

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
BÌNH PHƯỚC

ĐỀ THI CHÍNH THỨC
(Đề thi có 01 trang, gồm 3 câu)

KỶ THI LẬP ĐỘI TUYỂN
CHỌN HỌC SINH GIỎI DỰ THI
CẤP QUỐC GIA THPT NĂM HỌC 2024-2025

Môn thi: Toán
Thời gian: 180 phút (không kể thời gian giao đề)
Ngày thi thứ hai: 17/9/2024

Câu 5. (6.0 điểm)

a) Cho đa thức $P(x)$ hệ số thực, bậc 6 và $P(k) + P(-k) = \frac{100}{k^2 + 1}$ với mọi $k \in \{0; 1; 2; 3\}$. Tính giá trị của $T = P(\sqrt{2}) + P(-\sqrt{2})$.

b) Xét đa thức $P(x)$ hệ số thực có bậc 2024, hỏi phương trình $P(x) = 2^x$ có tối đa mấy nghiệm thực phân biệt?

Câu 6. (7.0 điểm) Với k nguyên dương, xét dãy số (u_n) thỏa mãn $u_0 = 4, u_1 = 9, u_2 = k + 18$ và

$$u_{n+3} = ku_{n+2} - 14u_{n+1} + 8u_n \text{ với mọi } n \geq 0.$$

a) Tìm tất cả các số k nguyên dương sao cho u_n là số chính phương với mọi $n \geq 0$.

b) Với mỗi số k tìm được ở trên, xác định số lượng các số nguyên dương n là ước của 2025^{2024} và cũng thỏa mãn $n^2 \mid u_n$.

Câu 7. (7.0 điểm) Cho BC là dây cung cố định khác đường kính của đường tròn $(O; R)$ và điểm A thay đổi trên (O) sao cho tam giác ABC nhọn, không cân. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng BC, CA, AB . Ký hiệu (ω_A) là đường tròn đi qua A, O và tiếp xúc với OM . Định nghĩa tương tự với các đường tròn $(\omega_B), (\omega_C)$.

a) Chứng minh rằng các đường tròn $(\omega_A), (\omega_B)$ và (ω_C) có một điểm chung X khác O . Từ đó chỉ ra rằng nếu $\widehat{BAC} \neq 60^\circ$ thì X sẽ di chuyển trên một đường tròn cố định khi A di động.

b) Giả sử (ω_A) cắt lại AB, AC theo thứ tự ở các điểm E, F . Đường thẳng EF cắt NP ở K và gọi I là trung điểm của EF . Chứng minh rằng đoạn thẳng IK luôn có độ dài không đổi và I luôn thuộc một đường thẳng cố định khi A di động.

----- HẾT -----

- Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay.
- Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.