

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn kiểm tra: Toán
Ngày thi: 24/09/2024
Thời gian làm bài: 120 phút
(Không tính thời gian phát đề)

Câu 1. (5,0 điểm)

1. Cho biểu thức $A = \frac{x}{x-3} + \frac{3}{x+3} - \frac{5x+3}{x^2-9}$ với $x \neq \pm 3$.

a) Rút gọn biểu thức A ;

b) Tìm tất cả các giá trị của x để biểu thức $\frac{A}{x+3}$ nhận giá trị nguyên không vượt quá 2.

2. Cho các số thực a, b, c khác 0 thỏa mãn đồng thời các điều kiện $a^7 + b^5 = 2c^3$,

$$b^7 + c^5 = 2a^3, c^7 + a^5 = 2b^3. \text{ Tính giá trị của biểu thức: } P = \frac{1}{a^{2024}} + \frac{1}{b^{2024}} + \frac{1}{c^{2024}}.$$

Câu 2. (4,0 điểm)

1. Giải phương trình sau: $\left(\frac{x}{x+2}\right)^2 = 3x^2 + 10x + 5$.

2. Cho a, b là các số nguyên dương lớn hơn 1, $a < b$ thỏa mãn $b-1$ chia hết cho $a-1$.

Gọi c là ước chung lớn nhất của a và b . Chứng minh rằng $c < \frac{b-1}{a-1}$.

Câu 3. (4,0 điểm)

1. Cho ba số tự nhiên a, b, c thỏa mãn $a-b$ là số nguyên tố và $21c^2 = ab + 2c(a+b)$.

Chứng minh rằng: $20c+1$ là số chính phương.

2. Với các số thực thỏa mãn $1 \leq a, b, c \leq 3$ và $a+b+c=5$.

a) Tìm giá trị nhỏ nhất của $A = ab + bc + ca$;

b) Tìm giá trị lớn nhất của $B = \frac{a}{b^2+3} + \frac{b}{c^2+3} + \frac{c}{a^2+3}$.

Câu 4. (6,0 điểm) Cho hình thang $ABCD$, $AB \parallel CD$. AC cắt BD tại O . Giả sử các tam giác AOD và BOC nhọn. Kẻ $DF \perp AC$ tại F ; $CE \perp BD$ tại E .

1. Chứng minh rằng $OF \cdot OA = OE \cdot OB$;

2. Kẻ $AX \perp BD$ tại X ; $BY \perp AC$ tại Y . Chứng minh rằng $XY \parallel EF$;

3. Gọi H, K là trực tâm của tam giác AOD và tam giác BOC . M là trung điểm của HK . Chứng minh rằng: $OM \perp DC$.

Câu 5. (1,0 điểm)

1. Chứng minh rằng tồn tại 4 điểm trong mặt phẳng sao cho trong tất cả các tam giác tạo thành từ các điểm này có đúng 4 tam giác cân.

2. Chứng minh rằng tồn tại 5 điểm trong mặt phẳng sao cho trong tất cả các tam giác tạo thành từ các đỉnh này có đúng 8 tam giác cân.