

4. Năm học 2020 – 2021

4.1. Đề chung

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM HÀ NỘI

CỘNG HÒA XÃ HỘI CHỦ NGHĨA VIỆT NAM
Độc lập - Tự do - Hạnh phúc

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN ĐẠI HỌC SƯ PHẠM NĂM 2020

Môn thi: Toán

(Dùng cho mọi thí sinh thi vào trường chuyên)

Thời gian làm bài: 90 phút

Câu 1. (2,0 điểm) Cho biểu thức: $P = \left(\frac{4\sqrt{x}}{2+\sqrt{x}} + \frac{8x}{4-x} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}-1}{x-2\sqrt{x}} - \frac{2}{\sqrt{x}} \right)$ với $x > 0; x \neq 4; x \neq 9$.

- a) Rút gọn biểu thức P.
- b) Tìm m sao cho $m(\sqrt{x}-3).P > x+1$ đúng với mọi giá trị $x > 9$.

Câu 2. (3,0 điểm)

- a) Trong hệ trục tọa độ Oxy cho hai đường thẳng $(d_1): y = 5x + 9$ và $(d_2): y = (m^2 - 4)x + 3m$ (m là tham số). Tìm các giá trị của m để hai đường thẳng d_1 và d_2 song song.
- b) Cho phương trình: $x^2 - 2(m-1)x + 2m - 5 = 0$ (m là tham số). Tìm giá trị của m để phương trình trên có hai nghiệm $x_1; x_2$ thoả mãn: $(x_1^2 - 2mx + 2m - 1)(x_2 - 2) \leq 0$
- c) Hai ô tô cùng khởi hành một lúc trên quãng đường từ A đến B dài 120km. Vì mỗi giờ, ô tô thứ nhất chạy nhanh hơn ô tô thứ hai là 10km nên đến B trước ô tô thứ hai là 0,4 giờ. Tính vận tốc mỗi ô tô, biết rằng vận tốc của mỗi ô tô là không đổi trên cả quãng đường AB.

Câu 3. (1,5 điểm) Bác An muốn làm một cửa sổ khuôn gỗ, phía trên có dạng nửa hình tròn, phía dưới có dạng hình chữ nhật. Biết rằng: đường kính của nửa hình tròn cũng là cạnh phía trên của hình chữ nhật và tổng độ dài các khuôn gỗ (các đường in đậm trong hình vẽ bên, bỏ qua độ rộng của khuôn gỗ) là 8m. Em hãy giúp bác An tính độ dài các cạnh của hình chữ nhật để cửa sổ có diện tích lớn nhất.

Câu 4. (3,0 điểm) Cho đường tròn (O) và một điểm A nằm ngoài đường tròn. Kẻ tiếp tuyến AB với đường tròn (O) (B là tiếp điểm) và đường kính BC. Trên đoạn thẳng CO lấy điểm I (I khác C và O). Đường thẳng IA cắt (O) tại hai điểm D và E (D nằm giữa A và E). Gọi H là trung điểm của đoạn thẳng DE.

- a) Chứng minh: $AB.BE = BD.AE$
- b) Đường thẳng d đi qua điểm E song song với AO, d cắt BC tại điểm K. Chứng minh $HK // CD$.
- c) Tia CD cắt AO tại điểm P, tia EO cắt BP tại điểm F. Chứng minh tứ giác BECF là hình chữ nhật.

Câu 5. (0,5 điểm) Tìm các số thực x, y, z thoả mãn:
$$\begin{cases} 0 < x, y, z < 1 \\ \frac{x}{1+y+xz} + \frac{y}{1+z+zy} + \frac{z}{1+x+yz} = \frac{3}{x+y+z} \end{cases}$$

----- Hết -----

Ghi chú: Học sinh không được sử dụng tài liệu, cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

4.2. Đề chuyên Toán - Tin

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM HÀ NỘI

CỘNG HÒA XÃ HỘI CHỦ NGHĨA VIỆT NAM
Độc lập - Tự do - Hạnh phúc

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN ĐẠI HỌC SƯ PHẠM NĂM 2020

Môn thi: Toán

(Dùng riêng cho thí sinh thi vào lớp chuyên Toán và chuyên Tin học)

Thời gian làm bài: 120 phút

Câu 1. (2,0 điểm)

Cho ba số thực x, y, z thỏa mãn các điều kiện sau:
$$\begin{cases} 2x^3 = 3y^3 = 4z^3 \\ \sqrt[3]{2x^2 + 3y^2 + 4z^2} = 2 + \sqrt[3]{12} + \sqrt[3]{6} \\ xyz > 0 \end{cases}$$

Tính giá trị của biểu thức $P = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$

Câu 2. (2,0 điểm)

Xét phương trình bậc 2: $ax^2 + bx + c = 0(1)$, trong đó a, b, c là các số nguyên dương. Biết rằng các điều kiện sau thỏa mãn: Phương trình (1) có nghiệm; Số $\overline{a2020b}$ chia hết cho 12; Số $c^3 + 3$ chia hết cho $c + 3$. Hãy tìm giá trị lớn nhất của tổng $a + b + c$.

Câu 3. (2,0 điểm)

Tìm số nguyên a bé nhất sao cho: $x^4 + 2x^2 - 4x + a \geq 0$ với mọi số thực x

Câu 4. (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn (O) có $AB > BC$. Một đường tròn đi qua hai đỉnh A, C của tam giác ABC lần lượt cắt các cạnh AB, BC tại hai điểm K, N (K, N khác các đỉnh của tam giác ABC). Giả sử đường tròn (O) và đường tròn ngoại tiếp tam giác BKN cắt nhau tại giao điểm thứ hai là M (M khác B). Chứng minh rằng:

- Ba đường thẳng BM, KN, AC đồng quy tại điểm P
- Tứ giác $MNCP$ nội tiếp
- $BM^2 - PM^2 = BK \cdot BA - PC \cdot PA$

Câu 5. (1,0 điểm)

Cho hai số A, B cùng có 2020 chữ số. Biết rằng số A có đúng 1945 chữ số khác 0, bao gồm 1930 chữ số ngoài cùng về bên trái và 15 chữ số ngoài cùng về bên phải; Số B có đúng 1954 chữ số khác 0, bao gồm 1930 chữ số ngoài cùng về bên trái và 24 chữ số ngoài cùng về bên phải. Chứng minh rằng $UCLN(A, B)$ là một số có không quá 1954 chữ số.

----- Hết -----

Ghi chú: Học sinh không được sử dụng tài liệu, cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

3. Năm học 2021 – 2022

3.1. Đề chung

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM HÀ NỘI

CỘNG HÒA XÃ HỘI CHỦ NGHĨA VIỆT NAM
Độc lập - Tự do - Hạnh phúc

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN ĐẠI HỌC SƯ PHẠM NĂM 2021

Môn thi: Toán

(Dùng cho mọi thí sinh thi vào trường chuyên)

Thời gian làm bài: 90 phút

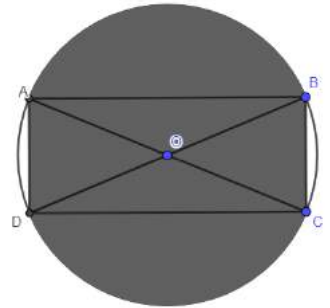
Bài 1 (2,0 điểm) Cho $P = \left(\frac{b-a}{\sqrt{b}-\sqrt{a}} - \frac{a\sqrt{a}-b\sqrt{b}}{a-b} \right) : \frac{(\sqrt{b}-\sqrt{a})^2 + \sqrt{ab}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$ ($a \geq 0, b \geq 0, a \neq b$).

- a) Rút gọn P.
- b) Chứng minh rằng $P \geq 0$.

Bài 2 (3,0 điểm)

- a) Chứng minh rằng với mọi giá trị của m, ít nhất một trong hai phương trình sau có nghiệm:
 $x^2 - (2m+1)x + m^2 + 3 = 0; x^2 - mx + 4m - 11 = 0$.

b) Một tấm biển quảng cáo có dạng hình tròn tâm O, bán kính bằng 1,6 m. Giả sử hình chữ nhật ABCD nội tiếp đường tròn tâm O bán kính bằng 1,6m sao cho $\angle BOC = 45^\circ$ (hình bên). Người ta cần sơn màu toàn bộ tấm biển quảng cáo và chỉ sơn một mặt như ở hình bên. Biết mức chi phí sơn phần hình tô đậm là 150 nghìn đồng/m² và phần còn lại là 200 nghìn đồng/m². Hỏi số tiền (làm tròn đến đơn vị nghìn đồng) để sơn toàn bộ biển quảng cáo bằng bao nhiêu? Cho $\pi = 3,14$.



Bài 3 (3,0 điểm) Cho ba điểm A, B, C cố định sao cho A, B, C thẳng hàng, B nằm giữa A và C. Gọi (d) là đường thẳng đi qua C và vuông góc với AB. Lấy điểm M tùy ý trên (d). Đường thẳng đi qua B và vuông góc với AM cắt các đường thẳng AM, (d) lần lượt tại I, N. Đường thẳng MB cắt AN tại K.

- a) Chứng minh rằng tứ giác MIKN nội tiếp.
- b) Chứng minh rằng $CM.CN = AC.BC$.
- c) Gọi O là tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác AMN. Vẽ hình bình hành MBNE. Gọi H là trung điểm của đoạn thẳng BE. Chứng minh rằng OH vuông góc với đường thẳng (d) và $OH = \frac{1}{2} AB$.

Bài 4 (2,0 điểm)

a) Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases} x^2 + y^2 - 4x = 57 \\ |x-1|^{2021} + |x-2|^{2020} = 1. \end{cases}$

b) Cho a và b là hai số hữu tỉ. Chứng minh rằng nếu $a\sqrt{2} + b\sqrt{3}$ cũng là số hữu tỉ thì $a = b = 0$.

----- Hết -----

Ghi chú: Học sinh không được sử dụng tài liệu, cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

3.2. Đề chuyên Toán - Tin

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM HÀ NỘI

CỘNG HÒA XÃ HỘI CHỦ NGHĨA VIỆT NAM
Độc lập - Tự do - Hạnh phúc

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN ĐẠI HỌC SƯ PHẠM NĂM 2021

Môn thi: Toán

(Dùng riêng cho thí sinh thi vào lớp chuyên Toán và chuyên Tin học)

Thời gian làm bài: 120 phút

Bài 1 (2,5 điểm) Cho $\alpha = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$

- Tìm một đa thức bậc hai $Q(x)$ với hệ số nguyên sao cho α là nghiệm của $Q(x)$.
- Cho đa thức $P(x) = x^5 - x^4 - x + 1$. Tính giá trị của $P(\alpha)$.

Bài 2 (3,0 điểm)

Cho A, B là hai điểm cố định nằm trên đường tròn tâm O , bán kính R . Giả sử C là điểm cố định trên tia đối của tia BA . Một cát tuyến thay đổi qua C cắt đường tròn (O) tại D và E (D nằm giữa C, E). Các đường tròn ngoại tiếp các tam giác BCD và ACE cắt nhau tại giao điểm thứ hai M . Biết rằng bốn điểm O, B, M, E tạo thành tứ giác $OBME$.

Chứng minh rằng:

- Tứ giác $OBME$ nội tiếp.
- $CD \cdot CE = CO^2 - R^2$.
- M luôn di chuyển trên một đường tròn cố định.

Bài 3 (2,0 điểm) Tìm tất cả các số nguyên dương N sao cho N có thể biểu diễn một cách duy nhất

ở dạng $\frac{x^2 + y}{xy + 1}$ với x, y là hai số nguyên dương.

Bài 4 (2,5 điểm) Cho a, b, c là ba số nguyên dương sao cho mỗi số trong ba số đó đều biểu diễn được ở dạng lũy thừa của 2 với số mũ tự nhiên. Biết rằng phương trình bậc hai $ax^2 - bx + c = 0$ (1) có cả hai nghiệm đều là số nguyên. Chứng minh rằng hai nghiệm của phương trình (1) bằng nhau.

----- Hết -----

Ghi chú: Học sinh không được sử dụng tài liệu, cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

2. Năm học 2022 – 2023

2.1. Đề chung

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM HÀ NỘI

CỘNG HÒA XÃ HỘI CHỦ NGHĨA VIỆT NAM
Độc lập - Tự do - Hạnh phúc

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN ĐẠI HỌC SƯ PHẠM NĂM 2022

Môn thi: Toán

(Dùng cho mọi thí sinh thi vào trường chuyên)

Thời gian làm bài: 90 phút

Bài I. (1,5 điểm) Cho $A = \left(\frac{x + \sqrt{x} + 1}{x + \sqrt{x} - 2} + \frac{1}{\sqrt{x} - 1} + \frac{1}{\sqrt{x} + 2} \right) : \frac{1}{x - 1}$ ($x \geq 0, x \neq 1$)

- a) Rút gọn A.
- b) Tìm các số nguyên x sao cho $\frac{1}{A}$ là số nguyên dương.

Bài II. (2,5 điểm)

- a) Trong mặt phẳng tọa độ **Oxy**, hãy viết phương trình đường thẳng (d): $y = ax + b$ biết đường thẳng (d) đi qua điểm $A(2; -1)$ và song song với đường thẳng $y = -3x + 1$.
- b) Một cửa hàng kinh doanh điện máy sau khi nhập về chiếc tivi, đã bán chiếc tivi đó; cửa hàng thu được tiền lãi là 10% của giá nhập về. Giả sử cửa hàng tiếp tục nâng giá bán chiếc tivi đó thêm 5% của giá đã bán, nhưng bớt cho khách hàng 245000 nghìn đồng, khi đó cửa hàng sẽ thu được tiền lãi là 12% của giá nhập về. Tìm giá tiền khi nhập về của chiếc tivi đó.

Bài III. (3,0 điểm)

Cho tam giác đều ABC nội tiếp đường tròn (O), điểm D thuộc cung nhỏ AB (D khác A và B). Các tiếp tuyến với đường tròn (O) tại B và C cắt AD theo thứ tự tại E và G. Gọi I là giao điểm của CE và BG.

- a) Chứng minh rằng $\triangle EBC \sim \triangle BCG$.
- b) Tính số đo góc BIC. Từ đó, hãy chứng minh rằng tứ giác BIDE nội tiếp.
- c) Gọi P là giao điểm của hai đường thẳng DI và BC. Chứng minh rằng $BK^2 = KI \cdot KD$.

Bài IV. (3,0 điểm)

- a) Tìm các số thực x sao cho $a = x + \sqrt{2}$ và $b = x^3 + 5\sqrt{2}$ đồng thời là hai số hữu tỉ.
- b) Biết rằng:

phương trình bậc hai $x^2 + a_1x + b_1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt là x_0 và x_1 ;

phương trình bậc hai $x^2 + a_2x + b_2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt là x_0 và x_2 ;

.....

phương trình bậc hai $x^2 + a_{2022}x + b_{2022} = 0$ có hai nghiệm phân biệt là x_0 và x_{2022} Chứng minh rằng

số thực $a = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_{2022}}{2022}$ là nghiệm của phương trình bậc hai:

$$x^2 + \left(\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_{2022}}{2022} \right)x + \left(\frac{b_1 + b_2 + \dots + b_{2022}}{2022} \right) = 0$$

----- Hết -----

Ghi chú: Học sinh không được sử dụng tài liệu, cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

2.2. Đề chuyên Toán - Tin

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM HÀ NỘI

CỘNG HÒA XÃ HỘI CHỦ NGHĨA VIỆT NAM
Độc lập - Tự do - Hạnh phúc

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN ĐẠI HỌC SƯ PHẠM NĂM 2022

Môn thi: Toán

(Dùng riêng cho thí sinh thi vào lớp chuyên Toán và chuyên Tin học)

Thời gian làm bài: 120 phút

Bài 1. (2,0 điểm)

a) Không sử dụng máy tính, hãy tìm giá trị của biểu thức

$$P = \sqrt[3]{7+5\sqrt{2}} + \sqrt[3]{7-5\sqrt{2}}$$

b) Cho đa thức $P(x) = ax^2 + bx + c$ với $a \neq 0$. Chứng minh rằng, nếu đa thức $P(x)$ nhận giá trị nguyên với mỗi số nguyên x thì $2a$, $a + b$, c đều là những số nguyên. Sau đó, chứng tỏ rằng, nếu ba số $2a$, $a + b$, c là những số nguyên thì $P(x)$ cũng nhận giá trị nguyên với mỗi số nguyên x .

Bài 2. (3,0 điểm) Cho tam giác đều ABC ngoại tiếp đường tròn (O) . Cung nhỏ OB của đường tròn ngoại tiếp tam giác OBC cắt đường tròn (O) tại điểm E . Tia BE cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai F .

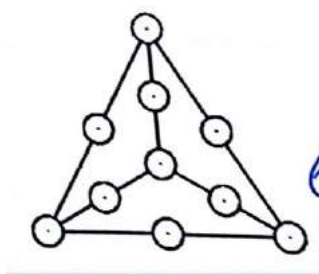
a) Chứng minh rằng tia EO là tia phân giác của góc CEF .

b) Chứng minh rằng tứ giác $ABOF$ nội tiếp.

c) Gọi D là giao điểm thứ hai của đường thẳng CE và đường tròn (O) . Chứng minh rằng ba điểm A , F , D thẳng hàng.

Bài 3. (2,0 điểm) Cho a, b, c, d là các số nguyên dương thỏa mãn $ab = cd$. Chứng minh rằng số $N = a^{2022} + b^{2022} + c^{2022} + d^{2022}$ là hợp số.

Bài 4. (2,0 điểm) Ta viết mười số $0, 1, 2, \dots, 9$ vào mười ô tròn trong hình bên dưới, mỗi số được viết đúng 1 lần. Sau đó, ta tính tổng của ba số trên mỗi đoạn thẳng để nhận được 6 tổng. Có hai không một cách viết 10 số như thế sao cho 6 tổng nhận được bằng nhau.



Bài 5. (1,0 điểm)

a) Trong mặt phẳng cho năm điểm sao cho không có ba điểm nào thẳng hàng. Chứng minh rằng tồn tại ít nhất một tam giác tù có các đỉnh được lấy từ năm điểm đã cho

b) Trong mặt phẳng cho 2022 điểm sao cho không có ba điểm nào thẳng hàng. Chứng minh rằng tồn tại ít nhất 2018 tam giác tù mà mỗi tam giác tù đó có các đỉnh được lấy từ 2022 điểm đã cho.

----- Hết -----

Ghi chú: Học sinh không được sử dụng tài liệu, cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

C. Đề thi Toán và Tin học hệ chuyên của trường trực thuộc Đại học

I. Trường THPT Chuyên Đại học Sư phạm Hà Nội

1. Năm học 2023 – 2024

1.1. Đề chung

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM HÀ NỘI

CỘNG HÒA XÃ HỘI CHỦ NGHĨA VIỆT NAM
Độc lập - Tự do - Hạnh phúc

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN ĐẠI HỌC SƯ PHẠM NĂM 2023

Môn thi: Toán

(Dùng cho mọi thí sinh thi vào trường chuyên)

Thời gian làm bài: 90 phút

Câu I. (2,5 điểm)

1) Rút gọn biểu thức $A = \frac{x^2 + 8\sqrt{x}}{x - 2\sqrt{x} + 4} + \frac{2x + \sqrt{x}}{\sqrt{x}} + \frac{16 - 4x}{\sqrt{x} + 2}$ với $x > 0$.

2) Một khay nước có nhiệt độ 125° khi bắt đầu cho vào tủ đá. Ở trong tủ đá, cứ sau mỗi giờ, nhiệt độ của khay nước lại giảm đi 20%. Hỏi sau bao nhiêu giờ, nhiệt độ của khay nước chỉ còn là 64° ?

Câu II. (3,0 điểm)

1) Cho phương trình $x^2 - (2m - 1)x - (m^2 + 1) = 0$ (1) (m là tham số). Chứng minh rằng với mọi giá trị của m , phương trình (1) luôn có hai nghiệm x_1, x_2 . Tìm hệ thức liên hệ giữa x_1, x_2 sao cho hệ thức đó không phụ thuộc vào m .

2) Cho parabol (P): $y = ax^2$ ($a \neq 0$) đi qua điểm $A\left(-1; \frac{1}{2}\right)$. Tìm tọa độ của điểm M trên parabol (P) sao cho khoảng cách từ điểm M đến trục tung gấp hai lần khoảng cách từ điểm M đến trục hoành.

Câu III. (2,5 điểm) Cho hình bình hành ABCD có $\angle ABC = 120^\circ$ và $BC = 2AB$. Vẽ đường tròn (O) có đường kính AC. Gọi E, F lần lượt là các giao điểm thứ hai của AB, AD với đường tròn (O). Đường thẳng EF lần lượt cắt các đường thẳng BC, BD tại H, S. Chứng minh:

- 1) Tam giác ABD là tam giác vuông.
- 2) Tứ giác OBEH là tứ giác nội tiếp.
- 3) SC là tiếp tuyến của đường tròn (O).

Câu IV. (1,0 điểm) Có hay không các số nguyên a, b sao cho

$$(a + b\sqrt{2023})^2 = 2024 + 2023\sqrt{2023} ?$$

Câu V. (1,0 điểm) Trên bảng ta viết đa thức $P(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$).

Ta viết lên bảng đa thức mới $P_1(x) = \frac{P(x+1) + P(x-1)}{2}$ rồi xóa đi đa thức $P(x)$.

Ta viết lên bảng đa thức mới $P_2(x) = \frac{P_1(x+1) + P_1(x-1)}{2}$ rồi xóa đi đa thức $P_1(x)$.

Ta cứ tiếp tục làm như thế nhiều lần.

Chứng minh rằng nếu cứ làm như vậy nhiều lần thì đến một lúc nào đó ta nhận được một đa thức không có nghiệm.

----- Hết -----

Ghi chú: Học sinh không được sử dụng tài liệu, cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

1.2. Đề chuyên Toán - Tin

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM HÀ NỘI

CỘNG HÒA XÃ HỘI CHỦ NGHĨA VIỆT NAM
Độc lập - Tự do - Hạnh phúc

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN ĐẠI HỌC SƯ PHẠM NĂM 2023

Môn thi: Toán

(Dùng riêng cho thí sinh thi vào lớp chuyên Toán và chuyên Tin học)

Thời gian làm bài: 120 phút

Câu I. (2,5 điểm)

1) Chứng minh tích của bốn số nguyên liên tiếp cộng với 1 là bình phương của một số nguyên.

2) Tìm các cặp số nguyên $(x;y)$ là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 2xy - x = 10 \\ x + y + xy = 11 \end{cases}$.

Câu II. (3,0 điểm)

1) Cho a, b là các số thực không âm, c là số thực dương thỏa mãn đẳng thức :

$$\sqrt{a} - \sqrt{a+b-c} = \sqrt{b} + \sqrt{c}$$

Chứng minh rằng $\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b} - \sqrt[3]{c} = \sqrt[3]{a+b-c}$.

2) Tìm các số nguyên dương a và b sao cho $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{a}}{\sqrt{5} + \sqrt{b}}$ là số hữu tỉ.

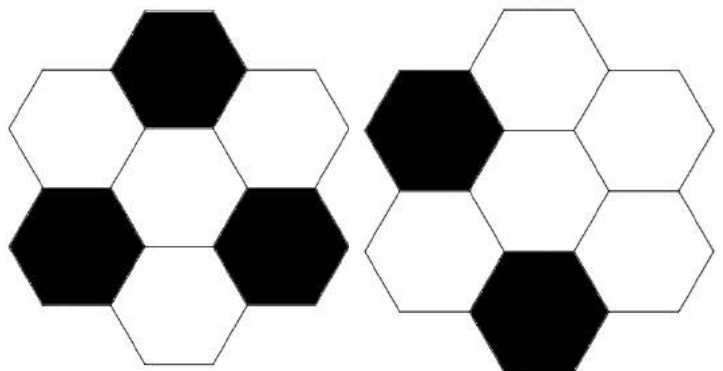
Câu III. (2,5 điểm) Cho tam giác ABC. Đường tròn (I) nội tiếp tam giác ABC lần lượt tiếp xúc với các cạnh BC, CA, AB tại các điểm D, E, G. Hai đường thẳng DE, DG lần lượt cắt đường phân giác ngoài của góc BAC tại M, N. Đường thẳng MG, NE cắt nhau tại điểm P. Chứng minh:

1) EG song song với MN.

2) Điểm P thuộc đường tròn (I).

Câu IV. (1,0 điểm)

Bảy lục giác đều được sắp xếp và tô màu bằng hai màu trắng, đen như ở Hình 1. Mỗi lần cho phép chọn ra một lục giác đều, đổi màu của lục giác đó và của tất cả các lục giác đều có chung cạnh với lục giác đó (trắng thành đen hoặc đen thành trắng). Chứng minh rằng dù có thực hiện cách làm trên bao nhiêu lần đi nữa, cũng không thể nhận được các lục giác đều được tô màu như ở Hình 2.



Hình 1

Hình 2

Câu V. (1,0 điểm) Chứng minh rằng tồn tại số nguyên dương $n > 10^{2023}$ sao cho tổng tất cả các số nguyên tố nhỏ hơn n là một số nguyên tố cùng nhau với n .

----- Hết -----

Ghi chú: Học sinh không được sử dụng tài liệu, cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.