

4. Năm học 2021 – 2022

4.1. Đề chung

ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI
TRƯỜNG ĐH KHOA HỌC TỰ NHIÊN

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN KHTN
NĂM HỌC 2020 – 2021

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi gồm 01 trang)

Môn thi: TOÁN (vòng I)

Thời gian: 90 phút

Câu 1 (4 điểm).

- 1) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^2 + y^2 + xy = 7 \\ 9x^3 = xy^2 + 70(x - y). \end{cases}$$
- 2) Giải phương trình $11\sqrt{5-x} + 8\sqrt{2x-1} = 24 + 3\sqrt{(5-x)(2x-1)}$.

Câu 2 (2 điểm)

- 1) Tìm x, y nguyên dương thoả mãn $x^2y^2 - 16xy + 99 = 9x^2 + 36y^2 + 13x + 26y$.
- 2) Với a, b là những số thực dương thoả mãn $2 \leq 2a + 3b \leq 5, 8a + 12b \leq 2a^2 + 3b^2 + 5ab + 10$.
Chứng minh rằng $3a^2 + 8b^2 + 10ab \leq 21$.

Câu 3 (3 điểm).

Cho tam giác ABC có BAC là góc nhỏ nhất trong ba góc của tam giác và nội tiếp đường tròn (O). Điểm D thuộc cạnh BC sao cho AD là phân giác BAC. Lấy các điểm M, N thuộc (O) sao cho các đường thẳng CM và BN cùng song song với đường thẳng AD.

- 1) Chứng minh rằng $AM = AN$.
- 2) Gọi giao điểm của đường thẳng MN với các đường thẳng AC, AB lần lượt là E, F. Chứng minh rằng bốn điểm B, C, E, F cùng thuộc một đường tròn.
- 3) Gọi P, Q theo thứ tự là trung điểm của các đoạn thẳng AM, AN. Chứng minh rằng các đường thẳng EQ, FP và AD đồng quy.

Câu 4 (1 điểm).

Với a, b, c là những số thực dương thoả mãn $a + b + c = 3$. Chứng minh rằng

$$\frac{a(a+bc)^2}{b(ab+2c^2)} + \frac{b(b+ca)^2}{c(bc+2a^2)} + \frac{c(c+ab)^2}{a(ca+2b^2)} \geq 4.$$

----- Hết -----

Ghi chú: Học sinh không được sử dụng tài liệu, cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

4.2. Đề chuyên Toán và chuyên Tin học

ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI
TRƯỜNG ĐH KHOA HỌC TỰ NHIÊN

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi gồm 01 trang)

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10

TRƯỜNG THPT CHUYÊN KHTN

NĂM HỌC 2020 – 2021

Môn thi: TOÁN (vòng II)

Thời gian: 150 phút

Câu I. (4 điểm)

1) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} (x+y)(x+1) = 4 \\ (y^2 + xy + x + y + 5)(x^3 + y^3 + 12y + 13) = 243 \end{cases}$$

2) Giải phương trình: $(x-12)^7 + (2x-12)^7 + (24-3x)^7 = 0$

Câu II. (2 điểm)

- 1) Tìm tất cả các số nguyên dương a, b, c sao cho cả ba số $4a^2 + 5b; 4b^2 + 5c; 4c^2 + 5a$ đều là bình phương của số nguyên dương
- 2) Từ một bộ 4 số thực (a, b, c, d) ta xây dựng bộ số mới $(a+b, b+c, c+d, d+a)$ và liên tiếp xây dựng các bộ số mới theo quy tắc trên. Chứng minh rằng nếu ở hai thời điểm khác nhau, ta thu được cùng một bộ số (có thể khác thứ tự) thì bộ số ban đầu phải có dạng $(a; -a; a; -a)$

Câu III. (3 điểm)

Cho tam giác ABC cân tại A với $BAC < 90^\circ$. Gọi P là giao điểm của BE với trung trực của BC . Gọi K là hình chiếu vuông góc của P lên AB . Gọi Q là hình chiếu vuông góc của E lên AP . Gọi giao điểm của EQ và PK là F

- 1) Chứng minh rằng 4 điểm A, E, P, F cùng thuộc một đường tròn
- 2) Gọi giao điểm của KQ và PE là L . Chứng minh rằng $LA \perp LE$
- 3) Gọi giao điểm của FL và AB là S . Gọi giao điểm của KE và AL là T . Lấy R là điểm đối xứng với A qua L . Chứng minh rằng đường tròn ngoại tiếp tam giác AST và đường tròn ngoại tiếp tam giác BPR tiếp xúc với nhau

Câu IV. (1 điểm)

Với a, b, c là những số thực dương thỏa mãn $a + b + c = 3$. Chứng minh rằng

$$3\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} - 1\right)^2 + 1 \geq \frac{4}{abc} + 3\left(\frac{a}{bc} + \frac{b}{ca} + \frac{c}{ab}\right)$$

----- Hết -----

Ghi chú: Học sinh không được sử dụng tài liệu, cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

2. Năm học 2022 – 2023

2.1. Đề chung

ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI
TRƯỜNG ĐH KHOA HỌC TỰ NHIÊN

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN KHTN

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi gồm 01 trang)

NĂM HỌC 2022 – 2023

Môn thi: TOÁN (vòng I)

Thời gian: 120 phút

Câu I. (4 điểm)

1) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} 6(xy + 5) + x^3y + 5x^2 = 42 \\ x^3 + 5x^2y + 6x + 30y = 42 \end{cases}$$

2) Giải phương trình

$$\left(\sqrt[3]{x+6} + \sqrt[3]{3-x}\right)\left(2 + 3\sqrt{(x+6)(3-x)}\right) = 24.$$

Câu II. (2 điểm)

1) Tìm tất cả các cặp số nguyên (x, y) thỏa mãn đẳng thức

$$25y^2 + 354x + 60 = 36x^2 + 305y + (5y - 6x)^{2022}.$$

2) Trên bàn có 8 hộp rỗng (trong các hộp không có viên bi nào). Người ta thực hiện các lần thêm bi vào các hộp theo quy tắc sau: mỗi lần ta chọn ra 4 hộp bất kỳ và bỏ vào một hộp 1 viên, một hộp hai viên, hai hộp còn lại mỗi hộp 3 viên. Hỏi số lần thêm bi ít nhất có thể nhận được số bi ở 8 hộp trên là 8 số tự nhiên liên tiếp?

Câu III. (3 điểm)

Cho hình chữ nhật ABCD (AB < CD) nội tiếp trong đường tròn (O). Trên cạnh AD lấy hai điểm E và F (E, F không trùng với A, D) sao cho E nằm giữa A và F, đồng thời

$$ABE + DCF = \frac{1}{2}BOC.$$

1) Chứng minh rằng BE và CF cắt nhau tại một điểm nằm trên đường tròn (O).

2) Đường thẳng qua O song song với BC cắt BE, CF theo thứ tự tại M, N. Chứng minh rằng $\angle DAM + \angle ADN + \frac{1}{2}\angle AOD = 180^\circ$.

3) Dựng hình chữ nhật MNPQ sao cho NQ song song với BD, đồng thời MP song song với AC. Chứng minh rằng đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật MNPQ tiếp xúc với đường tròn (O).

Câu IV. (1 điểm)

Cho a, b, c là những số thực dương. Chứng minh rằng

$$\frac{2a}{a+b} + \frac{a+b}{a+c} + \frac{6a+2c}{3b+c} + \frac{4a+3b+c}{b+c} \geq \frac{32a}{2a+b+c}.$$

----- Hết -----

Ghi chú: Học sinh không được sử dụng tài liệu, cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

2.2. Đề chuyên Toán và chuyên Tin học

ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI
TRƯỜNG ĐH KHOA HỌC TỰ NHIÊN

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10

TRƯỜNG THPT CHUYÊN KHTN

NĂM HỌC 2022 – 2023

Môn thi: TOÁN (vòng II)

Thời gian: 150 phút

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi gồm 01 trang)

Câu I. (3,5 điểm)

- 1) Với a, b, c là những số thực dương thỏa mãn điều kiện $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1$. Chứng minh rằng:

$$\frac{1}{2} \left(\frac{1}{a+bc} + \frac{1}{b+ca} + \frac{1}{c+ab} \right) = \sqrt{\frac{abc}{(a+bc)(b+ca)(c+ab)}}.$$

- 2) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 2x^2 + 3xy + y^2 = 6 \\ 3x + 2y + 1 = 2\sqrt{2x + y + 6} \end{cases}$$

Câu II. (2,5 điểm)

- 1) Tìm tất cả các cặp số nguyên dương $(x; y)$ thỏa mãn đẳng thức:

$$(x+y)(5x+y)^3 + xy^3 = (5x+y)^3 + x^2y^3 + xy^4.$$

- 2) Với a, b, c là những số thực dương thỏa mãn các điều kiện sau

$$\begin{cases} c \leq b < a \leq 3; b^2 + 2a \leq 10; b^2 + 2a + 2c \leq 14 \\ (a^2 + 1)(b^2 + 1) + 4ab \leq 2a^3 + 2b^3 + 2a + 2b \end{cases}$$

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$P = 4a^4 + b^4 + 2b^2 + 4c^2.$$

Câu III. (3 điểm)

Cho tam giác ABC nhọn, không cân, nội tiếp đường tròn (O). Điểm P nằm trong tam giác ABC. Gọi E, F lần lượt là hình chiếu vuông góc của P trên các cạnh CA, CB. Giả sử tứ giác BCEF nội tiếp trong đường tròn (K).

- 1) Chứng minh rằng AP vuông góc với BC.
- 2) Chứng minh rằng $AP = 2OK$.
- 3) Đường thẳng qua P vuông góc với AP cắt đường tròn tại hai điểm Q, R. Chứng minh rằng đường tròn tâm A bán kính AP tiếp xúc với đường tròn ngoại tiếp ΔKQR .

Câu IV. (1 điểm)

Cho các điểm A_1, A_2, \dots, A_{30} theo thứ tự nằm trên một đường thẳng sao cho độ dài các đoạn $A_k A_{k+1}$ bằng k (đơn vị dài), với $k = 1, 2, \dots, 29$. Ta tô màu mỗi đoạn thẳng $A_1 A_2, \dots, A_{29} A_{30}$ bởi 1 trong 3 màu (mỗi đoạn được tô bởi đúng 1 màu). Chứng minh rằng với mọi cách tô màu, ta luôn chọn được hai số nguyên dương $1 \leq j < i \leq 29$ sao cho hai đoạn $A_i A_{i+1}$ và $A_j A_{j+1}$ được tô cùng màu và $i - j$ là bình phương của số nguyên dương.

----- Hết -----

Ghi chú: Học sinh không được sử dụng tài liệu, cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

II. Trường THPT Chuyên Khoa học Tự nhiên

1. Năm học 2023 – 2024

1.1. Đề chung

ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI
TRƯỜNG ĐH KHOA HỌC TỰ NHIÊN

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN KHTN

NĂM HỌC 2023 – 2024

Môn thi: TOÁN (vòng I)

Thời gian: 120 phút

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi gồm 01 trang)

Câu I. (3,5 điểm)

1) Giải phương trình

$$\sqrt{x^2 + 6x + 2023} + \sqrt{x + 3} = \sqrt{x^2 + 5x + 2025} + \sqrt{5}.$$

2) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} (x+6y)(3x+2y)=12 \\ 2x^3+6y^3+15x^2y+19y^2x+x+6y=12 \end{cases}$$

Câu II. (2,5 điểm)

1) Giả sử n là số nguyên sao cho $3n^3 - 1011$ chia hết cho 1008. Chứng minh $n-1$ chia hết cho 48.

2) Với a, b, c là các số dương thỏa mãn điều kiện $ab + bc + ca = 1$. Chứng minh rằng

$$\left(1 + \frac{1}{1+a^2}\right) \left(1 + \frac{1}{1+b^2}\right) \left(1 + \frac{1}{1+c^2}\right) > 4.$$

Câu III. (3,0 điểm) Cho hai đường tròn (O) và (O') cố định cắt nhau tại A và B sao cho O nằm ngoài (O') và O' nằm ngoài (O) . Trên đường tròn (O) lấy điểm P di chuyển sao cho P nằm trong đường tròn (O') . Đường thẳng AP cắt (O') tại C khác A .

1) Chứng minh rằng hai tam giác OBP và $O'BC$ đồng dạng.

2) Gọi Q là giao điểm của hai đường thẳng OP và $O'C$. Chứng minh rằng $\angle QBC + \angle ABP = 90^\circ$.

3) Lấy điểm D thuộc (O) sao cho AD vuông góc với $O'C$. Chứng minh rằng trung điểm của đoạn thẳng DQ luôn nằm trên một đường tròn cố định khi P thay đổi.

Câu IV. (1,0 điểm) Giả sử A là tập hợp con của tập hợp gồm 30 số tự nhiên đầu tiên $\{0, 1, 2, 3, \dots, 29\}$ sao cho với k nguyên bất kỳ, $a, b \in A$ bất kỳ (có thể $a = b$) thì $a + b + 30k$ không là tích của hai số nguyên liên tiếp. Chứng minh rằng số phần tử của tập hợp A nhỏ hơn hoặc bằng 10.

----- Hết -----

Ghi chú: Học sinh không được sử dụng tài liệu, cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

1.2. Đề chuyên Toán và chuyên Tin học

ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI
TRƯỜNG ĐH KHOA HỌC TỰ NHIÊN

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN KHTN

NĂM HỌC 2023 – 2024

Môn thi: TOÁN (vòng II)

Thời gian: 150 phút

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi gồm 01 trang)

Câu I. (3,5 điểm)

1) Giải phương trình

$$2x+1+2\sqrt{4x^2+6x}=4\sqrt{5x-x^2}.$$

2) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} xy(x+y)=30 \\ x^3+y^3=30+\sqrt[3]{x+y+120} \end{cases}.$$

Câu II. (2,5 điểm)

1) Tìm tất cả cặp số nguyên dương $(x;y)$ thỏa mãn

$$4^x+(1+3^y)(1+7^y)=2^x(3^y+7^y+2).$$

2) Với x, y, z là những số thực dương, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$M=\frac{x^{14}-x^6+3}{x^2y^2+zx+zy}+\frac{y^{14}-y^6+3}{y^2z^2+xy+xz}+\frac{z^{14}-z^6+3}{z^2x^2+yz+yx}.$$

Câu III. (3,0 điểm) Cho tam giác ABC nhọn với $AB < AC$ nội tiếp trong đường tròn (O) có tiếp tuyến tại A của (O) cắt BC ở T sao cho $TB > BC$. Gọi P và E lần lượt là trung điểm của TA và TC.

1) Chứng minh rằng tứ giác APEB nội tiếp.

2) Gọi giao điểm thứ hai của AE với (O) là F. Lấy G thuộc (O) sao cho FG song song với AC. Chứng minh rằng $ATG = TAF$.

3) Gọi H là trực tâm của tam giác ABC, D là giao điểm của AH và BC. M là trung điểm BC, K đối xứng với A qua BC, N thuộc đường thẳng AM sao cho KN song song với HM. Lấy S thuộc BC sao cho $NS \perp NK$. Dựng R thuộc tia AK sao cho $AR \cdot AH = AD^2$. Q là điểm sao cho $PQ \perp AS$ và $SQ \perp AO$. Chứng minh rằng điểm đối xứng của A qua QR thuộc đường tròn đường kính DN.

Câu IV. (1,0 điểm) Viết một trăm số nguyên dương đầu tiên $1, 2, 3, \dots, 100$ vào một bảng ô vuông kích thước 10×10 một cách tùy ý sao cho mỗi ô được viết đúng một số. Chứng minh rằng tồn tại hai ô kề nhau (2 ô có cạnh chung) mà hai số viết ở hai ô này có hiệu lớn hơn hoặc bằng 10.

----- Hết -----

Ghi chú: Học sinh không được sử dụng tài liệu, cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.