

(Đề thi có 01 trang, gồm 04 bài)

(Thời gian làm bài 180 phút, không kể thời gian phát đề)

**Bài 1 (5.0 điểm).** Cho dãy số  $(u_n)$  xác định như sau:  $u_1 = 3, u_{n+1} = \frac{3u_n + 4}{u_n + 3} \forall n \in \mathbb{N}^*$ .

Tìm  $\lim u_n$  và  $\lim(5^n(u_n - 2))$ .

**Bài 2 (5.0 điểm).** Cho các số thực  $a_1, a_2, \dots, a_{2024}$  thỏa mãn  $a_1 + a_2 + \dots + a_{2024} = 0$ .

Đặt  $m = \min\{a_1, a_2, \dots, a_{2024}\}$  và  $M = \max\{a_1, a_2, \dots, a_{2024}\}$ . Chứng minh

$$\frac{a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_{2024}^2}{2024} \leq -mM$$

**Bài 3 (5.0 điểm).** Cho tam giác  $ABC$  nhọn ( $AB < AC$ ); các đường cao  $AD, BE$  cắt nhau tại  $H$ .

Gọi  $F$  là điểm đối xứng với  $B$  qua  $D$  và  $G$  là điểm đối xứng với  $B$  qua  $E$ .

a) Chứng minh năm điểm  $A, C, F, G, H$  cùng thuộc một đường tròn.

b) Đường thẳng  $FG$  cắt  $AC, AH, CH$  lần lượt tại  $I, J, K$ . Trên tia đối của tia  $JF$  lấy điểm  $M$  sao cho  $JM = IG$ . Kẻ  $JN$  song song với  $AB$  ( $N \in BC$ );  $P$  đối xứng với  $N$  qua  $D$ . Chứng minh bốn điểm  $C, K, M, P$  cùng thuộc một đường tròn.

**Bài 4 (5.0 điểm).** Trên một bảng vuông  $99 \times 99$ , bạn A điền các số tự nhiên vào các ô vuông đơn vị. Mỗi lượt điền một trong các số từ 1 đến  $99^2$  vào một ô vuông còn trống một cách ngẫu nhiên (mỗi lượt điền một số khác các số đã điền trước đó). Sau mỗi lượt điền số, nếu hàng chứa ô được điền có tổng các số chia hết cho 99 thì bạn A được nhận 1 điểm, nếu cột chứa ô được điền có tổng các số chia hết cho 99 thì bạn A được nhận thêm 1 điểm nữa. Sau khi điền tất cả  $99^2$  ô vuông đơn vị, tổng số điểm bạn A nhận được tối đa là bao nhiêu?

----- HẾT -----

(Thí sinh không sử dụng tài liệu, cán bộ coi thi không giải thích gì thêm)

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....

Cán bộ coi thi số 1: ..... Cán bộ coi thi số 2: .....