

CẤU TRÚC

PHẦN	TT	NỘI DUNG	CÁC DẠNG TOÁN	Trang
ĐẠI SỐ	1	MỆNH ĐỀ - TẬP HỢP Câu hỏi trắc nghiệm: 15 câu Bài tập tự luận: 3 câu	<i>Nhận dạng mệnh đề đúng, sai</i> <i>Lập mệnh đề phủ định của một mệnh đề</i> <i>Viết các tập hợp theo nhiều cách khác nhau</i> <i>Nhận dạng tập hợp con, tập hợp bằng nhau</i> <i>Xác định hợp, giao, hiệu của hai tập hợp</i> <i>Các bài toán có yếu tố thực tiễn</i>	2
	2	BẤT PHƯƠNG TRÌNH – HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN Câu hỏi trắc nghiệm: 9 câu Bài tập tự luận: 5 câu	<i>Nghiệm của bất phương trình, hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn</i> <i>Miền nghiệm của bất phương trình, hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn</i> <i>Các bài toán có yếu tố thực tiễn</i>	4
HÌNH HỌC	3	HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC Câu hỏi trắc nghiệm: 20 câu Bài tập tự luận: 7 câu	<i>Giá trị lượng giác của góc từ 0° đến 180°</i> <i>Giải tam giác</i> <i>Các bài toán có yếu tố thực tiễn</i>	7
	4	VECTƠ Câu hỏi trắc nghiệm: 51 câu Bài tập tự luận: 9 câu	<i>Nhận dạng vector cùng hướng, bằng nhau...</i> <i>Xác định vector tổng, hiệu, tích với 1 số thực</i> <i>Tính độ dài vector tổng, hiệu, tích với 1 số thực</i> <i>Chứng minh đẳng thức, tìm điểm, tập hợp điểm.</i> <i>Các bài toán về tọa độ vector, tọa độ điểm</i>	11
	5	ĐỀ ÔN TẬP	<i>Đề gợi ý ôn tập</i>	18

Lưu ý: Đề cương là tài liệu hỗ trợ, gợi ý cho quá trình ôn tập. Học sinh cần nắm vững các kiến thức và kỹ năng theo yêu cầu chương trình giáo dục phổ thông 2018.

PHẦN I: ĐẠI SỐ

CHƯƠNG 1: MỆNH ĐỀ - TẬP HỢP

I. Kiến thức, kỹ năng

- Thiết lập và phát biểu được các mệnh đề toán học, bao gồm: mệnh đề phủ định; mệnh đề đảo; mệnh đề tương đương; mệnh đề có chứa kí hiệu \exists, \forall , điều kiện cần, điều kiện đủ, điều kiện cần và đủ.
- Xác định được tính đúng/sai của một mệnh đề toán học trong những trường hợp đơn giản.
- Nhận biết được các khái niệm cơ bản về tập hợp (tập con, hai tập hợp bằng nhau, tập rỗng) và biết sử dụng các kí hiệu $\subset, \supset, \emptyset$.
- Thực hiện được phép toán trên các tập hợp (hợp, giao, hiệu của hai tập hợp, phần bù của một tập con) và biết dùng biểu đồ Ven để biểu diễn chúng trong những trường hợp cụ thể.
- Giải quyết được một số vấn đề thực tiễn gắn với phép toán trên tập hợp (ví dụ: những bài toán liên quan đến đếm số phần tử của hợp các tập hợp,...).

II. Câu hỏi trắc nghiệm

Câu 1: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào là mệnh đề toán học **đúng**?

A. $2+6=8$.

B. $x^2-1>0, \forall x \in \mathbb{R}$.

C. 14 là số nguyên tố.

D. Nếu một tam giác có một góc bằng 60° thì tam giác đó là tam giác đều.

Câu 2: Cho mệnh đề chứa biến $P(x): "x+15 \leq x^2"$ với x là số thực. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

A. $P(2)$.

B. $P(3)$.

C. $P(-4)$.

D. $P(0)$.

Câu 3: Cho mệnh đề $A: "2$ là số nguyên tố". Mệnh đề phủ định của mệnh đề A là

A. 2 không phải là số hữu tỷ.

B. 2 là số nguyên.

C. 2 không phải là số nguyên tố.

D. 2 không là hợp số.

Câu 4: Mệnh đề $P(x): "\forall x \in \mathbb{R}, x^2-x+3 < 0"$. Phủ định của mệnh đề $P(x)$ là:

A. $\exists x \in \mathbb{R}, x^2-x+3 > 0$.

B. $\forall x \in \mathbb{R}, x^2-x+3 > 0$.

C. $\forall x \notin \mathbb{R}, x^2-x+3 \geq 0$.

D. $\exists x \in \mathbb{R}, x^2-x+3 \geq 0$.

Câu 5: Phủ định của mệnh đề $P(x): "\exists x \in \mathbb{R}, x^2+2x=3"$ là:

A. $"\exists x \in \mathbb{R}, x^2+2x=3"$.

B. $"\forall x \in \mathbb{R}, x^2+2x=3"$.

C. $"\exists x \in \mathbb{R}, x^2+2x \neq 3"$.

D. $"\forall x \in \mathbb{R}, x^2+2x \neq 3"$.

Câu 6: Cho tập hợp $X = \{x \in \mathbb{R} \mid 2x^2 - 5x + 3 = 0\}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $X = \{0\}$.

B. $X = \{1\}$.

C. $X = \left\{\frac{3}{2}\right\}$.

D. $X = \left\{1; \frac{3}{2}\right\}$.

Câu 7: Cho tập hợp E, F, G thỏa mãn: $E \subset F, F \subset G$ và $G \subset K$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $G \subset F$.

B. $K \subset G$.

C. $E = F = G$.

D. $E \subset K$.

Câu 8: Cho tập hợp $A = \{1; 2\}, B = \{1; 2; 3; 4; 5\}$. Có tất cả bao nhiêu tập X thỏa mãn: $A \subset X \subset B$?

A. 5.

B. 6.

C. 7.

D. 8.

Câu 9: Cho hai tập hợp $A = \{x \in \mathbb{R} \mid (x^2 - 4x + 3)(x^2 - 4) = 0\}$, $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 4\}$. Tìm $A \cap B$.

A. $A \cap B = \{-2; 1; 2\}$.

B. $A \cap B = \{0; 1; 2; 3\}$.

C. $A \cap B = \{1; 2; 3\}$.

D. $A \cap B = \{-1; 2\}$.

Câu 10: Cho 2 tập hợp $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 + x - 6 = 0\}$, $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 2x^2 - 3x + 1 = 0\}$. Chọn khẳng định đúng?

A. $B \setminus A = \{1; 2\}$.

B. $A \cap B = \{-3; 1; 2\}$.

C. $A \setminus B = A$.

D. $A \cup B = \emptyset$.

Câu 11: Cho hai tập hợp $M = \{1; 2; 3; 5\}$ và $N = \{2; 6; -1\}$. Xét các khẳng định sau đây:

(1) $M \cap N = \{2\}$; (2) $N \setminus M = \{1; 3; 5\}$; (3) $M \cup N = \{1; 2; 3; 5; 6; -1\}$;

Số khẳng định đúng trong ba khẳng định nêu trên là

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Câu 12: Cho hai tập hợp $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -5 \leq x < 1\}$; $B = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 < x \leq 3\}$. Khi đó $A \cap B$ là

A. $[-5; 3]$.

B. $(-3; 1)$.

C. $(1; 3]$.

D. $[-5; 3)$.

Câu 13: Cho $A = (-1; 5]$, $B = (2; 7)$. Khi đó $A \setminus B$ là

A. $(-1; 2]$.

B. $(2; 5]$.

C. $(-1; 7)$.

D. $(-1; 2)$.

Câu 14: Cho hai tập hợp $A = [-2; 3]$, $B = (1; +\infty)$. Khi đó $C_{\mathbb{R}}(A \cup B)$ là

A. $(1; 3)$.

B. $(-\infty; 1] \cup [3; +\infty)$.

C. $[3; +\infty)$.

D. $(-\infty; -2)$.

Câu 15: Cho ba tập hợp $A = [-2; 0]$; $B = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 < x < 0\}$; $C = \{x \in \mathbb{R} \mid |x| < 2\}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $(A \cap C) \setminus B = (-2; -1)$.

B. $(A \cap C) \setminus B = [-2; -1]$.

C. $(A \cap C) \setminus B = (-2; -1]$.

D. $(A \cap C) \setminus B = [-2; -1)$.

III. Bài tập tự luận

Câu 16: Cho $A = [-4; -2]$, $B = (3; 7]$. Tìm $A \cap B$, $A \cup B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$.

Câu 17:

a. Cho các tập hợp $A = [-2; 3]$, $B = (m; m + 6)$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để $A \subset B$

b. Cho các tập hợp $A = [-3; -1] \cup [2; 4]$, $B = (m - 1; m + 2)$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để $A \cap B \neq \emptyset$.

Câu 18: Trong tháng 01, tại một địa phương, theo ghi chép của đài khí tượng thủy văn người ta thấy được có 12 ngày có mưa to, 10 ngày có gió mạnh và 11 ngày trời rét đậm. Số ngày có cả mưa to và gió mạnh là 5 ngày, số ngày có mưa to và rét đậm là 4 ngày; số ngày trời rét đậm và có gió mạnh là 3 ngày và có 1 ngày trời mưa to, có gió mạnh và rét đậm. Hỏi, trong tháng 01 đó

a. Có bao nhiêu ngày chỉ có mưa to và gió mạnh nhưng không rét đậm?

b. Có bao nhiêu ngày chỉ có mưa to nhưng không có gió mạnh và không rét đậm?

c. Có bao nhiêu ngày thời tiết đẹp (không có mưa to, không có gió mạnh và không rét đậm)?

CHƯƠNG 2: BẤT PHƯƠNG TRÌNH – HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

I. Kiến thức, kỹ năng

- Nhận biết được bất phương trình và hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn.
- Biểu diễn được miền nghiệm của bất phương trình và hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn trên mặt phẳng tọa độ.
- Vận dụng được kiến thức về bất phương trình, hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn vào giải quyết bài toán thực tiễn (ví dụ: bài toán tìm cực trị của biểu thức $F(x; y) = ax + by$ trên một miền đa giác, ...).

II. Câu hỏi trắc nghiệm

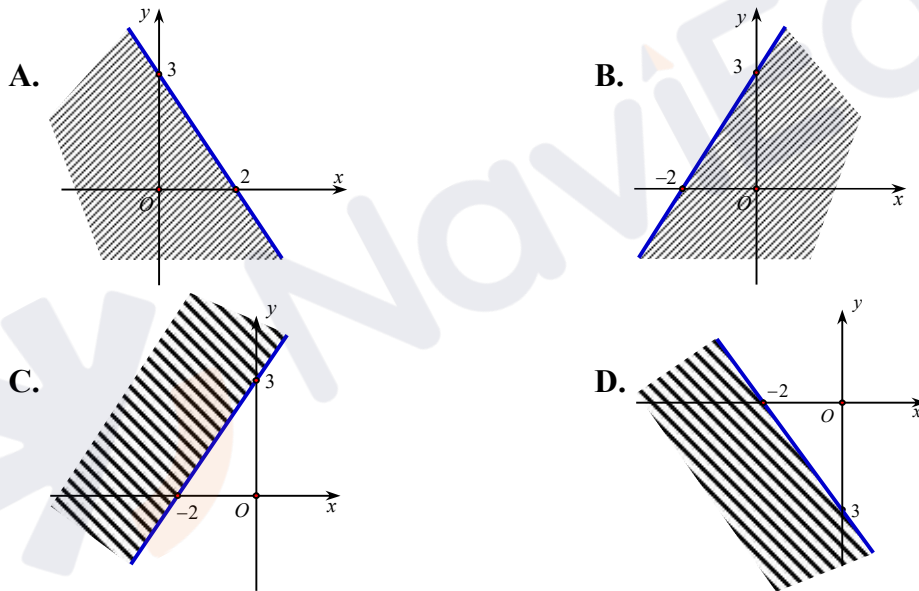
Câu 19: Trong các cặp số sau đây, cặp số nào **không** là nghiệm của bất phương trình $2x + y < 1$?

- A. $(-2; 1)$. B. $(3; -7)$. C. $(0; 1)$. D. $(0; 0)$.

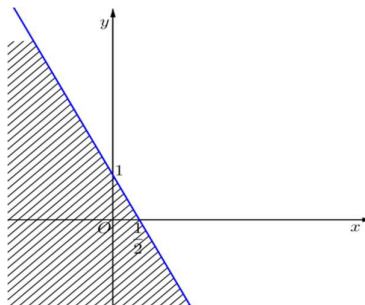
Câu 20: Miền nghiệm của bất phương trình $3x + 2(y + 3) > 4(x + 1) - y + 3$ là phần mặt phẳng chứa điểm nào sau đây?

- A. $M(3; 0)$. B. $N(3; 1)$. C. $P(1; 1)$. D. $O(0; 0)$.

Câu 21: Miền nghiệm của bất phương trình $3x + 2y - 6 \leq 0$ là phần mặt phẳng không bị gạch trong hình nào sau đây



Câu 22: Phần mặt phẳng không bị gạch trong hình vẽ là miền nghiệm của bất phương trình nào sau đây?



- A. $2x + y - 1 \leq 0$. B. $2x + y + 1 \geq 0$. C. $2x + y + 1 \leq 0$. D. $2x + y - 1 \geq 0$.

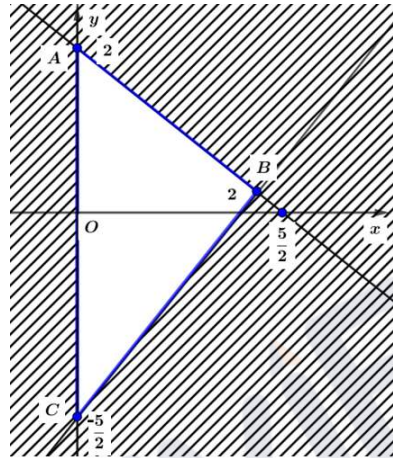
Câu 23: Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} x+y > 0 \\ 2x+5y < 0 \end{cases}$ có tập nghiệm là S . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. $(1;1) \in S$. B. $(-1;-1) \in S$. C. $(1;-\frac{1}{2}) \in S$. D. $(-\frac{1}{2};\frac{2}{5}) \in S$.

Câu 24: Điểm nào sau đây **không** thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x+3y-1 > 0 \\ 5x-y+4 < 0 \end{cases}$?

- A. $E(-1;4)$. B. $F(-2;4)$. C. $O(0;0)$. D. $G(-3;4)$.

Câu 25: Phần mặt phẳng không bị gạch trong hình vẽ là miền nghiệm của hệ bất phương trình nào trong bốn hệ bất phương trình sau đây?



- A. $\begin{cases} y \geq 0 \\ 5x-4y \geq 10 \\ 5x+4y \leq 10 \end{cases}$. B. $\begin{cases} x \geq 0 \\ 4x-5y \geq 10 \\ 5x+4y \leq 10 \end{cases}$. C. $\begin{cases} x \geq 0 \\ 4x-5y \leq 10 \\ 5x+4y \geq 10 \end{cases}$. D. $\begin{cases} x \geq 0 \\ 5x-4y \leq 10 \\ 4x+5y \leq 10 \end{cases}$.

Câu 26: Cho $x; y$ là các số thực thỏa mãn điều kiện $\begin{cases} 0 \leq y \leq 4 \\ x \geq 0 \\ x-y-1 \leq 0 \\ x+2y-10 \leq 0 \end{cases}$. Khi đó giá trị lớn nhất của

biểu thức $F(x; y) = x+2y$ là

- A. 6. B. 8. C. 10. D. 12.

Câu 27: Một công ty TNHH trong một đợt quảng cáo và bán khuyến mãi hàng hóa (1 sản phẩm mới của công ty) cần thuê xe để chở được ít nhất 140 người và tối thiểu 9 tấn hàng. Nơi thuê chỉ có hai loại xe A và B. Trong đó xe loại A có 10 chiếc, xe loại B có 9 chiếc. Giá thuê một chiếc xe loại A là 4 triệu đồng, giá thuê một chiếc xe loại B là 3 triệu đồng. Biết rằng một xe A chở được đồng thời tối đa 20 người và 0,6 tấn hàng, một xe B chở được đồng thời tối đa 10 người và 1,5 tấn hàng. Khi đó, chi phí thấp nhất để thuê xe mà công ty đó phải trả là

- A. 15 triệu đồng B. 20 triệu đồng. C. 46 triệu đồng. D. 32 triệu đồng.

III. Bài tập tự luận

Câu 28: Biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình $x - 2y - 1 \geq 0$.

Câu 29: Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x - 2y > 0 \\ x + 3y < 3 \end{cases}$.

Câu 30: Cho cặp $(x; y)$ là nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 3x - y \geq -1 \\ 2x + y \leq 6 \\ x + 3y \geq 3 \end{cases}$ (*). Tìm giá trị lớn nhất

và nhỏ nhất của biểu thức $f(x; y) = 2x - 3y + 1$.

Câu 31: Trong mặt phẳng Oxy , cho tứ giác $ABCD$ có $A(-2; 0)$; $B(0; 3)$; $C(3; 2)$ và $D(3; -2)$.

Tìm tất cả các giá trị thực của m sao cho điểm $M(m; m+1)$ không nằm ngoài miền tứ giác $ABCD$ (bao gồm cả 4 cạnh của tứ giác).

Câu 32: Có ba nhóm máy A, B, C dùng để sản xuất ra hai loại sản phẩm I và II . Để sản xuất một đơn vị sản phẩm mỗi loại phải lần lượt dùng các máy thuộc các nhóm khác nhau. Số máy trong một nhóm và số máy của từng nhóm cần thiết để sản xuất ra một đơn vị sản phẩm thuộc mỗi loại được cho trong bảng sau:

Nhóm	Số máy trong mỗi nhóm	Số máy trong từng nhóm để sản xuất ra một đơn vị sản phẩm	
		Loại I	Loại II
A	10	2	2
B	4	0	2
C	12	2	4

Một đơn vị sản phẩm I lãi ba nghìn đồng, một đơn vị sản phẩm loại II lãi năm nghìn đồng. Cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm loại I và loại II để thu được số tiền lãi cao nhất?

PHẦN II: HÌNH HỌC
CHƯƠNG 3: HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC

I. Kiến thức, kỹ năng

- Nhận biết được giá trị lượng giác của một góc từ 0° đến 180° .
- Tính được giá trị lượng giác (đúng hoặc gần đúng) của một góc từ 0° đến 180° bằng máy tính cầm tay.
- Giải thích được hệ thức liên hệ giữa giá trị lượng giác của các góc phụ nhau, bù nhau.
- Giải thích được các hệ thức lượng cơ bản trong tam giác: định lý côsin, định lý sin, công thức tính diện tích tam giác.
- Mô tả được cách giải tam giác và vận dụng được vào việc giải một số bài toán có nội dung thực tiễn (ví dụ: xác định khoảng cách giữa hai địa điểm khi gặp vật cản, xác định chiều cao của vật khi không thể đo trực tiếp,...).

II. Câu hỏi trắc nghiệm

Câu 33: Giá trị của $\cos 60^\circ + \sin 30^\circ$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $\sqrt{3}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. D. 1.

Câu 34: Giá trị của biểu thức $A = \tan 1^\circ \cdot \tan 2^\circ \cdot \tan 3^\circ \dots \tan 88^\circ \cdot \tan 89^\circ$ bằng

- A. 0. B. 2. C. 3. D. 1.

Câu 35: Cho góc α thỏa mãn $90^\circ < \alpha < 180^\circ$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\sin \alpha < 0$. B. $\tan \alpha > 0$. C. $\cot \alpha > 0$. D. $\cos \alpha < 0$.

Câu 36: Cho $\tan \alpha - \cot \alpha = 3$. Giá trị của biểu thức sau: $A = \tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha$ là

- A. 12. B. 11. C. 13. D. 5.

Câu 37: Biết $\sin a + \cos a = \sqrt{2}$. Giá trị của $\sin^4 a + \cos^4 a$ bằng

- A. $\frac{3}{2}$. B. $\frac{1}{2}$. C. -1. D. 0.

Câu 38: Cho tam giác ABC có $a=8, b=10$, góc C bằng 60° . Khi đó, khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $c = 3\sqrt{21}$. B. $c = 7\sqrt{2}$. C. $c = 2\sqrt{11}$. D. $c = 2\sqrt{21}$.

Câu 39: Cho tam giác ABC có $AB=4$ cm, $BC=7$ cm, $AC=9$ cm. Giá trị của $\cos A$ bằng

- A. $\cos A = -\frac{2}{3}$. B. $\cos A = \frac{1}{2}$. C. $\cos A = \frac{1}{3}$. D. $\cos A = \frac{2}{3}$.

Câu 40: Cho tam giác ABC có góc $\widehat{BAC} = 60^\circ$ và cạnh $BC = \sqrt{3}$. Bán kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là

- A. $R = 4$. B. $R = 1$. C. $R = 2$. D. $R = 3$.

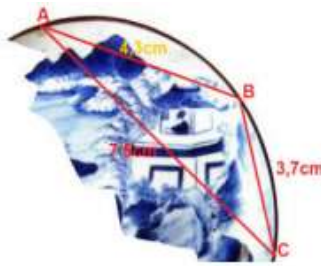
Câu 41: Trong mặt phẳng, cho tam giác ABC có $AC = 4$ cm, góc $\widehat{A} = 60^\circ$, $\widehat{B} = 45^\circ$. Độ dài cạnh BC là

- A. $2\sqrt{6}$. B. $2 + 2\sqrt{3}$. C. $2\sqrt{3} - 2$. D. $\sqrt{6}$.

Câu 42: Cho ΔABC có $a=4, c=5, B=150^\circ$. Diện tích của tam giác ΔABC bằng

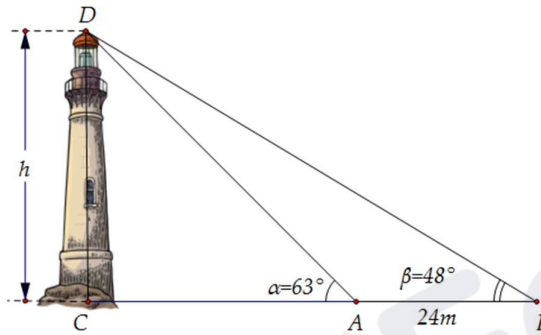
- A. $5\sqrt{3}$. B. 5. C. 10. D. $10\sqrt{3}$.

- Câu 43:** Tính diện tích tam giác ABC biết độ dài các cạnh là $AB = 3, BC = 5, CA = 6$.
 A. $\sqrt{56}$. B. $\sqrt{48}$. C. 6 . D. 8 .
- Câu 44:** Cho tam giác ABC có $AB = 3, AC = 4, BC = 5$. Bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC bằng
 A. 1 . B. $\frac{8}{9}$. C. $\frac{4}{5}$. D. $\frac{3}{4}$.
- Câu 45:** Cho tam giác ABC có các cạnh $a; b; c$ thỏa mãn: $b^2 + c^2 - a^2 = \sqrt{3}.bc$. Khẳng định nào sau đây đúng?
 A. $\hat{A} = 30^\circ$. B. $\hat{A} = 45^\circ$. C. $\hat{A} = 60^\circ$. D. $\hat{A} = 75^\circ$.
- Câu 46:** Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 4, BC = 6$. Gọi M là trung điểm của BC và N là điểm thuộc đoạn thẳng CD sao cho $ND = 3NC$. Khi đó bán kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác AMN bằng
 A. $3\sqrt{5}$. B. $\frac{3\sqrt{5}}{2}$. C. $5\sqrt{2}$. D. $\frac{5\sqrt{2}}{2}$.
- Câu 47:** Cho góc $\widehat{xOy} = 30^\circ$. Gọi A, B là 2 điểm di động lần lượt trên tia Ox, Oy sao cho $AB = 2$ Độ dài lớn nhất của OB bằng
 A. 4 . B. 3 . C. 6 . D. 2 .
- Câu 48:** Cho tam giác ABC có các cạnh $a; b; c$ thỏa mãn hệ thức $b + c = 2a$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?
 A. $\cos B + \cos C = 2 \cos A$. B. $\sin B + \sin C = 2 \sin A$.
 C. $\sin B + \sin C = \frac{1}{2} \sin A$. D. $\sin B + \cos C = 2 \sin A$.
- Câu 49:** Cho tam giác ABC vuông cân tại A và M là một điểm nằm trong tam giác ABC sao cho $\frac{MA}{1} = \frac{MB}{2} = \frac{MC}{3}$. Số đo của góc AMB bằng
 A. 135° . B. 90° . C. 150° . D. 120° .
- Câu 50:** Hai chiếc xe cùng xuất phát ở vị trí A, đi theo hai hướng tạo với nhau một góc 60° . Xe thứ nhất chạy thẳng đều với tốc độ 30 km/h , xe thứ hai chạy thẳng đều với tốc độ 40 km/h Sau 1 giờ, khoảng cách giữa 2 xe bằng
 A. 13 km . B. $15\sqrt{3} \text{ km}$. C. $10\sqrt{13} \text{ km}$. D. 15 km .
- Câu 51:** Trong khi khai quật một ngôi mộ cổ, các nhà khảo cổ học đã tìm được một chiếc đĩa cổ hình tròn bị vỡ, các nhà khảo cổ muốn khôi phục lại hình dạng chiếc đĩa này. Để xác định bán kính của chiếc đĩa, các nhà khảo cổ lấy 3 điểm trên chiếc đĩa và tiến hành đo đạc thu được kết quả như hình vẽ ($AB = 4,3 \text{ cm}; BC = 3,7 \text{ cm}; CA = 7,5 \text{ cm}$). Bán kính của chiếc đĩa này bằng (kết quả làm tròn tới hai chữ số sau dấu phẩy).



- A. 5,73 cm. B. 6,01cm. C. 5,85cm. D. 4,57cm.

Câu 52: Giả sử $CD = h$ là chiều cao của tháp trong đó C là chân tháp. Chọn hai điểm A, B trên mặt đất sao cho ba điểm A, B, C thẳng hàng (tham khảo hình vẽ). Ta đo được $AB = 24m$, $\widehat{CAD} = 63^\circ$; $\widehat{CBD} = 48^\circ$. Chiều cao h của khối tháp gần với giá trị nào sau đây?



- A. 61,4 m. B. 18,5 m. C. 60 m. D. 18 m.

III. Bài tập tự luận

Câu 53: Tìm các giá trị lượng giác của góc α trong mỗi trường hợp sau:

- a) $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ và $90^\circ < \alpha < 180^\circ$
 b) $\tan \alpha = -\sqrt{2}$ và $90^\circ < \alpha < 180^\circ$.

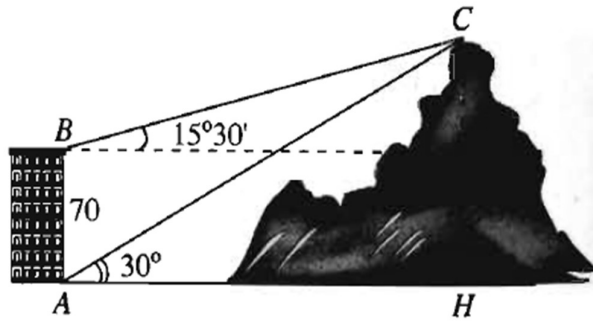
Câu 54: Xác định độ dài các cạnh và số đo các góc còn lại của tam giác ABC biết rằng

- a) $c = 14, \widehat{A} = 60^\circ, \widehat{B} = 40^\circ$.
 b) $a = 14; b = 18; c = 20$.

Câu 55: Cho tam giác ABC có $\widehat{A} = 60^\circ, b = 20, c = 25$.

- a) Tính diện tích S và chiều cao h_a của tam giác ABC .
 b) Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp R và bán kính đường tròn nội tiếp r của tam giác ABC .

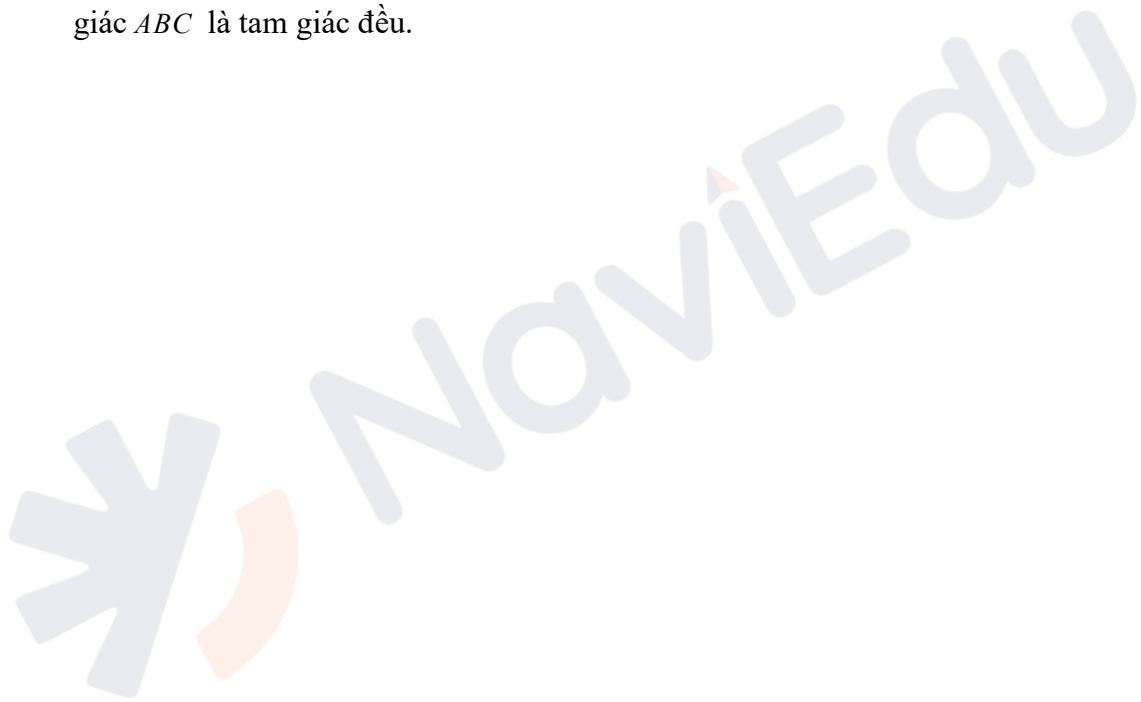
Câu 56: Từ hai vị trí A và B của một tòa nhà, người ta quan sát đỉnh C của ngọn núi. Biết rằng độ cao $AB = 70m$, phương nhìn AC tạo với phương nằm ngang một góc 30° , phương nhìn BC tạo với phương nằm ngang một góc $15^\circ 30'$ (như hình vẽ). Tính độ cao CH của ngọn núi so với mặt đất.



Câu 57: Cho tam giác ABC thỏa mãn $\frac{a^3 + b^3 - c^3}{a + b - c} = c^2$. Chứng minh rằng tam giác ABC có một góc có số đo bằng 60° .

Câu 58: Cho tam giác ABC thỏa mãn $\sin A = \frac{\sin B + \sin C}{\cos B + \cos C}$. Chứng minh rằng tam giác ABC là tam giác vuông.

Câu 59: Cho tam giác ABC thỏa mãn $a + b + c = 2(a \cos A + b \cos B + c \cos C)$. Chứng minh tam giác ABC là tam giác đều.



CHƯƠNG 4: VÉCTƠ

I. Kiến thức, kỹ năng

- Nhận biết được khái niệm vectơ, vectơ bằng nhau, vectơ-không.
- Biểu thị được một số đại lượng trong thực tiễn bằng vectơ.
- Thực hiện được các phép toán trên vectơ (tổng và hiệu hai vectơ, tích của một số với vectơ, tích vô hướng của hai vectơ) và mô tả được những tính chất hình học (ba điểm thẳng hàng, trung điểm của đoạn thẳng, trọng tâm của tam giác,...) bằng vectơ.
- Sử dụng được vectơ và các phép toán trên vectơ để giải thích một số hiện tượng có liên quan đến Vật lý và Hoá học (ví dụ: những vấn đề liên quan đến lực, đến chuyển động,...).
- Vận dụng được kiến thức về vectơ để giải một số bài toán hình học và một số bài toán liên quan đến thực tiễn (ví dụ: xác định lực tác dụng lên vật,...).
- Nhận biết được tọa độ của vectơ đối với một hệ trục tọa độ.
- Tìm được tọa độ của một vectơ, độ dài của một vectơ khi biết tọa độ hai đầu mút của nó.
- Sử dụng được biểu thức tọa độ của các phép toán vectơ trong tính toán.
- Vận dụng được phương pháp tọa độ vào bài toán giải tam giác.
- Vận dụng được kiến thức về tọa độ của vectơ để giải một số bài toán liên quan đến thực tiễn (ví dụ: vị trí của vật trên mặt phẳng tọa độ,...).

II. Câu hỏi trắc nghiệm

Câu 60: Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AC của tam giác đều ABC . Cặp vectơ nào sau đây cùng hướng?

- A. \overline{MN} và \overline{CB} . B. \overline{AB} và \overline{MB} . C. \overline{MA} và \overline{MB} . D. \overline{AN} và \overline{CA} .

Câu 61: Cho hình bình hành $ABCD$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\overline{AD} = \overline{BC}$. B. $\overline{AB} = \overline{AC}$. C. $\overline{AC} = \overline{DB}$. D. $\overline{AB} = \overline{CD}$.

Câu 62: Cho hình thoi $ABCD$ có I là giao điểm của hai đường chéo. Xét các khẳng định sau:

- (1) $\overline{AB} = \overline{BC}$ (2) $\overline{AB} = \overline{DC}$ (3) $\overline{IA} = \overline{IO}$
(4) $\overline{IB} = \overline{IA}$ (5) $|\overline{AB}| = |\overline{BC}|$ (6) $2|\overline{IA}| = |\overline{BD}|$

Số khẳng định đúng trong các khẳng định trên là

- A. 3. B. 4. C. 5. D. 6.

Câu 63: Cho ba điểm phân biệt A, B, C . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

- A. $\overline{AB} + \overline{BC} = \overline{AC}$. B. $\overline{AC} + \overline{CB} = \overline{AB}$. C. $\overline{CA} + \overline{BC} = \overline{BA}$. D. $\overline{CB} + \overline{AC} = \overline{BA}$.

Câu 64: Cho tam giác ABC . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, BC, CA . Vectơ tổng $\overline{MP} + \overline{NP}$ bằng

- A. \overline{BP} . B. \overline{MN} . C. \overline{CP} . D. \overline{PA} .

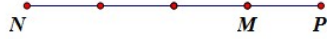
Câu 65: Trên đường thẳng MN lấy điểm P sao cho $\overline{MN} = -3\overline{MP}$. Điểm P được xác định trong hình vẽ nào sau đây:



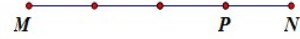
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

- A. Hình 3 B. Hình 4 C. Hình 1 D. Hình 2

Câu 66: Cho ba điểm phân biệt A, B, C . Nếu $\overrightarrow{AB} = -3\overrightarrow{AC}$ thì đẳng thức nào dưới đây **đúng**?

- A. $\overrightarrow{BC} = -4\overrightarrow{AC}$ B. $\overrightarrow{BC} = -2\overrightarrow{AC}$ C. $\overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{AC}$ D. $\overrightarrow{BC} = 4\overrightarrow{AC}$

Câu 67: Cho $\triangle ABC$. Đặt $\vec{a} = \overrightarrow{BC}, \vec{b} = \overrightarrow{AC}$. Các cặp vectơ nào sau đây cùng phương?

- A. $2\vec{a} + \vec{b}, \vec{a} + 2\vec{b}$ B. $\vec{a} - 2\vec{b}, 2\vec{a} - \vec{b}$ C. $5\vec{a} + \vec{b}, -10\vec{a} - 2\vec{b}$ D. $\vec{a} + \vec{b}, \vec{a} - \vec{b}$

Câu 68: Biết rằng hai vectơ \vec{a} và \vec{b} không cùng phương nhưng hai vectơ $3\vec{a} - 2\vec{b}$ và $(x+1)\vec{a} + 4\vec{b}$ cùng phương. Khi đó giá trị của x là

- A. -7 B. 7 C. 5 D. 6

Câu 69: Cho hai vectơ \vec{a} và \vec{b} thỏa mãn $|\vec{a}| = 3, |\vec{b}| = 2$ và $\vec{a} \cdot \vec{b} = -3$. Xác định số đo của góc α giữa hai vectơ \vec{a} và \vec{b} .

- A. $\alpha = 30^\circ$. B. $\alpha = 45^\circ$. C. $\alpha = 60^\circ$. D. $\alpha = 120^\circ$.

Câu 70: Tam giác ABC vuông ở A và có $\hat{B} = 50^\circ$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A. $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) = 130^\circ$. B. $(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AC}) = 40^\circ$. C. $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CB}) = 50^\circ$. D. $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{CB}) = 120^\circ$.

Câu 71: Cho tam giác đều ABC có cạnh bằng a . Tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ bằng

- A. $2a^2$. B. $-\frac{\sqrt{3}a^2}{2}$ C. $-\frac{a^2}{2}$ D. $\frac{a^2}{2}$

Câu 72: Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Gọi E là điểm đối xứng của D qua C . Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{AB} = 2a^2$. B. $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{AB} = \sqrt{3}a^2$. C. $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{AB} = \sqrt{5}a^2$. D. $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{AB} = 5a^2$.

Câu 73: Cho 2 vectơ \vec{a} và \vec{b} có $|\vec{a}| = 4, |\vec{b}| = 5$ và $(\vec{a}, \vec{b}) = 120^\circ$. Giá trị của $|\vec{a} + \vec{b}|$ là

- A. $\sqrt{21}$. B. $\sqrt{61}$. C. 21 . D. 61 .

Câu 74: Cho hình bình hành $ABCD$ và gọi I là giao điểm của hai đường chéo. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

- A. $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{IB}$. B. $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BI} = \overrightarrow{DI}$.
C. $\overrightarrow{ID} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{IC}$. D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CI} = \overrightarrow{IA}$.

Câu 75: Cho $\triangle ABC$, tìm điểm M thỏa $\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{CM} - \overrightarrow{CA}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. M là trung điểm AB . B. M là trung điểm BC .
C. M là trung điểm CA . D. M là trọng tâm $\triangle ABC$.

Câu 76: Cho hình bình hành $ABCD$. Xét điểm M thỏa mãn: $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AD}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Điểm M là trung điểm của đoạn AC . B. Điểm M là trung điểm của đoạn BD .
 C. Điểm C là trung điểm của đoạn AM . D. Điểm B là trung điểm của đoạn MC .
- Câu 77:** Cho tam giác ABC có điểm O thỏa mãn: $|\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} - 2\overrightarrow{OC}| = |\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}|$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?
- A. Tam giác ABC đều B. Tam giác ABC cân tại C
 C. Tam giác ABC vuông tại C D. Tam giác ABC cân tại B
- Câu 78:** Cho AK và BM là hai trung tuyến của $\triangle ABC$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?
- A. $\overrightarrow{AB} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{AK} - \overrightarrow{BM})$ B. $\overrightarrow{AB} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AK} - \overrightarrow{BM})$
 C. $\overrightarrow{AB} = \frac{3}{2}(\overrightarrow{AK} - \overrightarrow{BM})$ D. $\overrightarrow{AB} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{AK} + \overrightarrow{BM})$
- Câu 79:** Cho tam giác ABC . Gọi M là trung điểm của BC và N là trung điểm AM . Đường thẳng BN cắt AC tại P . Khi đó, nếu $\overrightarrow{AC} = x\overrightarrow{CP}$ thì giá trị của x là
- A. $-\frac{4}{3}$ B. $-\frac{2}{3}$ C. $-\frac{3}{2}$ D. $-\frac{5}{3}$
- Câu 80:** Cho tam giác ABC đều có cạnh a và G là trọng tâm. Gọi I là trung điểm của AG . Độ dài của vector \overrightarrow{BI} là
- A. $\frac{\sqrt{21}}{6}a$. B. $\frac{\sqrt{21}}{3}a$. C. $\frac{\sqrt{3}}{6}a$. D. $\frac{\sqrt{3}}{2}a$.
- Câu 81:** Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Gọi O là giao điểm của hai đường chéo hình vuông $ABCD$, M là trung điểm của AB và N là điểm đối xứng với điểm C qua D . Độ dài của vector \overrightarrow{MN} là
- A. $|\overrightarrow{MN}| = \frac{a\sqrt{15}}{2}$ B. $|\overrightarrow{MN}| = \frac{a\sqrt{5}}{3}$ C. $|\overrightarrow{MN}| = \frac{a\sqrt{13}}{2}$ D. $|\overrightarrow{MN}| = \frac{a\sqrt{5}}{4}$
- Câu 82:** Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có $AB = 3\text{cm}$, $BC = 5\text{cm}$. Độ dài của vector $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$ là
- A. 4. B. 8. C. $2\sqrt{13}$. D. $\sqrt{13}$.
- Câu 83:** Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh là a và O là giao điểm của hai đường chéo. Độ dài của vector $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{CB}$ là
- A. $a\sqrt{3}$ B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ D. $a\sqrt{2}$
- Câu 84:** Cho tam giác đều ABC cạnh bằng 3. Gọi H là trung điểm của đoạn thẳng BC . Khẳng định nào sau đây **sai**?
- A. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = 3\sqrt{3}$ B. $|\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BH}| = \frac{\sqrt{63}}{2}$ C. $|\overrightarrow{AH} + \overrightarrow{HB}| = 3$ D. $|\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB}| = \sqrt{3}$
- Câu 85:** Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh a . Độ dài của vector $\vec{u} = \overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC} - 2\overrightarrow{MD}$ là
- A. $|\vec{u}| = 4a\sqrt{2}$ B. $|\vec{u}| = a\sqrt{2}$ C. $|\vec{u}| = 3a\sqrt{2}$ D. $|\vec{u}| = 2a\sqrt{2}$
- Câu 86:** Cho tam giác ABC có $BC = a$, $CA = b$, $AB = c$. Gọi M là trung điểm cạnh BC . Đẳng thức nào sau đây **đúng**?

$$\text{A. } \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{b^2 - c^2}{2}.$$

$$\text{B. } \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{c^2 + b^2}{2}.$$

$$\text{C. } \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{c^2 + b^2 + a^2}{3}.$$

$$\text{D. } \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{c^2 + b^2 - a^2}{2}.$$

Câu 87: Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi M, N là các điểm tương ứng nằm trên các đoạn thẳng AB và CD sao cho $AM = \frac{1}{3}AB$, $CN = \frac{1}{2}CD$ và G là trọng tâm của $\triangle BMN$. Giả sử I là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{BI} = m\overrightarrow{BC}$. Để ba điểm $A; I; G$ thẳng hàng thì giá trị của m là

$$\text{A. } m = \frac{6}{11}$$

$$\text{B. } m = \frac{11}{6}$$

$$\text{C. } m = \frac{6}{5}$$

$$\text{D. } m = \frac{5}{6}$$

Câu 88: Cho tam giác ABC có G là trọng tâm. Gọi H là chân đường cao của tam giác ABC hạ từ đỉnh A . Biết rằng $\overrightarrow{BH} = \frac{1}{3}\overrightarrow{HC}$. Gọi M là điểm di động trên đường thẳng BC sao cho $\overrightarrow{BM} = x\overrightarrow{BC}$. Tìm x sao cho độ dài vectơ $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{GC}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

$$\text{A. } x = \frac{4}{5}$$

$$\text{B. } x = \frac{5}{6}$$

$$\text{C. } x = \frac{6}{5}$$

$$\text{D. } x = \frac{5}{4}$$

Câu 89: Cho tam giác ABC đều cạnh a . Lấy M, N, P theo thứ tự nằm trên ba đoạn thẳng BC, CA, AB sao cho $BM = 2MC, AC = 3AN, AP = x, x > 0$. Đường thẳng AM vuông góc với đường thẳng NP khi và chỉ khi

$$\text{A. } x = \frac{5a}{12}.$$

$$\text{B. } x = \frac{a}{2}.$$

$$\text{C. } x = \frac{4a}{5}.$$

$$\text{D. } x = \frac{7a}{12}.$$

Câu 90: Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = a, BC = 2a$ và G là trọng tâm. Khẳng định nào sau đây đúng?

$$\text{A. } \overrightarrow{GA} \cdot \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GB} \cdot \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GC} \cdot \overrightarrow{GA} = -\frac{a^2}{3}.$$

$$\text{B. } \overrightarrow{GA} \cdot \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GB} \cdot \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GC} \cdot \overrightarrow{GA} = -\frac{2a^2}{3}.$$

$$\text{C. } \overrightarrow{GA} \cdot \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GB} \cdot \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GC} \cdot \overrightarrow{GA} = -\frac{4a^2}{3}.$$

$$\text{D. } \overrightarrow{GA} \cdot \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GB} \cdot \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GC} \cdot \overrightarrow{GA} = -\frac{5a^2}{3}.$$

Câu 91: Cho ba điểm O, A, B không thẳng hàng. Điều kiện cần và đủ để $(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}) \cdot \overrightarrow{AB} = 0$ là

A. tam giác OAB đều.

B. tam giác OAB cân tại O .

C. tam giác OAB vuông tại O .

D. tam giác OAB vuông cân tại O .

Câu 92: Cho $\triangle ABC$ có trọng tâm G và I là trung điểm của đoạn BC . Tập hợp tất cả các điểm M thỏa mãn $2|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = 3|\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}|$ là:

A. đường trung trực của đoạn GI

B. đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$.

C. đường trung trực của đoạn AG

D. đường trung trực của đoạn AI .

Câu 93: Cho $\triangle ABC$. Tập hợp tất cả các điểm M thỏa mãn: $|\overrightarrow{2MA} + \overrightarrow{3MB} + \overrightarrow{4MC}| = |\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MA}|$ là

A. Đường tròn có bán kính bằng $\frac{AB}{3}$.

B. Đường tròn có bán kính bằng $\frac{AB}{4}$.

C. Đường tròn có bán kính bằng $\frac{AB}{9}$.

D. Đường tròn có bán kính bằng $\frac{AB}{2}$.

- Câu 94:** Cho ba điểm A, B, C phân biệt. Tập hợp tất cả các điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{CM} \cdot \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB}$ là
- A. Đường tròn đường kính AB .
 B. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với BC .
 C. Đường thẳng đi qua B và vuông góc với AC .
 D. Đường thẳng đi qua C và vuông góc với AB .
- Câu 95:** Cho tam giác ABC đều có cạnh bằng a . Tập hợp tất cả các điểm M thỏa mãn đẳng thức $4MA^2 + MB^2 + MC^2 = \frac{5a^2}{2}$ là một đường tròn có bán kính bằng
- A. $R = \frac{a}{\sqrt{3}}$. B. $R = \frac{a}{4}$. C. $R = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. D. $R = \frac{a}{\sqrt{6}}$.
- Câu 96:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai vector $\vec{a} = (4; -m), \vec{b} = (2m + 6; 1)$. Tập tất cả các giá trị thực của m để hai vector \vec{a} và \vec{b} cùng phương là
- A. $\{-1; 1\}$ B. $\{-1; 2\}$ C. $\{-2; -1\}$ D. $\{-2; 1\}$
- Câu 97:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(-1; 1), B(1; 3), C(5; 2)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho $ABCD$ là hình bình hành.
- A. $(3; 0)$. B. $(5; 0)$. C. $(7; 0)$. D. $(5; -2)$.
- Câu 98:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(2; -3), B(3; 4)$. Tìm tọa độ điểm M trên trục Ox sao cho ba điểm A, B, M thẳng hàng.
- A. $M(1; 0)$ B. $M(4; 0)$ C. $M\left(-\frac{5}{3}; 0\right)$ D. $M\left(\frac{17}{7}; 0\right)$
- Câu 99:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(2; -3), B(4; 7)$. Tọa độ trung điểm I của AB là
- A. $(3; 2)$. B. $(2; 10)$. C. $(6; 4)$. D. $(8; -21)$.
- Câu 100:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(2; -3), B(4; 7), C(1; 5)$. Tọa độ trọng tâm G của ΔABC là
- A. $(7; 15)$. B. $\left(\frac{7}{3}; 5\right)$. C. $(7; 9)$. D. $\left(\frac{7}{3}; 3\right)$.
- Câu 101:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC . Biết trung điểm của các cạnh BC, CA, AB lần lượt là $M(1; -1), N(3; 2), P(0; -5)$. Khi đó tọa độ của điểm A là
- A. $(2; -2)$. B. $(5; 1)$. C. $(\sqrt{5}; 0)$. D. $(2; \sqrt{2})$.
- Câu 102:** Trong mặt phẳng Oxy cho $\vec{a} = (1; 3), \vec{b} = (-2; 1)$. Tích vô hướng của 2 vector \vec{a}, \vec{b} bằng
- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.
- Câu 103:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho ba điểm $A(3; -1), B(2; 10), C(4; -2)$. Tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ bằng
- A. 40. B. -12. C. 26. D. -26.

Câu 104: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai vectơ $\vec{a} = (1; -2)$, $\vec{b} = (-1; -3)$. Góc giữa hai vectơ \vec{a} và \vec{b} có số đo bằng

- A. 45° . B. 60° . C. 30° . D. 135° .

Câu 105: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $M = (1; -2)$ và $N = (-3; 4)$. Độ dài đoạn thẳng MN bằng

- A. 4. B. 6. C. $3\sqrt{6}$. D. $2\sqrt{13}$.

Câu 106: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(2, 2)$, $B(5, -2)$. Tìm tất cả các điểm M trên trục Ox sao cho $\widehat{AMB} = 90^\circ$.

- A. $M(-6, 0)$. B. $M(6, 0)$. C. $M(1, 0)$ hay $M(6, 0)$. D. $M(-1, 0)$.

Câu 107: Trong hệ tọa độ Oxy , cho $A(1; 3), B(4; 0)$. Tọa độ điểm M thỏa mãn $\vec{MA} + \vec{MB} - 3\vec{MC} = \vec{0}$ là

- A. $M(1; 18)$. B. $M(-1; 18)$. C. $M(-18; 1)$. D. $M(1; -18)$.

Câu 108: Trong mặt phẳng Oxy , cho các điểm $A(4; 2), B(-2; 1), C(0; 3), M(-3; 7)$. Giả sử $\vec{AM} = x\vec{AB} + y\vec{AC}$ ($x, y \in \mathbb{R}$). Khi đó $x + y$ bằng

- A. $\frac{12}{5}$. B. 5. C. $-\frac{12}{5}$. D. -5.

Câu 109: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai vectơ $\vec{a} = (-3; 2)$ và $\vec{b} = (-1; -7)$. Tọa độ vectơ \vec{c} thỏa mãn $\vec{c} \cdot \vec{a} = 9$ và $\vec{c} \cdot \vec{b} = -20$ là

- A. $\vec{c} = (-1; -3)$ B. $\vec{c} = (-1; 3)$ C. $\vec{c} = (1; -3)$ D. $\vec{c} = (1; 3)$

Câu 110: Có hai lực \vec{F}_1, \vec{F}_2 cùng tác động vào một vật tại điểm O , biết hai lực \vec{F}_1, \vec{F}_2 đều có cường độ là 50 (N) và hợp với nhau một góc 60° . Vật đó phải chịu một lực tổng hợp có cường độ bằng

- A. 100 (N). B. $50\sqrt{3}$ (N). C. $100\sqrt{3}$ (N). D. 75 (N).

III. Bài tập tự luận

Câu 111: Cho tam giác ABC . Gọi M, N, P theo thứ tự là trung điểm của các đoạn thẳng BC, CA, AB . Chứng minh rằng:

- a) $\vec{BM} + \vec{CN} + \vec{AP} = \vec{0}$.
b) $\vec{AP} + \vec{AN} - \vec{AC} + \vec{BM} = \vec{0}$.
c) $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = \vec{OM} + \vec{ON} + \vec{OP}$ với O là điểm bất kì trong mặt phẳng.

Câu 112: Cho ΔABC . Gọi I, J là hai điểm thỏa mãn $\vec{IA} = 2\vec{IB}, 3\vec{JA} + 2\vec{JB} = \vec{0}$.

- a) Biểu diễn vectơ \vec{IJ} theo hai vectơ \vec{AB} và \vec{AC} .
b) Chứng minh rằng đường thẳng IJ đi qua trọng tâm G của tam giác ΔABC .

Câu 113: Cho tam giác ABC với cạnh $AB = c, BC = a, CA = b$.

a) Gọi CM là đường phân giác trong của góc C . Biểu diễn vectơ \overrightarrow{CM} theo các vectơ \overrightarrow{CA} và \overrightarrow{CB} .

b) Gọi I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC . Chứng minh rằng $a\overrightarrow{IA} + b\overrightarrow{IB} + c\overrightarrow{IC} = \vec{0}$.

Câu 114: Cho tam giác ABC . Các điểm M, N, P lần lượt thuộc các đoạn thẳng AB, BC, CA sao cho $\overrightarrow{MA} = m\overrightarrow{MB}$, $\overrightarrow{NB} = n\overrightarrow{NC}$, $\overrightarrow{PC} = p\overrightarrow{PA}$ (m, n, p đều khác 1). Chứng minh rằng:

a) M, N, P thẳng hàng khi và chỉ khi $mnp = 1$ (định lý Mê-nê-la-uyt).

b) AN, CM, BP đồng quy hoặc song song khi và chỉ khi $mnp = -1$ (định lý Xê-va).

Câu 115: Cho hình thang $ABCD$ có đáy lớn $BC = 3a$, đáy nhỏ $AD = a$, đường cao $AB = 2a$

a) Tính các tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}$; $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BD}$; $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD}$.

b) Gọi I là trung điểm của CD . Hãy tính góc giữa AI và BD .

Câu 116: Cho tam giác ABC có $AB = 2a$, $BC = a\sqrt{7}$, $AC = 3a$. Gọi M trung điểm của AB, N thuộc AC sao cho $AN = 2NC$ và D thuộc MN sao cho $2DM = DN$

a) Tìm x, y sao cho $\overrightarrow{AD} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$.

b) Tính $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ và độ dài đoạn AD theo a .

Câu 117: Cho tam giác ABC , biết $AB = c, BC = a, AC = b$ và trọng tâm G .

a) Chứng minh rằng: $GA^2 + GB^2 + GC^2 = \frac{1}{3}(a^2 + b^2 + c^2)$ (Hệ thức Lép - nit).

b) Chứng minh rằng: với điểm M bất kỳ ta luôn có:

$$MG^2 = \frac{1}{3}(MA^2 + MB^2 + MC^2) - \frac{1}{9}(AB^2 + BC^2 + CA^2)$$

Câu 118: Cho tam giác ABC . Tìm tập hợp các điểm M thỏa mãn điều kiện sau:

a) $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC}$

b) $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = k(\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC})$, với k là số thực thay đổi khác 0.

c) $\overrightarrow{MB}(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}) = 0$

Câu 119: Cho tam giác ABC có $A(4;1), B(2;4), C(2;-2)$.

a) Tính chu vi của tam giác ABC .

b) Xác định tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

c) Xác định tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC .

d) Xác định tọa độ trực tâm H của tam giác ABC .

e) Xác định tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

f) Tính số đo của các góc trong tam giác ABC .

g) Tìm tọa độ điểm M thuộc đoạn BC sao cho $BM = 2MC$.

h) Tìm tọa độ điểm K thuộc trục Oy sao cho $|2\overrightarrow{KA} + \overrightarrow{KB} - \overrightarrow{KC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

PHỤ LỤC: MỘT SỐ ĐỀ ÔN TẬP

ĐỀ SỐ 1:

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (28 câu - 7.0 điểm)

Câu 1: Phát biểu nào sau đây **không** là mệnh đề?

- A. $3 > 2$.
- B. 5 là số nguyên tố.
- C. Có bao nhiêu số nguyên dương nhỏ hơn 10 và chia hết cho 5?
- D. Hình bình hành có một góc vuông là hình chữ nhật.

Câu 2: Giá trị $\cos 150^\circ$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.
- B. $-\frac{1}{2}$.
- C. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$.
- D. $\cos 30^\circ$.

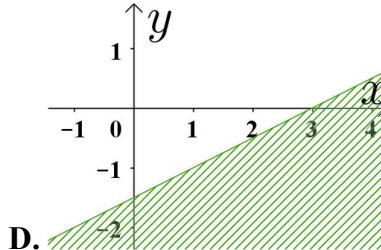
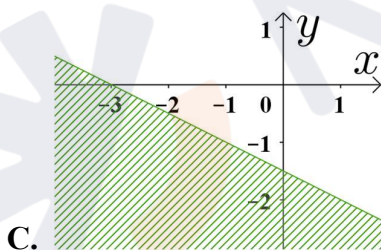
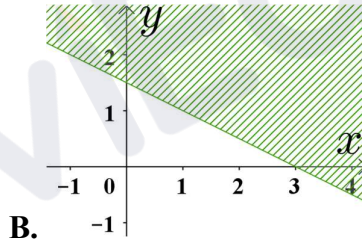
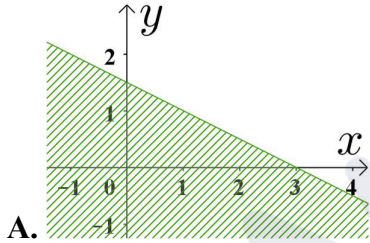
Câu 3: Điểm $O(0;0)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình nào sau đây?

- A. $\begin{cases} x+3y-6 > 0 \\ 2x+y+4 > 0 \end{cases}$
- B. $\begin{cases} x+3y-6 > 0 \\ 2x+y+4 < 0 \end{cases}$
- C. $\begin{cases} x+3y-6 < 0 \\ 2x+y+4 > 0 \end{cases}$
- D. $\begin{cases} x+3y-6 < 0 \\ 2x+y+4 < 0 \end{cases}$

Câu 4: Cho mệnh đề chứa biến $P(n)$: " $n^2 + 1$ chia hết cho 5". Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $P(4)$.
- B. $P(2)$.
- C. $P(3)$.
- D. $P(7)$.

Câu 5: Miền nghiệm của bất phương trình $x + 2y \leq 3$ là nửa mặt phẳng không gạch chéo (kể cả bờ) trong hình vẽ của hình nào, trong các hình vẽ dưới đây?



Câu 6: Cặp số $(1; -1)$ là nghiệm của bất phương trình nào sau đây?

- A. $x + y - 3 > 0$.
- B. $-x - y < 0$.
- C. $x + 3y + 1 < 0$.
- D. $-x - 3y - 1 < 0$.

Câu 7: Cho tam giác ABC có $AB = c, AC = b$. Công thức tính diện tích của tam giác ABC là

- A. $bc \cos A$.
- B. $bc \sin A$.
- C. $\frac{1}{2}bc \cos A$.
- D. $\frac{1}{2}bc \sin A$.

Câu 8: Xét mệnh đề P : "Có ít nhất một số thực x thỏa mãn bình phương của nó là một số không dương". Mệnh đề phủ định của mệnh đề P là

- A. " $\exists x \in \mathbb{R} : x^2 > 0$ ".
- B. " $\exists x \in \mathbb{R} : x^2 \leq 0$ ".
- C. " $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 \leq 0$ ".
- D. " $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 > 0$ ".

Câu 9: Cho tam giác ABC có $\hat{B} = 60^\circ, \hat{C} = 45^\circ, AB = 5$. Độ dài cạnh AC bằng

- A. $5\sqrt{3}$.
- B. 10.
- C. $\frac{5\sqrt{6}}{2}$.
- D. $5\sqrt{2}$.

Câu 10: Số phần tử của tập hợp $A = \{x \in \mathbb{R} \mid 4x^2 - 4x + 1 = 0\}$ là

- A. 1. B. 2. C. $\frac{1}{2}$. D. 0.

Câu 11: Cho hai tập hợp $A = [-5; 3)$ và $B = (-1; 4]$. Xác định tập hợp $A \cap B$.

- A. $A \cap B = [-5; 4]$. B. $A \cap B = [-5; -1)$. C. $A \cap B = (-1; 3)$. D. $A \cap B = (3; 4]$.

Câu 12: Cho tam giác ABC có $AC = 3\sqrt{3}$, $AB = 3$, $BC = 6$. Tính số đo góc B .

- A. 60° . B. 45° . C. 30° . D. 120° .

Câu 13: Trong các đẳng thức sau đây, đẳng thức nào đúng?

- A. $\sin(180^\circ - \alpha) = -\sin \alpha$. B. $\cos(180^\circ - \alpha) = \cos \alpha$.
C. $\tan(180^\circ - \alpha) = \tan \alpha$. D. $\cot(180^\circ - \alpha) = -\cot \alpha$.

Câu 14: Trong các bất phương trình sau đây, bất phương trình nào là bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

- A. $2x - y < 3$. B. $x - 2y^2 \leq 1$. C. $x^2 - y > 0$. D. $x^2 - 2y^3 > 3$.

Câu 15: Giá trị của $\cos 30^\circ + \sin 60^\circ$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. C. $\sqrt{3}$. D. 1.

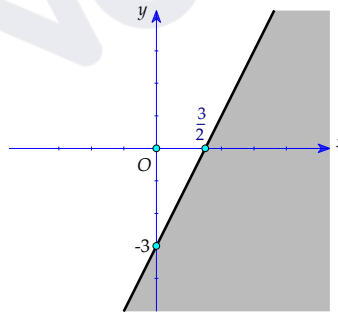
Câu 16: Cho 2 tập hợp: $X = \{1; 3; 5; 8\}$; $Y = \{3; 5; 7; 9\}$. Tập hợp $X \cup Y$ bằng tập hợp nào sau đây?

- A. $\{3; 5\}$. B. $\{1; 3; 5; 7; 8; 9\}$. C. $\{1; 7; 9\}$. D. $\{1; 3; 5\}$.

Câu 17: Giá trị của biểu thức $A = \tan 5^\circ \cdot \tan 10^\circ \cdot \tan 15^\circ \dots \tan 80^\circ \cdot \tan 85^\circ$ bằng

- A. 2. B. 1. C. 0. D. -1.

Câu 18: Trong mặt phẳng Oxy , phần nửa mặt phẳng không tô đậm (không kể bờ) trong hình vẽ là miền nghiệm của bất phương trình nào dưới đây?



- A. $2x - y > 3$. B. $2x - y < 3$. C. $x - 2y > 3$. D. $x - 2y < 3$.

Câu 19: Trong các tập hợp sau, tập hợp nào là tập hợp rỗng?

- A. $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| < 1\}$. B. $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid 6x^2 - 7x + 1 = 0\}$.
C. $C = \{x \in \mathbb{Q} \mid x^2 - 4x + 2 = 0\}$. D. $D = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 4x + 3 = 0\}$.

Câu 20: Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} x + y - 3 \leq 0 \\ 2x - 3y + 6 > 0 \end{cases}$. Trong các điểm sau, điểm nào **không** thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình trên?

- A. $O(0; 0)$. B. $P(-6; 0)$. C. $N(-1; 1)$. D. $M(1; 1)$.

Câu 21: Tính diện tích tam giác có ba cạnh lần lượt là 5, 12, 13.

- A. 60. B. 30. C. 34. D. $7\sqrt{5}$.

Câu 22: Cho biết $\cos \alpha = -\frac{2}{3}$. Tính giá trị của biểu thức $E = \frac{\cot \alpha + 3 \tan \alpha}{2 \cot \alpha + \tan \alpha}$.

- A. $E = -\frac{19}{13}$. B. $E = \frac{19}{13}$. C. $E = \frac{25}{13}$. D. $E = -\frac{25}{13}$.

Câu 23: Cho A là tập hợp các hình thoi, B là tập hợp các hình chữ nhật và C là tập hợp các hình vuông. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $A \cap B = C$. B. $A \cup B = C$. C. $A \setminus B = C$. D. $B \setminus A = C$.

Câu 24: Cho các tập hợp $M = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ là bội của } 2\}$; $N = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ là bội của } 6\}$; $P = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ là ước của } 2\}$; $Q = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ là ước của } 6\}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

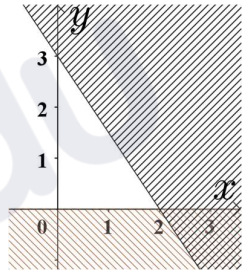
- A. $M \subset N$. B. $Q \subset P$. C. $M \cap N = N$. D. $P \cap Q = Q$.

Câu 25: Cho tam giác ABC . Gọi m_a, m_b, m_c tương ứng là độ dài các đường trung tuyến kẻ từ các đỉnh A, B, C . Biết $5m_a^2 = m_b^2 + m_c^2$, mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

- A. $\triangle ABC$ có ba góc nhọn. B. $\triangle ABC$ là tam giác vuông.
C. $\triangle ABC$ có một góc tù. D. $\triangle ABC$ là tam giác đều.

Câu 26: Phần mặt phẳng không bị gạch chéo trong hình vẽ là miền nghiệm của hệ bất phương trình nào trong bốn hệ sau đây?

- A. $\begin{cases} y > 0 \\ 3x + 2y < 6 \end{cases}$. B. $\begin{cases} y > 0 \\ 3x + 2y < -6 \end{cases}$.
C. $\begin{cases} x > 0 \\ 3x + 2y < 6 \end{cases}$. D. $\begin{cases} x > 0 \\ 3x + 2y > -6 \end{cases}$.



Câu 27: Cho $\triangle ABC$ có $\hat{A} = 45^\circ$, $\hat{B} = 75^\circ$. Tính tỉ số $\frac{AB}{BC}$.

- A. $\frac{\sqrt{6}}{2}$. B. $\frac{1 + \sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{6} + 3\sqrt{2}}{6}$. D. $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

Câu 28: Cho hai tập hợp $A = \{0; 2\}$ và $B = \{0; 1; 2; 3; 4\}$. Có tất cả bao nhiêu tập hợp X thỏa mãn $A \cup X = B$?

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 5.

II. PHẦN TỰ LUẬN (03 câu – 3.0 điểm)

Câu 29: (1.0 điểm).

a) Cho hai tập hợp $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid (2x - 1)(x^2 - 4) = 0\}$ và $B = \{x \in \mathbb{N} \mid |x| \leq 3\}$. Xác định tập hợp $A \cup B$.

b) Cho hai tập hợp $M = (0; 3)$ và $N = [m; m + 1)$. Tìm m để $M \cap N = N$.

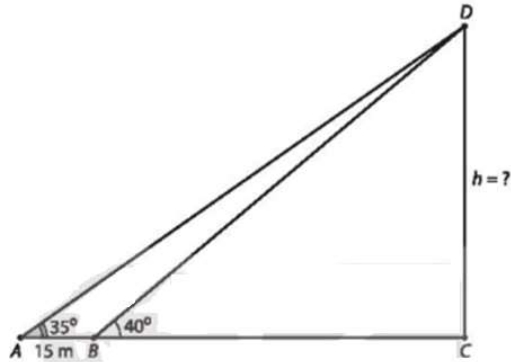
Câu 30: (1.0 điểm).

a) Cho $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ với $90^\circ < \alpha < 180^\circ$. Tính giá trị biểu thức $P = 2 \tan \alpha + \cos \alpha$.

b) Một gia đình cần ít nhất 900 đơn vị protein và 400 đơn vị lipid trong thức ăn mỗi ngày. Mỗi kg thịt bò chứa 800 đơn vị protein và 200 đơn vị lipid. Mỗi kg thịt lợn chứa 600 đơn vị protein và 400 đơn vị lipid. Biết rằng gia đình này chỉ mua nhiều nhất 1,6 kg thịt bò và 1,1 kg thịt lợn, giá tiền mỗi kg thịt bò là 250.000 đồng, giá tiền mỗi kg thịt lợn là 85.000 đồng. Hỏi chi phí ít nhất để mua thịt mỗi ngày của gia đình đó là bao nhiêu?

Câu 31: (1.0 điểm).

Để đo chiều cao của một tòa nhà, người ta chọn hai điểm A và B thẳng hàng với chân C của tòa nhà, cách nhau 15 m. Sử dụng giác kế, từ A và B tương ứng nhìn thấy đỉnh D của tòa nhà dưới các góc 35° và 40° so với phương nằm ngang. Hỏi chiều cao của tòa nhà đo được là bao nhiêu mét?



 NaviEdu

Câu 14. Cho tam giác ABC có các cạnh $AB = 2, BC = 3, CA = 4$. Tính độ dài đường trung tuyến MA với M là trung điểm của BC .

- A. $\frac{\sqrt{31}}{4}$. B. $\sqrt{\frac{23}{2}}$. C. $\frac{\sqrt{31}}{2}$. D. $\sqrt{\frac{5}{2}}$.

Câu 15. Cho tam giác ABC có $AB = 10, AC = 12, \widehat{BAC} = 150^\circ$. Diện tích của tam giác ABC bằng

A. 60. B. 30. C. $60\sqrt{3}$. D. $30\sqrt{3}$.

Câu 16. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào là mệnh đề đúng?

- A. Tổng của hai số tự nhiên là một số chẵn khi và chỉ khi cả hai số đều là số chẵn.
 B. Tích của hai số tự nhiên là một số chẵn khi và chỉ khi cả hai số đều là số chẵn.
 C. Tổng của hai số tự nhiên là một số lẻ khi và chỉ khi cả hai số đều là số lẻ.
 D. Tích của hai số tự nhiên là một số lẻ khi và chỉ khi cả hai số đều là số lẻ.

Câu 17. Cho mệnh đề P: “ $\exists n \in \mathbb{N}, n+2$ chia hết cho n ”. Mệnh đề phủ định của mệnh đề P là

- A. \bar{P} : “ $\forall n \in \mathbb{N}, n+2$ chia hết cho n ”. B. \bar{P} : “ $\exists n \in \mathbb{N}, n+2$ không chia hết cho n ”.
 C. \bar{P} : “ $\exists n \in \mathbb{N}, n+2$ chia hết cho n ”. D. \bar{P} : “ $\forall n \in \mathbb{N}, n+2$ không chia hết cho n ”.

Câu 18. Cho hai tập hợp $A = \{2; 4; 6; 9\}$ và $B = \{1; 2; 3; 4\}$. Tập hợp $A \setminus B$ là

- A. $\{1; 2; 3; 4; 6; 9\}$. B. $\{2; 4; 6; 9\}$. C. $\{6; 9\}$. D. $\{2; 4\}$.

Câu 19. Cho tập hợp $A = \{1; 2\}, B = \{1; 2; 3; 4; 5\}$. Có tất cả bao nhiêu tập X thỏa mãn $A \subset X \subset B$?

- A. 5. B. 6. C. 7. D. 8.

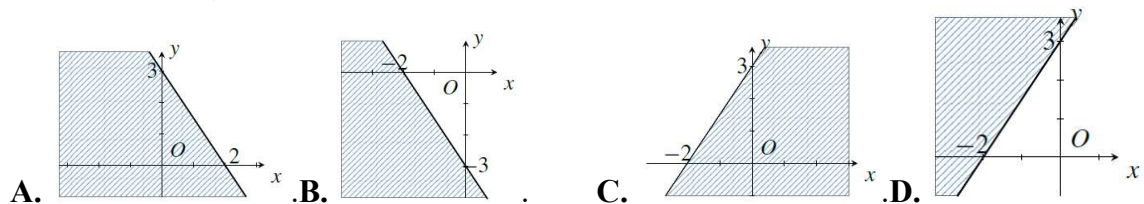
Câu 20: Cho các tập hợp $A = (-4; 2), B = [-1; 5)$. Biểu diễn trên trục số của tập hợp $\mathbb{R} \setminus (A \cap B)$ là hình nào dưới đây?



Câu 21: Lớp 10A có 20 học sinh học giỏi môn Toán, 15 học giỏi môn Ngữ văn, trong đó có 10 học sinh học giỏi cả hai môn Toán và Ngữ văn. Hỏi lớp 10A có bao nhiêu học sinh được khen thưởng, biết rằng muốn được khen thưởng thì bạn đó phải là học sinh giỏi Toán hoặc giỏi Ngữ văn.

- A. 30. B. 35. C. 25. D. 20.

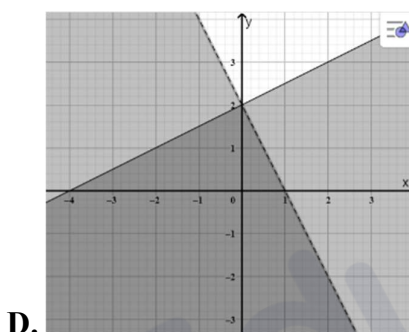
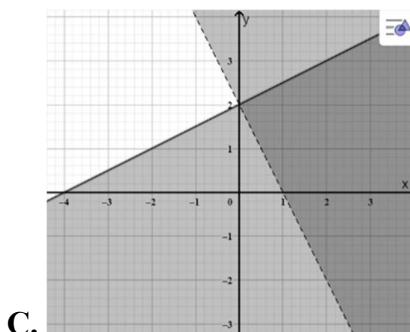
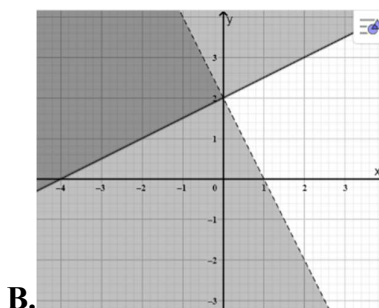
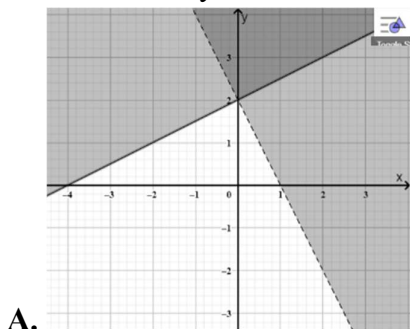
Câu 22. Miền nghiệm của bất phương trình $3x - 2y < -6$ (phần không bị gạch) được biểu diễn bởi hình nào sau đây?



Câu 23. Miền nghiệm của bất phương trình $2x - 5y + 4 \leq 3(x - y)$ là nửa mặt phẳng chứa điểm nào trong các điểm sau?

- A. $(0; 2)$. B. $(1; 1)$. C. $(1; -2)$. D. $(6; -3)$.

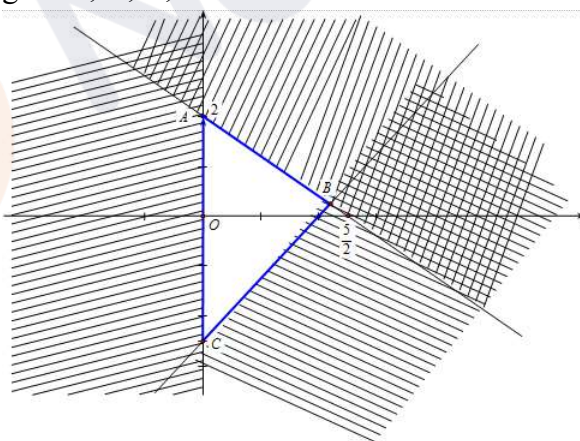
Câu 24. Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x-2y+4 \geq 0 \\ 2x+y-2 < 0 \end{cases}$ là phần không tô đậm trong hình vẽ nào dưới đây?



Câu 25. Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x > 0 \\ x+y \leq 2 \\ x-y > 1 \end{cases}$ chứa điểm nào sau đây?

- A.** $A(1;-1)$. **B.** $B(1;2)$. **C.** $C(0;2)$. **D.** $D(3;1)$.

Câu 26. Miền tam giác ABC kẻ cả ba cạnh sau đây là miền nghiệm của hệ bất phương trình nào trong các phương án A, B, C, D ?



- A.** $\begin{cases} x \geq 0 \\ 4x-5y \leq 10 \\ 5x+4y \leq 10 \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x \geq 0 \\ 5x-4y \leq 10 \\ 4x+5y \leq 10 \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x > 0 \\ 5x-4y \leq 10 \\ 4x+5y \leq 10 \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} y \geq 0 \\ 5x-4y \geq 10 \\ 5x+4y \leq 10 \end{cases}$

Câu 27. Cho tam giác ABC có $AB=3$, $AC=4$, $BC=5$. Bán kính đường tròn nội tiếp của tam giác ABC bằng

- A.** 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 28. Cho tam giác ABC có $a=3, b=5, c=6$. Độ dài đường trung tuyến m_c bằng

- A.** $\sqrt{2}$. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** 3. **D.** $\sqrt{10}$.

II. PHẦN TỰ LUẬN (03 câu - 3.0 điểm)

Câu 29. Cho các tập hợp sau: $A = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid \frac{2x+1}{x-2} > 0 \right\}$ và $B = \{ x \in \mathbb{R} \mid x^2 - x - 6 \leq 0 \}$. Xác định các tập

hợp sau: $A \cap B$, $A \cup B$, $A \setminus B$, $C_{\mathbb{R}}A$.

Câu 30. Một xí nghiệp sản xuất hai loại sản phẩm, ký hiệu là I và II. Mỗi tấn sản phẩm I lãi 2 triệu đồng, mỗi tấn sản phẩm II lãi 1,6 triệu đồng. Để sản xuất 1 tấn sản phẩm I, thì phải dùng máy M_1 trong 3 giờ và máy M_2 trong 1 giờ. Để sản xuất sản phẩm II, thì phải dùng máy M_1 trong 1 giờ và máy M_2 trong 1 giờ. Biết rằng, một máy không thể sản xuất đồng thời 2 loại sản phẩm; máy M_1 làm việc không quá 6 giờ trong một ngày, máy M_2 làm việc không quá 4 giờ trong một ngày. Hãy đặt kế hoạch sản xuất cho xí nghiệp sao cho tổng số tiền lãi cao nhất.

Câu 31. Cho tam giác ABC có $AB = c$, $BC = a$, $CA = b$. Gọi M là điểm nằm trên đoạn BC sao cho $MC = 2MB$ và I là trung điểm của AM . Biết $IB \perp IC$. Chứng minh rằng $6b^2 + 3c^2 = 11a^2$.

----- HẾT -----