. B. $(-4; 0)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(0; 4)$.

Câu 15. Sự ảnh hưởng khi sử dụng một loại độc tố với vi khuẩn X được một nhà sinh học mô tả bởi hàm số $P(t) = \frac{t+1}{t^2+t+4}$, trong đó $P(t)$ là số lượng vi khuẩn sau t giờ sử dụng độc tố. Vào thời điểm nào thì số lượng vi khuẩn X bắt đầu giảm?

- A. Ngay tại thời điểm sử dụng độc tố. B. Sau nửa giờ kể từ thời điểm sử dụng độc tố.
C. Sau 2 giờ kể từ thời điểm sử dụng độc tố. D. Sau 1 giờ kể từ thời điểm sử dụng độc tố.

Câu 16. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$		
y'		+	0	-	0	+			
y	$-\infty$			↗	3	↘	-2	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại:

- A. $x = 3$. B. $x = -2$. C. $x = 1$. D. $x = 2$.

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$		
$f'(x)$		+	0	-	0	+			
$f(x)$	$-\infty$			↗	0	↘	-1	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.

Câu 18. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		0		1		2		4		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	0	+	0	+	

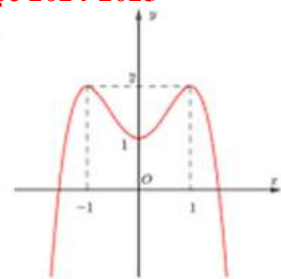
Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực đại?

- A. 1. B. 0. C. 3. D. 4.

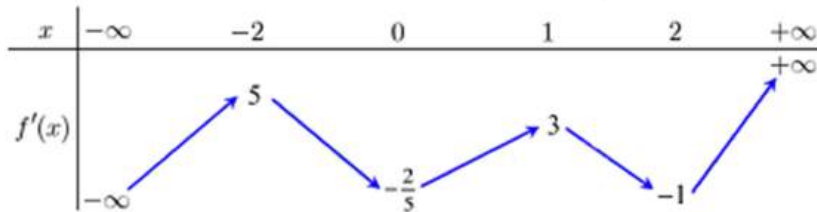
Câu 19. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.

Số điểm cực tiểu của hàm số $f(x)$ là:

- A. 1.
- B. 2.
- C. 3.
- D. 0.



Câu 20. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như hình vẽ:



Hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?

- A. 5.
- B. 3.
- C. 2.
- D. 4.

Câu 21. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có đạo hàm $f'(x) = x^{2024}(2x^2 - 5x + 2), \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực đại?

- A. 0.
- B. 2.
- C. 1.
- D. 3.

Câu 23. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)(x-2)^2(x-3)^3(x-4)^{2024}, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 4.
- B. 2.
- C. 1.
- D. 3.

Câu 26. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 2$ trên đoạn $[-3; 3]$ bằng

- A. 20.
- B. -16.
- C. 0.
- D. 4.

Câu 27. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x) = x - 5 + \frac{1}{x}$ trên khoảng $(0; +\infty)$ bằng bao nhiêu?

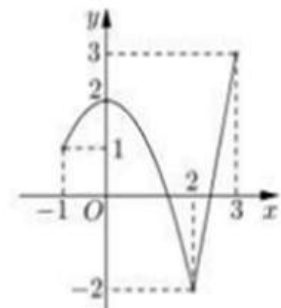
- A. -2.
- B. -3.
- C. 0.
- D. -1.

Câu 28. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $h(x) = \frac{x-5}{x+1}$ trên đoạn $[0; 2]$ bằng

- A. -2.
- B. -6.
- C. -5.
- D. -1.

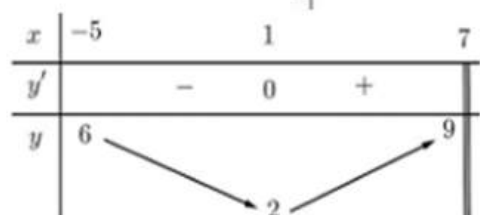
Câu 29. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1; 3]$. Giá trị của $M - m$ bằng

- A. 5.
- B. 4.
- C. 0.
- D. 1.



Câu 30. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên trên $[-5; 7]$ như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\max_{[-5;7]} f(x) = 9$.
- B. $\min_{[-5;7]} f(x) = 6$.
- C. $\max_{[-5;7]} f(x) = 6$.
- D. $\min_{[-5;7]} f(x) = 2$.



Câu 31. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = (x^2 - 2).e^{2x}$ trên đoạn $[-1; 2]$ bằng:

- A. $-e^2$. B. $2e^4$. C. $-2e^2$. D. $2e^2$.

Câu 32: Cho hàm số $y = \frac{x+m}{x+1}$ (m là tham số thực) thỏa mãn $\min_{[1;2]} y + \max_{[1;2]} y = \frac{16}{3}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $m > 4$. B. $2 < m \leq 4$. C. $m \leq 0$. D. $0 < m \leq 2$.

Câu 33: Một cửa hàng buôn giày nhập một đôi với giá là 40 đôla. Cửa hàng ước tính rằng nếu đôi giày được bán với giá x đôla thì mỗi tháng khách hàng sẽ mua $(120 - x)$ đôi. Hỏi cửa hàng bán một đôi giày giá bao nhiêu thì thu được nhiều lãi nhất?

- A. 80 đôla. B. 240 đôla. C. 160 đôla. D. 40 đôla.

Câu 34: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
y'		-	+	-
y	$+\infty$	\searrow	\nearrow	0

Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho bằng

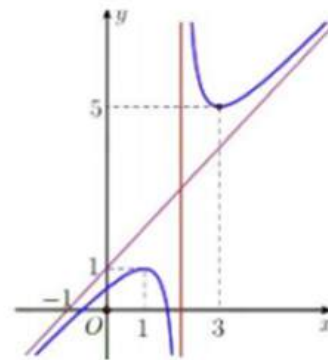
- A. 1. B. 2. C. 0. D. 3.

Câu 35: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2-5x}{x+2}$ là

- A. $y = 2$. B. $x = -1$. C. $y = -5$. D. $y = -\frac{5}{2}$.

Câu 36: Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình có đường tiệm cận xiên $y = ax + b$. Khi đó $a + b$ bằng bao nhiêu?

- A. 1.
B. 2.
C. 0.
D. 3.



Câu 37: Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 2x + 3}{x + 1}$ là

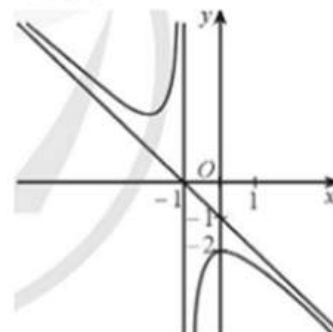
- A. $y = x + 1$. B. $y = x - 1$. C. $y = x - 3$. D. $y = x + 3$.

Câu 38: Đồ thị của hàm số $y = \frac{2x^2 - 3x - 5}{x + 2}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 1. B. 2. C. 0. D. 3.

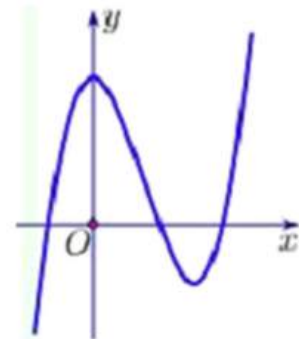
Câu 39: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số $y = f(x)$ có thể là hàm số nào trong các hàm số sau?

- A. $y = \frac{x^2 + 2x + 2}{-x - 1}$. B. $y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x - 1}$.
C. $y = \frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1}$. D. $y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x + 1}$.

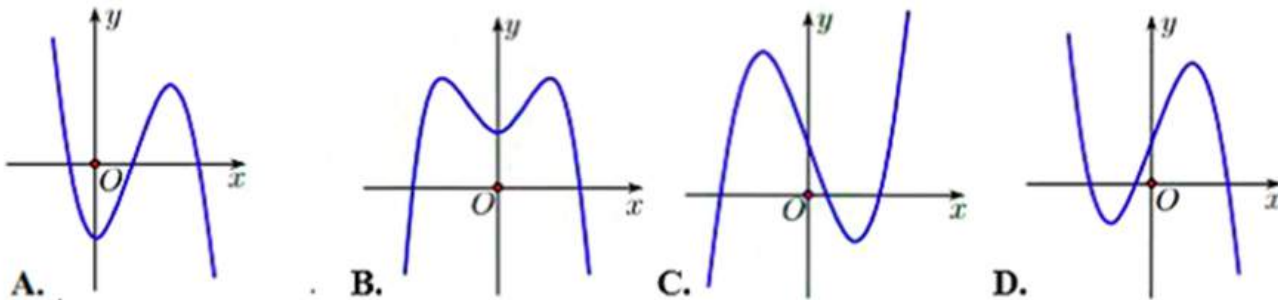


Câu 40: Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào?

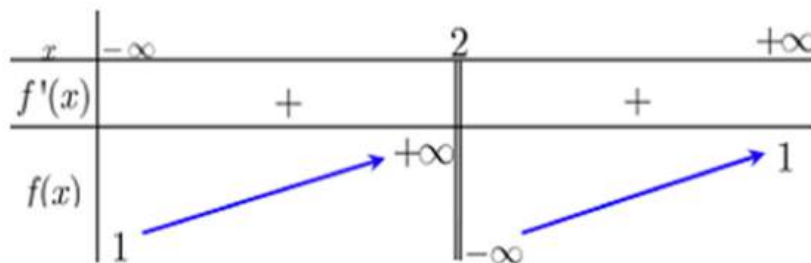
- A. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$
- B. $y = x^4 - 2x^2 + 1$
- C. $y = x^3 + 2x^2 - 7x + 3$
- D. $y = x^4 - 2x^2 - 1$



Câu 41: Hàm số $y = -x^3 + 3x + 1$ có đồ thị (C). Trong các đồ thị sau, đồ thị nào là đồ thị (C)?



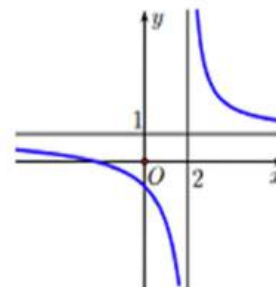
Câu 42: Hàm số nào sau đây có bảng biến thiên như hình vẽ?



- A. $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$
- B. $f(x) = \frac{2x+1}{x-1}$
- C. $f(x) = \frac{2x-3}{x-1}$
- D. $f(x) = \frac{x-3}{x-2}$

Câu 43: Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào?

- A. $y = \frac{x+2}{x-2}$
- B. $y = \frac{x-1}{x-2}$
- C. $y = x^4 - 3x^2 + 2$
- D. $y = -x^3 + 3x^2 - 1$



Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 9x - 7$.

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề	Đúng	Sai
a) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 3)$.		
b) Đồ thị hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị.		
c) $\underset{\mathbb{R}}{\text{Max}} f(x) = f(3)$.		
d) Đồ thị hàm số $f(x)$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt.		

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	1	2	3	4	$+\infty$			
$f'(x)$	-	0	+		+		-	0	+

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

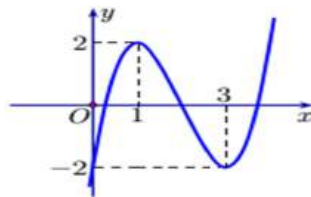
Mệnh đề	Đúng	Sai
a) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1;3)$.		
b) Đồ thị hàm số $f(x)$ có ba điểm cực trị.		
c) $\text{Max}_{[1;4]} f(x) = f(3)$.		
d) Biết $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ và $f(3) = 1$. Khi đó phương trình $2007f(x) - 2025 = 0$ có đúng hai nghiệm thực phân biệt.		

Câu 3. Cho hàm số $f(x) = \ln(x^2 - 4x - 4)$.

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

Mệnh đề	Đúng	Sai
a) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.		
b) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 2)$.		
c) Hàm số $y = f(x)$ không có điểm cực trị.		
d) Phương trình $f(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt trái dấu.		

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

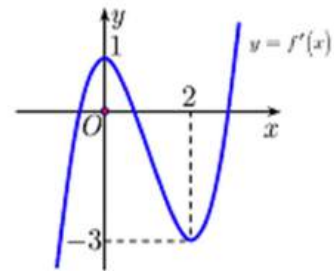
Mệnh đề	Đúng	Sai
a) Cực đại của hàm số $y = f(x)$ là 1.		
b) $f'(-2) > 0$.		
c) Phương trình $ f(x) = \frac{11}{10}$ có 6 nghiệm thực phân biệt.		
d) Nếu $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - 2$ với $a, b, c \in \mathbb{R}$ thì $4a + 2b + c = 1$.		

Câu 5: Xét một chất điểm chuyển động dọc theo trục Ox . Toạ độ của chất điểm tại thời điểm t được xác định bởi hàm số $x(t) = t^3 - 9t^2 + 15t + 1$ với $t \geq 0$. Khi đó $x'(t)$ là vận tốc của chất điểm tại thời điểm t , kí hiệu $v(t)$; $v'(t)$ là gia tốc chuyển động của chất điểm tại thời điểm t , kí hiệu $a(t)$.

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

Mệnh đề	Đúng	Sai
a) Hàm $v(t) = 3t^2 - 18t + 15$.		
b) Hàm $a(t) = 6t - 18$.		
c) Trong khoảng từ $t = 0$ đến $t = 3$ thì vận tốc của chất điểm tăng.		
d) Từ $t = 3$ trở đi thì vận tốc của chất điểm giảm.		

Câu 6: Cho hàm số bậc bốn $f(x)$ có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ. Biết đồ thị hàm số $y = f'(x)$ cắt trục Ox tại ba điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là a, b, c ($a < b < c$) và $f(b) = -1$:



Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

Mệnh đề	Đúng	Sai
a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.		
b) Điểm cực đại của đồ thị hàm số là $A(0; 1)$.		
c) Phương trình $f^2(x) + f(x) = 0$ có 5 nghiệm thực phân biệt.		
d) Hàm số $y = f(x) $ có 5 điểm cực trị.		

Câu 7: Cho hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$, ($a \neq 0, m \neq 0$, $-\frac{n}{m}$ không là nghiệm của đa thức $ax^2 + bx + c$)

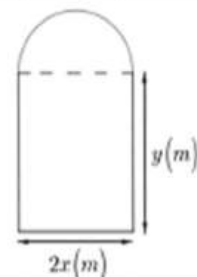
có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$		-2		$-\infty$		$+\infty$	$+\infty$
							-1	

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

Mệnh đề	Đúng	Sai
a) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.		
b) Hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị.		
c) Hàm số có hai giá trị cực trị là 0 và 2.		
d) Phương trình $2[f(x)]^2 + 5f(x) - 12 = 0$ có ba nghiệm thực dương.		

Câu 8: Kỹ sư cơ khí dùng một thanh thép dài $4m$ để uốn thành khung viền của một cửa sổ có dạng một phần của hình chữ nhật ghép với nửa đường tròn có các kích thước được cho trên hình vẽ.



Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

Mệnh đề	Đúng	Sai
a) Ta có $y = 2 - \frac{(\pi + 2)x}{2}$.		
b) Diện tích của cửa sổ được tính bởi công thức $S(x) = 4x + 2x^2 - \frac{\pi x^2}{2}$ (m^2).		
c) Diện tích cửa sổ lớn nhất khi $x = \frac{4}{\pi + 4}$.		
d) Giá trị lớn nhất của diện tích cửa sổ là $\frac{8}{\pi + 4}$.		

Câu 9: Nồng độ thuốc $C(t)$ tính theo mg/cm^3 trong máu của bệnh nhân được tính bởi công thức

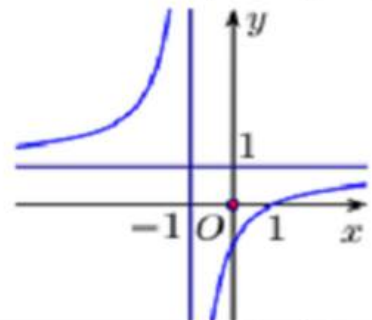
$$C(t) = \frac{t}{20t^2 + 20t + 20}, \text{ trong đó } t \text{ là thời gian (tính theo giờ) kể từ thời điểm tiêm cho bệnh nhân.}$$

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

Mệnh đề	Đúng	Sai
a) Hàm số $C(t)$ có đạo hàm $C'(t) = \frac{1-t^2}{20(t^2+t+1)^2}, \forall t \geq 0$.		
b) Sau khi tiêm, nồng độ thuốc trong máu bệnh nhân giảm dần theo thời gian.		
c) Nồng độ thuốc trong máu bệnh nhân lớn nhất tại thời điểm 1 giờ sau tiêm.		
d) Nồng độ trong máu bệnh nhân đạt $0,02mg/cm^3$ tại một thời điểm sau tiêm.		

Câu 10: Cho hàm số $f(x) = \frac{ax+b}{x+d}$ có đồ thị (C) như hình vẽ.

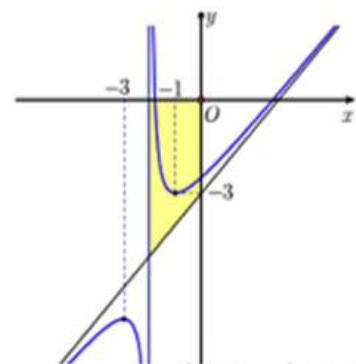
Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau :



Mệnh đề	Đúng	Sai
a) Hàm số $f(x)$ có một điểm cực trị.		
b) $a = 1, d = -1$.		
c) Đồ thị hàm số $f(x)$ đi qua điểm $B(-3; 2)$.		
d) Hai đường tiệm cận của (C) tạo với hai trục tọa độ tứ giác có diện tích bằng 2.		

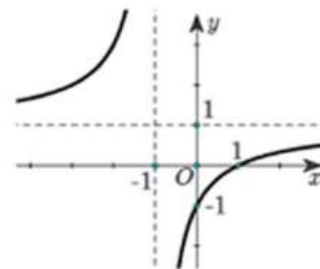
Câu 11: Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2+bx+c}{x+n}$ có đồ thị (C) như hình vẽ.

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau :



Mệnh đề	Đúng	Sai
a) Giá trị cực tiểu của hàm số $f(x)$ bằng -3 .		
b) Đồ thị hàm số $f(x)$ có tiệm cận đứng $x = -2$.		
c) Đồ thị hàm số $f(x)$ có tiệm cận xiên $y = px + q$, khi đó $p + q = 4$.		
d) Phần hình phẳng được đánh dấu là hình thang có diện tích bằng 8.		

Câu 12: Cho hàm số $f(x) = \frac{x+a}{x+1}$ có đồ thị (C) như hình vẽ (a là số thực cho trước và $a \neq 1$).



Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau :

Mệnh đề	Đúng	Sai
a) $f'(x) < 0, \forall x \neq -1$ và hàm số $f(x)$ không có điểm cực trị.		
b) Đồ thị hàm số $f(x)$ có hai đường tiệm cận.		
c) Tâm đối xứng của đồ thị hàm số là $I(-1;1)$.		
d) $\max_{[0;3]} f(x) = \frac{1}{3}$.		

Phần III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Cho hàm số $y = -\frac{x^3}{3} + 3x^2 - 5x + 2007$ đồng biến trên khoảng $D = (a;b)$, biết tất cả các khoảng đồng biến khác luôn là tập con của D . Giá trị của $a+b$ là bao nhiêu?

Đáp án:.....

Câu 2. Cho hàm số $y = \sqrt{-x^2 + 2x + 3}$ đồng biến trên khoảng $K = (a;b)$, biết tất cả các khoảng đồng biến khác luôn là tập con của K . Tính giá trị biểu thức $T = 12a - 25b$.

Đáp án:.....

Câu 3. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có bảng xét dấu $f'(x)$ như hình sau:

x	$-\infty$	-3	3	$+\infty$		
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$

Biết $f(3) = -f(-3) = -1$. Hỏi phương trình $f(x) = 0$ có bao nhiêu nghiệm phân biệt?

Đáp án:.....

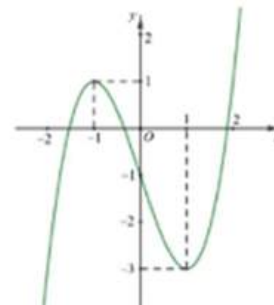
Câu 4: Một tàu đổ bộ tiếp cận Mặt Trăng theo cách tiếp cận thẳng đứng và đốt cháy các tên lửa hãm ở độ cao 250 km so với bề mặt của Mặt Trăng. Trong khoảng 50 giây đầu tiên kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm, độ cao h của con tàu so với bề mặt của Mặt Trăng được tính (gần đúng) bởi hàm $h(t) = -0,01t^3 + 1,1t^2 - 30t + 250$ trong đó t là thời gian tính bằng giây và h là độ cao tính bằng kilômét. Biết $(a;b)$ là khoảng thời gian dài nhất mà độ cao h của tàu tăng dần. Phần nguyên của $b-a$ bằng bao nhiêu?

Đáp án:.....

Câu 5: Cho hàm số bậc bốn $f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ.

Tìm số điểm cực trị của hàm số $f(x)$.

Đáp án:.....



Câu 6: Tổng giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của hàm số $y = \frac{x^2 - 2x + 9}{x - 2}$ bằng bao nhiêu?

Đáp án:.....

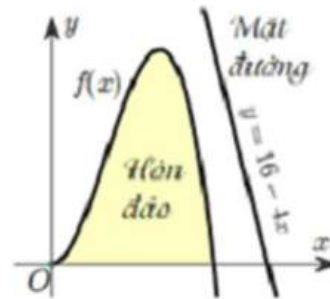
Câu 7: Gọi a là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 + \frac{4}{x}$ trên khoảng $(0; +\infty)$. Khi đó a^3 bằng bao nhiêu?

Đáp án:.....

Câu 8: Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - x + 3}{x - 2}$ tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng bao nhiêu?

Đáp án:.....

Câu 9: Một hòn đảo nằm trong một hồ nước. Biết rằng đường cong tạo nên hòn đảo được mô hình hóa vào hệ trục tọa độ Oxy là một phần của đồ thị hàm số bậc ba $f(x)$. Vị trí điểm cực đại là $(2; 4)$ với đơn vị của hệ trục là $100m$ và vị trí điểm cực tiểu là gốc tọa độ O . Mặt đường chạy trên một đường thẳng có phương trình $y = -4x + 16$. Người ta muốn làm một cây cầu có dạng một đoạn thẳng nối từ hòn đảo ra mặt đường. Độ dài ngắn nhất của cây cầu bằng bao nhiêu mét? (làm tròn đến một chữ số thập phân sau dấu phẩy)



Đáp án:.....

Câu 10: Cho một tấm nhôm hình chữ nhật có kích thước $80cm \times 50cm$. Người ta cắt ở bốn góc của tấm nhôm đó bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh bằng $x(cm)$, rồi gập tấm nhôm lại thì được một cái thùng không nắp dạng hình hộp chữ nhật. Tìm x để thể tích của thùng lớn nhất. (đơn vị cm)



Đáp án:.....

HÌNH HỌC:

Phần 1: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn:

Câu 1: Trong không gian, cho ba vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ phân biệt và đều khác $\vec{0}$. Những mệnh đề nào sau đây là đúng?

- a) Nếu \vec{a} và \vec{b} đều cùng hướng với \vec{c} thì \vec{a} và \vec{b} cùng hướng.
- b) Nếu \vec{a} và \vec{b} đều ngược hướng với \vec{c} thì \vec{a} và \vec{b} cùng hướng.
- c) Nếu \vec{a} và \vec{b} đều cùng hướng với \vec{c} thì \vec{a} và \vec{b} ngược hướng.
- d) Nếu \vec{a} và \vec{b} đều ngược hướng với \vec{c} thì \vec{a} và \vec{b} ngược hướng.

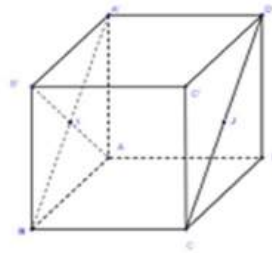
Câu 2: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Khi đó, vectơ bằng vectơ \overline{AB} là vectơ nào dưới đây?

- A. \overline{BA} .
- B. \overline{CD} .
- C. $\overline{B'A'}$.
- D. $\overline{D'C'}$.

Câu 3: Cho tứ diện $ABCD$. Số vectơ có điểm đầu là B và điểm cuối là một trong các đỉnh còn lại của tứ diện là

- A. 2.
- B. 3.
- C. 4.
- D. 5.

Câu 4: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB' và CD' .



Khẳng định nào dưới đây là khẳng định **đúng**?

- A. $\overrightarrow{D'A'} = \overrightarrow{IJ}$. B. $\overrightarrow{A'I} = \overrightarrow{JC}$. C. $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{CJ}$. D. $\overrightarrow{BI} = \overrightarrow{D'J}$.

Câu 5: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Chọn đẳng thức vectơ đúng:

- A. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{AD}$. B. $\overrightarrow{DB'} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}$.
 C. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$. D. $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}$.

Câu 6: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài mỗi cạnh bằng 1.

Độ dài của vectơ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$ bằng

- A. 2. B. $\sqrt{2}$. C. $\sqrt{3}$. D. 1.

Câu 7: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Độ dài của vectơ $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AC'}$ bằng

- A. $(1 + \sqrt{3})a$. B. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. C. $a\sqrt{6}$. D. $a\sqrt{2}$.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Chọn mệnh đề đúng.

- A. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD} = 4\overrightarrow{SO}$. B. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD} = 8\overrightarrow{SO}$.
 C. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD} = 2\overrightarrow{SO}$. D. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD} = 4\overrightarrow{OS}$.

Câu 9: Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Đặt $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}, \overrightarrow{AB} = \vec{b}, \overrightarrow{AC} = \vec{c}, \overrightarrow{BC} = \vec{d}$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A. $\vec{a} = \vec{b} + \vec{c}$. B. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$. C. $\vec{b} - \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$. D. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{d}$.

Câu 10: Cho tứ diện đều $ABCD$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, CB, AD và G là trọng tâm tam giác BCD , α là góc giữa 2 vectơ \overrightarrow{MG} và \overrightarrow{NP} . Khi đó $\cos \alpha$ có giá trị là:

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{6}$ D. $\frac{1}{2}$

Câu 11: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh 2. Tích vô hướng của $\overrightarrow{AA'} \cdot \overrightarrow{CB}$ bằng

- A. 2. B. $\sqrt{2}$. C. 0. D. 1.

Câu 12: Cho tứ diện đều $ABCD$. Tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}$ bằng?

- A. a^2 B. $\frac{a^2}{2}$ C. 0 D. $-\frac{a^2}{2}$

Phần 2: Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 13: Cho tứ diện $ABCD$ có các cạnh đều bằng 3.

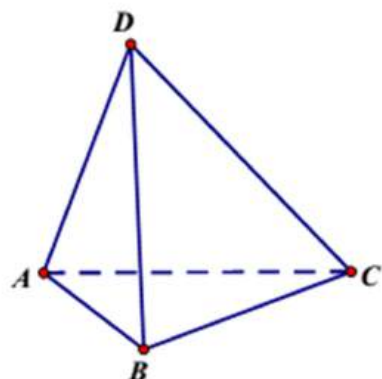
Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Số vectơ có điểm đầu là D , điểm cuối là các đỉnh còn lại của tứ diện là 3.

b) Độ dài của mỗi vectơ khác $\vec{0}$, có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của tứ diện là 2

c) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{DA}$.

d) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = -\frac{9}{2}$.



Câu 14: Cho hình lập phương ABCD.EFGH có cạnh 2.

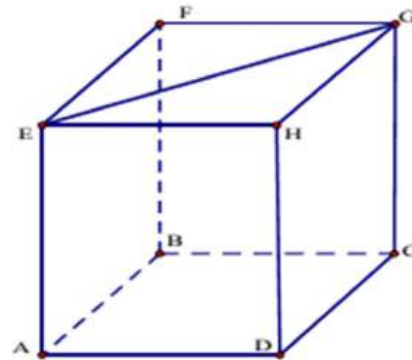
Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Giá của các vectơ $\overline{AB}, \overline{AD}, \overline{AE}$ cùng nằm trong một mặt phẳng.

b) $\overline{AB} + \overline{AD} + \overline{AE} = \overline{AG}$.

c) $|\overline{AB} + \overline{HD}| = 3\sqrt{2}$.

d) Ta có \overline{ABEG} bằng 4.



Câu 15: Cho hình lăng trụ ABC.A'B'C', M là trung điểm của BB'.

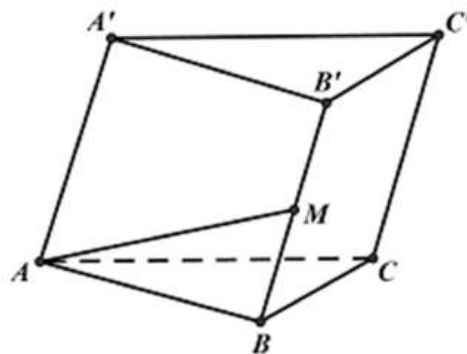
Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Giá của các vectơ $\overline{AB}, \overline{AC}, \overline{AA'}$ không cùng nằm trong một mặt phẳng.

b) $\overline{AB} = \overline{B'A'}$

c) $\overline{AB} + \overline{AB'} = 2\overline{AM}$

d) Đặt $\overline{CA} = \vec{a}$, $\overline{CB} = \vec{b}$, $\overline{AA'} = \vec{c}$ thì $\overline{AM} = \vec{b} - \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{c}$.



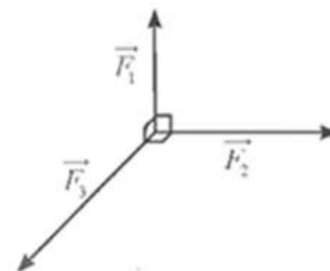
Câu 16: Ba lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ cùng tác động vào một vật có phương đôi một vuông góc và có độ lớn lần lượt là 10 N; 15N; 8 N (Hình 17). Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Giá của các vectơ $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ không cùng nằm trong một mặt phẳng.

b) $\vec{F}_3 + \vec{F}_2 = 2\vec{F}_1$.

c) Độ lớn của hợp hai lực \vec{F}_2, \vec{F}_3 là 25(N).

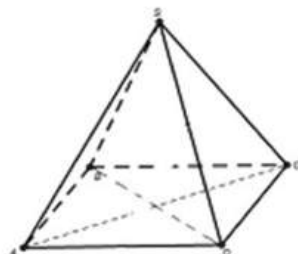
d) Độ lớn hợp lực của ba lực đã cho là 19,7 N (kết quả làm tròn đến một chữ số thập phân).



Phần 3: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 17: Cho hai vectơ \vec{a}, \vec{b} có $|\vec{a}| = 2; |\vec{b}| = 3$ và $(\vec{a}, \vec{b}) = 60^\circ$. Tích vô hướng $\vec{a} \cdot \vec{b}$ bằng bao nhiêu?

Câu 18: Cho hình chóp đều S.ABCD có tất cả các cạnh bằng a. Góc $(\overline{SD}, \overline{DA})$ bằng bao nhiêu độ?



Câu 19: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành tâm O. Vectơ $\overline{SA} + \overline{SB} + \overline{SC} + \overline{SD} = m\overline{SO}$, giá trị m bằng bao nhiêu?

Câu 20: Cho hình lập phương ABCD.EFGH có cạnh bằng 5. Độ dài của $\overline{BC} - \overline{CC'} + \overline{DC}$ bằng bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hai chữ số thập phân).

Câu 21: Cho tứ diện đều ABCD. Giá trị của $\cos(\overline{AB}, \overline{CD})$ bằng bao nhiêu?

TỌA ĐỘ CỦA VECTƠ TRONG KHÔNG GIAN**Phần 1: Câu trắc nghiệm nhiều lựa chọn:**

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, gọi $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ là các vectơ đơn vị, khi đó với $M(x; y; z)$ thì \overline{OM} bằng

- A. $-\vec{x}\vec{i} - \vec{y}\vec{j} - \vec{z}\vec{k}$. B. $\vec{x}\vec{i} - \vec{y}\vec{j} - \vec{z}\vec{k}$. C. $\vec{x}\vec{j} + \vec{y}\vec{i} + \vec{z}\vec{k}$. D. $\vec{x}\vec{i} + \vec{y}\vec{j} + \vec{z}\vec{k}$.

Câu 2: Trong không gian với trục hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$. Tọa độ của vectơ \vec{a} là:

- A. $\vec{a}(-1; 2; -3)$. B. $\vec{a}(2; -3; -1)$. C. $\vec{a}(-3; 2; -1)$. D. $\vec{a}(2; -1; -3)$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$ với hệ tọa độ $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ cho $A(2; 2; 1)$ thì tọa độ của \overline{OA} là

- A. $(2; 0; 0)$. B. $(2; 2; 0)$. C. $(2; 0; 1)$. D. $(2; 2; 1)$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; -2)$ và $B(2; 2; 1)$. Vectơ \overline{AB} có tọa độ là

- A. $(-1; -1; -3)$. B. $(3; 1; 1)$. C. $(1; 1; 3)$. D. $(3; 3; -1)$.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $C(1; 1; -2)$ và $\vec{u} = (-3; 2; -1)$. Biết $\overline{CD} = \vec{u}$, tọa độ của D là

- A. $(-2; 3; -3)$. B. $(3; 1; 1)$. C. $(1; 1; 3)$. D. $(3; 3; -1)$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(3; 1; -1)$ trên trục Oy có tọa độ là

- A. $(3; 0; -1)$. B. $(0; 1; 0)$. C. $(3; 0; 0)$. D. $(0; 0; -1)$.

Câu 7: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho $M(4; 5; 6)$. Hình chiếu của M xuống mặt phẳng (Oyz) là M' . Xác định tọa độ M' .

- A. $M'(4; 5; 0)$. B. $M'(4; 0; 6)$. C. $M'(4; 0; 0)$. D. $M'(0; 5; 6)$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$ cho M nằm trên tia đối của tia Ox và $OM = 2$. Tọa độ của điểm M là

- A. $(2; 0; 0)$. B. $(-2; 0; 0)$. C. $(0; 2; 0)$. D. $(0; 0; -2)$.

Câu 9: Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M(1; 1 - \sqrt{2}; 2 + \sqrt{5})$. Tìm điểm $M' \in (Oxz)$ sao cho độ dài đoạn thẳng MM' ngắn nhất.

- A. $M'(1; 1 + \sqrt{2}; 2 - \sqrt{5})$. B. $M'(1; 1 - \sqrt{2}; 0)$. C. $M'(1; 0; 2 + \sqrt{5})$. D. $M'(0; 1 - \sqrt{2}; 2 + \sqrt{5})$.

Câu 10: Cho 3 điểm $M(2; 0; 0), N(0; -3; 0), P(0; 0; 4)$. Nếu $MNPQ$ là hình bình hành thì tọa độ của điểm Q là

- A. $Q(-2; -3; 4)$. B. $Q(2; 3; 4)$. C. $Q(3; 4; 2)$. D. $Q(-2; -3; -4)$.

Câu 11: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0; 0; 0)$, $B(3; 0; 0)$, $D(0; 3; 0)$, $D'(0; 3; -3)$. Tọa độ điểm B' là

- A. $(3; 0; -3)$. B. $(1; 2; -1)$. C. $(2; 1; -1)$. D. $(1; 1; -2)$.

Câu 12: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có các đỉnh $A(2; 1; 2)$, $B(1; -1; 1)$, $C(0; -2; 0)$, $C'(4; 5; -5)$. Tọa độ $\overline{BA'}$ bằng

- A. $(5; 9; -4)$. B. $(1; 2; -1)$. C. $(2; 1; -1)$. D. $(1; 1; -2)$.

Phần 2: Câu trắc nghiệm đúng sai:

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, gọi $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ là các vectơ đơn vị, điểm $M(2; 0; 1)$, $N(3; 2; 4)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $\overline{OM} = 2\vec{i} + \vec{k}$.

b) $\overline{ON} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k}$.

c) $\overline{MN} = 2\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$.

d) Biết $B(a; b; c)$ thỏa $\overline{MB} = (-4; 3; -1)$, giá trị $a + b + c = 5$.

Câu 14: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hình bình hành ABCD các điểm $A(1;0;3)$, $B(2;3;-4)$, $C(-3;1;2)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

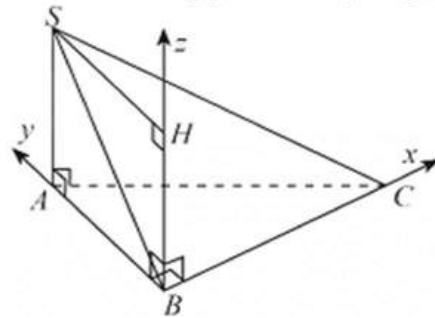
a) $\overline{OA} = \vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k}$.

b) $\overline{AB} = \overline{CD}$.

c) $\overline{AB} = (1;3;-7)$.

d) Tọa độ điểm D là $D(-4;-2;9)$.

Câu 15: Cho tứ diện SABC có ABC là tam giác vuông tại B, $BC = 4$, $BA = 3$, SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và có độ dài bằng 2. Thiết lập hệ trục tọa độ Oxyz như hình vẽ



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Tọa độ điểm C là $C(-4;0;0)$.

b) Tọa độ điểm A là $A(0;3;0)$.

c) Tọa độ của vectơ \overline{AC} là $(-4;3;0)$.

d) Tọa độ của điểm S là $(2;2;2)$.

Câu 16: Một chiếc xe đang kéo căng sợi dây cáp AB trong công trường xây dựng, trên đó đã thiết lập hệ tọa độ Oxyz như hình vẽ với độ dài đơn vị trên các trục tọa độ bằng 1 m.

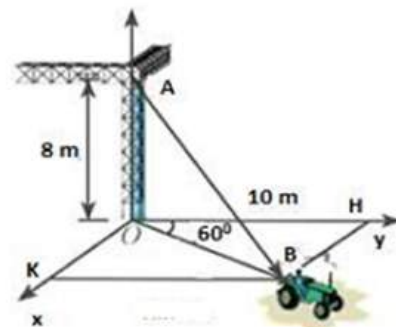
Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Tọa độ điểm A là $A(0;8;0)$.

b) Tọa độ điểm H là $H(0;10;0)$.

c) Độ dài BH bằng $10\sqrt{3}$ m.

d) Tọa độ của \overline{AB} bằng $(10\sqrt{3};3;-8)$.



Phần 3: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 17: Trong không gian Oxyz, cho điểm $M(3;-1;1)$. Gọi M' là hình chiếu vuông góc của điểm M trên trục Oz, điểm M' có cao độ là bao nhiêu?

Câu 18: Trong không gian Oxyz cho $\overline{AO} = -2\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$, $B(1;-1;3)$. Tọa độ vectơ $\overline{AB} = (a;b;c)$, giá trị $a + b + c$ bằng bao nhiêu?

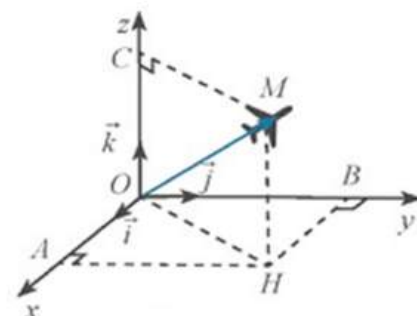
Câu 19: Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho ba điểm $A(1;2;-1)$, $B(2;-1;3)$, $C(-2;3;3)$. Điểm $M(a;b;c)$ là đỉnh thứ tư của hình bình hành ABCM, khi đó $P = a^2 + b^2 - c^2$ có giá trị bằng bao nhiêu?

Câu 21: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có các đỉnh $A(-2;1;1)$, $B(4;-1;-2)$, $C(0;-3;0)$, $C'(4;6;-5)$. Tọa độ $\overline{BA'}$ bằng $(a;b;c)$, giá trị $a + b + c$ bằng bao nhiêu?

Câu 22: Ở một sân bay, vị trí của máy bay được xác định bởi điểm M trong không gian Oxyz như hình vẽ. Gọi H là hình chiếu vuông góc của M xuống mặt phẳng(Oxy).

Cho biết $OM = 40$, $(\overline{OH}, \vec{j}) = 32^\circ$, $(\overline{OC}, \overline{OM}) = 72^\circ$.

Tổng các hoành độ, tung độ và cao độ của điểm M bằng bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hai chữ số thập phân).



Phần 1: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(a; b)$ khi và chỉ khi $f'(x) \geq 0, \forall x \in (a; b)$.
 B. Nếu $f'(x) \geq 0, \forall x \in (a; b)$ thì hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(a; b)$.
 C. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(a; b)$ khi và chỉ khi $f'(x) \geq 0, \forall x \in (a; b)$.
D. Nếu $f'(x) > 0, \forall x \in (a; b)$ thì hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(a; b)$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$
$f'(x)$		$+$	$-$	$+$
$f(x)$				

$-\infty \xrightarrow{\quad} 2 \xrightarrow{\quad} -5 \xrightarrow{\quad} +\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng:

- A. 0. B. -5. C. 3. D. 2.

Câu 3: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x^2 + 3}{x - 1}$ trên đoạn $[-2; 0]$. Tính $P = M + m$.

- A. $P = -3$ B. $P = -1$ C. $P = -\frac{13}{5}$ D. $P = -5$

Câu 4: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 9x + 8$ trên đoạn $[-2; 2]$.

- A. $\max_{[-2; 2]} y = 3$. B. $\max_{[-2; 2]} y = 34$. C. $\max_{[-2; 2]} y = 10$. D. $\max_{[-2; 2]} y = 30$.

Câu 5: Với giá trị nào của tham số m thì đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $f(x) = \frac{mx + 3}{2x - 2024}$ đi qua điểm $M(1; 2)$?

- A. $m = -2$. B. $m = 4$. C. $m = 2$. D. $m = -4$.

Câu 6: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Đẳng thức nào sau là đúng.

- A. $\overline{AB} = \overline{CD}$. B. $\overline{AC} = \overline{C'A'}$. C. $\overline{AA'} = \overline{B'B}$. D. $\overline{BD} = \overline{B'D'}$.

Câu 7: Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$. Số đo góc giữa hai vectơ \overline{AD} và \overline{BG} là

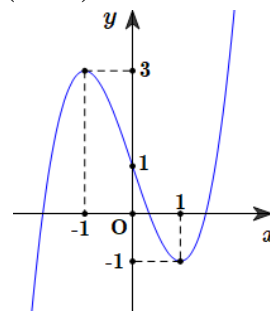
- A. 30° . B. 45° . C. 90° . D. 135° .

Câu 8: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(1; 2; 3)$ trên mặt phẳng (Oyz) là

- A. $M(0; 2; 3)$. B. $N(1; 0; 3)$. C. $P(1; 0; 0)$. D. $Q(0; 2; 0)$.

Câu 9: Đồ thị sau đây là của hàm số nào?

- A. $y = x^3 - 3x + 1$.
 B. $y = x^3 - 3x - 1$.
 C. $y = -x^3 - 3x^2 - 1$.
 D. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.

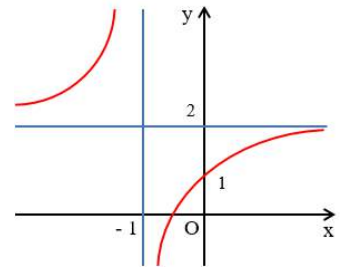


Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1;3;4), B(2;-1;0), C(3;1;2)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là

- A. $G\left(3; \frac{2}{3}; 3\right)$. B. $G(2;-1;2)$. C. $G(2;1;2)$. D. $G(6;3;6)$.

Câu 11: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x+1}$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây là

- đúng
 A. $a < b$.
 B. $ab < 0$.
 C. $ab > 0$.
 D. $b < a < 0$.



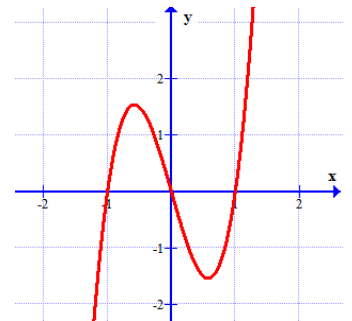
Câu 12: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có đạo hàm $f'(x) = x(x+2025)(x^2 - 4x + 4)$. Hàm số $f(x)$ có mấy điểm cực tiểu?

- A. 4. B. 2. C. 3. D. 1.

Phần 2: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên \mathbb{R} , có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ.

- a) Hàm số đồng biến trên $(-1;0)$.
 b) $f(2025) > f(2024)$.
 c) Hàm số đạt cực đại tại $x = -1$.
 d) $\text{Max}_{[-1;1]} f(x) = f(0)$.



Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây, trong đó $m \in \mathbb{R}$.

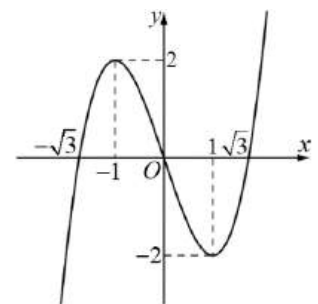
x	$-\infty$	1	2	4	$+\infty$		
y'	-		+	0	-		+
y	$m-1$	$-\infty$	-5	-2	-5	$-\infty$	$3-m$

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Đồ thị hàm số có đúng 2 đường tiệm cận đứng và 1 đường tiệm cận ngang với mọi $m \in \mathbb{R}$.
 b) Đồ thị hàm số có đúng 2 đường tiệm cận đứng và 2 đường tiệm cận ngang với mọi $m \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$.
 c) Đồ thị hàm số có đúng 2 đường tiệm cận đứng và 2 đường tiệm cận ngang với mọi $m \in \mathbb{R}$.
 d) Đồ thị hàm số có đúng 1 đường tiệm cận đứng và 2 đường tiệm cận ngang với mọi $m \in \mathbb{R}$.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x$.

- a) Tập xác định của hàm số là \mathbb{R} .
 b) $f'(x) = 3x^2 + 3$.
 c) $f'(x) < 0$ khi $x \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$, $f'(x) > 0$ khi $x \in (-1; 1)$.
 d) Hàm số đã cho có đồ thị như ở Hình 1.

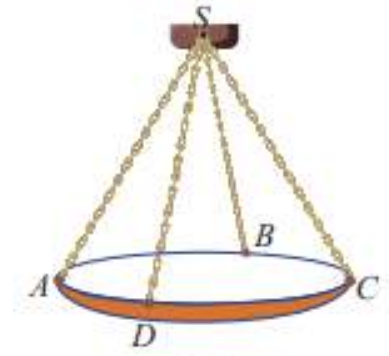


Hình 1

Câu 4. Một chiếc đèn chùm treo có khối lượng $m = 5$ kg được thiết kế với đĩa đèn được giữ bởi bốn đoạn xích SA, SB, SC, SD sao cho $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều có $\angle ASC = 60^\circ$ (tham khảo hình). Sử dụng công thức

$\vec{P} = m \cdot \vec{g}$ trong đó \vec{g} là vector gia tốc rơi tự do có độ lớn $10m/s^2$, để tính trọng lực \vec{P} tác động lên chiếu đèn chùm.

- a) Độ lớn của trọng lực \vec{P} tác động lên chiếu đèn chùm là $50N$
- b) Tam giác SBD là tam giác đều
- c) $\vec{SA} + \vec{SB} + \vec{SC} + \vec{SD} = 3\vec{SO}$ với O là tâm hình vuông $ABCD$
- d) Độ lớn lực căng cho mỗi sợi xích là $10N$



Phần 3: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;-1;3), B(-1;-1;2)$ và $C(-3;-2;2)$.

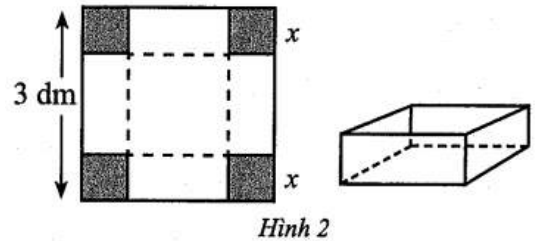
Tính $\cos \angle ABC$.

Câu 2. Cho hình lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $A'D'$ và $C'D'$. Tích vô hướng $\vec{MN} \cdot \vec{C'B} = na^2$ (n là số thập phân). Giá trị của n bằng bao nhiêu?

Câu 3: Một người đứng ở mặt đất điều khiển hai flycam để phục vụ trong một chương trình của đài truyền hình. Flycam I ở vị trí A cách vị trí điều khiển $150m$ về phía nam và $200m$ về phía đông, đồng thời cách mặt đất $50m$. Flycam II ở vị trí B cách vị trí điều khiển $180m$ về phía bắc và $240m$ về phía tây, đồng thời cách mặt đất $60m$. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc O là vị trí người điều khiển, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất, trục Ox có hướng trùng với hướng nam, trục Oy trùng với hướng đông, trục Oz vuông góc với mặt đất hướng lên bầu trời, đơn vị trên mỗi trục tính theo mét. Biết $\vec{AB} = m\vec{i} + n\vec{j} + r\vec{k}$, giá trị của $P = m + n + r$ bằng bao nhiêu?

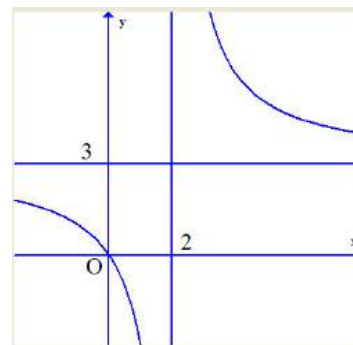
Câu 4: Biết rằng $(\sin x + \cos x)' = a \sin x + b \cos x$ với a, b là các hằng số thực. Giá trị của $a - 2b$ là bao nhiêu?

Câu 5: Cho một tấm nhôm có dạng hình vuông cạnh $3dm$. Bóc từng cắt ở bốn góc bốn hình vuông cùng có độ dài cạnh bằng $x(dm)$, rồi gấp tấm nhôm lại như Hình 2 để được một cái hộp có dạng hình hộp chữ nhật không có nắp. Gọi V là thể tích của khối hộp đó tính theo $x(dm)$. Giá trị lớn nhất của V là bao nhiêu decimét khối?



Câu 6 : Cho hàm số $y = \frac{3x+a}{x+b}$ có đồ thị như Hình 12.

Tính giá trị của $P = 2024a - 25b$



.....**HẾT**.....

Đáp án

Phần 1. Trắc nghiệm nhiều lựa chọn

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
D	D	D	D	B	D	B	A	A	C	C	D

Phần 2: Trắc nghiệm đúng sai

Ý	a	b	c	d
Câu 1	Đ	Đ	S	Đ
Câu 2	S	Đ	S	S
Câu 3	Đ	S	S	Đ
Câu 4	Đ	Đ	S	S

Phần 3: Trắc nghiệm trả lời ngắn

1	2	3	4	5	6
-0,8	-0,5	550	-3	2	50

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;-1;3), B(-1;-1;2)$ và $C(-3;-2;2)$. Tính $\cos ABC$.

Lời giải

Trả lời: -0,8

Ta có: $\overline{BA} = (2;0;1), \overline{BC} = (-2;-1;0)$.

Suy ra $\cos ABC = \cos(\overline{BA}, \overline{BC}) = \frac{2 \cdot (-2) + 0 \cdot (-1) + 1 \cdot 0}{\sqrt{2^2 + 0^2 + 1^2} \cdot \sqrt{(-2)^2 + (-1)^2 + 0^2}} = -0,8$.

Câu 2. Cho hình lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $A'D'$ và $C'D'$. Tích vô hướng $\overline{MN} \cdot \overline{C'B} = na^2$ (n là số thập phân). Giá trị của n bằng bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: -0,5

Vì $MN \parallel A'C'$ nên $(\overline{MN}, \overline{C'B}) = (\overline{A'C'}, \overline{C'B}) = 180^\circ - A'C'B = 120^\circ$.

Ta có: $MN = \frac{a\sqrt{2}}{2}, C'B = a\sqrt{2}$. Suy ra

$\overline{MN} \cdot \overline{C'B} = |\overline{MN}| \cdot |\overline{C'B}| \cdot \cos(\overline{MN}, \overline{C'B}) = \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot a\sqrt{2} \cdot \cos 120^\circ = -0,5a^2$.

Vậy $n = -0,5$.

Câu 3: Một người đứng ở mặt đất điều khiển hai flycam để phục vụ trong một chương trình của đài truyền hình. Flycam I ở vị trí A cách vị trí điều khiển 150m về phía nam và 200m về phía đông, đồng thời cách mặt đất 50m. Flycam II ở vị trí B cách vị trí điều khiển 180m về phía bắc và 240m về phía tây, đồng thời cách mặt đất 60m. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc O là vị trí người điều khiển, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất, trục Ox có hướng trùng với hướng nam, trục Oy trùng với hướng đông, trục Oz vuông góc với mặt đất hướng lên bầu trời, đơn vị trên mỗi trục tính theo mét. Biết $\overline{AB} = m\vec{i} + n\vec{j} + r\vec{k}$, giá trị của $P = m + n + r$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: 550

Ta có: Vị trí A, B có tọa độ lần lượt là: $(150; 200; 50), (-180; -240; 60)$. Suy ra khoảng cách giữa hai flycam đó bằng:

$\overline{AB} = (-330; -440; 10) \Rightarrow \overline{AB} = -330\vec{i} - 440\vec{j} + 10\vec{k} \Rightarrow P = -330 - 440 + 10 = -760$

Câu 4: Biết rằng $(\sin x + \cos x)' = a \sin x + b \cos x$ với a, b là các hằng số thực. Giá trị của $a - 2b$ là bao nhiêu?

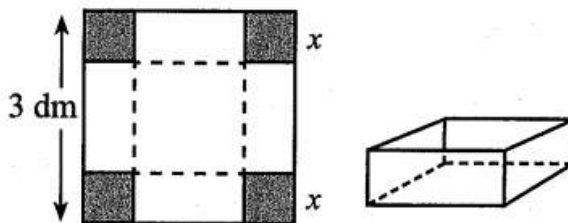
Lời giải

Trả lời: -3

Ta có: $(\sin x + \cos x)' = (\sin x)' + (\cos x)' = \cos x - \sin x = (-1) \cdot \sin x + 1 \cdot \cos x$.

Suy ra $a = -1, b = 1$. Vậy $a - 2b = -3$.

Câu 5. Cho một tấm nhôm có dạng hình vuông cạnh 3dm. Bác Tùng cắt ở bốn góc bốn hình vuông cùng có độ dài cạnh bằng x (dm), rồi gấp tấm nhôm lại như Hình 2 để được một cái hộp có dạng hình hộp chữ nhật không có nắp.



Hình 2

Gọi V là thể tích của khối hộp đó tính theo x (dm). Giá trị lớn nhất của V là bao nhiêu decimét khối?

Lời giải

Trả lời: 2

Ta thấy độ dài x (dm) của cạnh hình vuông bị cắt thỏa mãn điều kiện $0 < x < 1,5$.

Thể tích của khối hộp là $V(x) = x(3 - 2x)^2$ với $0 < x < 1,5$.

Ta phải tìm $x_0 \in (0; 1,5)$ sao cho $V(x_0)$ có giá trị lớn nhất.

Ta có: $V'(x) = (3 - 2x)^2 - 4x(3 - 2x) = (3 - 2x)(3 - 6x) = 3(3 - 2x)(1 - 2x)$.

Trên khoảng $(0; 1,5)$, $V'(x) = 0$ khi $x = 0,5$.

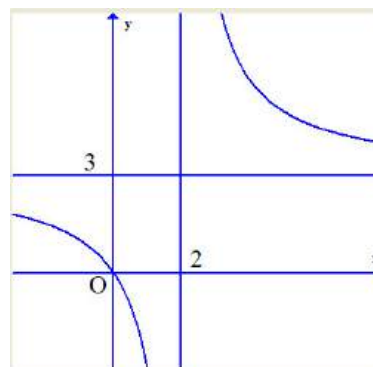
Bảng biến thiên của hàm số $V(x)$ như sau:

x	0	0,5	1,5	
$V'(x)$		+	0	-
$V(x)$	0	2		0

Căn cứ bảng biến thiên, ta thấy: Trên khoảng $(0; 1,5)$, hàm số $V(x)$ đạt giá trị lớn nhất bằng 2 tại $x = 0,5$. Vậy giá trị lớn nhất của V là $2dm^3$.

Câu 6 : Cho hàm số $y = \frac{3x+a}{x+b}$ có đồ thị như Hình 12.

Tính giá trị của $P = 2024a - 25b$



Lời giải

Trả lời: 50

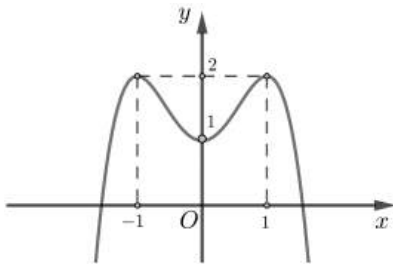
Đồ thị đi qua $(0;0)$ suy ra $a = 0$. Tiệm cận đứng $x = 2 \Rightarrow b = -2$

Vậy $P = 2024a - 25b = 50$

Đề bài

PHẦN 1: CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN (Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án).

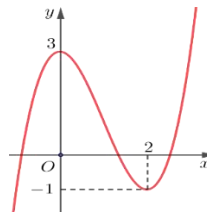
Câu 1. [1] Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; 0)$. B. $(0; 1)$. C. $(-1; +\infty)$ D. $(-1; 0)$.

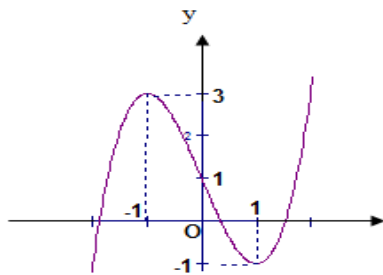
Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị $y = f'(x)$ là đường cong trong hình bên dưới.



Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 4.

Câu 3. Hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây đúng?



- A. Đồ thị hàm số có điểm cực đại là $(1; -1)$. B. Đồ thị hàm số có điểm cực tiểu là $(-1; 1)$.
C. Đồ thị hàm số có điểm cực đại là $(-1; 3)$. D. Đồ thị hàm số có điểm cực tiểu là $(1; 1)$.

Câu 4. [2] Hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x-1)(x-2)^3, \forall x \in \mathbb{R}$.

Xét các mệnh đề

- a. $f(-2) < f(-1)$ b. $f(\sqrt{2}) > f(\sqrt{3})$ c. $f(2024) < f(2025)$ d. $f\left(\frac{1}{2024}\right) < f\left(\frac{1}{2025}\right)$

Số mệnh đề đúng

- A. 2. B. 0. C. 1. D. 3.

Câu 5. [2] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên trên $[-5; 7)$ như sau

x	-5	1	7	
y'		-	0	+
y	6		2	9

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\min_{[-5;7]} f(x) = 6.$ B. $\min_{[-5;7]} f(x) = 2.$ C. $\max_{[-5;7]} f(x) = 9.$ D. $\max_{[-5;7]} f(x) = 6.$

Câu 6. [2] Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{x^2 + 3}{x - 1}$ trên đoạn $[2; 4]$ là

- A. $\max_{[2;4]} y = 7$ B. $\max_{[2;4]} y = \frac{19}{3}$ C. $\max_{[2;4]} y = 6.$ D. $\max_{[2;4]} y = 8$

Câu 7. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(0; -2; -1)$ và $B(1; -1; 2)$. Tọa độ điểm M thuộc đoạn AB sao cho $MA = 2MB$ là

- A. $M\left(\frac{2}{3}; -\frac{4}{3}; 1\right).$ B. $M\left(\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right).$
 C. $M(2; 0; 5).$ D. $M(-1; -3; -4).$

Câu 8. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Vector $\vec{u} = \overline{AA'} + \overline{DA} + \overline{DC}$ bằng vector nào dưới đây?

- A. $\overline{DB}.$ B. $\overline{DB'}.$ C. $\overline{DB}.$ D. $\overline{B'D}.$

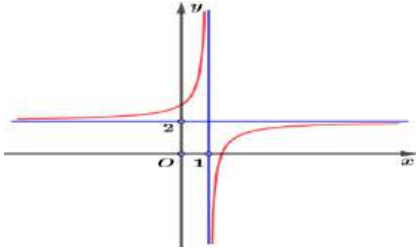
Câu 9. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = AC = AD$ và $BAC = BAD = 60^\circ$. Hãy xác định góc giữa cặp vector \overline{AB} và \overline{CD} ?

- A. $60^\circ.$ B. $45^\circ.$ C. $90^\circ.$ D. $120^\circ.$

Câu 10. Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + x + 5}{x + 2}$ là

- A. $y = x.$ B. $y = x + 2.$ C. $y = x - 1.$ D. $y = -x.$

Câu 11. Đường cong sau là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số cho dưới đây



- A. $y = \frac{2x+3}{x-1}$. B. $y = \frac{2x-1}{x-1}$. C. $y = \frac{x-3}{x-1}$. D. $y = \frac{2x-3}{x-1}$.

Câu 12. Trong không gian, xét hệ tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với vị trí của một giàn khoan trên biển, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt biển (được coi là phẳng) với trục Ox hướng về phía tây, trục Oy hướng về phía nam và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời (H.2.52). Đơn vị đo trong không gian $Oxyz$ lấy theo kilômét. Một chiếc ra đa đặt tại giàn khoan và một chiếc tàu thám hiểm có tọa độ là $(20; 24; -2)$ Khoảng cách theo đơn vị kilômét từ chiếc ra đa và một chiếc tàu thám hiểm. (Kết quả làm tròn lấy một chữ số thập phân)



Hình 2.52

- A. 41,8km. B. 31,8km. C. 31,4km. D. 31,3km.

PHẦN 2: CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI (Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai).

Câu 1 Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(0; -2; 1)$; $B(1; 0; -2)$; $C(3; 1; -2)$ và $D(-2; -2; -1)$.

- a) Ba điểm A, B, D thẳng hàng
b) Tam giác ACD có diện tích bằng $6\sqrt{6}$.
c) Góc giữa hai vectơ \overline{AB} và \overline{CD} là góc tù.
d) Bốn điểm A, B, C, D đồng phẳng.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên \mathbb{R} và có bảng biến thiên như hình vẽ. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau?

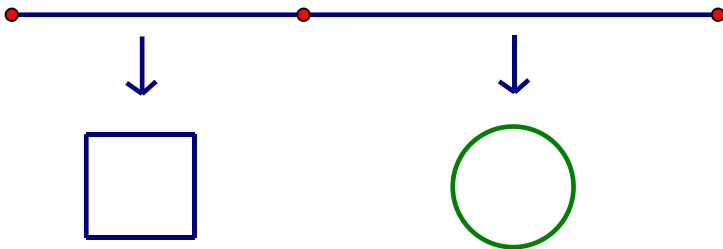
x	$-\infty$	4	6	7	$+\infty$				
$f'(x)$		+	0	-	0	+	0	-	
$f(x)$	$-\infty$		19		12		21		$-\infty$

- a) Giá trị lớn nhất của hàm số trên \square bằng 21.
- b) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên \square bằng 12.
- c) Giá trị lớn nhất của hàm số $h(x) = f(x) + 2m$ trên đoạn $[0; 5]$ bằng 34 khi $m = 15$.
- d) Hàm số $g(x) = f(2x - 2)$ đạt giá trị lớn nhất trên khoảng $(-\infty; 4)$ tại $x = 3$.

Câu 3. Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 - 1}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Đường thẳng $x = 1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.
- b) Đường thẳng $y = 1$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.
- c) Đồ thị hàm số đã cho có 1 tiệm cận ngang, 2 tiệm cận đứng.
- d) Đồ thị hàm số đã cho có 2 đường tiệm cận.

Câu 4. Một sợi dây kim loại dài 60cm được cắt thành hai đoạn. Đoạn dây thứ nhất uốn thành hình vuông cạnh a , đoạn dây thứ hai uốn thành đường tròn bán kính r .



- a) $r = \frac{60 - 2a}{\pi}$.
- b) Tổng diện tích của hình vuông và hình tròn là $\frac{1}{\pi}[(\pi + 4)a^2 - 120a + 900]$.
- c) Để tổng diện tích của hình vuông và hình tròn nhỏ nhất thì tỉ số $\frac{a}{r}$ bằng $\frac{1}{2}$.
- d) Nếu cắt sợi dây thành hai đoạn bằng nhau và vẫn uốn thành một hình vuông và một hình tròn thì hình tròn có diện tích lớn hơn hình vuông.

Phần 3: Trả lời ngắn

Câu 1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0; 0; 0)$, $B(3; 0; 0)$, $D(0; 3; 0)$, $D'(0; 3; -3)$. Tìm tọa độ các đỉnh C và A' của hình hộp?

Câu 2. [3] Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số

$$y = \frac{4}{3}\sin^3 x + 4\cos^2 x - 5\sin x + 1. \text{ Tính giá trị của } M - m.$$

Câu 3. Cho hình chóp $ABCD$ có AB, AC, AD đôi một vuông góc, cạnh $AB = AC = a$, M là trung điểm của CB , H là trung điểm của MD .

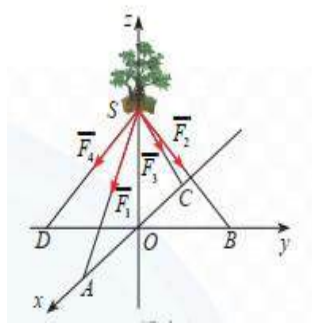
a) Biểu diễn $\overrightarrow{AH} = x \overrightarrow{AB} + y \overrightarrow{AC} + z \overrightarrow{AD}$, thì $x + y + z = ?$

b) Tính góc giữa vectơ \overrightarrow{AH} và \overrightarrow{BC}

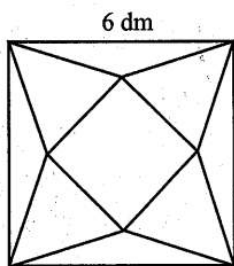
Câu 4. Hằng ngày mực nước của hồ thủy điện ở miền Trung lên và xuống theo lượng nước mưa, và các suối nước đổ về hồ. Từ lúc 8h sáng, độ sâu của mực nước trong hồ tính theo mét và lên xuống theo thời gian t (giờ) trong ngày cho bởi công thức $h(t) = 24t + 5t^2 - \frac{t^3}{3}$. Biết rằng phải thông báo cho các hộ dân

phải di dời trước khi xả nước theo quy định trước 5 giờ. Hỏi cần thông báo cho hộ dân di dời trước khi xả nước mấy giờ của ngày hôm đó. Biết rằng mực nước trong hồ phải lên cao nhất mới xả nước.

Câu 5 Một chậu cây được đặt trên một giá đỡ có bốn chân với điểm đặt $S(0;0;30)$ và các điểm chạm mặt đất của bốn chân lần lượt là $A(30;0;0), B(0;30;0), C(-30;0;0), D(0;-30;0)$ (đơn vị cm). Cho biết trọng lực tác dụng lên chậu cây có độ lớn $60N$ và được phân bố thành bốn lực $\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}, \overrightarrow{F_3}, \overrightarrow{F_4}$ có độ lớn bằng nhau như hình vẽ. Tính $|\overrightarrow{F_1} + 2\overrightarrow{F_2} + 3\overrightarrow{F_3} + 4\overrightarrow{F_4}|$ (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)



Câu 6. [3] Từ một tấm bìa mỏng hình vuông cạnh $6dm$, bạn Hoa cắt bỏ bốn tam giác cân bằng nhau có cạnh đáy là cạnh của hình vuông ban đầu và đỉnh là đỉnh của một hình vuông nhỏ phía trong rồi gập lên, ghép lại tạo thành một khối chóp tứ giác đều (Hình vẽ).



Thể tích của khối chóp có giá trị lớn nhất bằng bao nhiêu decimet khối (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

Hướng dẫn giải và đáp án

Phần 1

1D	2B	3C	4D	5B	6A
7A	8B	9C	10C	11D	12D

Phần 2

Câu 1: S S Đ Đ

Câu 2: Đ S S Đ

Câu 3: Đ Đ S Đ

Câu 4: S Đ S Đ

Phần 3

Câu 1. C(3;3;0) và A'(0;0;-3)

Câu 2. 9

Câu 3. a. 1; b. 90^0

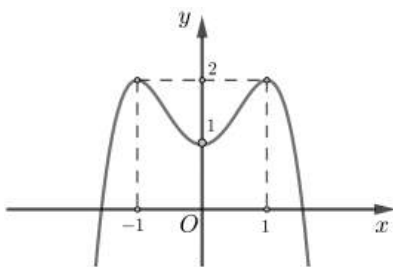
Câu 4. 15h

Câu 5. 156

Câu 6. $7,3 \text{ dm}^3$

PHẦN 1: CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN (Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án).

Câu 1. [1] Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; 0)$.

B. $(0; 1)$.

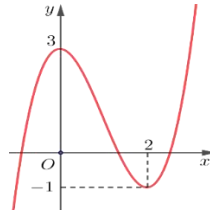
C. $(-1; +\infty)$

D. $(-1; 0)$.

Chọn D

Dựa vào hướng đồ thị ta thấy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị $y = f'(x)$ là đường cong như hình bên dưới.



Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2.

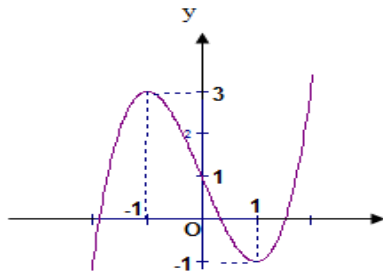
B. 3.

C. 1.

D. 4.

HD: Dựa vào giả thiết ta thấy $f'(x) = 0$ có 3 nghiệm pb và đổi dấu qua nó nên hàm số $y = f(x)$ có 3 điểm cực trị

Câu 3. Hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây đúng?



A. Đồ thị hàm số có điểm cực đại là $(1; -1)$.

B. Đồ thị hàm số có điểm cực tiểu là $(-1; 1)$.

C. Đồ thị hàm số có điểm cực đại là $(-1; 3)$.

D. Đồ thị hàm số có điểm cực tiểu là $(1; 1)$.

Câu 4. [2] Hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x-1)(x-2)^3, \forall x \in \mathbb{R}$.

Xét các mệnh đề

a. $f(-2) < f(-1)$

b. $f(\sqrt{2}) > f(\sqrt{3})$

c. $f(2024) < f(2025)$

d. $f\left(\frac{1}{2024}\right) < f\left(\frac{1}{2025}\right)$

Số mệnh đề đúng

A. 2.

B. 0.

C. 1.

D. 3.

HD: lập bảng xét dấu hoặc trực xét dấu $f'(x)$ ta thấy hs đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(2; +\infty)$; hs nghịch biến trên $(1; 2)$ từ đó suy ra đáp án D

Câu 5. [2] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên trên $[-5; 7)$ như sau

x	-5		1		7
y'		-	0	+	
y	6		2		9

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** $\min_{[-5;7]} f(x) = 6.$ **B.** $\min_{[-5;7]} f(x) = 2.$ **C.** $\max_{[-5;7]} f(x) = 9.$ **D.** $\max_{[-5;7]} f(x) = 6.$

Câu 6. [2] Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{x^2 + 3}{x - 1}$ trên đoạn $[2; 4]$ là

- A.** $\max_{[2;4]} y = 7$ **B.** $\max_{[2;4]} y = \frac{19}{3}$ **C.** $\max_{[2;4]} y = 6.$ **D.** $\max_{[2;4]} y = 8$

Câu 7. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(0; -2; -1)$ và $B(1; -1; 2)$. Tọa độ điểm M thuộc đoạn AB sao cho $MA = 2MB$ là

- A.** $M\left(\frac{2}{3}; -\frac{4}{3}; 1\right).$ **B.** $M\left(\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right).$
C. $M(2; 0; 5).$ **D.** $M(-1; -3; -4).$

Câu 8. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Vectơ $\vec{u} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC}$ bằng vectơ nào dưới đây?

- A.** $\overrightarrow{DB}.$ **B.** $\overrightarrow{DB'}.$ **C.** $\overrightarrow{DB}.$ **D.** $\overrightarrow{B'D}.$

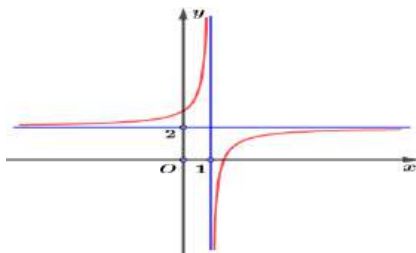
Câu 9. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = AC = AD$ và $BAC = BAD = 60^\circ$. Hãy xác định góc giữa cặp vectơ \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{CD} ?

- A.** $60^\circ.$ **B.** $45^\circ.$ **C.** $90^\circ.$ **D.** $120^\circ.$

Câu 10. Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + x + 5}{x + 2}$ là

- A.** $y = x.$ **B.** $y = x + 2.$ **C.** $y = x - 1.$ **D.** $y = -x.$

Câu 11. Đường cong sau là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số cho dưới đây



- A.** $y = \frac{2x + 3}{x - 1}.$ **B.** $y = \frac{2x - 1}{x - 1}.$ **C.** $y = \frac{x - 3}{x - 1}.$ **D.** $y = \frac{2x - 3}{x - 1}.$

HD. Dựa vào tiệm cận và tương giao với Ox hoặc Oy của đồ thị

Câu 12. Trong không gian, xét hệ tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với vị trí của một giàn khoan trên biển, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt biển (được coi là phẳng) với trục Ox hướng về phía tây, trục Oy hướng về phía nam và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời (H.2.52). Đơn vị đo trong không gian $Oxyz$ lấy theo kilômét. Một chiếc ra đa đặt tại giàn khoan và một chiếc tàu thám hiểm có tọa độ là $(20; 24; -2)$. Khoảng cách theo đơn vị kilômét từ chiếc ra đa và một chiếc tàu thám hiểm. (Kết quả làm tròn lấy một chữ số thập phân)



Hình 2.52

A. 41,8km .

B. 31,8km .

C. 31,4km .

D. 31,3km .

HD Theo đề bài ta có tọa độ của ra đa là $(0;0;0)$, tọa độ của tàu thám hiểm là $(30;25;-15)$.

Khi đó khoảng cách giữa ra đa và tàu thám hiểm là:

$$d = \sqrt{(30-0)^2 + (25-0)^2 + (-15-0)^2} = 5\sqrt{70} \approx 41,8.$$

Vậy khoảng cách giữa ra đa và tàu thám hiểm là 41,8 km.

PHẦN 2: CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI (Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai).

Câu 1 Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(0; -2; 1)$; $B(1; 0; -2)$; $C(3; 1; -2)$ và $D(-2; -2; -1)$.

a) Ba điểm A, B, D thẳng hàng

b) Tam giác ACD có diện tích bằng $6\sqrt{6}$.

c) Góc giữa hai vectơ \overline{AB} và \overline{CD} là góc tù.

d) Bốn điểm A, B, C, D đồng phẳng.

HDG a. Sai

Ta có: $\overline{AB} = (1; 2; -3)$; $\overline{AD} = (-2; 0; -2)$

Vì $\frac{1}{-2} \neq \frac{2}{0} \neq \frac{-3}{-2}$ nên ba điểm A, B, D không thẳng hàng

b) SAI.

Ta có: $\overline{AC} \cdot \overline{AD} = 3 \cdot (-2) + 3 \cdot 0 + (-3) \cdot (-2) = 0 \Rightarrow AC \perp AD$.

Suy ra tam giác ACD là tam giác vuông tại A và diện tích $S = \frac{1}{2} AC \cdot AD = 3\sqrt{6}$

c) Đúng.

Mặt khác: $\overline{AB} \cdot \overline{CD} = 1 \cdot (-5) + 2 \cdot (-3) + (-3) \cdot 1 = -14 < 0 \Rightarrow \cos(\overline{AB}, \overline{CD}) < 0 \Rightarrow (\overline{AB}, \overline{CD})$ là góc tù.

d) Đúng.

Ta có: $\overline{AB} = (1; 2; -3)$; $\overline{CD} = (-5; -3; 1)$; $\overline{AC} = (3; 3; -3)$; $\overline{BD} = (-3; -2; 1)$; $\overline{AD} = (-2; 0; -2)$

Khi đó: $[\overline{AB}, \overline{AC}] = (3; -6; -3) \Rightarrow [\overline{AB}, \overline{AC}] \cdot \overline{AD} = (-2) \cdot 3 + 0 \cdot 6 + (-2) \cdot (-3) = 0$.

Suy ra $\overline{AB}, \overline{AC}, \overline{AD}$ đồng phẳng hay bốn điểm A, B, C, D đồng phẳng.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên \mathbb{R} và có bảng biến thiên như hình vẽ. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau?

x	$-\infty$	4	6	7	$+\infty$	
$f'(x)$		+	0	-	0	-
$f(x)$	$-\infty$		19		21	$-\infty$

- a) Giá trị lớn nhất của hàm số trên \mathbb{R} bằng 21.
- b) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên \mathbb{R} bằng 12.
- c) Giá trị lớn nhất của hàm số $h(x) = f(x) + 2m$ trên đoạn $[0; 5]$ bằng 34 khi $m = 15$.
- d) Hàm số $g(x) = f(2x - 2)$ đạt giá trị lớn nhất trên khoảng $(-\infty; 4)$ tại $x = 3$.

HĐG

a) Khẳng định đã cho là khẳng định đúng.

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số $y = f(x)$ đạt giá trị lớn nhất trên \mathbb{R} bằng 21 khi $x = 7$.

b) Khẳng định đã cho là khẳng định sai.

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số $y = f(x)$ không có giá trị nhỏ nhất trên \mathbb{R} .

c) Khẳng định đã cho là khẳng định sai.

Từ bảng biến thiên ta thấy, hàm số $y = f(x) + 2m$ đạt giá trị lớn nhất trên đoạn $[0; 5]$ bằng $2m + 19$.

Suy ra $2m + 19 = 34 \Leftrightarrow m = \frac{15}{2}$.

d) Khẳng định đã cho là khẳng định đúng.

Cách 1. Ta có $g'(x) = 2f'(2x - 2)$; $g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(2x - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 2 = 4 \\ 2x - 2 = 6 \\ 2x - 2 = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 4 \\ x = \frac{9}{2} \end{cases}$

x	$-\infty$	3	4	$\frac{9}{2}$	$+\infty$
g'		+	0	-	
g					

Vậy hàm số $g(x) = f(2x - 2)$ đạt giá trị lớn nhất trên khoảng $(-\infty; 4)$ tại $x = 3$.

Cách 2: Ghép trực

Câu 3. Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 - 1}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

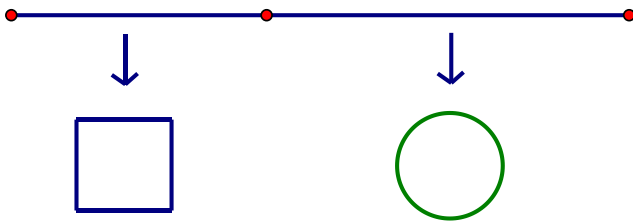
a) Đường thẳng $x = 1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số. **Đ**

b) Đường thẳng $y = 1$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số. **Đ**

c) Đồ thị hàm số đã cho có 1 tiệm cận ngang, 2 tiệm cận đứng. **S** (Vì ĐTHS chỉ có 1 TCN và 1 TCD)

d) Đồ thị hàm số đã cho có 2 đường tiệm cận. **Đ**

Câu 4. Một sợi dây kim loại dài 60cm được cắt thành hai đoạn. Đoạn dây thứ nhất uốn thành hình vuông cạnh a , đoạn dây thứ hai uốn thành đường tròn bán kính r .



a) $r = \frac{60 - 2a}{\pi}$.

b) Tổng diện tích của hình vuông và hình tròn là $\frac{1}{\pi}[(\pi + 4)a^2 - 120a + 900]$.

c) Để tổng diện tích của hình vuông và hình tròn nhỏ nhất thì tỉ số $\frac{a}{r}$ bằng $\frac{1}{2}$.

d) Nếu cắt sợi dây thành hai đoạn bằng nhau và vẫn uốn thành một hình vuông và một hình tròn thì hình tròn có diện tích lớn hơn hình vuông.

HĐG

a) SAI.

Ta có:

$$4a + 2\pi r = 60 \Leftrightarrow \pi r = 30 - 2a \Leftrightarrow r = \frac{30 - 2a}{\pi}.$$

b) ĐÚNG.

Tổng diện tích của hình vuông và hình tròn:

$$S = a^2 + r^2\pi = a^2 + \frac{(30 - 2a)^2}{\pi} = \frac{1}{\pi}[(\pi + 4)a^2 - 120a + 900]$$

c) SAI

Điều kiện: $0 < 4a < 60 \Leftrightarrow 0 < a < 15$.

Xét $f(a) = (\pi + 4)a^2 - 120a + 900$ với $a \in (0, 15)$

$f(a)$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $a = \frac{120}{2(\pi + 4)} = \frac{60}{\pi + 4} \in (0, 15)$.

S đạt giá trị nhỏ nhất khi $a = \frac{60}{\pi + 4}$.

$$\Rightarrow \pi r = 30 - 2 \cdot \frac{60}{\pi + 4} = \frac{30\pi}{\pi + 4} \Rightarrow r = \frac{30}{\pi + 4}$$

Khi đó: $\frac{a}{r} = \frac{60}{\pi + 4} : \frac{30}{\pi + 4} = 2$.

Kết luận: $\frac{a}{r} = 2$.

d) Đúng

$$a = \frac{15}{4}, r = \frac{15}{2\pi}$$

Diện tích hình vuông là $S_1 = \left(\frac{15}{4}\right)^2 = \frac{225}{16}$

Diện tích hình tròn là $S_2 = \pi r^2 = \frac{225}{4\pi} > S_1$

Phần 3: Trả lời ngắn

Câu 1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0; 0; 0), B(3; 0; 0)$
 $D(0; 3; 0), D'(0; 3; -3)$. Tìm tọa độ các đỉnh C và A' của hình hộp?

HD: Nhận xét hình hộp đã cho là HHCN nên dễ dàng suy ra được kq

Câu 2. Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số

$$y = \frac{4}{3} \sin^3 x + 4 \cos^2 x - 5 \sin x + 1. \text{ Tính giá trị của } M - m.$$

HD: Đặt $t = \sin x; t \in [-1; 1]$ khảo sát hàm số $f(t)$ trên đoạn $[-1; 1]$ có $M = \frac{19}{3}; m = -\frac{8}{3}$ nên $M - m = 9$

Câu 3. Cho hình chóp $ABCD$ có AB, AC, AD đôi một vuông góc, cạnh $AB = AC = a$, M là trung điểm của CB , H là trung điểm của MD .

a) Biểu diễn $\overrightarrow{AH} = x \overrightarrow{AB} + y \overrightarrow{AC} + z \overrightarrow{AD}$, thì $x + y + z = ?$

b) Tính góc giữa vectơ \overrightarrow{AH} và \overrightarrow{BC}

$$\text{HD a. Ta có } \overrightarrow{AH} = \frac{\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AD}}{2}, \overrightarrow{AM} = \frac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}}{2} \Rightarrow \overrightarrow{AH} = \frac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}}{2}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AH} = \frac{\overrightarrow{AD}}{2} + \frac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}}{4} \text{ nên } x + y + z = 1$$

$$\text{b. } \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AH} = \frac{\overrightarrow{AD}}{2} + \frac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}}{4}$$

$$\text{Vậy } \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{AH} = (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) \cdot \left(\frac{\overrightarrow{AD}}{2} + \frac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}}{4} \right)$$

$$\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{AH} = \frac{\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD}}{2} + \frac{\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AC}}{4} - \frac{\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB}}{2} - \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{4}$$

$$\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{AH} = \frac{\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AC}}{4} - \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AB}}{4} = 0$$

Câu 4. Hằng ngày mực nước của hồ thủy điện ở miền Trung lên và xuống theo lượng nước mưa, và các suối nước đổ về hồ. Từ lúc 8h sáng, độ sâu của mực nước trong hồ tính theo mét và lên xuống theo thời gian t (giờ) trong ngày cho bởi công thức $h(t) = 24t + 5t^2 - \frac{t^3}{3}$. Biết rằng phải thông báo cho các hộ dân phải di dời trước khi xả nước theo quy định trước 5 giờ. Hỏi cần thông báo cho hộ dân di dời trước khi xả nước mấy giờ của ngày hôm đó. Biết rằng mực nước trong hồ phải lên cao nhất mới xả nước.

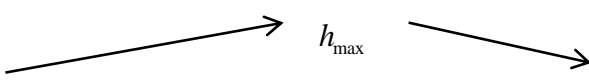
Đáp số: 15

Ta có:

$$h'(t) = 24 + 10t - t^2$$

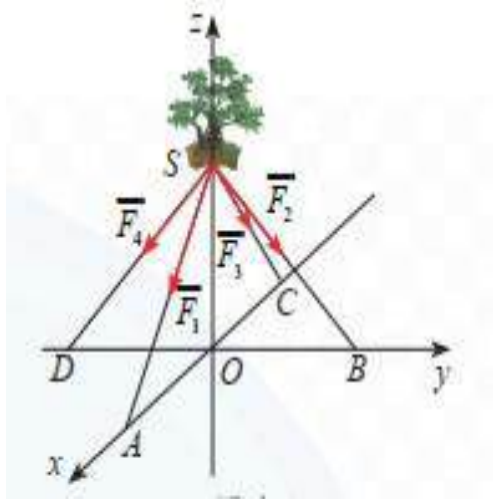
$$h'(t) = 0 \Leftrightarrow 24 + 10t - t^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -2 \text{ (loại)} \\ t = 12 \text{ (t/m)} \end{cases}$$

BBT:

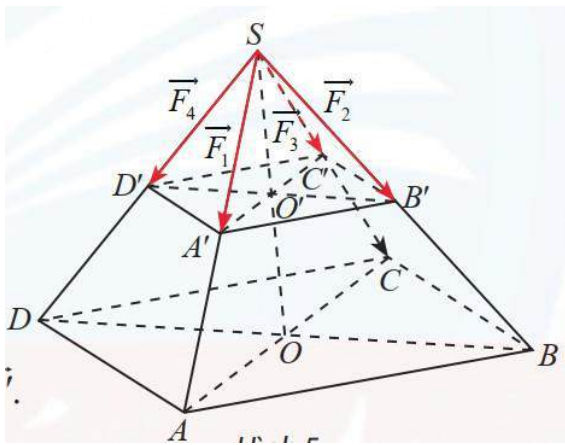
t	8	12	24	$+\infty$
$h'(t)$		+	0	-
$h(t)$				

Vậy để mực nước lên cao nhất thì phải mất 12 giờ. Vậy phải thông báo cho dân di dời vào 15 giờ chiều cùng ngày.

Câu 5 Một chậu cây được đặt trên một giá đỡ có bốn chân với điểm đặt $S(0;0;30)$ và các điểm chạm mặt đất của bốn chân lần lượt là $A(30;0;0), B(0;30;0), C(-30;0;0), D(0;-30;0)$ (đơn vị cm). Cho biết trọng lực tác dụng lên chậu cây có độ lớn $60N$ và được phân bố thành bốn lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$ có độ lớn bằng nhau như hình vẽ. Tính $|\vec{F}_1 + 2\vec{F}_2 + 3\vec{F}_3 + 4\vec{F}_4|$ (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)



HDG



Tứ giác $ABCD$ có hai đường chéo bằng nhau và vuông góc với nhau tại trung điểm của mỗi đường nên là hình vuông.

Ta có:

$\Rightarrow SA = SB = SC = SD = 30\sqrt{2}$. Do đó $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều.

Các vectơ $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$ có điểm đầu tại S và điểm cuối lần lượt là A', B', C', D' .

Ta có $SA' = SB' = SC' = SD'$ nên $S.A'B'C'D'$ cũng là hình chóp tứ giác đều.

Gọi \vec{F} là trọng lực tác dụng lên chậu cây và O' là tâm của hình vuông $A'B'C'D'$.

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = \vec{SA'} + \vec{SB'} + \vec{SC'} + \vec{SD'} = 4\vec{SO'}$$

Ta có: $|\vec{F}| = 60 \Rightarrow |\vec{SO'}| = SO = 15$.

Do tam giác $SO'A'$ vuông cân nên

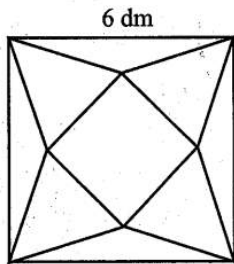
$$SA' = SO'\sqrt{2} = 15\sqrt{2} = \frac{1}{2}SA \Rightarrow \vec{F}_1 = \vec{SA'} = \frac{1}{2}\vec{SA} = (15; 0; -15)$$

Chứng minh tương tự ta cũng có:

$$\vec{F}_2 = \frac{1}{2}\vec{SB} = (0; 15; -15), \vec{F}_3 = \frac{1}{2}\vec{SC} = (-15; 0; -15), \vec{F}_4 = \frac{1}{2}\vec{SD} = (0; -15; -15)$$

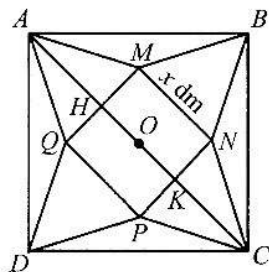
Suy ra: $\vec{F}_1 + 2\vec{F}_2 + 3\vec{F}_3 + 4\vec{F}_4 = (-30; -30; -150) \Rightarrow |\vec{F}_1 + 2\vec{F}_2 + 3\vec{F}_3 + 4\vec{F}_4| = 90\sqrt{3} \approx 156$.

Câu 6. Từ một tấm bìa mỏng hình vuông cạnh 6 dm , bạn Hoa cắt bỏ bốn tam giác cân bằng nhau có cạnh đáy là cạnh của hình vuông ban đầu và đỉnh là đỉnh của một hình vuông nhỏ phía trong rồi gấp lên, ghép lại tạo thành một khối chóp tứ giác đều (Hình vẽ).



Thể tích của khối chóp có giá trị lớn nhất bằng bao nhiêu decimét khối (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

Gọi cạnh đáy của hình chóp tứ giác đều là $x \text{ (dm)}$ với $0 < x < 6\sqrt{2}$ như hình bên.



Cách 1: Ta có: $AH = \frac{AC - HK}{2} = 3\sqrt{2} - \frac{x}{2}$.

Đường cao của hình chóp tứ giác đều là: $h = \sqrt{AH^2 - OH^2} = \sqrt{\left(3\sqrt{2} - \frac{x}{2}\right)^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2} = \sqrt{18 - 3\sqrt{2}x}$.

Thể tích khối chóp là: $V = \frac{1}{3}hx^2 = \frac{1}{3}x^2\sqrt{18 - 3\sqrt{2}x} = \frac{1}{3}\sqrt{x^4(18 - 3\sqrt{2}x)}$.

Để tìm giá trị lớn nhất của V , ta đi tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^4(18 - 3\sqrt{2}x)$ với $0 < x < 6\sqrt{2}$.

Ta có: $f'(x) = x^3(-15\sqrt{2}x + 72)$, $f'(x) = 0$ khi $x = 0$ hoặc $x = \frac{12\sqrt{2}}{5}$.

Bảng biến thiên của $f(x)$ như sau

x	0	$\frac{12\sqrt{2}}{5}$	$6\sqrt{2}$
$f'(x)$	0	+	0
$f(x)$	0	$f\left(\frac{12\sqrt{2}}{5}\right)$	-93312

Từ bảng biến thiên ta có $\max_{(0;6\sqrt{2})} f(x) = f\left(\frac{12\sqrt{2}}{5}\right) \approx 477,75$ tại $x = \frac{12\sqrt{2}}{5}$.

Vậy thể tích của khối chóp có giá trị lớn nhất bằng $V_{\max} = \frac{1}{3} \sqrt[3]{\left(\frac{12\sqrt{2}}{5}\right)^4 \left(18 - 3\sqrt{2} \cdot \frac{12\sqrt{2}}{5}\right)} \approx 7,3(\text{dm}^3)$

Cách 2. Dùng bất đẳng thức xét hs $f(x) = x^4(18 - 3\sqrt{2}x)$

Áp dụng AM – GM có $\frac{3\sqrt{2}}{4}x \cdot \frac{3\sqrt{2}}{4}x \cdot \frac{3\sqrt{2}}{4}x \cdot \frac{3\sqrt{2}}{4}x \cdot x(18 - 3\sqrt{2}x) \leq \left(\frac{18}{5}\right)^5$ (không đổi)

Dấu “=” xảy ra khi $x = \frac{12\sqrt{2}}{5}$, từ đó có thể tích của khối chóp có giá trị lớn nhất bằng

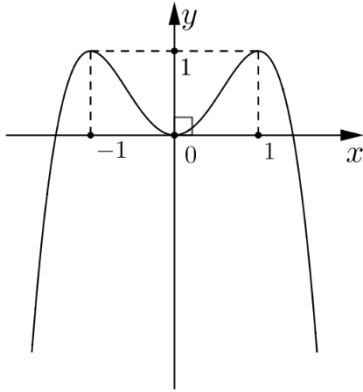
$$V_{\max} = \frac{1}{3} \sqrt[3]{\left(\frac{12\sqrt{2}}{5}\right)^4 \left(18 - 3\sqrt{2} \cdot \frac{12\sqrt{2}}{5}\right)} \approx 7,3(\text{dm}^3)$$

Thời gian làm bài 90 phút không kể giao đề

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



- A. $(-1; 0)$. B. $(-\infty; -1)$. C. $(0; 1)$. D. $(0; +\infty)$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)(x-2)^2(x-3)^3(x-4)^4$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 3 B. 5 C. 2 D. 4

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên trên $[-5; 7)$ như sau

x	-5	1	7
y'	-	0	+
y	6	2	9

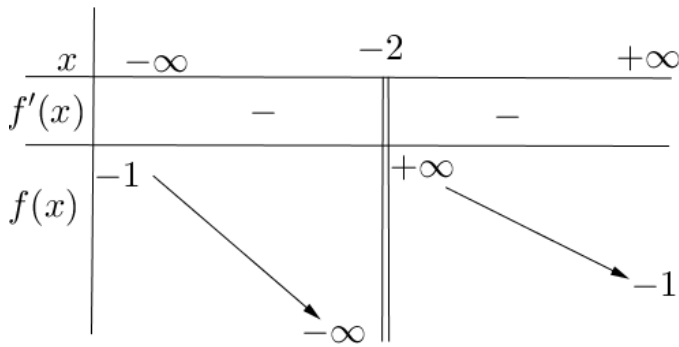
Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. $\min_{[-5;7)} f(x) = 6$. B. $\min_{[-5;7)} f(x) = 2$. C. $\max_{[-5;7)} f(x) = 9$. D. $\max_{[-5;7)} f(x) = 6$.

Câu 4. Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = x^4 - x^2 + 13$ trên đoạn $[-2; 3]$.

- A. $m = 13$ B. $m = \frac{51}{4}$ C. $m = \frac{51}{2}$ D. $m = \frac{49}{4}$

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



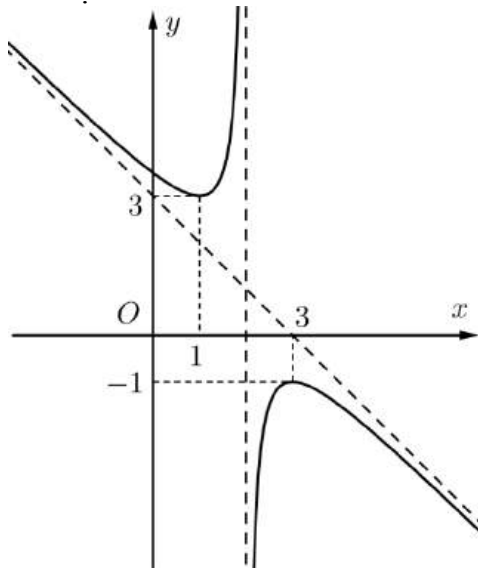
Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng có phương trình:

- A. $x = -1$. B. $y = -1$. C. $y = -2$. D. $x = -2$.

Câu 6. Cho hàm số $y = \frac{3x^2 + 5x - 4}{-5x + 4}$. Đường tiệm cận xiên của hàm số là

- A. $y = -\frac{3}{5}x - \frac{37}{25}$. B. $y = -\frac{3}{5}x - \frac{37}{25}$.
 C. $y = -\frac{3}{5}x - \frac{37}{25}$. D. $y = -\frac{3}{5}x - \frac{37}{25}$.

Câu 7. Đồ thị sau là của hàm số nào dưới đây?



- A. $y = \frac{2x^2 - 9x + 10}{-x + 2}$. B. $y = \frac{2x^2 - 9x + 10}{x + 2}$. C. $y = \frac{x^2 - 5x + 7}{x + 2}$. D. $y = \frac{x^2 - 5x + 7}{-x + 2}$.

Câu 8. Đồ thị của hàm số $y = -2x^3 + 3x^2 - 5$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

- A. -5 . B. 0 . C. -1 . D. 2 .

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Đặt $\overline{SA} = \vec{a}$; $\overline{SB} = \vec{b}$; $\overline{SC} = \vec{c}$; $\overline{SD} = \vec{d}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$. B. $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c} + \vec{d}$. C. $\vec{a} + \vec{d} = \vec{b} + \vec{c}$. D. $\vec{a} + \vec{c} = \vec{d} + \vec{b}$.

Câu 10. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi P, Q là trung điểm của AB và CD . Chọn khẳng định đúng?

- A. $\overline{PQ} = \frac{1}{2}(\overline{BC} + \overline{AD})$. B. $\overline{PQ} = \frac{1}{2}(\overline{BC} - \overline{AD})$.

C. $\overline{PQ} = \overline{BC} + \overline{AD}$.

D. $\overline{PQ} = \frac{1}{4}(\overline{BC} + \overline{AD})$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-1)$ và $B(2;3;2)$. Vector \overline{AB} có tọa độ là

A. $(1; 2; 3)$

B. $(-1; -2; 3)$

C. $(3;5;1)$

D. $(3;4;1)$

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm M thỏa $\overline{OM} = 3\vec{i} + 5\vec{j} - 7\vec{k}$. Tìm tọa độ điểm đối xứng M' của M qua mặt phẳng (Oxz) .

A. $M'(-3; -5; 7)$.

B. $M'(3; 5; -7)$.

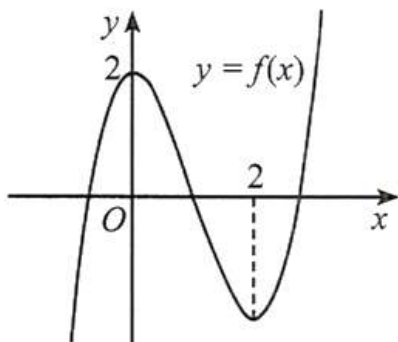
C. $M'(-3; 5; 7)$.

D. $M'(3; -5; -7)$.

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ có đồ thị như Hình.



Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

a) Hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị là 0 và 2.

b) Giá trị b bằng 0.

c) Giá trị $c = -2$.

d) $f(x) = x^3 - 6x^2 + 2$

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

a) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = \frac{x^2 - 1}{(x^2 + 1)^2}$.

b) $x = 1$ là điểm cực tiểu của của hàm số.

c) Hàm số có hai điểm cực trị.

d) Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng $-\frac{1}{2}$.

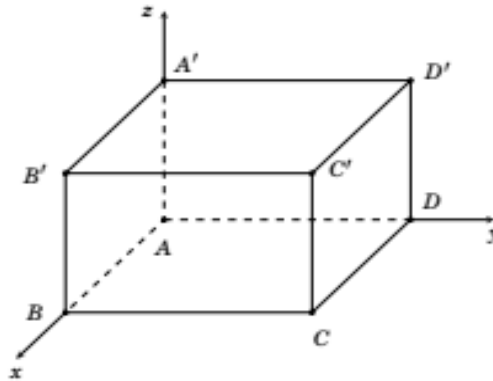
Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-4	-2	0	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	-6	$+\infty$	2	$+\infty$	

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

- a) Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 2 .
- b) $x = -2$ đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.
- c) Đồ thị hàm số có một đường tiệm cận ngang
- d) Biết hàm số $f(x)$ có dạng $f(x) = \frac{x^2 + bx + c}{x + n}$ khi đó $f(1) = \frac{5}{3}$

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đỉnh A trùng với gốc tọa độ O và các đỉnh B ; C ; D' có tọa độ lần lượt là $(2;0;0)$; $(2;4;0)$; $(0;4;3)$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau



- a) Tọa độ $D(0;4;0)$.
- b) Tọa độ $C'(2;3;4)$.
- c) Tọa độ của $\overrightarrow{AA'} = (0;0;3)$.
- d) Tọa độ của $\overrightarrow{B'D} = (-2;4;-3)$.

Phần 3. Câu trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Khi sản xuất vỏ lon sữa bò hình trụ có thể tích là $V = 250\pi (cm^3)$, các nhà thiết kế luôn đặt mục tiêu sao cho chi phí nguyên liệu làm vỏ lon là ít nhất, tức là diện tích toàn phần của hình trụ là nhỏ nhất. Muốn thể tích khối trụ đó bằng $V = 250\pi (cm^3)$ và diện tích toàn phần hình trụ nhỏ nhất thì bán kính đáy bằng bao nhiêu centimet?

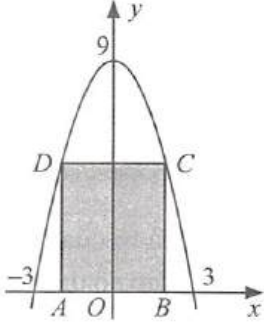
Câu 2. Nồng độ C của một loại hoá chất trong máu sau t giờ tiêm vào cơ thể được cho bởi công thức:

$$C(t) = \frac{3t}{27 + t^3} \text{ với } t \geq 0 \text{ (Nguồn: R. Larson and B. Edwards, Calculus 10e, Cengage 2014).}$$

Sau khoảng bao nhiêu giờ tiêm thì nồng độ của hoá chất trong máu là cao nhất?

(làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

- Câu 3.** Cho hình chữ nhật $ABCD$ có hai đỉnh di động trên đồ thị hàm số $y = 9 - x^2$ trên khoảng $(-3; 3)$, hai đỉnh còn lại nằm trên trục hoành (Hình). Tìm diện tích lớn nhất của hình chữ nhật $ABCD$ (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).



- Câu 4.** Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh bằng 1, các góc $BAD = A'AB = A'AD = 60^\circ$. Gọi P và Q là các điểm xác định bởi $\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{D'A}$, $\overrightarrow{C'Q} = \overrightarrow{DC'}$. Tính độ dài đoạn thẳng PQ (làm tròn đến một chữ số thập phân).
- Câu 5.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có $A(4; 6; -5)$, $B(5; 7; -4)$, $C(5; 6; -4)$ và $D'(2; 0; 2)$. Biết điểm $B'(a; b; c)$, tính $3a - b + c$?

Lời giải

Trả lời: 10

Ta có: $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow (1; 1; 1) = (5 - x_D; 6 - y_D; -4 - z_D) \Rightarrow D(4; 5; -5)$.

Lại có: $\overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{DD'} = (-2; -5; 7)$

Suy ra $B'(3; 2; 3) \Rightarrow 3a - b + c = 9 - 2 + 3 = 10$.

- Câu 6.** Cho các số thực dương x, y thỏa mãn $2x + y = \frac{5}{4}$. Tìm giá trị nhỏ nhất P_{\min} của biểu thức

$$P = \frac{2}{x} + \frac{1}{4y}.$$

PHIẾU TRẢ LỜI

PHẦN I

	A	B	C	D
1	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
5	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
6	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
7	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
8	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
9	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
10	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

	A	B	C	D
11	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
12	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

Điểm

Điểm phần I: đ

Điểm phần II: đ

Điểm phần III: đ

Tổng: đ

PHẦN II

Câu 1		Câu 2		Câu 3		Câu 4	
Đúng	Sai	Đúng	Sai	Đúng	Sai	Đúng	Sai
a)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
b)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
c)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
d)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

PHẦN III

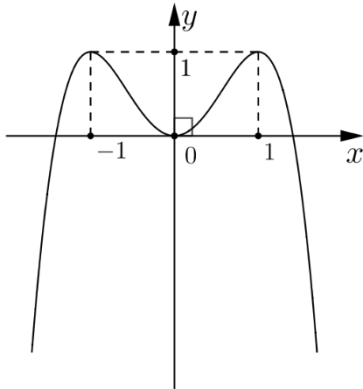
Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
□ □ □ □	□ □ □ □	□ □ □ □	□ □ □ □	□ □ □ □	□ □ □ □
- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>	- <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>

LỜI GIẢI THAM KHẢO

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



- A.** $(-1;0)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị của hàm số $y = f(x)$ ta có:

Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên các khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$, đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)(x-2)^2(x-3)^3(x-4)^4$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A.** 3 **B.** 5 **C.** 2 **D.** 4

Lời giải

Chọn C

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \\ x = 3 \\ x = 4 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	1	2	3	4	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	-	0
$f(x)$	$-\infty$	↗	↘	↗	↘	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên: Số điểm cực trị của hàm số đã cho là 2.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên trên $[-5;7)$ như sau

x	-5	1	7	
y'		-	0	+
y	6		2	9

Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. $\min_{[-5;7]} f(x) = 6$. B. $\min_{[-5;7]} f(x) = 2$. C. $\max_{[-5;7]} f(x) = 9$. D. $\max_{[-5;7]} f(x) = 6$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên trên $[-5;7)$, ta có: $\min_{[-5;7]} f(x) = f(1) = 2$.

Câu 4. Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = x^4 - x^2 + 13$ trên đoạn $[-2;3]$.

- A. $m = 13$ B. $m = \frac{51}{4}$ C. $m = \frac{51}{2}$ D. $m = \frac{49}{4}$

Lời giải

Chọn B

$$y' = 4x^3 - 2x; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \in [-2;3] \\ x = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \in [-2;3] \end{cases};$$

$$\text{Tính } y(-2) = 25, y(3) = 85, y(0) = 13, y\left(\pm \frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \frac{51}{4} = 12,75;$$

Kết luận: giá trị nhỏ nhất m của hàm số là $m = \frac{51}{4}$.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f'(x)$		-	-
$f(x)$	-1	$+\infty$	-1

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng có phương trình:

- A. $x = -1$. B. $y = -1$. C. $y = -2$. D. $x = -2$.

Lời giải

Chọn D

Ta thấy: $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = -\infty$.

Vậy tiệm cận đứng của hàm số đã cho là $x = -2$.

Câu 6. Cho hàm số $y = \frac{3x^2 + 5x - 4}{-5x + 4}$. Đường tiệm cận xiên của hàm số là

A. $y = -\frac{3}{5}x - \frac{37}{25}$.

B. $y = -\frac{3}{5}x - \frac{37}{25}$.

C. $y = -\frac{3}{5}x - \frac{37}{25}$.

D. $y = -\frac{3}{5}x - \frac{37}{25}$.

Lời giải

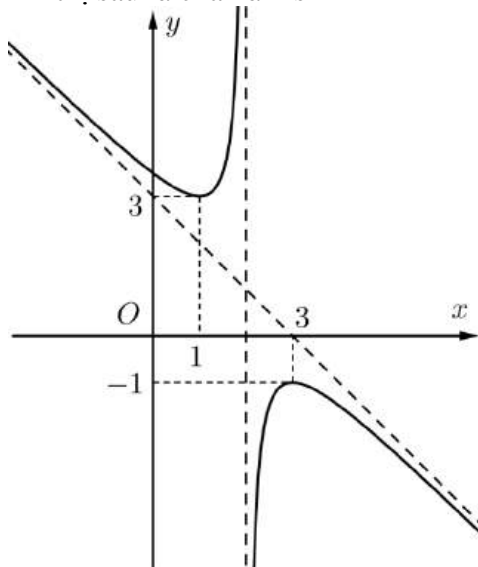
Giả sử đường tiệm cận xiên có dạng $y = ax + b$. Ta tìm hệ số a và b như sau

$$a = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 5x - 4}{-5x + 4} = -\frac{3}{5}; b = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x^2 + 5x - 4}{-5x + 4} + \frac{3}{5}x \right) = -\frac{37}{25} \Rightarrow y = -\frac{3}{5}x - \frac{37}{25}$$

Do đó ta được tiệm cận xiên là $y = -\frac{3}{5}x - \frac{37}{25}$.

Chọn đáp án **C.**

Câu 7. Đồ thị sau là của hàm số nào dưới đây?



A. $y = \frac{2x^2 - 9x + 10}{-x + 2}$. **B.** $y = \frac{2x^2 - 9x + 10}{x + 2}$. **C.** $y = \frac{x^2 - 5x + 7}{x + 2}$. **D.** $y = \frac{x^2 - 5x + 7}{-x + 2}$.

Câu 8. Đồ thị của hàm số $y = -2x^3 + 3x^2 - 5$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

- A.** -5 . **B.** 0 . **C.** -1 . **D.** 2 .

Lời giải

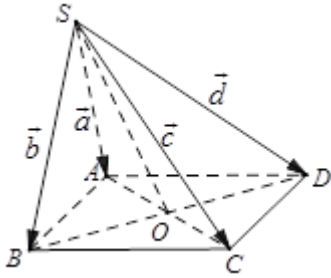
Chọn A

Gọi $M(x_0; y_0)$ là giao điểm của đồ thị hàm số $y = -2x^3 + 3x^2 - 5$ và trục tung, ta có:

$$x_0 = 0 \Rightarrow y_0 = -5$$

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Đặt $\overrightarrow{SA} = \vec{a}$; $\overrightarrow{SB} = \vec{b}$; $\overrightarrow{SC} = \vec{c}$; $\overrightarrow{SD} = \vec{d}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$. B. $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c} + \vec{d}$. C. $\vec{a} + \vec{d} = \vec{b} + \vec{c}$. D. $\vec{a} + \vec{c} = \vec{d} + \vec{b}$.

Lời giải**Chọn D**

Gọi O là tâm của hình bình hành $ABCD$. Ta phân tích như sau:

$$\begin{cases} \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = 2\overrightarrow{SO} \\ \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} = 2\overrightarrow{SO} \end{cases} \text{ (do tính chất của đường trung tuyến)}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} \Leftrightarrow \vec{a} + \vec{c} = \vec{d} + \vec{b}.$$

Câu 10. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi P, Q là trung điểm của AB và CD . Chọn khẳng định đúng?

A. $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD})$. B. $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AD})$.

C. $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD}$. D. $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD})$.

Lời giải**Chọn A**

Ta có: $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CQ}$ và $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{PA} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DQ}$

nên $2\overrightarrow{PQ} = (\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB}) + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD} + (\overrightarrow{CQ} + \overrightarrow{DQ}) = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD}$. Vậy $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD})$

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-1)$ và $B(2;3;2)$. Vector \overrightarrow{AB} có tọa độ là

A. $(1; 2; 3)$

B. $(-1; -2; 3)$

C. $(3;5;1)$

D. $(3;4;1)$

Lời giải**Chọn A**

$$\overline{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A) = (1; 2; 3)$$

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm M thoả $\overline{OM} = 3\vec{i} + 5\vec{j} - 7\vec{k}$. Tìm tọa độ điểm đối xứng M' của M qua mặt phẳng (Oxz) .

- A.** $M'(-3; -5; 7)$. **B.** $M'(3; 5; -7)$. **C.** $M'(-3; 5; 7)$. **D.** $M'(3; -5; -7)$.

Lời giải

$$\overline{OM} = 3\vec{i} + 5\vec{j} - 7\vec{k} \Rightarrow M(3; 5; -7).$$

Tọa độ hình chiếu của M lên mặt phẳng (Oxz) là $H(3; 0; -7)$.

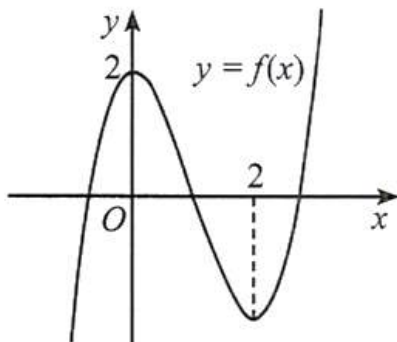
Gọi $M'(a; b; c)$ là điểm đối xứng với M qua mặt phẳng (Oxz) , suy ra $\overline{MH} = \overline{HM'}$ mà

$$\overline{MH} = (0; -5; 0), \overline{HM'} = (a-3; b; c+7) \text{ nên } \begin{cases} a-3=0 \\ b=-5 \\ c+7=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=-5 \\ c=-7 \end{cases}. \text{ Vậy } M'(3; -5; -7).$$

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ có đồ thị như Hình.



Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

- a)** Hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị là 0 và 2.
b) Giá trị b bằng 0.
c) Giá trị $c = -2$.
d) $f(x) = x^3 - 6x^2 + 2$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
----------------	----------------	---------------	---------------

Hàm số $y = f(x)$ có điểm cực tiểu là $x = 2$, điểm cực đại là $x = 0$.

Ta có: $f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$. Vì 0; 2 là hai nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ nên $b = 0, a = -3$. Vì đồ thị hàm số đi qua điểm có tọa độ $(0; 2)$ nên $c = 2$. Suy ra $f(x) = x^3 - 2x^2 + 2$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

a) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = \frac{x^2 - 1}{(x^2 + 1)^2}$.

b) $x = 1$ là điểm cực tiểu của của hàm số.

c) Hàm số có hai điểm cực trị.

d) Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng $-\frac{1}{2}$.

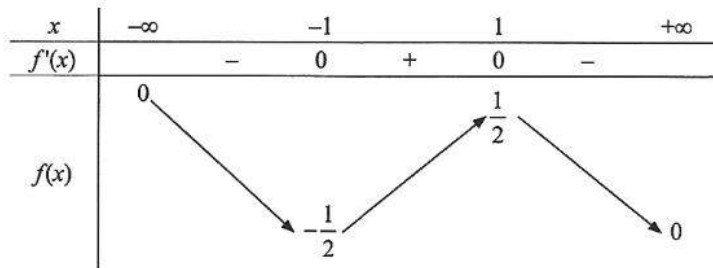
Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------------	---------------	----------------	----------------

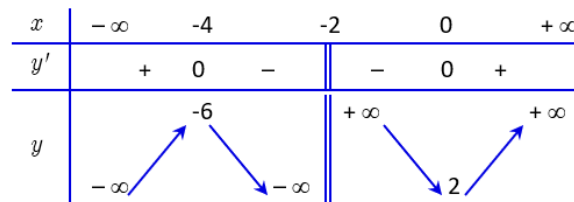
Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

$$f'(x) = \frac{x^2 + 1 - x \cdot 2x}{(x^2 + 1)^2} = \frac{1 - x^2}{(x^2 + 1)^2}.$$

Bảng biến thiên:



Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$ và có bảng biến thiên như sau:



Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

a) Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 2.

b) $x = -2$ đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

c) Đồ thị hàm số có một đường tiệm cận ngang

d) Biết hàm số $f(x)$ có dạng $f(x) = \frac{x^2 + bx + c}{x + n}$ khi đó $f(1) = \frac{5}{3}$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
----------------	----------------	---------------	---------------

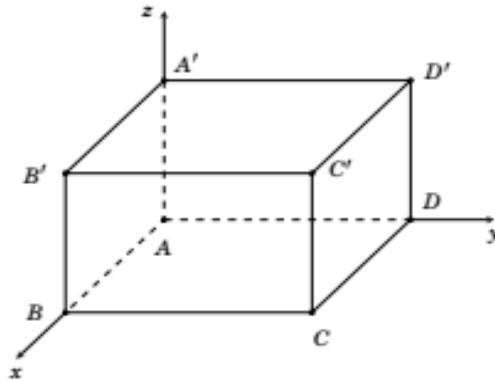
a) Điểm cực đại: $x = -4$, điểm cực tiểu $x = 0$, giá trị cực đại $y_{CD} = -6$, giá trị cực tiểu $y_{CT} = 2$.

b) Tiệm cận đứng: $x = -2$.

c) Đồ thị hàm số không có đường tiệm cận ngang. Vì $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.

d) $f(x) = \frac{x^2 + 2x + 4}{x + 2} \Rightarrow f(1) = \frac{7}{3}$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đỉnh A trùng với gốc tọa độ O và các đỉnh B ; C ; D' có tọa độ lần lượt là $(2;0;0)$; $(2;4;0)$; $(0;4;3)$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau



- a) Tọa độ $D(0;4;0)$.
- b) Tọa độ $C'(2;3;4)$.
- c) Tọa độ của $\overline{AA'} = (0;0;3)$.
- d) Tọa độ của $\overline{B'D} = (-2;4;-3)$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
----------------	---------------	----------------	----------------

- a) Điểm D là hình chiếu của C trên Oy nên có hoành độ bằng hoành độ điểm $C(2;4;0)$ nên $D(0;4;0)$
- b) $C(2;4;0)$ là hình chiếu của C' lên mặt phẳng (Oxy) , $D'(0;4;3)$ là hình chiếu của D lên mặt phẳng (Oyz) và A' là hình chiếu của $D'(0;4;3)$ nên trục Oz nên điểm $C'(2;4;3)$
- c) Điểm $A'(0;0;3)$ và A là gốc tọa độ nên $\overline{AA'} = (0;0;3)$
- d) Điểm $B(2;0;0)$ và $A'(0;0;3)$ nên $B'(2;0;3)$, mà $D(0;4;0)$. Do đó $\overline{B'D} = (-2;4;-3)$

Phần 3. Câu trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Khi sản xuất vỏ lon sữa bò hình trụ có thể tích là $V = 250\pi (cm^3)$, các nhà thiết kế luôn đặt mục tiêu sao cho chi phí nguyên liệu làm vỏ lon là ít nhất, tức là diện tích toàn phần của hình trụ là nhỏ nhất. Muốn thể tích khối trụ đó bằng $V = 250\pi (cm^3)$ và diện tích toàn phần hình trụ nhỏ nhất thì bán kính đáy bằng bao nhiêu centimet?

Lời giải

Đáp số: 5.

Gọi r, h lần lượt là bán kính đáy, chiều cao của một lon sữa bò hình trụ.

$$S_{tp} = 2\pi rh + 2\pi r^2 = 2\pi r \cdot \frac{V}{\pi r^2} + 2\pi r^2 = \frac{500\pi}{r} + 2\pi r^2,$$

$$S_{tp} = f(r), f'(r) = \frac{-500\pi}{r^2} + 4\pi r = \frac{4\pi(r^3 - 125)}{r^2}, \min_{(0; +\infty)} f(r) = f(5).$$

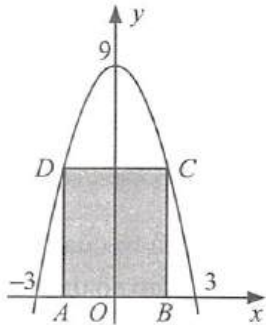
Câu 2. Nồng độ C của một loại hoá chất trong máu sau t giờ tiêm vào cơ thể được cho bởi công thức: $C(t) = \frac{3t}{27+t^3}$ với $t \geq 0$ (Nguồn: R. Larson and B. Edwards, Calculus 10e, Cengage 2014). Sau khoảng bao nhiêu giờ tiêm thì nồng độ của hoá chất trong máu là cao nhất? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 2,38

Ứng với $t = \frac{3\sqrt[3]{4}}{2}$ thì $C(t)$ đạt giá trị lớn nhất, tức là sau khoảng 2,38 giờ tiêm thì nồng độ của hoá chất trong máu là cao nhất.

Câu 3. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có hai đỉnh di động trên đồ thị hàm số $y = 9 - x^2$ trên khoảng $(-3; 3)$, hai đỉnh còn lại nằm trên trục hoành (Hình). Tìm diện tích lớn nhất của hình chữ nhật $ABCD$ (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).



Lời giải

Trả lời: 20,8

Kí hiệu x là hoành độ của điểm $B(0 < x < 3)$.

Ta có $AB = 2x, BC = 9 - x^2$.

Từ đó, diện tích hình chữ nhật $ABCD$ là $S(x) = 18x - 2x^3, 0 < x < 3$.

$$S'(x) = 18 - 6x^2; S'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 = 3 \Leftrightarrow x = \sqrt{3} \text{ (do } x > 0 \text{)}.$$

Bảng biến thiên:

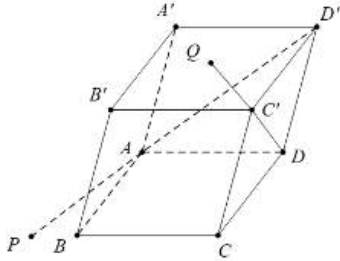
x	0	$\sqrt{3}$	3	
$S'(x)$		+	0	-
$S(x)$	0	$12\sqrt{3}$	0	

Từ đó $\max_{(0,3)} S(x) = S(\sqrt{3}) = 12\sqrt{3} \approx 20,8$.

Câu 4. Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh bằng 1, các góc $BAD = A'AB = A'AD = 60^\circ$. Gọi P và Q là các điểm xác định bởi $\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{D'A}$, $\overrightarrow{C'Q} = \overrightarrow{DC'}$. Tính độ dài đoạn thẳng PQ (làm tròn đến một chữ số thập phân).

Lời giải

Trả lời: 5,7



$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \overrightarrow{PQ} &= \overrightarrow{AQ} - \overrightarrow{AP} = \overrightarrow{AD} + 2\overrightarrow{DC'} + \overrightarrow{AD'} = \overrightarrow{AD} + 2\overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} \\ &= \overrightarrow{AD} + 2(\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AB}) + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = 2\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AD} + 3\overrightarrow{AA'} \end{aligned}$$

Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$; $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$; $\overrightarrow{AA'} = \vec{c}$ thì $|\vec{a}| = |\vec{b}| = |\vec{c}| = 1$, $(\vec{a}; \vec{b}) = (\vec{b}; \vec{c}) = (\vec{c}; \vec{a}) = 60^\circ$

$$\begin{aligned} \text{Khi đó } PQ^2 &= 4|\vec{a}|^2 + 4|\vec{b}|^2 + 9|\vec{c}|^2 + 8\vec{a} \cdot \vec{b} + 12\vec{a}\vec{c} + 12\vec{b} \cdot \vec{c} \\ &= 4 + 4 + 9 + 4 + 6 + 6 = 33 \Rightarrow PQ = \sqrt{33} \approx 5,7 \end{aligned}$$

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có $A(4; 6; -5)$, $B(5; 7; -4)$, $C(5; 6; -4)$ và $D'(2; 0; 2)$. Biết điểm $B'(a; b; c)$, tính $3a - b + c$?

Lời giải

Trả lời: 10

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow (1; 1; 1) = (5 - x_D; 6 - y_D; -4 - z_D) \Rightarrow D(4; 5; -5).$$

$$\text{Lại có: } \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{DD'} = (-2; -5; 7)$$

$$\text{Suy ra } B'(3; 2; 3) \Rightarrow 3a - b + c = 9 - 2 + 3 = 10.$$

Câu 6. Cho các số thực dương x, y thỏa mãn $2x + y = \frac{5}{4}$. Tìm giá trị nhỏ nhất P_{\min} của biểu thức

$$P = \frac{2}{x} + \frac{1}{4y}.$$

Lời giải

Trả lời : 5

Từ giả thiết ta có $y = \frac{5}{4} - 2x$. Vì $y > 0$ nên $\frac{5}{4} - 2x > 0 \Rightarrow x < \frac{5}{8}$. Do đó $0 < x < \frac{5}{8}$.

$$\text{Ta có } P = \frac{2}{x} + \frac{1}{4\left(\frac{5}{4} - 2x\right)} = \frac{2}{x} + \frac{1}{5 - 8x} = \frac{10 - 15x}{-8x^2 + 5x} \text{ với } 0 < x < \frac{5}{8}.$$

$$P' = \frac{-15(-8x^2 + 5x) - (-16x + 5)(10 - 15x)}{(-8x^2 + 5x)^2} = \frac{120x^2 - 75x - (-160x + 240x^2 + 50 - 75x)}{(-8x^2 + 5x)^2}$$

$$P' = \frac{-120x^2 + 160x - 50}{(-8x^2 + 5x)^2}. \text{ Có } P' = 0 \Rightarrow -120x^2 + 160x - 50 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{6} \notin \left(0; \frac{5}{8}\right) \\ x = \frac{1}{2} \in \left(0; \frac{5}{8}\right) \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{8}$
y'		-	+
y	$+\infty$	5	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta có $P_{\min} = 5$.

PHẦN I. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = x^3 + 3x + 2$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
- B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
- C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
- D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên $\mathbf{R} \setminus \{-1\}$.
- B. Hàm số đồng biến trên $\mathbf{R} \setminus \{-1\}$.
- C. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; -\infty)$.
- D. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1) \cup (-1; -\infty)$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y	2		4		-5		2

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -5$.
- B. Hàm số có bốn điểm cực trị.
- C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$.
- D. Hàm số không có cực đại.

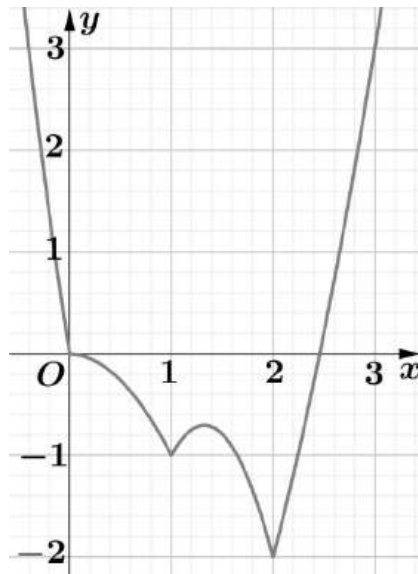
Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
y'		+		-		+	
y	$-\infty$				$f(x_2)$		$+\infty$

Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Hàm số đã cho có một điểm cực đại và một điểm cực tiểu.
- B. Hàm số đã cho không có cực trị.
- C. Hàm số đã cho có một điểm cực đại và không có điểm cực tiểu.
- D. Hàm số đã cho có một điểm cực tiểu và không có điểm cực đại.

Câu 5. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên $[0; 3]$. Giá trị của $M + m$ bằng?



A. 5.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$			
y'		-		+	0	-	
y	5		-2		4		-1

Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Hàm số không có giá trị lớn nhất và có giá trị nhỏ nhất bằng -2 .

B. Hàm số có hai điểm cực trị.

C. Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang.

D. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 5 và giá trị nhỏ nhất bằng -2 .

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = \pm\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \pm\infty$. Chọn mệnh đề đúng?

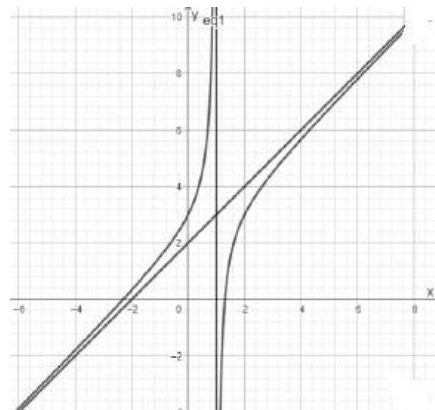
A. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận đứng.

B. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận đứng.

C. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận đứng là các đường thẳng $y = 2$ và $y = -2$.

D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận đứng là các đường thẳng $x = 2$ và $x = -2$.

Câu 8. Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?



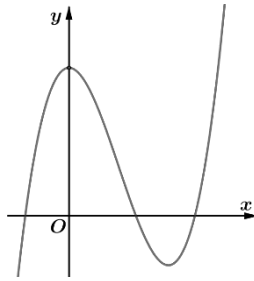
A. Đồ thị hàm số đã cho có một tiệm cận đứng và một tiệm cận ngang

B. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận đứng.

C. Đồ thị hàm số đã cho có một tiệm cận ngang và một tiệm cận xiên

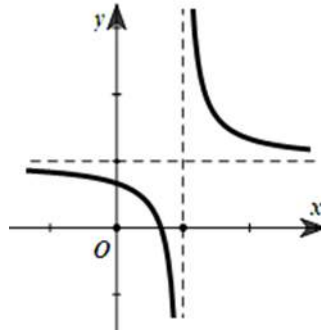
D. Đồ thị hàm số đã cho có một tiệm cận đứng và một tiệm cận xiên

Câu 9. Đường cong ở hình bên dưới là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



- A. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$ B. $y = x^3 - 3x^2 + 3$ C. $y = \frac{2x^2 + 1}{x + 1}$ D. $y = \frac{x + 1}{x}$.

Câu 10. Cho hàm số $y = \frac{ax + b}{cx + d}$ có đồ thị như hình vẽ. Chọn mệnh đề đúng?



- A. $ac > 0$. B. $cd > 0$. C. $ab > 0$. D. $ad > bc$.

Câu 11. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng nhau. Góc giữa hai đường thẳng $\overline{A'A}$ và $\overline{B'C}$ bằng:

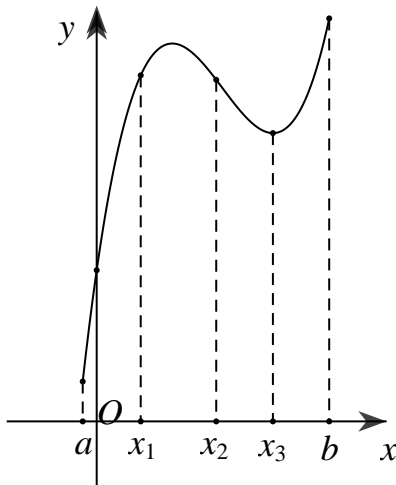
- A. 90° . B. 45° . C. 30° . D. 60° .

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho vectơ $\vec{u} = (1; -2; 5)$ và điểm A. Biết $\overrightarrow{OA} = \vec{u}$. Tọa độ của điểm A là:

- A. $(1; 2; 5)$. B. $(1; -2; 5)$. C. $(-1; -2; 5)$ D. $(1; -2; -5)$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trong khoảng $(a; b)$ và có đồ thị như hình bên dưới.

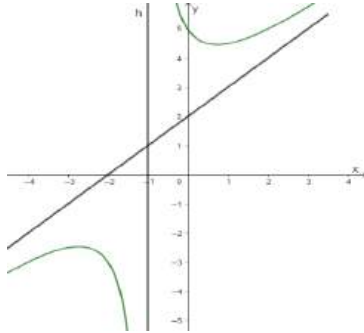


Các mệnh đề sau **đúng** hay **sai** ?

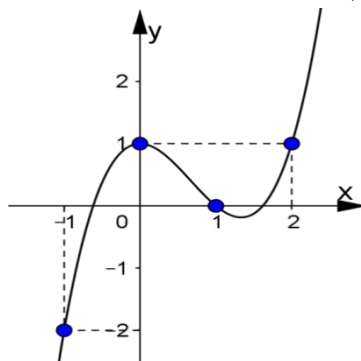
- a) Trên khoảng $(a; b)$ hàm số có hai cực trị.
b) Hàm số không có giá trị lớn nhất trên nửa khoảng $(a; b]$.
c) Hàm số đồng biến trên khoảng $(x_1; x_2)$.
d) $f'(x_2) > 0$.

Câu 14. Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 3x + 3}{x + 1}$. Các mệnh đề sau đây **đúng** hay **sai**?

- a) Tiệm cận đứng của hàm số là $x = -1$.
- b) Tiệm cận xiên của đồ thị là $y = x - 2$.
- c) Hàm số không có cực trị.
- d) Hàm số đã cho có đồ thị như vẽ sau:



Câu 15. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên R . Hàm $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.

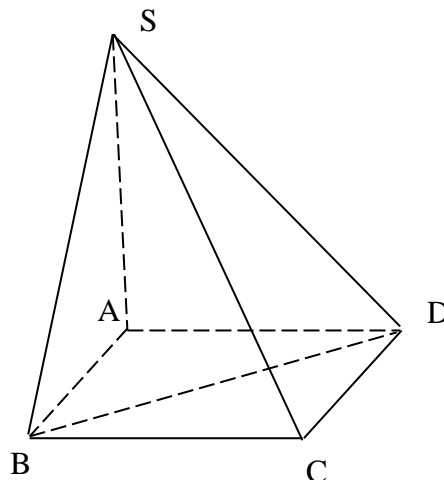


Các mệnh đề sau **đúng** hay **sai**?

- a) Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-1; 2]$ bằng 1.
- b) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.
- c) Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại $x = 0$.
- d) $f(0) < f(1)$.

Câu 16. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có độ dài tất cả các cạnh đều bằng a (Như hình vẽ minh họa)

- a, Tứ giác ABCD là hình vuông.
- b, Tam giác SBD vuông cân tại S.
- c, $(\overline{SB}, \overline{BD}) = 45^\circ$.
- d, $\overline{SB} \cdot \overline{BD} = -a^2$



PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời câu 1 đến câu 6.

Câu 17. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x + 3}$ có dạng $y = ax + b$. Tổng $2a + b$?

Câu 18. Đường thẳng $y = 2x - 1$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - x - 1}{x + 1}$ tại hai điểm. Tính tổng các tung độ các giao điểm?

Câu 19. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho Hình bình hành ABCD có ba đỉnh $A(1; 2; 3)$; $B(5; 0; -1)$; $C(4; 3; 6)$. Khi đó tổng các tọa độ của điểm D bằng?

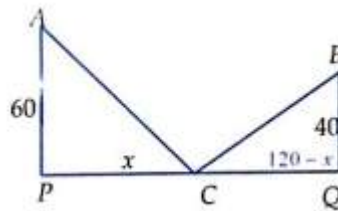
Câu 20. Trên khoảng $(0; 100)$ hàm số $y = 2\sin^2 x - x$ có bao nhiêu điểm cực đại?

Câu 21. Thể tích V của 1kg nước ở nhiệt độ T ($0^\circ \leq T \leq 30^\circ$) được cho bởi công thức:

$$V = 999,87 - 0,06426T + 0,0085043T^2 - 0,0000679T^3. \text{ (Theo: J. Stewart, Calculus, Seventh Edition,}$$

Brooks/Cole, CENGAGE Learning 2012). Gọi $(a^\circ; b^\circ)$ là khoảng nhiệt độ mà trong khoảng đó khi nhiệt độ tăng thì thể tích V của 1kg nước cũng tăng. Tính giá trị biểu thức $P = b - a$ (a, b làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 22. Đường cao tốc mới xây nối hai thành phố A và B, hai thành phố này muốn xây một trạm thu phí và trạm xăng ở trên đường cao tốc như hình vẽ. Để tiết kiệm chi phí đi lại, hai thành phố quyết định tính toán xem xây trạm thu phí ở vị trí nào để tổng khoảng cách từ hai trung tâm thành phố đến trạm là ngắn nhất, biết khoảng cách từ trung tâm thành phố A, B đến đường cao tốc lần lượt là 60 km và 40 km và khoảng cách giữa hai trung tâm thành phố là 120 km (được tính theo khoảng cách của hình chiếu vuông góc của hai trung tâm thành phố lên đường cao tốc, tức là PQ kí hiệu như hình vẽ). Tìm vị trí của trạm thu phí và trạm xăng? Giả sử chiều rộng của trạm thu phí không đáng kể.



-----Hết-----

LỜI GIẢI

Câu 1: Lời giải

Tập xác định $D = \mathbb{R}$. $y' = 3x^2 + 3 \Rightarrow y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

Câu 2: Lời giải

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\} \Rightarrow y' = \frac{2}{(x+1)^2} > 0, \forall x \in D$.

Vậy hàm đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.

Câu 3: Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên. Hàm số có đạo hàm trên \mathbb{R} và $y'(2) = 0$; y' đổi dấu từ âm sang dương khi đi qua $x = 2$ nên hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$.

Câu 4: Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{x_1\}$. Vì $x_1 \notin D$ nên x_1 không là điểm cực trị của hàm số.

Vì $x_2 \in D$ và y' đổi dấu từ âm sang dương khi x đi qua x_2 nên x_2 là điểm cực tiểu của hàm số.

Câu 5: Lời giải

Dựa vào hình vẽ ta có: $M = 3, m = -2$ nên $M + m = 1$.

Câu 6: Lời giải

Hàm số không có giá trị lớn nhất do: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 5$ và có giá trị nhỏ nhất bằng -2 tại $x = -1$.

Hàm số có hai điểm cực trị là $x = -1$ và $x = 2$.

Ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 5$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -1$ nên đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang là $y = 5$ và $y = -1$.

Câu 7: Lời giải

Từ $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = \pm\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \pm\infty$.

Ta có: Hàm số $f(x)$ có tiệm cận đứng tại $x = 2$ và $x = -2$.

Câu 8: Lời giải

Từ $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = \pm\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \pm\infty$.

Ta có: Hàm số $f(x)$ có tiệm cận đứng tại $x = 2$ và $x = -2$.

Câu 9: Lời giải

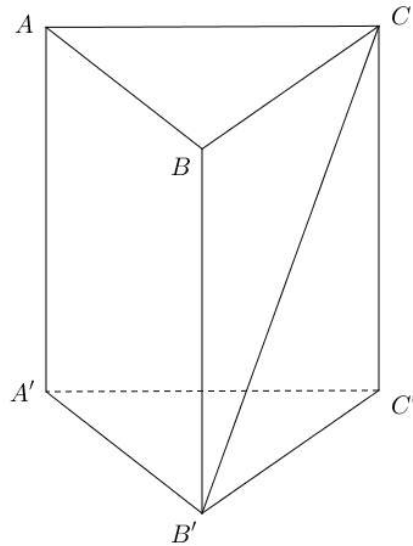
Dựa vào đồ thị ta thấy đây là hình ảnh đồ thị của hàm số bậc ba nên loại đáp án B và C; Mặt khác dựa vào đồ thị ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ nên hệ số của x^3 dương nên ta chọn đáp án $y = x^3 - 3x^2 + 3$

Câu 10: Lời giải

Ta có đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = \frac{a}{c}$

Mà tiệm cận ngang nằm phía trên trục hoành nên $\frac{a}{c} > 0 \Rightarrow ac > 0$.

Câu 11: Lời giải



Ta có: $AA' \parallel BB' \Rightarrow (\overline{A'A}, \overline{B'C}) = (\overline{B'B}, \overline{B'C})$

Mặt khác tam giác BCB' vuông tại B

Vậy góc giữa hai đường thẳng $\overline{A'A}$ và $\overline{B'C}$ bằng 45° .

Câu 12: B

Câu 13:

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Sai
----------------	---------------	---------------	---------------

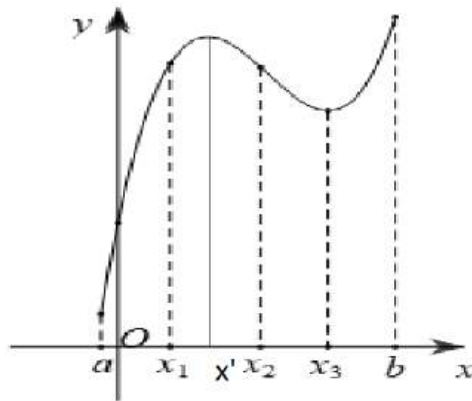
a) Đúng: Trên khoảng $(a; b)$ hàm số có hai cực trị.

b) Đúng: Dựa vào đồ thị. Suy ra mệnh đề.

c) Sai: Hàm số nghịch biến trên khoảng $(x'; x_2) \subset (x_1; x_2)$.

d) Sai: Đồ thị là đường đi xuống trên khoảng $(x'; x_3)$ nên hàm số nghịch biến trên $(x'; x_3)$,

Mà $x_2 \in (x'; x_3)$ $f'(x_2) < 0$.



Câu 14:

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Sai
----------------	---------------	---------------	---------------

a) Đúng: Tiệm cận đứng $x = -1$.

b) Sai: $y = x + 2 + \frac{1}{x+1}$, $\forall x \in (-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$. Tiệm cận xiên của đồ thị là $y = x + 2$.

c) Sai: $y' = 1 - \frac{1}{(x+1)^2} = \frac{x^2 + 2x}{(x+1)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \end{cases}$ có hai cực trị.

d) Sai: Đồ thị như vẽ cắt trục tung tại $(0;5)$ mà đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + 3x + 3}{x + 1}$ cắt trục tung tại $(0;3)$.

Câu 15:

a) Sai	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------------	---------------	---------------	----------------

a) Sai: Tập xác định do đồ thị của đạo hàm

b) Sai: Từ đồ thị hàm số $f'(x)$ ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_1 \\ x = 1 \\ x = x_2 \end{cases}$ với $-1 < x_1 < 1 < x_2 < 2$.

Từ đó suy ra bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ là:

x	$-\infty$	-1	x_1	0	1	x_2	2	$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	0	+
$f(x)$	↘		CT	↗		CĐ	↘	

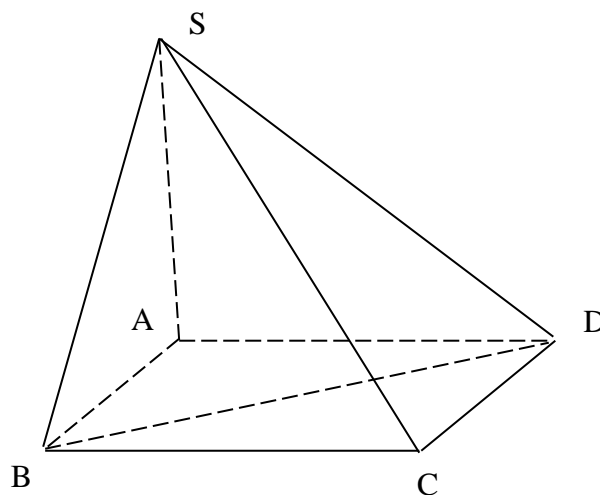
Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $(-\infty; x_1)$, $(-\infty; -1) \subset (-\infty; x_1) \Rightarrow$ hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(-\infty; -1)$.

c) Qua $x = 0$ đạo hàm $f'(x)$ không đổi dấu nên $x = 0$ không là điểm cực trị.

d) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(x_1; 1)$, $x_1 < 0 < 1 \Rightarrow f(0) < f(1)$.

Câu 16:

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
----------------	----------------	---------------	----------------



Câu 17:

Trả lời: -4

$y = x - 6$ là đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số y

Lời giải

Ta có: $y = f(x) = \frac{x^2-3x+2}{x+3} = x - 6 + \frac{20}{x+3}$.

Xét $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x - 6)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{20}{x+3} = 0$.

Vậy đường thẳng $y = x - 6$ là đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = f(x) = \frac{x^2-3x+2}{x+3}$.

Câu 18: **Trả lời: -6**

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$. Xét phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng $d: y = 2x - 1$ và đồ thị

$$(C): y = \frac{x^2 - x - 1}{x + 1} : \frac{x^2 - x - 1}{x + 1} = 2x - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ x^2 - x - 1 = (2x - 1)(x + 1) \quad (2) \end{cases}$$

Ta có (2) $\Leftrightarrow x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = -1 \\ x = -2 \Rightarrow y = -5 \end{cases} \cdot b + d = -6$

Câu 19: **Trả lời: 15**

Giải : Toạ độ điểm D(0 ;5 ;10)

Câu 20: **Trả lời:** Tập xác định: $D = \mathbb{R}$. Ta có: $y' = 4 \sin x \cos x - 1 = 2 \sin 2x - 1$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \sin 2x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ 2x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{5\pi}{12} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

TH1: $x = \frac{\pi}{12} + k\pi$, Do $x \in (0;100)$ nên $0 < \frac{\pi}{12} + k\pi < 100 \Leftrightarrow -\frac{1}{12} < k < \frac{100}{\pi} - \frac{1}{12} \Rightarrow k \in \{0;1;\dots;31\}$.

TH2: $x = \frac{5\pi}{12} + k\pi$, Do $x \in (0;100)$ nên $0 < \frac{5\pi}{12} + k\pi < 100 \Leftrightarrow -\frac{5}{12} < k < \frac{100}{\pi} - \frac{5}{12} \Rightarrow k \in \{0;1;\dots;31\}$.

Như vậy phương trình $y' = 0$ có 64 nghiệm trên khoảng $(0;100)$ đồng thời y' đổi dấu qua 64 nghiệm đó.

Vậy số điểm cực đại của hàm số đã cho là 32.

Câu 21:

Trả lời: Xét hàm số $f(T) = 999,87 - 0,06426T + 0,0085043T^2 - 0,0000679T^3$ với $0^\circ \leq T \leq 30^\circ$.

Nhiệt độ tăng thì thể tích của 1kg nước tăng tức hàm số $f(T)$ đồng biến.

$$f'(T) = -0,06426 + 0,0170086T - 2,037 \cdot 10^{-4}T^2; f'(T) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} T_1 \approx 3,966 \in [0;30] \\ T_2 \approx 79,532 > 30 \end{cases}$$

$$f'(T) > 0, \forall T \in (T_1; T_2) \Rightarrow \text{hàm số } f(T) \text{ đồng biến trên khoảng } (T_1; T_2).$$

Suy ra khi $T \in (T_1^\circ; 30^\circ)$ thì khi nhiệt độ nước tăng thể tích của 1kg nước cũng tăng hay $a = 4; b = 30$.

Vậy $b - a = 26$.

Câu 22: **Trả lời:** Thực chất bài toán trở thành tìm x để $AC + BC$ nhỏ nhất.

Theo định lý Pytago ta có $AC = \sqrt{60^2 + x^2}; BC = \sqrt{(120 - x)^2 + 40^2} = \sqrt{x^2 - 240x + 16000}$

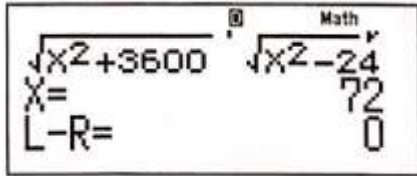
Khi đó $f(x) = AC + BC = \sqrt{x^2 + 3600} + \sqrt{x^2 - 240x + 16000}$.

Ta cần tìm $\underset{(0;120)}{\text{Min}} f(x)$.

$$\text{Ta có } f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+3600}} + \frac{x-120}{\sqrt{x^2-240x+16000}},$$

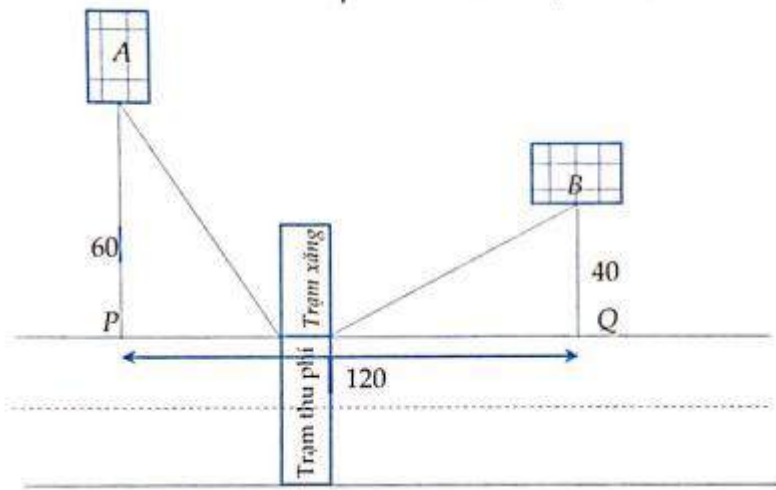
khi bấm máy tính nhằm nghiệm bằng cách nhập vào màn hình biểu thức $f'(x)$ và ấn

SHIFT SOLVE và chọn một số nằm trong khoảng $(0;120)$ để dò nghiệm, như tôi nhập 2 máy nhanh chóng hiện nghiệm là 72 như sau:



The calculator screen shows the following text: $\sqrt{x^2+3600} \cdot \sqrt{x^2-240x+16000}$ at the top, $x=$ followed by 72 in the middle, and $L-R=$ followed by 0 at the bottom. The mode is set to 'Math'.

Vậy từ đó ta có thể kết luận $CP = 72$.



PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(1; +\infty)$. B. $(-\infty; 1)$. C. $(-1; +\infty)$. **D. $(-\infty; -3)$.**

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$		1		-2		$+\infty$

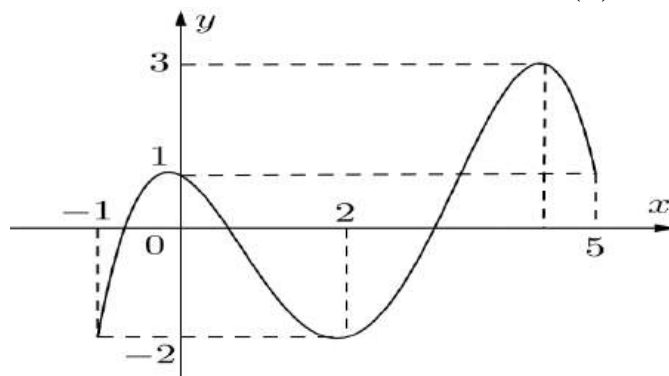
Hàm số đã cho đạt cực đại tại

- A. $x = -1$.** B. $x = 2$. C. $x = 1$. D. $x = -2$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x \cdot (x-1)^3 \cdot (x+2)^4$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 0. B. 3. **C. 2.** D. 1.

Câu 4. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 5]$ và có đồ thị trên đoạn $[-1; 5]$ như hình vẽ bên dưới. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-1; 5]$ bằng



- A. -1. B. 4. **C. 1.** D. 2.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau đây

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$			
y'		$+$	$-$	0	$+$		
y			$+\infty$		-3		$+\infty$

giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên khoảng $(1; +\infty)$ là

- A.** -3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 6. Đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x-1}$ có tiệm cận ngang là

- A.** $x=1$. **B.** $y=1$. **C.** $x=2$. **D.** $y=2$.

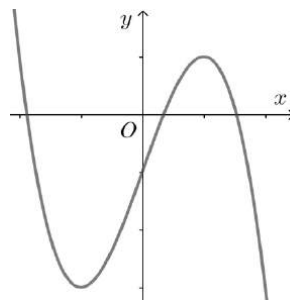
Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau'

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		-		-	
y	-1			$+\infty$	-1

Phương trình đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là

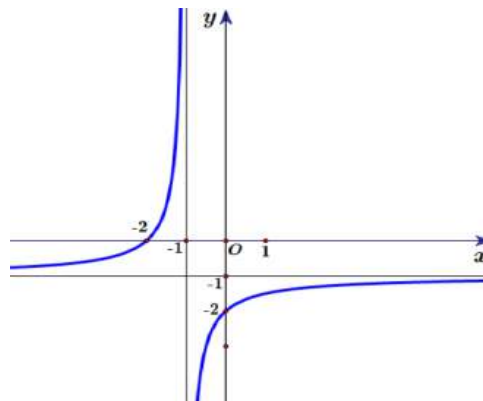
- A.** $x=1$. **B.** $y=1$. **C.** $x=-1$. **D.** $y=-1$.

Câu 8. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên dưới?



- A.** $y = -x^3 + 3x - 1$. **B.** $y = \frac{x-1}{x+2}$. **C.** $y = \frac{-x^2 + 2x + 3}{x-5}$. **D.** $y = x^3 - 3x - 1$.

Câu 9. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên dưới?



- A.** $y = \frac{-x-2}{x-1}$. **B.** $y = \frac{-x-2}{x+1}$. **C.** $y = \frac{x-2}{x+1}$. **D.** $y = \frac{x-2}{x-1}$.

Câu 10. Cho tứ diện $ABCD$. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?

- A.** $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DC}$. **B.** $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BC}$.
C. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DC}$. **D.** $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC}$.

Câu 11. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba vecto $\vec{a} = (1; 2; 3)$, $\vec{b} = (2; 2; -1)$, $\vec{c} = (4; 0; -4)$. Tọa độ của vecto $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b} + 2\vec{c}$ là

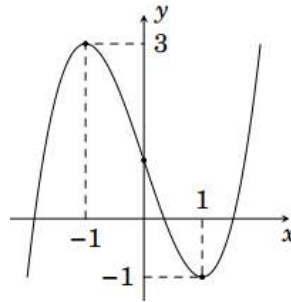
- A.** $\vec{d} = (-7; 0; -4)$. **B.** $\vec{d} = (-7; 0; 4)$. **C.** $\vec{d} = (7; 0; -4)$. **D.** $\vec{d} = (7; 0; 4)$.

Câu 12. Cho ba điểm $A(0; 1; 2)$, $B(1; 2; 3)$, $C(1; -2; -5)$. Gọi M là điểm nằm trên đoạn thẳng BC sao cho $\overrightarrow{MB} = -3\overrightarrow{MC}$. Tính độ dài đoạn thẳng AM

- A.** $\sqrt{30}$. **B.** $\sqrt{6}$. **C.** $\sqrt{26}$. **D.** $\sqrt{13}$.

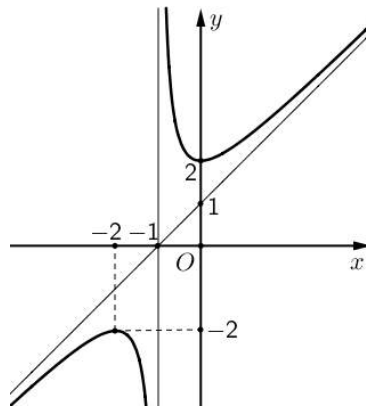
PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a),b),c),d) ở mỗi câu học sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



- a) Điểm cực tiểu của hàm số $f(x)$ là $x = -1$.
- b) Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-3; 0]$ là -1 .
- c) Hàm số $g(x) = f\left(x^2 + \frac{3}{4}\right)$ có đúng 3 điểm cực trị.
- d) Hàm số $h(x) = \frac{f(x) - 1}{x}$ nghịch biến trên khoảng $(-2024; -1)$.

Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Xét tính đúng sai của các phát biểu sau:

- a) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-2; 0)$.
- b) Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x = -1$.
- c) Đồ thị hàm số có tâm đối xứng là điểm $I(-1; 0)$.
- d) Gọi A, B là 2 điểm cực trị của hàm số đã cho, diện tích tam giác OAB bằng $\sqrt{5}$.

Câu 3. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng $2a$. Gọi O là tâm của hình vuông $BCC'B'$ và G là trọng tâm tam giác ADC .

- a) $\overrightarrow{BD'} = \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD}$.
- b) Góc giữa hai vec tơ $\overrightarrow{DA'}$ và \overrightarrow{AC} bằng 60° .
- c) $\overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{A'D'} = 2a^2 \sqrt{2}$.
- d) $\overrightarrow{GO} = \frac{2}{3} \overrightarrow{AB} - \frac{1}{6} \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2} \overrightarrow{AA'}$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1)$, $B(2;-1;3)$, $C(-4;7;5)$.

a) Tọa độ trọng tâm tam giác ABC bằng $\left(\frac{1}{3}; \frac{8}{3}; \frac{7}{3}\right)$.

b) Tam giác ABC có góc A là góc tù.

c) Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành thì tọa độ điểm $D = (5;10;1)$.

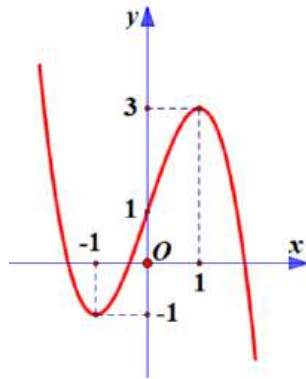
d) Tọa độ chân đường phân giác trong góc B của tam giác ABC là $E\left(-\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; 1\right)$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cho hàm số $y = 2x^3 + 3(m-1)x^2 + 6(m-2)x - 1$ với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số có điểm cực đại và điểm cực tiểu nằm trong khoảng $(-2;3)$.

Câu 2. Ông A dự định sử dụng hết $5 m^2$ kính để làm một bể cá bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng (các mối ghép có kích thước không đáng kể). Bể cá có dung tích lớn nhất bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

Câu 3. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$, ($a, c, b, d \in \mathbf{R}$) có đồ thị như hình vẽ.



Số đường tiệm cận đứng của đồ thị của hàm số $y = \frac{(x^2 - 1)(x^2 + x)}{[f(x)]^2 - 4f(x) + 3}$ là bao nhiêu?

Câu 4. Một cốc chứa 20 ml dung dịch KOH với nồng độ 100 mg/ml và một bình chứa dung dịch KOH khác với nồng độ 10 mg/ml. Lấy x (ml) ở bình trộn vào cốc ta được dung dịch KOH có nồng độ $C(x)$. Coi $C(x)$ là hàm số xác định với $x \geq 0$. Khi $x \in [5;15]$, nồng độ của dung dịch KOH đạt giá trị lớn nhất bằng bao nhiêu mg/ml?

Câu 5. Tính khoảng cách từ trọng tâm của một khối rubik (đồng chất) hình tứ diện đều đến một mặt của nó, biết rằng chiều cao của khối rubik là 10.



Câu 6. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $M(1;1;1)$, $N(2;3;4)$, $P(7;7;5)$. Điểm $Q(a;b;c)$ thỏa mãn tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành. Tính tổng $a+b+c$.

----- Hết -----

BẢNG ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI CHI TIẾT

ĐÁP ÁN PHẦN I

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
D	A	C	C	A	D	A	A	B	C	C	D

ĐÁP ÁN PHẦN II

CÂU 1	CÂU 2	CÂU 3	CÂU 4
a) sai	a) Đúng	a) Đúng	a) Sai
b) Sai	b) Sai	b) Sai	b) Sai
c) Đúng	c) Sai	c) Sai	c) Đúng
d) Đúng	d) Đúng	d) Đúng	d) Đúng

ĐÁP ÁN PHẦN III

Câu	1	2	3	4	5	6
Trả lời	3	1,01	4	82	2,5	13

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$	
$f'(x)$	-	0	+	-	0	+

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(1; +\infty)$. B. $(-\infty; 1)$. C. $(-1; +\infty)$. **D. $(-\infty; -3)$.**

Lời giải

Chọn D

Căn cứ vào bảng xét dấu của $f'(x)$ ta có $f'(x) < 0$ trên các khoảng $(-\infty; -3)$ và $(-1; 1)$.

Vậy hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -3)$ và $(-1; 1)$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	↗ 1	↘ -2	↗ $+\infty$	

Hàm số đã cho đạt cực đại tại

- A. $x = -1$.** B. $x = 2$. C. $x = 1$. D. $x = -2$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên khoảng $(1; +\infty)$ là -3 .

Câu 6. Đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x-1}$ có tiệm cận ngang là

- A. $x = 1$. B. $y = 1$. C. $x = 2$. **D. $y = 2$.**

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x\left(2 - \frac{3}{x}\right)}{x\left(1 - \frac{1}{x}\right)} = 2 \text{ và } \lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x\left(2 - \frac{3}{x}\right)}{x\left(1 - \frac{1}{x}\right)} = 2.$$

Vậy đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là $y = 2$.

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau'

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'		-	
y	-1		$+1$

Phương trình đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là

- A. $x = 1$.** B. $y = 1$. C. $x = -1$. D. $y = -1$.

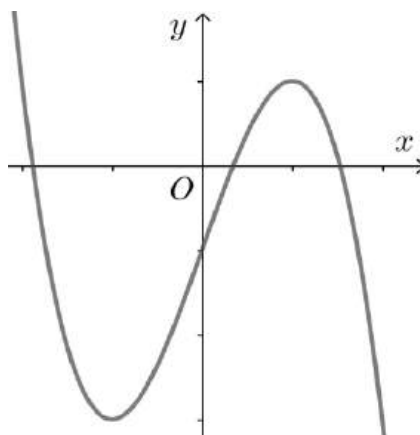
Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty \end{array} \right\} \Rightarrow x = 1 \text{ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.}$$

Câu 8. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên dưới?



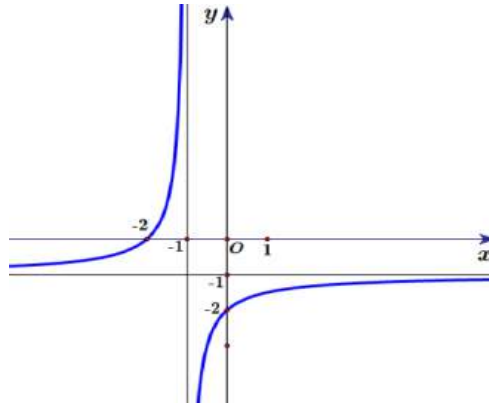
- A. $y = -x^3 + 3x - 1$.** B. $y = \frac{x-1}{x+2}$. C. $y = \frac{-x^2 + 2x + 3}{x-5}$. D. $y = x^3 - 3x - 1$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị ta thấy đây là đồ thị hàm số bậc 3 có hệ số $a < 0$ nên nhận đáp án $y = -x^3 + 3x - 1$.

Câu 9. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên dưới?



A. $y = \frac{-x-2}{x-1}$.

B. $y = \frac{-x-2}{x+1}$.

C. $y = \frac{x-2}{x+1}$.

D. $y = \frac{x-2}{x-1}$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị ta thấy đồ thị có đường tiệm cận đứng $x = -1$ và tiệm cận ngang $y = -1$ nên nhận đáp án $y = \frac{-x-2}{x+1}$.

Câu 10. Cho tứ diện $ABCD$. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?

A. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DC}$.

B.

$\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BC}$.

C. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DC}$.

D. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CB}$ và $\overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{CB}$ nên suy ra $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DC}$.

Câu 11. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba vecto $\vec{a} = (1; 2; 3)$, $\vec{b} = (2; 2; -1)$, $\vec{c} = (4; 0; -4)$. Tọa độ của vecto $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b} + 2\vec{c}$ là

A. $\vec{d} = (-7; 0; -4)$.

B. $\vec{d} = (-7; 0; 4)$.

C. $\vec{d} = (7; 0; -4)$.

D. $\vec{d} = (7; 0; 4)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b} + 2\vec{c} = (1 - 2 + 2 \cdot 4; 2 - 2 + 2 \cdot 0; 3 + 1 + 2 \cdot (-4)) = (7; 0; -4)$

Câu 12. Cho ba điểm $A(0; 1; 2)$, $B(1; 2; 3)$, $C(1; -2; -5)$. Gọi M là điểm nằm trên đoạn thẳng BC sao cho $\overrightarrow{MB} = -3\overrightarrow{MC}$. Tính độ dài đoạn thẳng AM

A. $\sqrt{30}$.

B. $\sqrt{6}$.

C. $\sqrt{26}$.

D. $\sqrt{13}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $M(x; y; z)$

Theo đề ta có $\overrightarrow{MB} = -3\overrightarrow{MC}$ nên suy ra

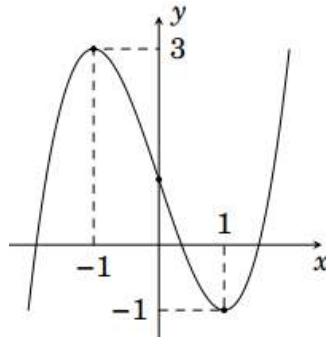
$$\begin{cases} 1 - x = -3 + 3x \\ 2 - y = 6 + 3y \\ 3 - z = 15 + 3z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \\ z = -3 \end{cases}$$

Vậy điểm $M(1; -1; -3)$

Độ dài đoạn thẳng AM là $AM = \sqrt{(1-0)^2 + (-1-1)^2 + (-3-2)^2} = \sqrt{30}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a),b),c),d) ở mỗi câu học sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



- a) Điểm cực tiểu của hàm số $f(x)$ là $x = -1$.
 b) Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-3; 0]$ là -1 .
 c) Hàm số $g(x) = f\left(x^2 + \frac{3}{4}\right)$ có đúng 3 điểm cực trị.
 d) Hàm số $h(x) = \frac{f(x)-1}{x}$ nghịch biến trên khoảng $(-2024; -1)$.

Lời giải

Chọn a) Sai | b) Sai | c) Đúng | d) Đúng

a) Điểm cực tiểu của hàm số $f(x)$ là $x = 1$.

Chọn SAI.

b) Từ đồ thị ta thấy $\max_{[-3;0]} f(x) = f(-1) = 3$.

Chọn SAI.

c) Ta có:

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow 2x \cdot f'\left(x^2 + \frac{3}{4}\right) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 0 \\ f'\left(x^2 + \frac{3}{4}\right) = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 + \frac{3}{4} = -1 \text{ (vô nghiệm)} \\ x^2 + \frac{3}{4} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{1}{2} \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Vậy hàm số $g'(x)$ có đúng 3 điểm cực trị

Chọn ĐÚNG.

d) Ta có: $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$.

$$\text{Từ đồ thị trên ta có: } \begin{cases} f(-1) = 3 \\ f(1) = -1 \\ f'(-1) = 0 \\ f'(1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -a + b - c + d = 3 \\ a + b + c + d = -1 \\ 3a - 2b + c = 0 \\ 3a + 2b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 0 \\ c = -3 \\ d = 1 \end{cases}$$

Vậy $f(x) = x^3 - 3x + 1$

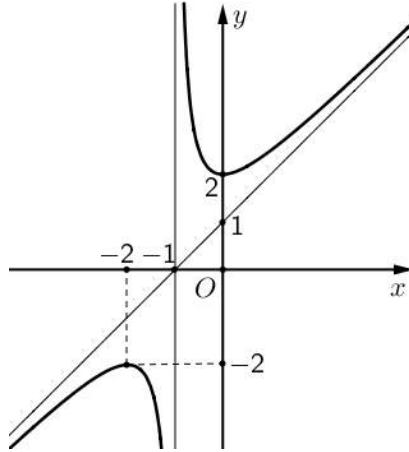
Ta có: $h(x) = \frac{f(x)-1}{x} \Leftrightarrow h(x) = x^2 - 3$

Xét $h'(x) = 0 \Leftrightarrow 2x = 0 \Leftrightarrow x = 0$

Vậy hàm số $h(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$, nên cũng nghịch biến trên khoảng $(-2024; -1)$.

Chọn ĐÚNG.

Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Xét tính đúng sai của các phát biểu sau:

- a) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-2; 0)$.
- b) Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x = -1$.
- c) Đồ thị hàm số có tâm đối xứng là điểm $I(-1; 0)$.
- d) Gọi A, B là 2 điểm cực trị của hàm số đã cho, diện tích tam giác OAB bằng $\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn a) Sai | b) Đúng | c) Đúng | d) Sai

a) TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Dựa vào đồ thị, ta thấy hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-2; -1)$ và $(-1; 0)$.

Chọn SAI.

b) Dựa vào đồ thị, ta thấy đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $x = -1$.

Chọn ĐÚNG.

c) Dựa vào đồ thị, ta thấy đường tiệm cận xiên và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số cắt nhau tại điểm $I(-1; 0)$ nên có tâm đối xứng là $(-1; 0)$.

Chọn ĐÚNG.

d) Gọi $A(-2; -2)$ là điểm cực đại, $B(0; 2)$ là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho, ta có:

$$OA = \sqrt{(-2)^2 + (-2)^2} = 2\sqrt{2}, \quad OB = 2, \quad AB = \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5}.$$

$$\text{Từ đó : } p = \frac{OA + OB + AB}{2} = \frac{2\sqrt{2} + 2 + 2\sqrt{5}}{2} = 1 + \sqrt{2} + \sqrt{5}$$

$$\text{Theo công thức He-ron ta có } S_{\Delta OAB} = \sqrt{p(p - 2\sqrt{2})(p - 2)(p - 2\sqrt{5})} = 2.$$

Chọn SAI.

Câu 3. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng $2a$. Gọi O là tâm của hình vuông $BCC'B'$ và G là trọng tâm tam giác ADC .

a) $\overrightarrow{BD'} = \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD}$.

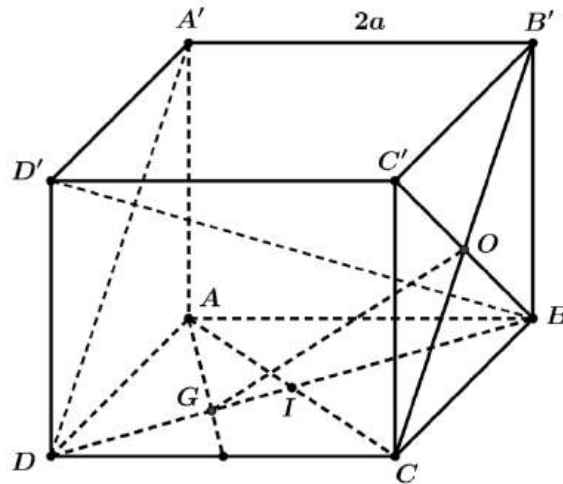
b) Góc giữa hai vec tơ $\overrightarrow{DA'}$ và \overrightarrow{AC} bằng 60° .

c) $\overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{A'D'} = 2a^2\sqrt{2}$.

d) $\overrightarrow{GO} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{6}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AA'}$.

Lời giải

Chọn a) Đúng | b) Sai | c) Sai | d) Đúng



a) Vì $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD}$ nên ta có $\overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{BD'}$ theo quy tắc hình hộp.
Chọn ĐÚNG.

b) Ta thấy $\overrightarrow{DA'} = \overrightarrow{CB'}$ nên góc $(\overrightarrow{DA'}, \overrightarrow{AC}) = (\overrightarrow{CB'}, \overrightarrow{AC}) = 180^\circ - \angle ACB'$.

Vì $AC, B'C, AB'$ là đường chéo của các hình vuông bằng nhau nên $AC = B'C = AB'$
 $\Rightarrow \triangle ACB'$ đều $\Rightarrow \angle ACB' = 60^\circ$. Vậy $(\overrightarrow{DA'}, \overrightarrow{AC}) = 180^\circ - \angle ACB' = 120^\circ$.

Chọn SAI.

c) Vì $\overrightarrow{A'D'} = \overrightarrow{BC}$ nên $\overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{A'D'} = \overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{BC} = BD \cdot BC \cdot \cos(\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{BC}) = 2a\sqrt{2} \cdot 2a \cdot \cos 45^\circ = 4a^2$.

Chọn SAI.

d) Gọi $I = AC \cap BD$.

Vì G là trọng tâm tam giác ADC nên $DG = \frac{2}{3}DI = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}DB = \frac{1}{3}DB \Rightarrow BG = \frac{2}{3}BD$.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \overrightarrow{GO} &= \overrightarrow{BO} - \overrightarrow{BG} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC'} - \frac{2}{3}\overrightarrow{BD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AD'} - \frac{2}{3}(\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB}) \\ &= \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}) - \frac{2}{3}(\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB}) = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}) - \frac{2}{3}(\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB}) = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{6}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AA'}. \end{aligned}$$

Chọn ĐÚNG.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1)$, $B(2;-1;3)$, $C(-4;7;5)$.

a) Tọa độ trọng tâm tam giác ABC bằng $(\frac{1}{3}; \frac{8}{3}; \frac{7}{3})$.

b) Tam giác ABC có góc A là góc tù.

c) Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành thì tọa độ điểm $D = (5;10;1)$.

d) Tọa độ chân đường phân giác trong góc B của tam giác ABC là $E\left(-\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; 1\right)$.

Lời giải

Chọn a) Sai | b) Sai | c) Đúng | d) Đúng

a) Tọa độ trọng tâm $G(x_G; y_G; z_G)$ của tam giác ABC là

$$\begin{cases} x_G = \frac{1+2-4}{3} \\ y_G = \frac{2-1+7}{3} \\ z_G = \frac{-1+3+5}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_G = -\frac{1}{3} \\ y_G = \frac{8}{3} \\ z_G = \frac{7}{3} \end{cases} \Rightarrow G\left(-\frac{1}{3}; \frac{8}{3}; \frac{7}{3}\right).$$

Chọn SAI.

b) Vì $\begin{cases} \overline{AB} = (1; -3; 4) \\ \overline{AC} = (-5; 5; 6) \end{cases}$. Ta có: $\frac{-2}{-5} \neq \frac{-1}{1} \neq \frac{2}{-3} \Rightarrow A, B, C$ không thẳng hàng

$\cos(\overline{AB}, \overline{AC}) = \frac{\overline{AB} \cdot \overline{AC}}{|\overline{AB}| \cdot |\overline{AC}|} = \frac{1 \cdot (-5) + 3 \cdot (-5) + 4 \cdot 6}{\sqrt{26} \cdot \sqrt{86}} > 0$ nên tam giác ABC có góc A là góc nhọn

Chọn SAI.

c) Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành:

$$\overline{AB} = \overline{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} 2-1 = -4-x_D \\ -1-2 = 7-y_D \\ 3-(-1) = 5-z_D \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = -5 \\ y_D = 10 \\ z_D = 1 \end{cases} \Rightarrow D(5; 10; 1).$$

Chọn ĐÚNG.

d) Ta có $BA = \sqrt{26}; BC = 2\sqrt{26}$.

Gọi E là chân đường phân giác trong góc B ta có $\frac{EA}{EC} = \frac{BA}{BC} = \frac{1}{2} \Rightarrow EC = 2EA$.

$$\text{Vì } E \text{ là chân đường phân giác trong nên } 2\overline{EA} + \overline{EC} = \vec{0} \Rightarrow \begin{cases} x_E = \frac{2x_A + x_C}{3} = -\frac{2}{3} \\ y_E = \frac{2y_A + y_C}{3} = \frac{11}{3} \\ z_E = \frac{2z_A + z_C}{3} = 1 \end{cases}$$

Vậy $E\left(-\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; 1\right)$.

Chọn ĐÚNG.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cho hàm số $y = 2x^3 + 3(m-1)x^2 + 6(m-2)x - 1$ với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số có điểm cực đại và điểm cực tiểu nằm trong khoảng $(-2; 3)$.

Lời giải

Trả lời: 3

Ta có $y' = 6x^2 + 6(m-1)x + 6(m-2)$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow x^2 + (m-1)x + (m-2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -m+2 \end{cases}$$

Để hàm số có điểm cực đại cực tiểu nằm trong khoảng $(-2;3)$ thì $y' = 0$ có hai nghiệm phân

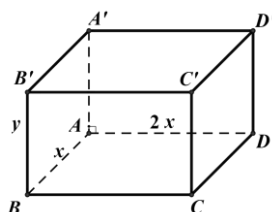
$$\text{biệt nằm trong khoảng } (-2;3) \Leftrightarrow \begin{cases} -m+2 \neq -1 \\ -2 < -m+2 < 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 3 \\ -1 < m < 4 \end{cases}$$

Vậy có 3 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Câu 2. Ông A dự định sử dụng hết 5 m^2 kính để làm một bể cá bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng (các mối ghép có kích thước không đáng kể). Bể cá có dung tích lớn nhất bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

Lời giải

Trả lời: 1,01



Gọi x, y lần lượt là chiều rộng và chiều cao của bể cá (điều kiện $x, y > 0$).

Ta có thể tích bể cá $V = 2x^2 y$.

Theo đề bài, ta có $2xy + 2.2xy + 2x^2 = 5 \Leftrightarrow 6xy + 2x^2 = 5$

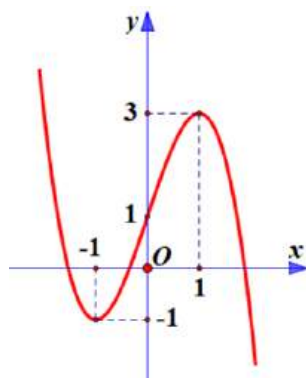
$$\Leftrightarrow y = \frac{5-2x^2}{6x} \quad (\text{Điều kiện } y > 0 \Leftrightarrow 5-2x^2 > 0 \Rightarrow 0 < x < \sqrt{\frac{5}{2}})$$

$$\Rightarrow V = 2x^2 \frac{5-2x^2}{6x} = \frac{5x-2x^3}{3} \Rightarrow V' = \frac{5-6x^2}{3} \Rightarrow V' = 0 \Leftrightarrow 5-6x^2 = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt{\frac{5}{6}}$$

x	0	$\sqrt{\frac{5}{6}}$	$\sqrt{\frac{5}{2}}$	
V'		+	0	-
V	0	$\nearrow \frac{5\sqrt{30}}{27}$	$\searrow 0$	0

$$\Rightarrow V_{\max} = \frac{5\sqrt{30}}{27} \approx 1,01 \text{ m}^3.$$

Câu 3. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$, ($a, c, b, d \in \mathbf{R}$) có đồ thị như hình vẽ.



Số đường tiệm cận đứng của đồ thị của hàm số $y = \frac{(x^2-1)(x^2+x)}{[f(x)]^2 - 4f(x) + 3}$ là bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: 4

$$\text{Xét tử: } (x^2 - 1)(x^2 + x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 & (\text{b\xi b\xcc 1}) \\ x = 1 & (\text{b\xi b\xcc 1}). (*) \\ x = -1 & (\text{b\xi b\xcc 2}) \end{cases}$$

$$\text{Xét mẫu: } [f(x)]^2 - 4f(x) + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 1 \\ f(x) = 3 \end{cases}.$$

$$\text{V\xi } f(x) = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 & (\text{b\xi b\xcc 1}) \\ x = a < -1 & (\text{b\xi b\xcc 1}). \\ x = b > 1 & (\text{b\xi b\xcc 1}) \end{cases}$$

$$\text{V\xi } f(x) = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 & (\text{b\xi b\xcc 2}) \\ x = c < -1 & (\text{b\xi b\xcc 1}). \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } [f(x)]^2 - 4f(x) + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 & (\text{b\xi b\xcc 1}) \\ x = a < -1 & (\text{b\xi b\xcc 1}) \\ x = b > 1 & (\text{b\xi b\xcc 1}). \\ x = 1 & (\text{b\xi b\xcc 2}) \\ x = c < -1 & (\text{b\xi b\xcc 1}) \end{cases}$$

K\xet h\xp v\xi (*) suy ra: $x = a$; $x = b$; $x = 1$; $x = c$ l\x00 ti\xem c\x00n \xc1ng c\x00a \xc1o th\xi h\x00m s\x00.

V\x00 c\x00 4 \xc1ng ti\xem c\x00n \xc1ng.

C\x00u 4. M\x1t c\x1c ch\x1a 20 ml dung d\xech KOH v\x1i n\x1ng \xc1o 100 mg/ml v\x00 m\x1t b\x1nh ch\x1a dung d\xech KOH kh\x00c v\x1i n\x1ng \xc1o 10 mg/ml. L\x00y x (ml) \xc1 b\x1nh tr\x1n v\x00 c\x1c ta \xc1ng dung d\xech KOH c\x00 n\x1ng \xc1o $C(x)$. C\x1i $C(x)$ l\x00 h\x00m s\x00 x\x00c \xc1nh v\x1i $x \geq 0$. Khi $x \in [5; 15]$, n\x1ng \xc1o c\x00a dung d\xech KOH \xc1ng gi\x00 l\x1n nh\x00t b\x00ng bao nhi\xu mg/ml?

L\x1i gi\x00

Tr\x00 l\x1i: 82

Trong 20 ml dung d\xech KOH v\x1i n\x1ng \xc1o 100 mg/ml ch\x1a $20 \cdot 100 = 2000$ mg KOH.

Trong x ml dung d\xech KOH v\x1i n\x1ng \xc1o 10 mg/ml ch\x1a $x \cdot 10 = 10x$ mg KOH.

Dung d\xech KOH c\x00 n\x1ng \xc1o l\x00 $C(x) = \frac{10x + 2000}{x + 20}$.

Ta c\x1i $C(x) = \frac{10x + 2000}{x + 20}$ x\x00c \xc1nh tr\x1n \xc1o\x00n $[5; 15]$.

$$C'(x) = \frac{200 - 2000}{(x + 20)^2} < 0, \forall x \in [5; 15].$$

Suy ra h\x00m s\x00 ngh\xech bi\x1n tr\x1n \xc1o\x00n $[5; 15]$.

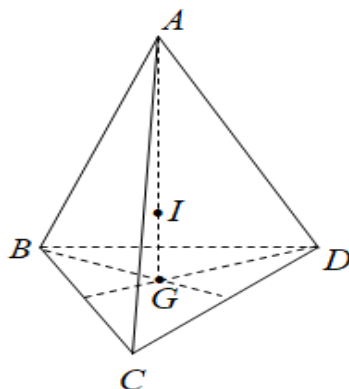
V\x00 $\max_{[5; 15]} C(x) = C(5) = 82$ mg/ml.

C\x00u 5. T\x1nh kho\x00ng c\x00ch t\x1r tr\x1ng t\x00m c\x00a m\x1t kh\x1i rubik (\xc1ng ch\x00t) h\x1nh t\x1r di\x1n \xc1u \xc1n m\x1t c\x00a n\x1, bi\x1t r\x00ng chi\x1u cao c\x00a kh\x1i rubik l\x00 10.



Lời giải

Trả lời: 2,5



Gọi I là trọng tâm của tứ diện $ABCD$.

Gọi G là trọng tâm của tam giác BCD , suy ra $\vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = \vec{0}$

Ta có $ABCD$ là tứ diện đều nên $AG \perp (BCD)$, nên $AG = 10$ cm và $IG \perp (BCD)$

Do đó khoảng cách từ I đến các mặt của nó là IG

Vì I là trọng tâm của tứ diện $ABCD$ nên ta có $\vec{IA} + \vec{IB} + \vec{IC} + \vec{ID} = \vec{0}$

Suy ra $\vec{IA} = -\vec{IB} - \vec{IC} - \vec{ID}$ hay $\vec{IA} = \vec{BI} + \vec{CI} + \vec{DI} = \vec{BG} + \vec{CG} + \vec{DG} + 3\vec{GI} = 3\vec{GI}$, suy ra

$$IG = \frac{1}{4} AG$$

$$\text{Suy ra } IG = \frac{1}{4} AG = 2,5.$$

Câu 6. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $M(1;1;1), N(2;3;4), P(7;7;5)$. Điểm $Q(a;b;c)$ thỏa mãn tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành. Tính tổng $a+b+c$.

Lời giải

Trả lời: 13

Ta có $\vec{MN} = (1;2;3), \vec{QP} = (7-a;7-b;5-c)$.

$$MNPQ \text{ là hình bình hành khi và chỉ khi } \vec{MN} = \vec{QP} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 = 7 - a \\ 2 = 7 - b \\ 3 = 5 - c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 6 \\ b = 5 \\ c = 2 \end{cases}.$$

Vậy $Q(6;5;2)$. Suy ra $a+b+c=13$.

.....Hết.....