

$$c) C = \left[1 + \tan^2(-\alpha + 11\pi)\right] \cdot \sin^2\left(\alpha - \frac{3\pi}{2}\right)$$

$$d) D = \frac{\sin x + \sin 2x + \sin 3x}{\cos x + \cos 2x + \cos 3x}$$

Câu 12. Một đường tròn có bán kính $R = \frac{10}{\pi}$, độ dài cung tròn $\frac{\pi}{2}$ là

- A. 5. B. 5π . C. $\frac{5}{\pi}$. D. $\frac{\pi}{5}$.

Câu 13. Bánh xe đạp có đường kính 55cm (kể cả lốp). Nếu chạy với vận tốc 40km/h thì trong 25s bánh xe quay được số vòng gần bằng với kết quả nào dưới đây?

- A. 52. B. 161. C. 322. D. 200.

Câu 14. Cho $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ ($\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$). giá trị của $\cos \alpha$ bằng

- A. $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$. B. $\cos \alpha = \frac{4}{5}$. C. $\cos \alpha = \frac{2}{5}$. D. $\cos \alpha = -\frac{2}{5}$.

Câu 15. Cho góc α thỏa $\cot \alpha = \frac{3}{4}$ và $0^\circ < \alpha < 90^\circ$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. $\cos \alpha = \frac{4}{5}$. B. $\sin \alpha = \frac{4}{5}$. C. $\sin \alpha = -\frac{4}{5}$. D. $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$.

Câu 16. Cho $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\sin(\pi + \alpha) < 0$. B. $\sin(\pi - \alpha) < 0$.
C. $\cos(\pi - \alpha) < 0$. D. $\cos(\pi + \alpha) < 0$.

Câu 17. Cho $\frac{7\pi}{4} < \alpha < 2\pi$. Xét câu nào sau đây đúng?

- A. $\cos \alpha > 0$. B. $\sin \alpha > 0$. C. $\tan \alpha > 0$. D. $\cot \alpha > 0$.

Câu 18. Cho $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\tan\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) < 0$. B. $\tan\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) > 0$.
C. $\tan\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) \leq 0$. D. $\tan\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) \geq 0$.

HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

Câu 19. Tìm tập xác định của các hàm số sau:

a) $y = \frac{1 - \cos x}{\sin x}$

b) $y = \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2 - \cos x}}$

c) $y = \frac{1 - \cos x}{\sin x - 1}$

d) $y = \frac{\cos x}{\sin x + 1}$

e) $y = \frac{\cot x}{\cos x - 1}$

f) $y = \tan x + \cot x$.

g) $y = \tan\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$

h) $y = \sin\left(\frac{5x}{x^2 - 1}\right)$

i) $y = \sqrt{2 - \sin x}$

Câu 20. Tìm m để hàm số sau đây xác định trên \mathbb{R} : $y = \sqrt{2m - 3\cos x}$.

Câu 21. Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số:

a) $y = 2\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + 1$

b) $y = 2\sqrt{\cos x + 1} - 3.$

c) $y = \sin x + \cos x$

d) $y = \cos^2 x + 2\sin x + 2$

Câu 22. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{1 + \sin x}{\cos x - 1}$.

A. $D = \mathbb{R}.$

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

C. $D = \mathbb{R} \setminus k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

D. $D = \mathbb{R} \setminus k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 23. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{\cos x}{\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right)}$.

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

B. $D = \mathbb{R} \setminus k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ 1 + 2k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

D. $D = \mathbb{R} \setminus 1 + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 24. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{2021}{\sin x - \cos x}$.

A. $D = \mathbb{R}.$

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

Câu 25. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \cot\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) + \sin 2x.$

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

B. $D = \emptyset.$

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

D. $D = \mathbb{R}.$

Câu 26. Tìm tập xác định D của hàm số $y = 3\tan^2\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right).$

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{3\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{3\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

Câu 27. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{3\tan x - 5}{1 - \sin^2 x}$.

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

C. $D = \mathbb{R} \setminus \pi + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

D. $D = \mathbb{R}.$

Câu 28. Số giờ có ánh sáng mặt trời của một thành phố A trong ngày thứ t của năm 2017 được cho bởi một hàm số $y = 4\sin\left[\frac{\pi}{178}t - 60\right] + 10$ với $t \in \mathbb{Z}$ và $0 < t \leq 365$. Vào ngày nào trong năm thì thành phố A có nhiều giờ có ánh sáng mặt trời nhất?

A. 28 tháng 5.

B. 29 tháng 5.

C. 30 tháng 5.

D. 31 tháng 5.

Câu 29. Hằng ngày mực nước của con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu h (mét) của mực nước trong kênh được tính tại thời điểm t (giờ) trong một ngày bởi công thức $h = 3\cos\left(\frac{\pi t}{8} + \frac{\pi}{4}\right) + 12$. Mực nước của kênh cao nhất khi:

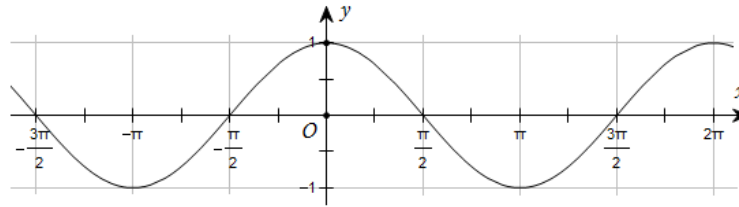
A. $t = 13$ (giờ).

B. $t = 14$ (giờ).

C. $t = 15$ (giờ).

D. $t = 16$ (giờ).

Câu 30. Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D



Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

A. $y = 1 + \sin 2x$.

B. $y = \cos x$.

C. $y = -\sin x$.

D. $y = -\cos x$.

PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC

Câu 31. Giải các phương trình

a) $\cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = 0$;

b) $\cos\left(4x - \frac{\pi}{3}\right) = 1$;

c) $\cos\left(\frac{\pi}{5} - x\right) = -1$;

d) $\sin\left(3x + \frac{\pi}{3}\right) = 0$

e) $\sin\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right) = 1$;

f) $\sin\left(\frac{\pi}{6} + 2x\right) = -1$;

Câu 32. Giải các phương trình sau:

a) $\sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

b) $\cos\left(\frac{3x}{2} + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}$

c) $\sin 3x - \cos 5x = 0$

d) $\cos^2 x = \frac{1}{4}$

e) $\sin x - \sqrt{3} \cos x = 0$

f) $\sin x + \cos x = 0$

g) $\tan 3x = -\frac{1}{\sqrt{3}}$

h) $\tan(2x + 10^\circ) = \tan 60^\circ$

k) $\cot 4x = \sqrt{3}$

l) $\cot(x + 2) = 1$.

Câu 33. Giải phương trình

a) $\sin 2x - \sin 2x \cos x = 0$

b) $\sin x \cos 2x = \sin 2x \cos 3x$

c) $2 \sin 3x + \sin x = \sqrt{3} \cos x$

f) $\cos 7x \cdot \cos x = \cos 5x \cdot \cos 3x$;

g) $\cos 4x + \sin 3x \cdot \cos x = \sin x \cdot \cos 3x$;

Câu 34. Giải các phương trình lượng giác sau:

a) $\sin\left(2x + \frac{2\pi}{5}\right) = 0$ với $x \in \left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$

b) $\tan\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{6}\right) = -1$ với $x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$.

Câu 35. Hằng ngày, mực nước của một con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu h (m) của mực nước trong kênh tính theo thời gian t (giờ) trong một ngày ($0 \leq t < 24$) cho bởi công thức

$h = 3 \cos\left(\frac{\pi t}{6} + 1\right) + 12$. Tìm t để độ sâu của mực nước là

a) 15m

b) 9m

c) 10,5 m

Câu 36. Phương trình $1 - \cos 2x = 0$ có tập nghiệm là:

A. $\left\{\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

B. $\{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

C. $\{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

D. $\left\{\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 37. Tập nghiệm S của phương trình $\sqrt{3} \tan \frac{x}{3} + 3 = 0$.

A. $S = \left\{-\frac{\pi}{9} + k3\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

B. $S = \left\{-\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

C. $S = \{-\pi + k3\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

D. $S = \left\{\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 38. Tập nghiệm của phương trình $2\sin\frac{x}{2}-1=0$ là:

A. $S = \left\{ \frac{\pi}{6} + k2\pi; \frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $S = \left\{ \frac{\pi}{3} + k4\pi; \frac{5\pi}{3} + k4\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $S = \left\{ -\frac{\pi}{3} + k4\pi; \frac{\pi}{3} + k4\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $S = \left\{ \frac{\pi}{3} + k2\pi; \frac{5\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 39. Nghiệm của phương trình $2\sin x - \sqrt{3} = 0$ là

A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

B. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

C. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

D. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 40. Số nghiệm của phương trình $\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 1$ với $\pi \leq x \leq 5\pi$ là:

A. 0.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

Câu 41. Tính tổng S tất cả các nghiệm trên khoảng $(0; 3\pi)$ của phương trình $2\cos 3x = 1$

A. $S = \frac{121\pi}{9}.$

B. $S = \frac{120\pi}{9}.$

C. $S = \frac{122\pi}{9}.$

D. $S = \frac{20\pi}{3}.$

DÃY SỐ

Câu 42. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{n^2 + 3n + 7}{n + 1}$. Viết năm số hạng đầu tiên của dãy số đó.

Câu 43. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_n = \frac{n + (-1)^n}{2n + 1}$. Tìm 5 số hạng đầu tiên của dãy số..

Câu 44. Xét tính tăng giảm của các dãy số (u_n) sau, biết:

a) $u_n = 2n + 3$

b) $u_n = \frac{\sqrt{n}}{2^n}$

c) $u_n = \frac{n}{n^2 + 1}$

d) $u_n = \frac{\sqrt{n+1} - n}{n}$

e) $u_n = \frac{1}{n} - 2$

f) $u_n = \frac{n-1}{n+1}$

g) $u_n = \frac{2n+1}{5n+2}$

h) $u_n = 2n^2 + 5$

i) $u_n = \frac{2n^2 - 1}{n^2 + 1}$

k) $u_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$

l) $u_n = \frac{3n^2 - 2n + 1}{n + 1}$

m) $u_n = \frac{\sqrt{n+1} - 1}{n}$

Câu 45. Xét tính bị chặn của các dãy số sau:

a) $u_n = \frac{1}{2n^2 - 3}$

b) $u_n = \frac{1}{n(n+1)}$

c) $u_n = \frac{1}{2n^2 - 1}$

d) $u_n = \frac{n-1}{\sqrt{n^2+1}}$

e) $u_n = \frac{2n^2}{n^2+1}$

f) $u_n = \frac{2n^2 + 2n + 1}{n^2 + n + 4}$

Câu 46. Chứng minh rằng dãy số $u_n = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)}$ tăng và bị chặn trên.

Câu 47. Cho dãy $\begin{cases} u_1 = 0 \\ u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 4 \end{cases}$ Chứng minh rằng $u_n < 8$.

Câu 48. Cho dãy số $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{u_n + 2}{u_n + 1} \end{cases}$. Chứng minh rằng dãy số bị chặn dưới bởi 1 và bị chặn trên bởi $\frac{3}{2}$

Câu 49. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_n = \frac{n-1}{n^2 + 2n + 3}$. Giá trị u_{21} là

- A. $\frac{11}{243}$. B. $\frac{10}{243}$. C. $\frac{21}{443}$. D. $\frac{19}{443}$.

Câu 50. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{1}{3}(u_n + 1) \end{cases}$. Tìm số hạng u_4 .

- A. $u_4 = \frac{5}{9}$. B. $u_4 = 1$. C. $u_4 = \frac{2}{3}$. D. $u_4 = \frac{14}{27}$.

Câu 51. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = -2 \\ u_n = 2u_{n-1} + n^2 \end{cases} (n \geq 2)$. Số hạng thứ tư của dãy số đó bằng

- A. 0. B. 93. C. 9. D. 34.

Câu 52. Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{n+1}{2n+1}$. Số $\frac{8}{15}$ là số hạng thứ mấy của dãy số?

- A. 8. B. 6. C. 5. D. 7.

Câu 53. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{n^2 + 3n + 7}{n+1}$. Hỏi dãy số trên có bao nhiêu số hạng nhận giá trị nguyên.

- A. 2. B. 4. C. 1. D. Không có.

Câu 54. Cho dãy số (u_n) xác định bởi: $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + 2 \end{cases} (n \geq 1)$. Xác định công thức của số hạng tổng quát.

- A. $u_n = 2n - 1$. B. $u_n = 3n - 2$. C. $u_n = 4n - 3$. D. $u_n = 8n - 7$.

Câu 55. Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{1}{3n+2}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Dãy số tăng B. Dãy số giảm
C. Dãy số không tăng, không giảm D. Dãy số vừa tăng vừa giảm

Câu 56. Cho dãy số (u_n) biết $u_n = 2n^2 + 3n + 1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Dãy số tăng B. Dãy số giảm
C. Dãy số không tăng, không giảm D. Dãy số vừa tăng vừa giảm

Câu 57. Cho dãy số (u_n) biết $u_n = (-1)^n (n^2 + 1)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Dãy số tăng B. Dãy số giảm
C. Dãy số không tăng, không giảm D. Dãy số là dãy hữu hạn

Câu 58. Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào tăng?

- A. $u_n = \frac{1}{3^n}$. B. $u_n = \frac{1}{2n+1}$. C. $u_n = \frac{n+1}{3n+2}$. D. $u_n = \frac{4n-2}{n+3}$.

Câu 59. Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào giảm?

A. $u_n = \left(\frac{4}{3}\right)^n$. B. $u_n = (-1)^n (5^n - 1)$. C. $u_n = -3^n$. D. $u_n = \sqrt{n+4}$.

Câu 60. Cho dãy số (u_n) biết $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \sqrt{u_n^2 + 3}, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Dãy số tăng B. Dãy số giảm
C. Dãy số không tăng, không giảm D. Dãy số vừa tăng vừa giảm

Câu 61. Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát (u_n) sau, dãy số nào bị chặn?

A. $u_n = n^2$. B. $u_n = 2^n$. C. $u_n = \frac{1}{n}$. D. $u_n = \sqrt{n+1}$.

Câu 62. Xét tính bị chặn của các dãy số sau: $u_n = \frac{2n+1}{n+2}$

- A. Bị chặn. B. Không bị chặn. C. Bị chặn trên. D. Bị chặn dưới.

Câu 63. Xét tính bị chặn của các dãy số sau: $u_n = 4 - 3n - n^2$

- A. Bị chặn. B. Không bị chặn. C. Bị chặn trên. D. Bị chặn dưới.

Câu 64. Xét tính bị chặn của các dãy số sau: $u_n = \frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$

- A. Bị chặn. B. Không bị chặn. C. Bị chặn trên. D. Bị chặn dưới.

CẤP SỐ CỘNG

Câu 65. Chứng minh các dãy số sau là cấp số cộng.

a) Dãy số (u_n) với $u_n = 2024n - 2025$.

b) Dãy số (u_n) với $u_n = -2n + 5$.

Câu 66. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_3 = 15$ và $d = -2$. Tìm u_{2023}

Câu 67. Một cấp số cộng có 8 số hạng. Số hạng đầu là 5, số hạng thứ tám là 40. Khi đó công sai d của cấp số cộng đó là bao nhiêu?

Câu 68. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 123$ và $u_3 - u_{15} = 84$. Tìm số hạng u_{17} .

Câu 69. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 4$ và $d = -5$. Tính tổng 100 số hạng đầu tiên của cấp số cộng.

Câu 70. Xét các số nguyên dương chia hết cho 3. Tính tổng số 50 số nguyên dương đầu tiên

Câu 71. Biết $u_4 + u_8 + u_{12} + u_{16} = 224$. Tính S_{19} .

Câu 72. Tìm x sao cho $x+3, 2x+1$ và $5x+2$ là ba số hạng liên tiếp của một cấp số cộng.

Câu 73. Một tam giác vuông có chu vi bằng $3a$ và ba cạnh lập thành một cấp số cộng. Tính độ dài ba cạnh của tam giác theo a .

Câu 74. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình sau có ba nghiệm phân biệt lập thành một cấp số cộng: $x^3 - 3mx^2 + 2m(m-4)x + 9m^2 - m = 0$.

Câu 75. Tìm giá trị của tham số m để phương trình sau có bốn nghiệm phân biệt lập thành một cấp số cộng: $x^4 - 10x^2 + 2m^2 + 7m = 0$.

Câu 76. Cho cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = -\frac{1}{2}$, công sai $d = \frac{1}{2}$. Năm số hạng liên tiếp đầu tiên của cấp số này là:

A. $-\frac{1}{2}; 0; 1; \frac{1}{2}; 1$. B. $-\frac{1}{2}; 0; \frac{1}{2}; 0; \frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}; 2; \frac{5}{2}$. D. $-\frac{1}{2}; 0; \frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}$.

Câu 77. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_n = 5 - 2n$. Tìm công sai của cấp số cộng

A. $d = 3$.

B. $d = -2$.

C. $d = 1$.

D. $d = 2$.

Câu 78. Trong các dãy số sau, dãy nào là cấp số cộng:

A. $u_n = 3^{n+1}$.

B. $u_n = \frac{2}{n+1}$.

C. $u_n = \sqrt{n^2 + 1}$.

D. $u_n = \frac{5n-2}{3}$.

Câu 79. Viết ba số hạng xen giữa các số 2 và 22 để được một cấp số cộng có năm số hạng.

A. 7; 12; 17,

B. 6; 10; 14.

C. 8; 13; 18.

D. 6; 12; 18.

Phần 2. HÌNH HỌC

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy là tứ giác lồi $ABCD$ có các cạnh đối không song song với nhau. Gọi M là điểm trên cạnh SA . Tìm giao tuyến của các cặp mặt phẳng:

a. (SAC) và (SBD)

b. (SAB) và (SCD)

c. (SBC) và (SAD)

d. (BCM) và (SAD)

e. (CDM) và (SAB)

f. (BDM) và (SAC)

Câu 2: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N, P là ba điểm lần lượt nằm trên ba cạnh AB, CD, AD . Tìm giao tuyến của các cặp mặt phẳng: a. (ABN) và (CDM) ; b. (ABN) và (BCP) .

Câu 3: Cho tứ diện $ABCD$. Điểm M nằm bên trong tam giác ABD , điểm N nằm bên trong tam giác ACD . Tìm giao tuyến của các cặp mặt phẳng sau:

a) (AMN) và (BCD) .

b) (DMN) và (ABC) .

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O , gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CD và SO . Tìm giao tuyến của

a) Mặt phẳng (MNP) và (SAB) .

b) Mặt phẳng (MNP) và (SBC) .

Câu 5: Cho tứ giác $ABCD$ (không có cặp cạnh đối nào song song) nằm trong mặt phẳng (α) . S là điểm không nằm trên (α) .

a. Tìm giao tuyến của các cặp mặt phẳng: (SAC) và (SBD) , (SAB) và (SCD) .

b. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của các cạnh SC và SD . Tìm giao điểm P của đường thẳng BN với mặt phẳng (SAC) .

c. Gọi Q và R lần lượt là trung điểm của SA và SB . Chứng minh rằng bốn điểm M, N, Q, R đồng phẳng.

Câu 6: Trong mặt phẳng (α) , cho tứ giác $ABCD$. Gọi S là điểm không thuộc (α) , M là điểm nằm trong tam giác SCD .

a. Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (SAM) và (SBD) .

b. Xác định giao điểm của AM và mặt phẳng (SBD) .

Câu 7: Cho tứ diện $SABC$. Trên cạnh SA lấy điểm M , trên cạnh SC lấy điểm N , sao cho MN không song song với AC . Cho điểm O nằm trong tam giác ABC . Tìm giao điểm của mặt phẳng (OMN) với các đường thẳng AC, BC và AB .

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$. Gọi E và F là hai điểm lần lượt nằm trên hai cạnh SB và CD .

a. Tìm giao điểm của EF với mặt phẳng (SAC) .

b. Tìm giao điểm của mặt phẳng (AEF) với các đường thẳng BC và SC .

Câu 9: Cho tứ diện $S.ABC$. Trên các cạnh SA, SB, SC lần lượt lấy các điểm D, E và F sao cho DE cắt AB tại I, EF cắt BC tại J, FD cắt CA tại K . Chứng minh I, J, K thẳng hàng.

Câu 10: Cho hình bình hành $ABCD$, S là điểm không thuộc $(ABCD)$, M và N lần lượt là trung điểm của đoạn AB và SC .

a) Xác định giao điểm $I = AN \cap (SBD)$. b) Xác định giao điểm $J = MN \cap (SBD)$.

c) Chứng minh I, J, B thẳng hàng.

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $AB \cap CD = E, AD \cap BC = F$. Gọi M, N, P theo thứ tự là trung điểm của SA, SB, SC .

a) Tìm giao điểm $Q = SD \cap (MNP)$.

b) Giả sử $MN \cap PQ = H$. Chứng minh S, H, E thẳng hàng.

c) Chứng minh SF, MQ, NP đồng quy.

Câu 12: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ không là hình thang. Gọi O là giao điểm của AC và BD , K là một điểm trên cạnh SD .

a. Tìm giao điểm E của mặt phẳng (ABK) với CD .

b. Tìm giao điểm F của mặt phẳng (ABK) với SC .

c. Chứng minh các đường thẳng AF, BK và SO đồng quy.

Câu 13: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác SAB và I là trung điểm của AB . Lấy điểm M trong đoạn AD sao cho $AD = 3AM$.

a/ Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) .

b/ Đường thẳng qua M và song song với AB cắt CI tại N . Chứng minh rằng $NG \parallel (SCD)$.

c/ Chứng minh rằng $MG \parallel (SCD)$.

Câu 14: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$, đáy lớn là AD và $AD = 2BC$.

Gọi O là giao điểm của AC và BD , G là trọng tâm của tam giác SCD .

a/ Chứng minh rằng $OG \parallel (SBC)$.

b/ Cho M là trung điểm của SD . Chứng minh rằng $CM \parallel (SAB)$.

c/ Giả sử điểm I nằm trong đoạn SC sao cho $SC = \frac{3}{2}SI$. Chứng minh rằng $SA \parallel (BID)$.

Câu 15: Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Gọi M và M' lần lượt là trung điểm của các cạnh BC và $B'C'$.

a/ Chứng minh rằng $AM \parallel A'M'$.

b/ Tìm giao điểm của mặt phẳng $(AB'C')$ với đường thẳng $A'M$.

c/ Tìm giao tuyến d của hai mặt phẳng $(AB'C')$ và $(BA'C')$.

d/ Tìm giao điểm G của đường thẳng d với mặt phẳng $(AM'M)$. Chứng minh G là trọng tâm của tam giác $AB'C'$.

Câu 16: Một mặt phẳng hoàn toàn được xác định nếu biết điều nào sau đây?

A. Một đường thẳng và một điểm thuộc nó.

B. Ba điểm mà nó đi qua.

C. Ba điểm không thẳng hàng.

D. Hai đường thẳng thuộc mặt phẳng.

Câu 17: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

A. Hai đường thẳng phân biệt không song song thì chéo nhau.

B. Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.

C. Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.

D. Hai đường thẳng lần lượt nằm trên hai mặt phẳng phân biệt thì chéo nhau.

Câu 18: Một hình chóp có đáy là ngũ giác có số mặt và số cạnh là

A. 5 mặt, 5 cạnh.

B. 6 mặt, 5 cạnh.

C. 6 mặt, 10 cạnh.

D. 5 mặt, 10 cạnh.

Câu 19: Cho hình chóp $S.ABCD$ với $ABCD$ là hình bình hành. Khi đó giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SAD) là

A. Đường thẳng SC .

B. Đường thẳng SB .

C. Đường thẳng SD .

D. Đường thẳng SA .

Câu 20: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC . Giao tuyến của (SMN) và (SAC) là

A. SK (K là trung điểm của AB).

B. SO (O là tâm của hình bình hành $ABCD$).

C. SF (F là trung điểm của CD).

D. SD .

Câu 21: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với đáy lớn AD , $AD = 2BC$. Gọi O là giao điểm của AC và BD . Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) .

A. SA .

B. AC .

C. SO .

D. SD .

- Câu 22:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ ($AD // BC$). Gọi M là trung điểm của CD . Giao tuyến của hai mặt phẳng (MSB) và (SAC) là:
- A. SP với P là giao điểm của AB và CD . B. SI với I là giao điểm của AC và BM .
C. SO với O là giao điểm của AC và BD . D. SJ với J là giao điểm của AM và BD .
- Câu 23:** Cho hình chóp $S.ABCD$, biết AC cắt BD tại M , AB cắt CD tại O . Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) .
- A. SO . B. SM . C. SA . D. SC .
- Câu 24:** Cho tứ diện $ABCD$, M là trung điểm của AB , N là điểm trên AC mà $AN = \frac{1}{4}AC$, P là điểm trên đoạn AD mà $AP = \frac{2}{3}AD$. Gọi E là giao điểm của MP và BD , F là giao điểm của MN và BC . Khi đó giao tuyến của (BCD) và (CMP) là
- A. CP . B. NE . C. MF . D. CE .
- Câu 25:** Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AD và AC . Gọi G là trọng tâm tam giác BCD . Giao tuyến của hai mặt phẳng (GMN) và (BCD) là đường thẳng:
- A. qua M và song song với AB . B. Qua N và song song với BD .
C. qua G và song song với CD . D. qua G và song song với BC .
- Câu 26:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, giao điểm của BD và AC là O . Gọi M là trung điểm của SC . Gọi I là giao điểm của AM với mặt phẳng (SBD) . Mệnh đề nào dưới đây sai?
- A. $I \in SO$. B. $I \in SC$. C. $I \in (SBD)$. D. $I \in (SAC)$.
- Câu 27:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang có đáy lớn AB . Gọi M là trung điểm của SC . Giao điểm của BC với mặt phẳng (ADM) là:
- A. Giao điểm của BC và AD . B. Giao điểm của BC và SD .
C. Giao điểm của BC và AM . D. Giao điểm của BC và DM
- Câu 28:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi G là trọng tâm của tam giác SBC . M là điểm thuộc cạnh AD sao cho $\frac{AM}{AD} = \frac{3}{4}$. Gọi E là trung điểm của cạnh SA , F là giao điểm của MN và BD . Tìm giao điểm của đường thẳng MG và (BDE) .
- Câu 29:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là điểm thuộc đoạn SD , N là trọng tâm ΔSAB . Đường thẳng MN cắt mặt phẳng $(ABCD)$ tại điểm I sao cho $\frac{IN}{IM} = \frac{2}{3}$. Tính tỉ số $\frac{SM}{MD}$.
- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{3}{4}$. C. 1. D. $\frac{2}{3}$.
- Câu 30:** Cho bốn điểm A, B, C, D không đồng phẳng. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC và BC . Trên đoạn BD lấy điểm P sao cho $BP = 2PD$. Giao điểm của đường thẳng CD và mặt phẳng (MNP) là giao điểm của
- A. CD và NP . B. CD và MN . C. CD và MP . D. CD và AP .

III. ĐỀ MINH HOẠ

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO BẮC NINH

(Đề có 02 trang)

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ 1

NĂM HỌC 2023 – 2024

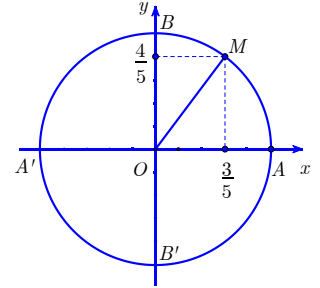
Môn: TOÁN – Lớp 11

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian giao đề)

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (3,0 điểm)

Câu 1. Đổi số đo của góc $\alpha = 120^\circ$ sang đơn vị radian ta được

- A. $\alpha = \frac{2\pi}{3}$. B. $\alpha = \frac{\pi}{6}$.
C. $\alpha = \frac{\pi}{3}$. D. $\alpha = \frac{\pi}{4}$.



Câu 2. Gọi M là điểm trên đường tròn lượng giác sao cho $OA, OM = \alpha$. Biết

$M\left(\frac{3}{5}; \frac{4}{5}\right)$, khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\sin \alpha = \frac{3}{5}$. B. $\cos \alpha = \frac{3}{5}$. C. $\sin \alpha = \frac{3}{4}$. D. $\cos \alpha = \frac{4}{5}$.

Câu 3. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. $\cos a + b = \cos a \cos b - \sin a \sin b$. B. $\cos a + b = \cos a \cos b + \sin a \sin b$.
C. $\cos a + b = \sin a \cos b + \cos a \sin b$. D. $\cos a + b = \sin a \cos b - \cos a \sin b$.

Câu 4. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- A. $\sin a + \sin b = 2 \sin \frac{a+b}{2} \cos \frac{a-b}{2}$. B. $\sin a - \sin b = 2 \cos \frac{a+b}{2} \sin \frac{a-b}{2}$.
C. $\cos a + \cos b = 2 \cos \frac{a+b}{2} \cos \frac{a-b}{2}$. D. $\cos a - \cos b = 2 \sin \frac{a+b}{2} \sin \frac{a-b}{2}$.

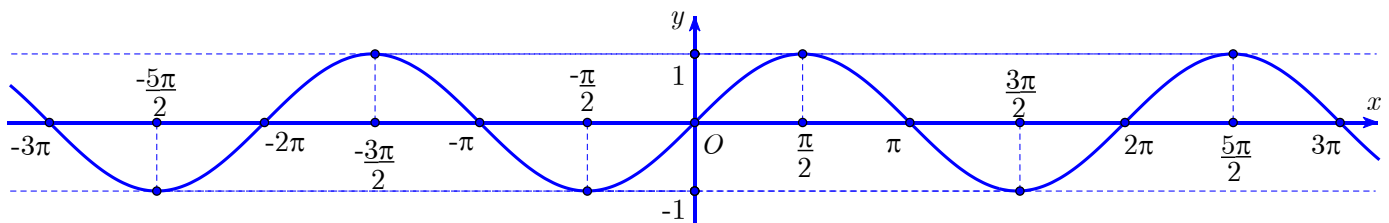
Câu 5. Tập xác định của hàm số $y = \cot x$ là

- A. \mathbb{R} . B. $\mathbb{R} \setminus k\pi \mid k \in \mathbb{Z}$. C. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$. D. $\mathbb{R} \setminus k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}$.

Câu 6. Hàm số nào sau đây là hàm số chẵn trên \mathbb{R} ?

- A. $y = \cos x$. B. $y = \sin x$. C. $y = \tan x$. D. $y = x + \cos x$.

Câu 7. Cho hàm số $y = \sin x$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Dựa vào đồ thị, hãy cho biết có bao nhiêu giá trị của x trên đoạn $[-3\pi; 3\pi]$ để $\sin x = 0$?

- A. 5. B. 7. C. 11. D. 13.

Câu 8. Cho dãy số u_n có số hạng tổng quát là $u_n = \frac{2n+1}{n+1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Số hạng đầu của dãy số là

- A. $u_1 = 1$. B. $u_1 = \frac{3}{2}$. C. $u_1 = 3$. D. $u_1 = \frac{1}{2}$.

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn: Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng.

Hãy khoanh tròn vào phương án đúng duy nhất trong mỗi câu dưới đây:

Câu 1. Đổi số đo của góc $\alpha = 60^\circ$ sang radian ta được

- A. $\alpha = \frac{\pi}{2}$; B. $\alpha = \frac{\pi}{4}$; C. $\alpha = \frac{\pi}{6}$; D. $\alpha = \frac{\pi}{3}$.

Câu 2. Cho góc lượng giác (Ou, Ov) có số đo là $\frac{\pi}{4}$. Số đo của các góc lượng giác nào sau đây có cùng tia đầu là Ou và tia cuối là Ov ?

- A. $\frac{3\pi}{4}$; B. $\frac{5\pi}{4}$; C. $\frac{7\pi}{4}$; D. $\frac{9\pi}{4}$.

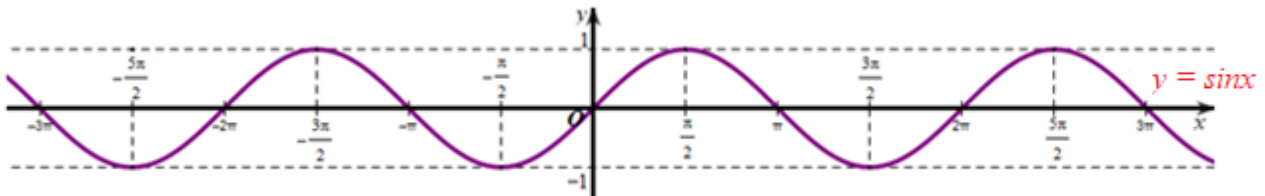
Câu 3. Đơn giản biểu thức $A = \cos\left(\frac{9\pi}{2} - \alpha\right) + \sin(\alpha - \pi)$ ta được

- A. $A = \cos \alpha + \sin \alpha$; B. $A = 2\sin \alpha$;
C. $A = \sin \alpha \cos \alpha$; D. $A = 0$.

Câu 4. Trong các hàm số sau, hàm số nào có đồ thị đối xứng qua trục tung?

- A. $y = \sin x$; B. $y = \cos x$; C. $y = \tan x$; D. $y = \cot x$.

Câu 5. Cho hàm số $y = \sin x$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Hàm số $y = \sin x$ nghịch biến trên khoảng nào?

- A. $(0; \pi)$; B. $\left(-\frac{3\pi}{2}; -\frac{\pi}{2}\right)$; C. $(-2\pi; -\pi)$; D. $\left(-\frac{5\pi}{2}; -\frac{3\pi}{2}\right)$.

Câu 6. Tập xác định của hàm số $y = \frac{3 \tan x - 5}{1 - \sin^2 x}$ là

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$; B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$;
C. $D = \mathbb{R} \setminus \{ \pi + k\pi, k \in \mathbb{Z} \}$; D. $D = \mathbb{R}$.

Câu 7. Phương trình $\sin x = 1$ có một nghiệm là

- A. $x = \pi$; B. $x = -\frac{\pi}{2}$; C. $x = \frac{\pi}{2}$; D. $x = \frac{\pi}{3}$.

Câu 8. Tìm công sai d của cấp số cộng hữu hạn biết số hạng đầu $u_1 = 10$ và số hạng cuối $u_{21} = 50$.

- A. $d = 3$. B. $d = 2$. C. $d = 4$. D. $d = -2$.

Câu 9. Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{3n-1}{3n+1}$. Dãy số (u_n) bị chặn trên bởi số nào dưới đây?

- A. 0; B. $\frac{1}{2}$; C. $\frac{1}{3}$; D. 1.

Câu 10. Cho hình chóp $A.BCD$ có G là trọng tâm tam giác BCD . Giao tuyến của mặt phẳng (ACD) và (GAB) là

- A. AN với N là trung điểm của CD ;
 B. AM với M là trung điểm của AB ;
 C. AH với H là hình chiếu của B trên CD ;
 D. AK với K là hình chiếu của C trên BD .

Câu 11. Trong không gian, cho ba đường thẳng a, b, c biết $a // b$ và a, c chéo nhau. Khi đó hai đường thẳng b và c sẽ

- A. trùng nhau hoặc chéo nhau; B. cắt nhau hoặc chéo nhau;
 C. chéo nhau hoặc song song; D. song song hoặc trùng nhau.

Câu 12. Cho tứ diện $ABCD$ có G là trọng tâm của tam giác ABD , Q thuộc cạnh AB sao cho $AQ = 2QB$, P là trung điểm của AB . Khi đó

- A. $MN // (BCD)$; B. $GQ // (BCD)$;
 C. MN cắt (BCD) ; D. Q thuộc mặt phẳng (CDP) .

PHẦN II. Câu hỏi trắc nghiệm đúng sai: Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13. Biết: $\tan \alpha = \frac{2\sqrt{10}}{9}, \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$\cot \alpha = \frac{9}{2\sqrt{10}}$		
b)	$\cos \alpha = -\frac{9}{11}$		
c)	$\begin{cases} \cos \alpha < 0 \\ \sin \alpha < 0 \end{cases}$		
d)	$\sin \alpha = -\frac{2\sqrt{10}}{11}$		

Câu 14. Biết $\sin a = \frac{8}{17}, \tan b = \frac{5}{12}$ và a, b là các góc nhọn. Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$\tan a = \frac{8}{15}$		
b)	$\sin(a-b) = \frac{21}{221}$		

c)	$\cos(a+b) = \frac{14}{22}$		
d)	$\tan(a+b) = \frac{17}{14}$		

PHẦN III. TỰ LUẬN (5,0 điểm)

Bài 1. Giải các phương trình lượng giác:

a) $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$;

b) $\cos x - \sin 2x = 0$.

Bài 2.

a) Chứng minh rằng $\frac{\cos 3x + \cos x}{2\cos^2 x - 1} = 2\cos x$ (với giả thiết biểu thức có nghĩa)

b) Cho $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ và $\sin \alpha = \frac{3}{4}$. Tính $\cos\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right)$

Bài 3. Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trọng tâm của hai tam giác ΔSAB và ΔSAD . Gọi K là trung điểm của SB.

a) Tìm giao tuyến d của hai mặt phẳng (SBC) và (SAD).

b) Chứng minh rằng : $MN \parallel BD$.

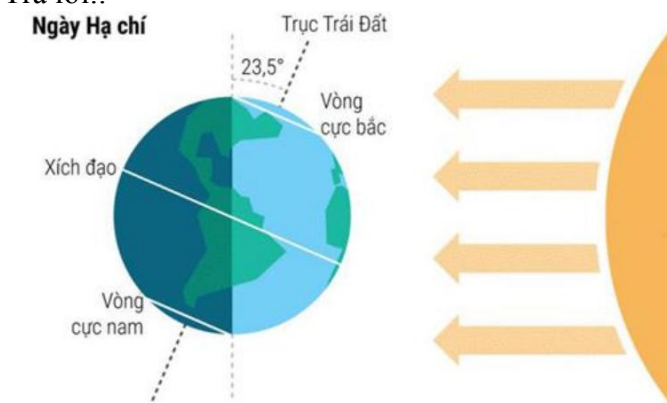
c) Tìm giao điểm của đường thẳng KD với mặt phẳng (SAC).

Bài 4. Ngày Hạ Chí chỉ khoảng thời gian bắt đầu mùa hè tại Bắc bán cầu và mùa đông ở Nam bán cầu. Hiện tượng này xảy ra khi một trong hai cực của Trái Đất có độ nghiêng tối đa về phía Mặt Trời. Vào ngày hạ chí, Trái Đất sẽ nhận lượng bức xạ lớn, thời gian ngày dài hơn đêm, trời lâu tối và nhanh sáng. Thậm chí, một số thành phố ở Bắc Âu còn có hiện tượng đêm trắng, tức là hoàn toàn không có ban đêm. Số giờ có ánh sáng của thành phố A trong ngày thứ t của một năm không nhận được cho bởi hàm số

$$d(t) = 3\sin\left[\frac{\pi}{182}(t-180)+12\right] \text{ với } t \in \mathbb{Z} \text{ và } 0 < t \leq 365.$$

Bạn An đến thành phố A và được biết hôm ấy là ngày Hạ Chí, ngày có nhiều ánh sáng mặt trời nhất trong năm của thành phố đó. Hỏi An đến thành phố A vào ngày nào trong năm?

Trả lời:.



Thời gian: 90 phút không kể thời gian giao đề

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn: Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng.

Câu 1. Nếu một góc lượng giác có số đo bằng radian là $\frac{5\pi}{4}$ thì số đo bằng độ của góc lượng giác đó là

- A. 5° ; B. 15° ; C. 172° ; D. 225° .

Câu 2. Mệnh đề nào sau đây là sai?

- A. $-1 \leq \sin \alpha \leq 1; -1 \leq \cos \alpha \leq 1$; B. $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} (\cos \alpha \neq 0)$;

- C. $\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} (\sin \alpha \neq 0)$; D. $\sin^2(2\alpha) + \cos^2(2\alpha) = 2$.

Câu 3. Cho $\cos \alpha = \frac{1}{3}$. Khi đó $\sin\left(\alpha - \frac{3\pi}{2}\right)$ bằng

- A. $-\frac{2}{3}$; B. $-\frac{1}{3}$; C. $\frac{1}{3}$; D. $\frac{2}{3}$.

Câu 4. Trong các hàm số $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \tan x$, $y = \cot x$, có bao nhiêu hàm số có đồ thị đối xứng qua gốc tọa độ?

- A. 0; B. 1; C. 2; D. 3.

Câu 5. Hàm số $y = \sin x$ là hàm số tuần hoàn với chu kì

- A. π ; B. 2π ; C. $\frac{1}{2}\pi$; D. 3π .

Câu 6. Tập giá trị T của hàm số $y = 5 - 3\sin x$ là

- A. $T = [-1; 1]$; B. $T = [-3; 3]$; C. $T = [2; 8]$; D. $T = [5; 8]$.

Câu 7. Nghiệm của phương trình $\cos \frac{x}{2} = 1$ là

- A. $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$; B. $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$; C. $x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$; D. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 8. Với $n \in \mathbb{N}^*$, trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào là dãy số tăng?

- A. $u_n = \frac{2}{3^n}$; B. $u_n = \frac{3}{n}$; C. $u_n = 2^n$; D. $u_n = (-2)^n$.

Câu 9. Cho bốn điểm A, B, C, D không cùng nằm trong một mặt phẳng. Trên AB, AD lần lượt lấy các điểm M và N sao cho MN cắt BD tại I . Điểm I không thuộc mặt phẳng nào sau đây?

- A. (BCD) ; B. (ABD) ; C. (CMN) ; D. (ACD) .

Câu 10. Hình chóp lục giác có bao nhiêu mặt bên?

- A. 4; B. 5; C. 6; D. 7.

Câu 11. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AD, BC , điểm G là trọng tâm của tam giác BCD . Giao điểm của đường thẳng MG với mặt phẳng (ABC) là

- A. giao điểm của MG và BC ; B. giao điểm của MG và AC ;

C. giao điểm của MG và AN ;

D. giao điểm của MG và AB .

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABCD$, có $ABCD$ là tứ giác không có cặp cạnh đối nào song song, M là trung điểm SA . Gọi I là giao điểm của AB và CD , K là giao điểm của AD và CB . Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (MCD) là

A. MI ;

B. MK ;

C. IK ;

D. SI .

PHẦN II. Câu hỏi trắc nghiệm đúng sai: Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13. Cho $\cot x = 2$. Tính được các biểu thức $B_1 = \frac{2\sin x + 3\cos x}{3\sin x - 2\cos x}$, $B_2 = \frac{2}{\cos^2 x - \sin x \cos x}$, khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Vì $\cot x = 2$ nên $\sin x \neq 0$.		
b)	$B_1 = -8$		
c)	$B_2 = -5$		
d)	$B_1 + B_2 = -13$		

Câu 14. Biết $0 < a, b < \frac{\pi}{2}$, $a + b = \frac{\pi}{4}$ và $\tan a \tan b = 3 - 2\sqrt{2}$. Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$\tan a + \tan b = -2 + 2\sqrt{2}$.		
b)	$\tan a = -1 + \sqrt{2}$		
c)	$\tan b = -1 - \sqrt{2}$		
d)	$\tan a - \tan b = -2 - 2\sqrt{2}$.		

PHẦN III. TỰ LUẬN (5,0 điểm)

Bài 1. Giải các phương trình lượng giác:

a) $2\cos\frac{x}{2} + \sqrt{3} = 0$; b) $\sin x + \cos 3x = 0$.

Bài 2. Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ u_{n+1} = u_n - 2 \end{cases}$, với $n \geq 1$. Tìm công thức tổng quát của dãy số.

Bài 3. Rút gọn biểu thức $A = 2\cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) - \sin(6\pi - \alpha) + \cos(\alpha - \pi) - \sin(\alpha - 3\pi)$

Bài 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi G_1, G_2 lần lượt là trọng tâm của $\Delta SAB, \Delta SAD$. Điểm M nằm trên BC và thỏa mãn $MB = 2MC$

a) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (SG_1G_2) và $(ABCD)$

b) Chứng minh G_1G_2 song song với BD

c) Xác định giao điểm K của mặt phẳng (MG_1G_2) với đường thẳng AD

Bài 5. Giả sử một cái xích đu dao động điều hòa xung quanh vị trí cân bằng theo phương trình

$S = 2\cos\left(5t - \frac{\pi}{6}\right)$. Trong đó t tính bằng giây và quãng đường S tính bằng centimét. Hãy cho biết trong

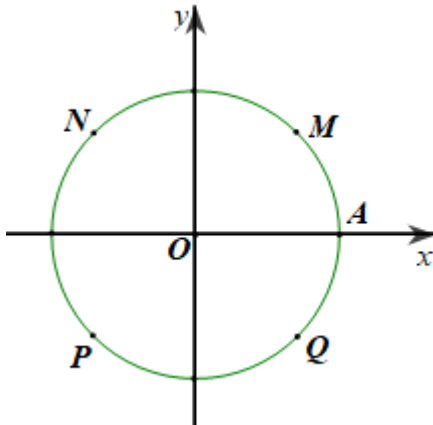
khoảng thời gian từ 0 đến 6 giây, xích đu đó đi qua vị trí cân bằng bao nhiêu lần?

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn: Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng.

Câu 1. Một cung tròn có độ dài bằng bán kính. Khi đó số đo bằng radian của cung tròn đó là

- A. 1; B. 2; C. π ; D. 2π .

Câu 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , trên đường tròn lượng giác như hình vẽ.



Cho góc lượng giác có tia đầu là OA và số đo là -135° . Tia cuối của góc lượng giác đã cho là tia nào sau đây?

- A. OM ; B. ON ; C. OP ; D. OQ .

Câu 3. Giá trị của $\cos\left[\frac{\pi}{4} + (2k+1)\pi\right]$ là

- A. $\cos\left[\frac{\pi}{4} + (2k+1)\pi\right] = -\frac{\sqrt{3}}{2}$; B. $\cos\left[\frac{\pi}{4} + (2k+1)\pi\right] = -\frac{\sqrt{2}}{2}$;
C. $\cos\left[\frac{\pi}{4} + (2k+1)\pi\right] = -\frac{1}{2}$; D. $\cos\left[\frac{\pi}{4} + (2k+1)\pi\right] = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 4. Cho góc α thỏa mãn $\cot\alpha = \frac{1}{3}$. Giá trị của biểu thức $P = \frac{3\sin\alpha + 4\cos\alpha}{2\sin\alpha - 5\cos\alpha}$ là

- A. $P = -\frac{15}{13}$; B. $P = \frac{15}{13}$; C. $P = -13$; D. $P = 13$.

Câu 5. Rút gọn biểu thức $M = \cos(a+b)\cos(a-b) - \sin(a+b)\sin(a-b)$ ta được

- A. $M = 1 - 2\cos^2 a$; B. $M = 1 - 2\sin^2 a$;
C. $M = 1 - 2\cos^2 b$; D. $M = 1 - 2\sin^2 b$.

Câu 6. Hàm số $y = \tan x$ đồng biến trên mỗi khoảng nào sau đây với mọi $k \in \mathbb{Z}$?

- A. $(k\pi; \pi + k\pi)$; B. $(-\pi + k\pi; k\pi)$;
C. $\left(-\frac{\pi}{2} + k\pi; \frac{\pi}{2} + k\pi\right)$; D. $(\pi + k\pi; 2\pi + k\pi)$.

Câu 7. Cho hàm số $y = \sin^2 x + 2\cos^2 x$ liên tục trên \mathbb{R} . Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho. Giá trị của $M + 2m$ bằng

- A. 2; B. 3; C. 4; D. 5.

Câu 8. Số nghiệm thuộc đoạn $[\pi; 2\pi]$ của phương trình $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 1$ là

- A. 0; B. 1; C. 2; D. 3.

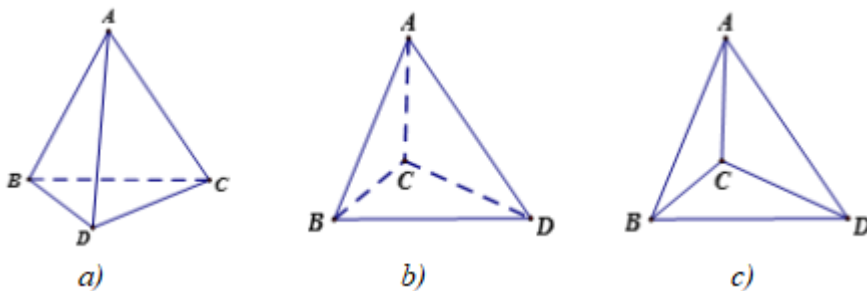
Câu 9. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -5$ và $d = 3$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $u_{15} = 34$; B. $u_{15} = 45$; C. $u_{13} = 31$; D. $u_{10} = 35$.

Câu 10. Một hình chóp có đáy là ngũ giác có số mặt và số cạnh là

- A. 5 mặt, 5 cạnh; B. 5 mặt, 10 cạnh;
C. 6 mặt, 5 cạnh; D. 6 mặt, 10 cạnh.

Câu 11. Trong các hình vẽ dưới đây, hình vẽ nào có thể là hình biểu diễn của một hình tứ diện?



- A. Chỉ có hình a; B. Có hai hình a và b;
C. Cả ba hình a, b và c; D. Có hai hình b và c.

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ ($AD \parallel BC$). Gọi M là trung điểm CD . Giao tuyến của hai mặt phẳng (MSB) và (SAC) là

- A. SI (I là giao điểm của AC và BM);
B. SJ (J là giao điểm của AM và BD);
C. SO (O là giao điểm của AC và BD);
D. SP (P là giao điểm của AB và CD).

PHẦN II. Câu hỏi trắc nghiệm đúng sai: Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13. Cho hàm số $f(x) = 2\cos x + 1$ và $g(x) = \sin x + \tan x$. Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Tập xác định hàm số $f(x)$: $D = \mathbb{R}$.		
b)	Hàm số $f(x)$ là hàm tuần hoàn.		
c)	Tập xác định hàm số $g(x)$: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{3} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.		
d)	Hàm số $g(x)$ là hàm không tuần hoàn.		

Câu 14. Cho cấp số nhân (u_n) thỏa:
$$\begin{cases} u_4 = \frac{2}{27} \\ u_3 = 243u_8 \end{cases}$$
.

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn: Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng.

Câu 1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , trên đường tròn lượng giác gọi điểm M là điểm biểu diễn của góc $\alpha = \frac{\pi}{3}$. Lấy điểm N đối xứng với M qua gốc tọa độ. Khi đó N là điểm biểu diễn của góc có số đo bằng bao nhiêu?

- A. $-\frac{\pi}{3}$; B. $\frac{2\pi}{3}$; C. $\frac{\pi}{6}$; D. $\frac{4\pi}{3}$.

Câu 2. Cho góc α thỏa mãn $\sin\alpha + \cos\alpha = \frac{5}{4}$. Giá trị của $P = \sin\alpha \cdot \cos\alpha$ là

- A. $P = \frac{9}{16}$; B. $P = \frac{9}{32}$; C. $P = \frac{9}{8}$; D. $P = \frac{1}{8}$.

Câu 3. Cho góc α thỏa mãn $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ và $\sin\alpha = \frac{4}{5}$. Giá trị của biểu thức $P = \sin 2(\alpha + \pi)$ là

- A. $P = -\frac{24}{25}$; B. $P = \frac{24}{25}$; C. $P = -\frac{12}{25}$; D. $P = \frac{12}{25}$.

Câu 4. Trong các hàm số $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \tan x$, $y = \cot x$, có bao nhiêu hàm số đồng biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$?

- A. 0; B. 1; C. 2; D. 3.

Câu 5. Tập xác định D của hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{1 - \sin x}}$ là

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$; B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$;
C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$; D. $D = \emptyset$.

Câu 6. Nghiệm đặc biệt nào sau đây là **sai**?

- A. $\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$; B. $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi (k \in \mathbb{Z})$;
C. $\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$; D. $\sin x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 7. Phương trình $\sin 2x = \sin 3x$ có nghiệm là

- A. $x = \frac{\pi}{5} + k\frac{2\pi}{5}, k \in \mathbb{Z}$; B. $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$;
C. $x = k2\pi$ và $x = \frac{\pi}{5} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$; D. $x = k2\pi$ và $x = \frac{\pi}{5} + k\frac{2\pi}{5}, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 8. Cho cấp số cộng có $u_1 = -3$ và $d = \frac{1}{2}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $u_n = -3 + \frac{1}{2}(n+1)$;

B. $u_n = -3 + \frac{1}{4}(n+1)$;

C. $u_n = -3 + \frac{1}{2}(n-1)$;

D. $u_n = -3 + \frac{1}{4}(n-1)$.

Câu 9. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. Nếu 3 điểm A, B, C là 3 điểm chung của 2 mặt phẳng (P) và (Q) thì A, B, C thẳng hàng;
- B. Nếu A, B, C thẳng hàng và $(P), (Q)$ có điểm chung là A , thì B, C cũng là 2 điểm chung của (P) và (Q) ;
- C. Nếu 3 điểm A, B, C là 3 điểm chung của 2 mặt phẳng (P) và (Q) phân biệt thì A, B, C không thẳng hàng;
- D. Nếu A, B, C thẳng hàng và A, B là 2 điểm chung của (P) và (Q) thì C cũng là điểm chung của (P) và (Q) .

Câu 10. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi E và F lần lượt là trung điểm của AB và CD ; G là trọng tâm tam giác BCD . Giao điểm của đường thẳng EG và mặt phẳng (ACD) là

- A. Điểm F ;
- B. Giao điểm của đường thẳng EG và AF ;
- C. Giao điểm của đường thẳng EG và AC ;
- D. Giao điểm của đường thẳng EG và CD .

Câu 11. Trong không gian cho các mệnh đề sau:

- (I) Hai đường thẳng phân biệt cùng nằm trong một mặt phẳng thì song song với nhau.
- (II) Hai mặt phẳng phân biệt chứa hai đường thẳng song song cắt nhau theo giao tuyến song song với hai đường thẳng đó.
- (III) Nếu ba mặt phẳng đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến phân biệt thì ba giao tuyến ấy song song với nhau.
- (IV) Qua điểm A không thuộc đường thẳng d , kẻ được đúng một đường thẳng song song với d .

Số mệnh đề đúng là

- A. 0; B. 1; C. 2; D. 3.

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Các điểm I, J lần lượt là trọng tâm các tam giác SAB và SAD . Gọi M là trung điểm CD . Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau

- A. $IJ // (SCD)$; B. $IJ // (SBM)$; C. $IJ // (SBD)$; D. $IJ // (SBC)$.

PHẦN II. Câu hỏi trắc nghiệm đúng sai: Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13. Cho cấp số cộng (u_n) , biết rằng: $u_1 = 5$ và tổng của 50 số hạng đầu bằng 5150, khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Công sai của cấp số cộng bằng 6		
b)	Số hạng $u_{85} = 341$		
c)	Số hạng $u_{10} = 42$		
d)	Tổng của 85 số hạng đầu $S_{85} = 14705$		

Câu 14. Cho hình bình hành $ABCD$ và một điểm S không thuộc mặt phẳng $(ABCD)$, các điểm M, N lần lượt là trung điểm của đoạn thẳng AB, SC . Gọi $O = AC \cap BD$;

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	SO giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) .		

b)	Giao điểm của I của đường thẳng AN và mặt phẳng (SBD) là điểm nằm trên đường thẳng SO		
c)	Giao điểm của J của đường thẳng MN và mặt phẳng (SBD) là điểm nằm trên đường thẳng SD		
d)	Ba điểm I, J, B thẳng hàng.		

PHẦN III. TỰ LUẬN (5,0 điểm)

Bài 1. Giải các phương trình lượng giác:

a) $\cot\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3};$

b) $\sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) + \cos x = 0.$

Bài 2

a) Tính giá trị của $\cos\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right)$, biết $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$

b) Tìm tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{\sin 2x}$

Bài 3. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_5 = 19$ và $u_9 = 35$. Tìm số hạng u_{20} và tổng 20 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đó

Bài 4.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SC

a) Chứng minh $MN // (ABCD)$

b) Xác định giao tuyến của 2 mặt phẳng (BMN) và $(ABCD)$

c) Gọi P là trung điểm của BO . Xác định giao điểm Q của cạnh SD và mặt phẳng (MNP) . Tính tỷ

số $\frac{SQ}{SD}$

Bài 5. Một cầu thang bằng gạch có tổng cộng 35 bậc. Bậc dưới cùng cần 120 viên gạch. Mỗi bậc tiếp theo cần ít hơn 2 viên gạch so với bậc ngay trước nó. Cần bao nhiêu viên gạch để xây cầu thang?

-----HẾT-----

Đề bài

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Đổi số đo góc 135° ra số đo radian ta được

- A. $\frac{3\pi}{2}$. B. $\frac{3\pi}{4}$. C. $\frac{5\pi}{6}$. D. $\frac{3\pi}{5}$.

Câu 2. Rút gọn biểu thức $P = \sin\left(a + \frac{\pi}{4}\right)\sin\left(a - \frac{\pi}{4}\right)$.

- A. $-\frac{3}{2}\cos 2a$. B. $\frac{1}{2}\cos 2a$. C. $-\frac{2}{3}\cos 2a$. D. $-\frac{1}{2}\cos 2a$.

Câu 3. Cho $x \in [0; \pi]$ thỏa mãn $\cos x = \frac{5}{13}$. Giá trị của $\tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ bằng

- A. $-\frac{17}{7}$. B. $\frac{7}{17}$. C. $\frac{17}{7}$. D. $-\frac{7}{17}$.

Câu 4. Tập xác định của hàm số $y = \frac{\sin x}{1 - \cos x}$ là

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

- C. $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$. D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 5. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 3\sin\left(x + \frac{3\pi}{4}\right) - 1$ lần lượt là:

- A. 4; -2. B. 2; -4. C. 1; -1. D. 3; -3.

Câu 6. Nghiệm của phương trình $\cos x = -1$ là:

- A. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. B. $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

- C. $x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. D. $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 7. Nghiệm của phương trình $\cot\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3}$ có dạng $x = -\frac{\pi}{m} + \frac{k\pi}{n}, k \in \mathbb{Z}, m, n \in \mathbb{Z}^*$ và $\frac{k}{n}$

là phân số tối giản. Khi đó $m - n$ bằng

- A. 5. B. -3. C. -5. D. 3.

Câu 8. Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{n}{3^n - 1}$. Ba số hạng đầu tiên của dãy số đó là

- A. $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{8}$. B. $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{3}{26}$. C. $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{16}$. D. $\frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}$.

Câu 9. Xét tính bị chặn của dãy số sau: $u_n = \frac{2n+1}{n+2}$

- A. Bị chặn. B. Bị chặn trên, không bị chặn dưới.
C. Không bị chặn. D. Bị chặn dưới, không bị chặn trên.

Câu 10. Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{n+1}{2n+1}$. Số $\frac{8}{15}$ là số hạng thứ mấy của dãy số?

- A. 8. B. 6. C. 5. D. 7.

Câu 11. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$ và công sai $d = -2$. Số hạng thứ 5 là
A. $u_5 = 8$. B. $u_5 = 1$. C. $u_5 = -5$. D. $u_5 = -7$.

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $AC \cap BD = M$, $AB \cap CD = N$. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là:
A. SM . B. SA . C. MN . D. SN .

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a),b),c),d) ở mỗi câu học sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = 2 + 3\cos x$ và $g(x) = \sin x + \cos x$. Khi đó:

- a) Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ bằng 5
- b) Hàm số $f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $x = \pi + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$
- c) Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)$ bằng $-\sqrt{2}$
- d) Hàm số $g(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $x = -\frac{3\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 2. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = \frac{3}{2}$, công sai $d = \frac{1}{2}$. Khi đó:

- a) Công thức của số hạng tổng quát là $u_n = 1 + \frac{n}{3}$
- b) Số hạng thứ 8 của cấp số cộng đã cho là 5
- c) $\frac{15}{4}$ là một số hạng của cấp số cộng đã cho
- d) Tổng 100 số hạng đầu của cấp số cộng (u_n) bằng 2620

PHẦN III. Tự luận.

Câu 1. (1,0 điểm) Tính $\sin 2a$; $\cos 2a$, biết $\sin a = \frac{1}{3}$ và $\frac{\pi}{2} < a < \pi$

Câu 2. (1,0 điểm) Giả sử một vật dao động điều hòa xung quanh vị trí cân bằng theo phương trình $x = 3\cos\left(4\pi t - \frac{2\pi}{3}\right)$, với t là thời gian tính bằng giây và x là quãng đường tính bằng cm. Hãy cho biết trong khoảng thời gian từ 0 đến 5 giây, vật đi qua vị trí cân bằng bao nhiêu lần?

Câu 3. (1 điểm) Cho phương trình $\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(x + \frac{3\pi}{4}\right)$. Tính tổng các nghiệm thuộc khoảng $(0; \pi)$ của phương trình trên.

Câu 4. (0,5 điểm) Xét tính tăng giảm của dãy số (u_n) với $u_n = n - \sqrt{n^2 - 1}$.

Câu 5. (1,0 điểm) Trong mặt phẳng (α) , cho tứ giác $ABCD$. Gọi S là điểm không thuộc (α) , M là điểm nằm trong tam giác SCD .

- a) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (SAM) và (SBD) .
- b) Xác định giao điểm của AM và mặt phẳng (SBD) .

Câu 6. (0,5 điểm) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang với $AD \parallel BC$. Gọi G là trọng tâm của tam giác SAD ; E là điểm thuộc đoạn AC sao cho $EC = xEA$, ($x > 0$). Tìm x để $GE \parallel (SBC)$.

-----Hết-----

Hướng dẫn giải và đáp án

PHẦN I

Câu 1. Đổi số đo góc 135° ra số đo radian ta được

- A. $\frac{3\pi}{2}$. B. $\frac{3\pi}{4}$. C. $\frac{5\pi}{6}$. D. $\frac{3\pi}{5}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\pi \text{ rad} = 180^\circ$ nên $135^\circ = \frac{\pi}{180} \cdot 135 = \frac{3\pi}{4} \text{ rad}$.

Câu 2. Rút gọn biểu thức $P = \sin\left(a + \frac{\pi}{4}\right)\sin\left(a - \frac{\pi}{4}\right)$.

- A. $-\frac{3}{2}\cos 2a$. B. $\frac{1}{2}\cos 2a$. C. $-\frac{2}{3}\cos 2a$. D. $-\frac{1}{2}\cos 2a$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\sin\left(a + \frac{\pi}{4}\right)\sin\left(a - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}\left[\cos\frac{\pi}{2} - \cos 2a\right] = -\frac{1}{2}\cos 2a$.

Câu 3. Cho $x \in [0; \pi]$ thỏa mãn $\cos x = \frac{5}{13}$. Giá trị của $\tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ bằng

- A. $-\frac{17}{7}$. B. $\frac{7}{17}$. C. $\frac{17}{7}$. D. $-\frac{7}{17}$.

Lời giải

Chọn A

Theo giả thiết $x \in [0; \pi]$ và $\cos x = \frac{5}{13} > 0$ suy ra $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ nên $\tan x > 0$.

Do đó $\tan x = \sqrt{\frac{1}{\cos^2 x} - 1} = \sqrt{\frac{169}{25} - 1} = \frac{12}{5}$.

Ta có $\tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\tan x + 1}{1 - \tan x} = \frac{\tan x + \tan\frac{\pi}{4}}{1 - \tan x \tan\frac{\pi}{4}} = \frac{\frac{12}{5} + 1}{1 - \frac{12}{5}} = -\frac{17}{7}$.

Câu 4. Tập xác định của hàm số $y = \frac{\sin x}{1 - \cos x}$ là

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.
C. $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$. D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{k\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số xác định khi và chỉ khi $1 - \cos x \neq 0 \Leftrightarrow \cos x \neq 1 \Leftrightarrow x \neq k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 5. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 3\sin\left(x + \frac{3\pi}{4}\right) - 1$ lần lượt là:

- A. 4; -2. B. 2; -4. C. 1; -1. D. 3; -3.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

+) $\forall x \in \mathbb{R}$ ta có: $-1 \leq \sin\left(x + \frac{3\pi}{4}\right) \leq 1 \Leftrightarrow -3 \leq 3\sin\left(x + \frac{3\pi}{4}\right) \leq 3 \Leftrightarrow -4 \leq 3\sin\left(x + \frac{3\pi}{4}\right) - 1 \leq 2$
 $\Rightarrow -4 \leq y \leq 2$

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số $y = 3\sin\left(x + \frac{3\pi}{4}\right) - 1$ là 2 khi $x = -\frac{\pi}{4}$.

Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 3\sin\left(x + \frac{3\pi}{4}\right) - 1$ là -4 khi $x = \frac{3\pi}{4}$.

Câu 6. Nghiệm của phương trình $\cos x = -1$ là:

A. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình $\cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 7. Nghiệm của phương trình $\cot\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3}$ có dạng $x = -\frac{\pi}{m} + \frac{k\pi}{n}, k \in \mathbb{Z}, m, n \in \mathbb{Z}^*$ và $\frac{k}{n}$

là phân số tối giản. Khi đó $m - n$ bằng

A. 5.

B. -3.

C. -5.

D. 3.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\cot\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3} \Leftrightarrow \cot\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \cot \frac{\pi}{6}$

$\Leftrightarrow x + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6} + k\pi \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{6} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

Vậy $\begin{cases} m = 6 \\ n = 1 \end{cases} \Rightarrow m - n = 5$.

Câu 8. Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{n}{3^n - 1}$. Ba số hạng đầu tiên của dãy số đó là

A. $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{8}$.

B. $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{3}{26}$.

C. $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{16}$.

D. $\frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $u_1 = \frac{1}{2}; u_2 = \frac{1}{4}; u_3 = \frac{3}{26}$.

Câu 9. Xét tính bị chặn của dãy số sau: $u_n = \frac{2n+1}{n+2}$

A. Bị chặn.

B. Bị chặn trên, không bị chặn dưới.

C. Không bị chặn.

D. Bị chặn dưới, không bị chặn trên.

Lời giải

Chọn A

Ta có $0 < u_n = \frac{2n+1}{n+2} < \frac{2n+4}{n+2} = \frac{2(n+2)}{n+2} = 2 \forall n$ nên dãy (u_n) bị chặn.

Câu 10. Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{n+1}{2n+1}$. Số $\frac{8}{15}$ là số hạng thứ mấy của dãy số?

A. 8.

B. 6.

C. 5.

D. 7.

Lời giải

Chọn D

Ta có $u_n = \frac{8}{15} \Leftrightarrow \frac{n+1}{2n+1} = \frac{8}{15} (n \in \mathbb{Z}^*) \Leftrightarrow 15n + 15 = 16n + 8 \Leftrightarrow n = 7$.

Vậy $\frac{8}{15}$ là số hạng thứ 7 của dãy số (u_n) .

Câu 11. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$ và công sai $d = -2$. Số hạng thứ 5 là

- A. $u_5 = 8$. B. $u_5 = 1$. C. $u_5 = -5$. D. $u_5 = -7$.

Lời giải

Chọn C

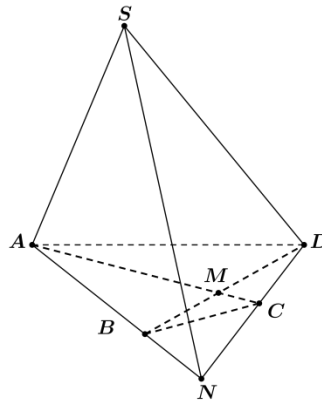
Ta có: $u_5 = u_1 + 4d = 3 + 4 \cdot (-2) = -5$.

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $AC \cap BD = M$, $AB \cap CD = N$. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là:

- A. SM . B. SA . C. MN . D. SN .

Lời giải

Chọn D



Ta có: S là điểm chung thứ nhất của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) .

$$\text{Vì } AB \cap CD = N \text{ nên } \begin{cases} N \in AB \subset (SAB) \\ N \in CD \subset (SCD) \end{cases}$$

Do đó N là điểm chung thứ hai của hai mặt phẳng trên.

Vậy SN là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) .

Phần II

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = 2 + 3\cos x$ và $g(x) = \sin x + \cos x$. Khi đó:

- a) Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ bằng 5
 b) Hàm số $f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $x = \pi + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$
 c) Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)$ bằng $-\sqrt{2}$
 d) Hàm số $g(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $x = -\frac{3\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

a) b) Với mọi $x \in \mathbb{R}$, ta có: $-1 \leq \cos x \leq 1 \Rightarrow -3 \leq 3\cos x \leq 3 \Rightarrow -1 \leq 2 + 3\cos x \leq 5$.

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số bằng 5 khi $\cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng -1 khi $\cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

c) d) Ta có: $\sin x + \cos x = \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$.

Với mọi $x \in \mathbb{R}$, ta có: $-1 \leq \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \leq 1 \Leftrightarrow -\sqrt{2} \leq \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \leq \sqrt{2}$.

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số bằng $\sqrt{2}$ khi $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 1$

$$\Leftrightarrow x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z}).$$

Giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng $-\sqrt{2}$, khi đó $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = -1$

$$\Leftrightarrow x + \frac{\pi}{4} = -\frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow x = -\frac{3\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 2. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = \frac{3}{2}$, công sai $d = \frac{1}{2}$. Khi đó:

a) Công thức của số hạng tổng quát là $u_n = 1 + \frac{n}{3}$

b) Số hạng thứ 8 của cấp số cộng đã cho là 5

c) $\frac{15}{4}$ là một số hạng của cấp số cộng đã cho

d) Tổng 100 số hạng đầu của cấp số cộng (u_n) bằng 2620

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
--------	---------	--------	--------

a) Ta có: $u_n = u_1 + (n-1)d = \frac{3}{2} + (n-1) \cdot \frac{1}{2} = 1 + \frac{n}{2}$.

b) $u_8 = u_1 + 7d = \frac{3}{2} + 7 \cdot \frac{1}{2} = 5$. suy ra số hạng thứ 8 của cấp số cộng đã cho là 5

c) Xét $\frac{15}{4} = 1 + \frac{n}{2} \Rightarrow n = \frac{11}{2} \notin \mathbb{Z}^*$; suy ra $\frac{15}{4}$ không là một số hạng của cấp số cộng đã cho.

d) Tổng 100 số hạng đầu của cấp số cộng là: $S_{100} = \frac{100 \left[2 \cdot \frac{3}{2} + (100-1) \cdot \frac{1}{2} \right]}{2} = 2625$.

Phần III

Câu 1. (1,0 điểm) Tính $\sin 2a$; $\cos 2a$, biết $\sin a = \frac{1}{3}$ và $\frac{\pi}{2} < a < \pi$

Lời giải

Vì $\frac{\pi}{2} < a < \pi$ nên $\cos a < 0$.

Mặt khác: $\sin^2 a + \cos^2 a = 1$ suy ra $\cos a = -\sqrt{1 - \sin^2 a} = -\sqrt{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2} = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$

$$\sin 2a = 2\sin a \cos a = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \left(-\frac{2\sqrt{2}}{3}\right) = -\frac{4\sqrt{2}}{9};$$

$$\cos 2a = 1 - 2\sin^2 a = 1 - 2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{7}{9}.$$

Câu 2. (1,0 điểm) Giả sử một vật dao động điều hòa xung quanh vị trí cân bằng theo phương trình $x = 3\cos\left(4\pi t - \frac{2\pi}{3}\right)$, với t là thời gian tính bằng giây và x là quãng đường tính bằng cm. Hãy cho biết trong khoảng thời gian từ 0 đến 5 giây, vật đi qua vị trí cân bằng bao nhiêu lần?

Lời giải

Yêu cầu bài toán \Leftrightarrow Tìm t sao cho $x=0$, với $0 \leq t \leq 5$

$$\text{Ta có } x=0 \Leftrightarrow 3\cos\left(4\pi t - \frac{2\pi}{3}\right) = 0 \Leftrightarrow \cos\left(4\pi t - \frac{2\pi}{3}\right) = 0.$$

$$\Leftrightarrow 4\pi t - \frac{2\pi}{3} = \frac{\pi}{2} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow 4\pi t = \frac{7\pi}{6} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow t = \frac{7}{24} + \frac{1}{4}k \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\text{Ta có } 0 \leq t \leq 5 \Leftrightarrow 0 \leq \frac{7}{24} + \frac{1}{4}k \leq 5 \Leftrightarrow -\frac{7}{24} \leq \frac{1}{4}k \leq \frac{113}{24} \Leftrightarrow -\frac{7}{6} \leq k \leq \frac{113}{6}.$$

Mà $k \in \mathbb{Z}$ nên $k \in \{-1; 0; 1; \dots; 17; 18\}$, có 20 giá trị k thỏa mãn.

Vậy trong khoảng thời gian từ 0 đến 5 giây, vật đi qua vị trí cân bằng 20 lần.

Câu 3. (1 điểm) Cho phương trình $\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(x + \frac{3\pi}{4}\right)$. Tính tổng các nghiệm thuộc khoảng $(0; \pi)$ của phương trình trên.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(x + \frac{3\pi}{4}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - \frac{\pi}{4} = x + \frac{3\pi}{4} + k2\pi \\ 2x - \frac{\pi}{4} = \pi - x - \frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pi + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Xét $x = \pi + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$.

$$\text{Do } 0 < x < \pi \Leftrightarrow 0 < \pi + k2\pi < \pi \Leftrightarrow -\frac{1}{2} < k < 0. \text{ Vì } k \in \mathbb{Z} \text{ nên không có giá trị } k.$$

Xét $x = \frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3} \quad (k \in \mathbb{Z})$.

$$\text{Do } 0 < x < \pi \Leftrightarrow 0 < \frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3} < \pi \Leftrightarrow -\frac{1}{4} < k < \frac{5}{4}. \text{ Vì } k \in \mathbb{Z} \text{ nên có hai giá trị } k \text{ là: } k=0; k=1$$

$$\text{Với } k=0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{6}.$$

$$\text{Với } k=1 \Rightarrow x = \frac{5\pi}{6}.$$

Do đó trên khoảng $(0; \pi)$ phương trình đã cho có hai nghiệm $x = \frac{\pi}{6}$ và $x = \frac{5\pi}{6}$.

Vậy tổng các nghiệm của phương trình đã cho trong khoảng $(0; \pi)$ là: $\frac{\pi}{6} + \frac{5\pi}{6} = \pi$.

Câu 4. (0,5 điểm) Xét tính tăng giảm của dãy số (u_n) với $u_n = n - \sqrt{n^2 - 1}$.

Dãy số (u_n) với $u_n = n - \sqrt{n^2 - 1}$

$$\text{Ta có: } u_n = n - \sqrt{n^2 - 1} = \frac{n^2 - (n^2 - 1)}{n + \sqrt{n^2 - 1}} = \frac{1}{n + \sqrt{n^2 - 1}} \Rightarrow u_{n+1} = \frac{1}{(n+1) + \sqrt{(n+1)^2 - 1}}$$

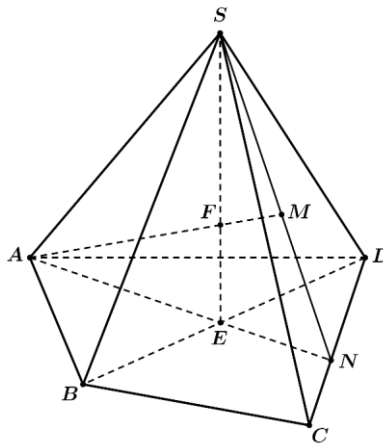
$$\text{Để dàng ta có: } (n+1) + \sqrt{(n+1)^2 - 1} > n + \sqrt{n^2 - 1} \Rightarrow \frac{1}{(n+1) + \sqrt{(n+1)^2 - 1}} < \frac{1}{n + \sqrt{n^2 - 1}}$$

$\Rightarrow u_{n+1} < u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Từ đó suy ra dãy số (u_n) là dãy số giảm

Câu 5. (1,0 điểm) Trong mặt phẳng (α) , cho tứ giác $ABCD$. Gọi S là điểm không thuộc (α) , M là điểm nằm trong tam giác SCD .

- Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (SAM) và (SBD) .
- Xác định giao điểm của AM và mặt phẳng (SBD) .

Lời giải



- Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (SAM) và (SBD) :

Gọi N là giao điểm của SM và CD , gọi E là giao điểm của AN và BD .

Rõ ràng $(SAM) \equiv (SAN)$. Ta có:

$$\left. \begin{array}{l} E \in AN \Rightarrow E \in (SAM) \\ E \in BD \Rightarrow E \in (SBD) \end{array} \right\} \Rightarrow E \in (SAM) \cap (SBD) \quad (1)$$

$$\text{Mặt khác: } S \in (SAM) \cap (SBD) \quad (2)$$

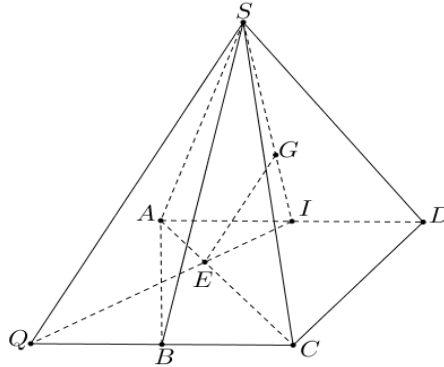
Từ (1) và (2) suy ra: $SE = (SAM) \cap (SBD)$.

- Xác định giao điểm của AM và mặt phẳng (SBD) . Ta có:

$$\left. \begin{array}{l} (SAM) \supset AM \\ (SAM) \cap (SBD) = SE \\ F \in AM \cap SE \subset (SAM) \end{array} \right\} \Rightarrow F = AM \cap (SBD)$$

Câu 6. (0,5 điểm) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang với $AD \parallel BC$. Gọi G là trọng tâm của tam giác SAD ; E là điểm thuộc đoạn AC sao cho $EC = xEA$, ($x > 0$). Tìm x để $GE \parallel (SBC)$.

Lời giải



Gọi I là trung điểm của cạnh AD .

Trong mặt phẳng $(ABCD)$ giả sử IE và BC cắt nhau tại điểm Q .

Dễ thấy $SQ = (IGE) \cap (SBC)$. Do đó: $GE \parallel (SBC) \Leftrightarrow GE \parallel SQ \Leftrightarrow \frac{IE}{IQ} = \frac{IG}{IS} \Rightarrow \frac{IE}{IQ} = \frac{1}{3}$ (1)

Mặt khác $\triangle EIA \sim \triangle EQC$ nên $\frac{EI}{EQ} = \frac{EA}{EC} = \frac{EA}{xEA} = \frac{1}{x}$ suy ra $EQ = x.EI$.

$$\Rightarrow \frac{IE}{IQ} = \frac{IE}{IE + EQ} = \frac{IE}{IE + x.IE} = \frac{1}{1+x} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \frac{1}{1+x} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow x = 2$.

Vậy $GE \parallel (SBC) \Leftrightarrow x = 2$.