

Bài I (4,0 điểm).

1) Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $a^2 - b = b^2 - c = c^2 - a$.

Tính giá trị của biểu thức $P = ab^2 + bc^2 + ca^2 - a^3 - b^3 - c^3$.

2) Giải phương trình: $\frac{x+11}{x-1} \cdot \left(x + \frac{x+11}{x-1}\right) = \frac{-10}{x}$.

Bài II (5,0 điểm).

1) Tìm các số nguyên dương x và y sao cho $x^4 + 4y^4$ là số nguyên tố.

2) Cho hai số nguyên dương a, b thỏa mãn $a + (a+b)^2$ chia hết cho ab .

Chứng minh a là số chính phương.

3) Một tấn hoa quả được chở tới siêu thị, trong đó táo được đóng theo các thùng gỗ 48 kg/thùng, lê được đóng gói trong các thùng gỗ 20 kg/thùng, mận đựng trong hộp giấy theo 14 kg/hộp còn nho đựng trong các hộp giấy theo 10 kg/hộp. Biết rằng số kg táo được chở tới nhiều gấp đôi số kg lê, còn số kg mận và nho là bằng nhau. Hỏi khối lượng mỗi loại hoa quả đã được vận chuyển tới cửa hàng là bao nhiêu kg?

Bài III (3,0 điểm).

1) Một hộp chứa các quả bóng, trong đó $\frac{1}{7}$ số bóng có màu xanh, còn lại là bóng có màu đỏ.

Sau khi thêm vào hộp 13 quả bóng (màu xanh hoặc màu đỏ) thì số quả bóng màu xanh tăng lên, tuy nhiên tỉ lệ số quả bóng màu xanh so với số quả bóng màu đỏ trong hộp lại giảm đi. Hỏi số lượng quả bóng màu đỏ được thêm mới vào hộp là bao nhiêu?

2) Với a, b và c là các số thực không âm thỏa mãn điều kiện $a + b + c = 1$, tìm giá trị lớn nhất

và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $Q = \frac{a}{a+b+c^2} + \frac{b}{b+c+a^2} + \frac{c}{c+a+b^2}$.

Bài IV (6,0 điểm). Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB < AC$), đường cao AH . Kẻ $HE \perp AC$, $HF \perp AB$ (với $E \in AC$, $F \in AB$). Gọi I là giao điểm của AH và EF . Đường thẳng qua A song song với BI cắt BC tại K .

1) Chứng minh $BH = BK$ và $BA^2 = BK \cdot BC$.

2) BI cắt AC tại P , CI cắt AB tại Q . Chứng minh $\frac{PA}{PC} = \frac{BA^2}{BC^2}$ và $\frac{PA}{PC} + \frac{QA}{QB} = 1$.

3) Gọi M là trung điểm của BC , N là giao điểm của EF với BC . Kẻ $HJ \perp AN$ ($J \in AN$).

Chứng minh I là trực tâm tam giác AMN và $BJ \perp CJ$.

Bài V (2,0 điểm).

1) Gọi A là tập hợp các số tự nhiên có ba chữ số khác nhau được tạo thành từ các chữ số 1, 3, 5, 7, 9. Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên từ tập hợp A .

Tính xác suất của biến cố "số được chọn là số tự nhiên chia hết cho 11".

2) Chia 20 số tự nhiên liên tiếp từ 1 đến 20 thành hai nhóm như sau:

Nhóm 1: Gồm các số có tổng bằng n .

Nhóm 2: Gồm các số có tích bằng n .

a) Chỉ ra một giá trị n thỏa mãn yêu cầu bài toán.

b) Tìm giá trị lớn nhất của n .

-----HẾT-----

Lưu ý: - Thí sinh KHÔNG được sử dụng tài liệu và máy tính bỏ túi khi làm bài.

- Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:.....Số báo danh:.....

Họ, tên và chữ kí của cán bộ coi thi số 1:.....Họ, tên và chữ kí của cán bộ coi thi số 2: