



ARCHIMEDES SCHOOL  
KHẢO SÁT NĂNG LỰC

Môn: Toán NC | Khối: 9  
Thời gian làm bài: 90 phút  
(không kể thời gian phát đề)  
Ngày thi: 22/08/2024

THÔNG TIN HỌC SINH

Họ và tên \_\_\_\_\_  
Trường \_\_\_\_\_  
Số báo danh \_\_\_\_\_  
Phòng thi \_\_\_\_\_

Mã đề: 69  
Đề thi có: 01 trang

**Bài 1 (4.0 điểm).** Cho các số thực không âm  $a, b, c$  thỏa mãn  $a + b + c > 0$  và

$$\frac{25a + 36b + 49c}{5a + 6b + 7c} + \frac{25b + 36c + 49a}{5b + 6c + 7a} + \frac{25c + 36a + 49b}{5c + 6a + 7b} = 18.$$

Chứng minh rằng trong ba số  $a, b, c$  có đúng hai số bằng 0.

**Bài 2 (3.0 điểm).** Tìm tất cả các cặp số nguyên dương  $(x, y)$  thỏa mãn

$$\frac{\sqrt{y^4 - 2^x} + \sqrt{69}}{\sqrt{77} + \sqrt{69}}$$

là một số hữu tỉ.

**Bài 3 (3.0 điểm).** Tìm tất cả các cặp số thực  $(a, b)$  thỏa mãn đa thức  $P(x) = ax^9 + bx^8 - 1$  chia hết cho đa thức  $Q(x) = x^2 - x - 1$ .

**Bài 4 (3.0 điểm).** Với  $a, b, c, d$  là các số thực khác 0, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \left| \frac{b+c+d}{a} \right| + \left| \frac{c+d+a}{b} \right| + \left| \frac{d+a+b}{c} \right| + \left| \frac{a+b+c}{d} \right|.$$

**Bài 5 (6.0 điểm).** Cho tam giác  $ABC$  nhọn ( $AB < AC$ ) có các đỉnh thuộc đường tròn  $(O)$ , đường cao  $AD$ . Gọi các điểm  $E$  và  $F$  lần lượt là chân đường vuông góc kẻ từ điểm  $D$  xuống các đường thẳng  $AB$  và  $AC$ . Đường thẳng  $EF$  cắt đường tròn  $(O)$  tại các điểm  $P$  và  $Q$  (điểm  $E$  nằm giữa hai điểm  $Q$  và  $F$ ). Các đường thẳng  $AD$  và  $EF$  cắt nhau tại điểm  $G$ . Gọi điểm  $I$  là trung điểm của đoạn thẳng  $AD$ . Đường thẳng  $AO$  cắt đường thẳng  $BC$  tại điểm  $K$ .

- Chứng minh rằng  $AP = AQ = AD$ .
- Chứng minh rằng đường thẳng  $OI$  song song với đường thẳng  $KG$ .
- Gọi điểm  $H$  là trực tâm của tam giác  $ABC$  và điểm  $M$  là trung điểm của đoạn thẳng  $BC$ . Điểm  $S$  là giao điểm ba đường trung trực của tam giác  $HBC$ . Lấy điểm  $T$  trên đường thẳng  $DS$  sao cho tia  $KD$  là tia phân giác của góc  $GKT$ . Chứng minh rằng các đường thẳng  $AD$  và  $MT$  cắt nhau tại một điểm thuộc đường tròn  $(O)$ .

**Bài 6 (1.0 điểm).** Cho hai bảng  $A$  và  $B$  là hai bảng ô vuông kích thước  $5 \times 5$ . Các ô vuông của bảng  $A$  được điền các số  $1, 2, \dots, 25$ , trong đó mỗi số chỉ được điền đúng một lần, theo một thứ tự nào đó. Các ô vuông của bảng  $B$  đều đang trống. Gọi  $V_1, V_2, V_3, V_4, V_5$  lần lượt là tổng tất cả các số ở các hàng thứ 1, 2, 3, 4, 5 của bảng  $A$ . Gọi  $L_1, L_2, L_3, L_4, L_5$  lần lượt là tổng tất cả các số ở các cột thứ 1, 2, 3, 4, 5 của bảng  $A$ . Người ta thực hiện điền số vào các ô vuông của bảng  $B$  theo quy tắc: Ô vuông ở hàng thứ  $i$  và cột thứ  $j$  của bảng sẽ được điền số  $|V_i - L_j|$ . Hỏi, có khi nào 25 số được điền ở bảng  $B$  là  $1, 2, \dots, 25$  hay không?