

7. Chuyên Toán năm học 2020 – 2021

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HÀ NỘI

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi có 01 trang)

KỶ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2020 - 2021

Môn thi: Toán (chuyên Toán)

Ngày thi: /6/2021

Thời gian làm bài: 150 phút

Câu I. (2 điểm)

- 1) Giải phương trình: $x^2 + 3x + 5 = (x + 3)\sqrt{x^2 + 5}$
- 2) Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $a + b - 2c = 0$ và $2ab - bc - ca = 0$. Chứng minh rằng:
 $a = b = c = 0$

Câu II. (2 điểm)

- 1) Chứng minh với mọi số nguyên dương n , số $A = 11^n + 7^n - 2^n - 1$ chia hết cho 15
- 2) Cho hai số nguyên dương m và n thỏa mãn: $\sqrt{11} - \frac{m}{n} > 0$.

$$\text{Chứng minh: } \sqrt{11} - \frac{m}{n} \geq \frac{3(\sqrt{11} - 3)}{mn}$$

Câu III. (2 điểm)

- 1) Cho đa thức $P(x)$ với hệ số thực thỏa mãn $P(1) = 3, P(3) = 7$. Tìm đa thức dư trong phép chia đa thức $P(x)$ cho đa thức $x^2 - 4x + 3$
- 2) Với a, b, c là các số thực không âm thỏa mãn $a + b + c + abc = 4$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = ab + bc + ca$

Câu IV. (3 điểm) Cho tam giác ABC có ba góc nhọn và $AB < AC$. Gọi (I) là đường tròn nội tiếp $\triangle ABC$ và K là tâm đường tròn bàng tiếp trong góc A của tam giác ABC . Gọi D, E, F lần lượt là chân các đường vuông góc kẻ từ điểm I đến các đường thẳng BC, CA, AB . Đường thẳng AD cắt đường tròn (I) tại hai điểm phân biệt D và M . Đường thẳng qua K song song với đường thẳng AD cắt đường thẳng BC tại N .

- 1) Chứng minh $\triangle MFD \sim$
- 2) Gọi P là giao điểm của BI và FD . Chứng minh $\angle BMF = \angle DMP$
- 3) Chứng minh đường tròn ngoại tiếp tam giác MBC đi qua trung điểm của đoạn thẳng KN

Câu V. (1 điểm) Cho một bảng ô vuông kích thước 6×7 (6 hàng, 7 cột) được tạo bởi các ô vuông kích thước 1×1 . Mỗi ô vuông kích thước 1×1 được tô bởi 1 trong 2 màu đen hoặc trắng sao cho trong mọi ô vuông kích thước 2×3 hoặc 3×2 có ít nhất 2 ô vuông kích thước 1×1 được tô màu đen có chung cạnh

- a) Chỉ ra một cách tô sao cho $m = 20$
- b) Tìm giá trị nhỏ nhất của m

----- Hết -----

Ghi chú: Học sinh không được sử dụng tài liệu, cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

5. Chuyên Toán năm học 2021 – 2022

SỞ GIAO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HÀ NỘI

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi có 01 trang)

KY THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2021 - 2022

Môn thi: Toán (chuyên Toán)

Ngày thi: 14/6/2021

Thời gian làm bài: 150 phút

Bài I (2,0 điểm)

- 1) Giải phương trình $x^2 + x + 2 - 2\sqrt{x+1} = 0$.
- 2) Cho ba số a, b và c thỏa mãn $ab + bc + ca = 1$. Chứng minh:

$$\frac{a-b}{1+c^2} + \frac{b-c}{1+a^2} + \frac{c-a}{1+b^2} = 0.$$

Bài II (2,0 điểm)

- 1) Tìm cặp số nguyên (x, y) sao cho $x^2 + 5xy + 6y^2 + x + 2y - 2 = 0$.
- 2) Chứng minh với mỗi số nguyên n , số $n^2 + n + 16$ không chia hết cho 49.

Bài III (2,0 điểm)

- 1) Cho số thực x khác 0 thỏa mãn $x + \frac{2}{x}$ và x^3 đều là số hữu tỉ. Chứng minh rằng x cũng là số hữu tỉ.
- 2) Cho các số thực không âm a, b và c thỏa mãn $a + b + c = 5$. Chứng minh $2a + 2ac + abc \leq 18$.

Bài IV (3,0 điểm)

Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O) , với góc $\widehat{BAC} = 60^\circ$ và $AB < AC$. Các đường thẳng BO, CO lần lượt cắt các đoạn thẳng AB, AC tại M, N . Gọi F là điểm chính giữa cung BC lớn.

- 1) Chứng minh 5 điểm A, N, O, M và F cùng thuộc một đường tròn.
- 2) Gọi P, Q lần lượt là giao điểm thứ hai của hai tia FN, FM với đường tròn (O) . Gọi J là giao điểm của đường thẳng BC và đường thẳng PQ . Chứng minh tia AJ là tia phân giác của góc \widehat{BAC} .
- 3) Gọi K là giao điểm của đường thẳng OJ và đường thẳng CF . Chứng minh AB vuông góc với AK .

Bài 5 (1,0 điểm)

Gọi A là tập hợp con có 100 phần tử của tập hợp $\{1; 2; 3; \dots; 178\}$

- 1) Chứng minh A chứa hai số tự nhiên liên tiếp.
- 2) Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên n thuộc tập $\{2; 3; 4; \dots; 22\}$, tồn tại hai phần tử của A có hiệu bằng n .

----- Hết -----

Ghi chú: Học sinh không được sử dụng tài liệu, cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

3. Chuyên Toán năm học 2022 – 2023

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HÀ NỘI

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi có 01 trang)

KỶ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2022 - 2023

Môn thi: Toán (chuyên Toán)

Ngày thi: 20/6/2022

Thời gian làm bài: 150 phút

Bài I. (2,0 điểm)

- 1) Giải phương trình $x^2 - 4x + 2\sqrt{2x-1} + 1 = 0$.
- 2) Cho các số thực a, b và c thỏa mãn $ab + bc + ca = 1$. Tính giá trị của biểu thức

$$P = \frac{a}{1+a^2} + \frac{b}{1+b^2} + \frac{c}{1+c^2} - \frac{2}{a+b+c-abc}$$

Bài II. (2,0 điểm)

- 1) Chứng minh nếu n là số tự nhiên lẻ thì $3^{2n+1} - 7$ chia hết cho 20.
- 2) Tìm tất cả cặp số nguyên dương $(x; y)$ sao cho $y(x^2 + x + 1) = (x + 1)(y^2 - 1)$.

Bài III. (2,0 điểm)

- 1) Tìm hai số nguyên dương m và n sao cho $\frac{m^3}{m+n}$ và $\frac{n^3}{m+n}$ đều là các số nguyên tố.
- 2) Với a, b, c là các số thực không âm thỏa mãn điều kiện $a + b + c = 3$, tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = ab + 2bc + 3ca - 3abc$.

Bài IV. (3,0 điểm) Cho tam giác ABC nhọn với $AB < AC$. Đường tròn (I) nội tiếp tam giác ABC , tiếp xúc với ba cạnh BC, CA, AB lần lượt tại ba điểm D, E và F .

- 1) Gọi M là giao điểm của hai đường thẳng AI và DF . Chứng minh đường thẳng CM vuông góc với đường thẳng AI .
- 2) Gọi N là giao điểm của hai đường thẳng AI và DE . Gọi K là trung điểm của đoạn thẳng BC . Chứng minh tam giác KMN là tam giác cân.
- 3) Các tiếp tuyến tại M và N của đường tròn $(K; KM)$ cắt nhau tại điểm S . Chứng minh đường thẳng AS song song với đường thẳng ID .

Bài V. (1,0 điểm) Cho tập hợp A gồm 70 số nguyên dương không vượt quá 90. Gọi B là tập hợp gồm các số có dạng $x + y$ với $x \in A$ và $y \in B$ (x, y không nhất thiết phân biệt).

- 1) Chứng minh $68 \in B$.
- 2) Chứng minh B chứa 91 số nguyên liên tiếp.

----- Hết -----

Ghi chú: Học sinh không được sử dụng tài liệu, cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

B. Đề thi Toán và Tin học hệ chuyên của Sở

1. Chuyên Toán năm học 2023 – 2024

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HÀ NỘI**

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi có 01 trang)

**KỶ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2023 - 2024**

Môn thi: **Toán (chuyên Toán)**

Ngày thi: 12/6/2023

Thời gian làm bài: 150 phút

Câu I. (2,0 điểm)

1) Giải phương trình $\sqrt{x-3} - \sqrt{2x-7} = 2x-8$.

2) Cho a, b và c là các số thực khác 0 thỏa mãn điều kiện $a^2 - c^2 = c; c^2 - b^2 = b$ và $b^2 - a^2 = a$. Chứng minh $(a-b)(b-c)(c-a) = 1$.

Câu II. (2,0 điểm)

1) Cho ba số nguyên a, b và c thỏa mãn $a^2 + b^2 + c^2 - 2abc$ chia hết cho 6. Chứng minh abc chia hết cho 54.

2) Tìm tất cả cặp số nguyên dương (x,y) thỏa mãn $x^3y - x^2y - 4x^2 + 5xy - y^2 = 0$.

Câu III. (2,0 điểm)

1) Tìm tất cả cặp số nguyên (x,y) sao cho xy là số chính phương và $x^2 + xy + y^2$ là số nguyên tố.

2) Với các số thực không âm a, b và c thỏa mãn $a + 2b + 3c = 1$, tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = (a + 6b + 6c)(a + b + c)$.

Câu IV. (3,0 điểm) Cho tam giác ABC có ba góc nhọn ($AB < AC$), nội tiếp đường tròn (O). Ba đường cao AD, BE và CF của tam giác ABC cùng đi qua điểm H. Đường thẳng EF cắt đường thẳng AD tại điểm Q. Gọi M và I lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng BC và AH. Đường thẳng IM cắt đường thẳng EF tại điểm K.

1) Chứng minh tam giác AEK đồng dạng với tam giác ABM.

2) Đường thẳng EF cắt đường thẳng BC tại điểm S, đường thẳng SI cắt đường thẳng MQ tại điểm T. Chứng minh bốn điểm A, T, H và M cùng thuộc một đường tròn.

3) Tia TH cắt đường tròn (O) tại điểm P. Chứng minh ba điểm A, K và O là ba điểm thẳng hàng.

Câu V. (1,0 điểm) Cho 2023 điểm nằm trong một hình vuông cạnh 1. Một tam giác đều được gọi là phủ điểm M nếu điểm M nằm trong tam giác hoặc nằm trên cạnh của tam giác.

1) Chứng minh tồn tại tam giác đều cạnh $\frac{1}{\sqrt{2}}$ phủ ít nhất 253 điểm trong 2023 điểm đã cho.

2) Chứng minh tồn tại tam giác đều cạnh $\frac{11}{12}$ phủ ít nhất 506 điểm trong 2023 điểm đã cho.

----- Hết -----

Ghi chú: Học sinh không được sử dụng tài liệu, cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.